

Статистический анализ кривой блеска Т Кассиопеи И.А. Ключ

Проведен статистический анализ кривой блеска переменной звезды типа Миры Кита Т Сас. Вычисления показали, что процесс изменения блеска звезды представляет суперпозицию детерминированного периодического процесса и чисто случайного шума. Это явление можно объяснить наложением действий двух механизмов: локальных флуктуаций поверхностной яркости и механизма, обеспечивающего периодические изменения блеска всей звезды. Показано, что форма периодического колебания блеска отлична от гармонической.

The Statistic Analysis of the Light Curve of T Cassiopeiae by I.A. Klyus

The statistic analysis of the light curve of the Mira-type variable star T Cas has been made. The calculations have shown that the process of the star light variation represents superposition of a deterministic periodic process and a purely accidental noise. This phenomenon can be accounted for by a superposition of actions of two mechanisms: that of local fluctuations of surface brightness and the one providing periodic light variations of the whole star. It is shown that the form of the periodic light variation differs from that of a harmonic one.

Исследуемый объект принадлежит к переменным звездам типа Миры Кита. Процесс изменения блеска у этого типа звезд характеризуется достаточно хорошо выраженной периодичностью. Видимо поэтому они не изучались с помощью методов статистического анализа временных рядов. Вместе с тем, кривые блеска этих звезд подвержены флуктуациям, которые в некоторых случаях составляют 10–20% (Кукаркин и Паренаго, 1937). Следовательно, подобные процессы нельзя считать строго детерминированными. Методы статистического анализа временных рядов можно с успехом применять для исследования как детерминированных, так и стохастических процессов. Однако в последнем случае они становятся незаменимыми.

В данной работе исследуется процесс изменения блеска Т Кассиопеи, на основе методов статистического анализа временных рядов. Конечной целью такого изучения является достижение более глубокого понимания тех причинных механизмов, которые обуславливают процесс изменения блеска Т Сас и других переменных звезд типа Миры Кита.

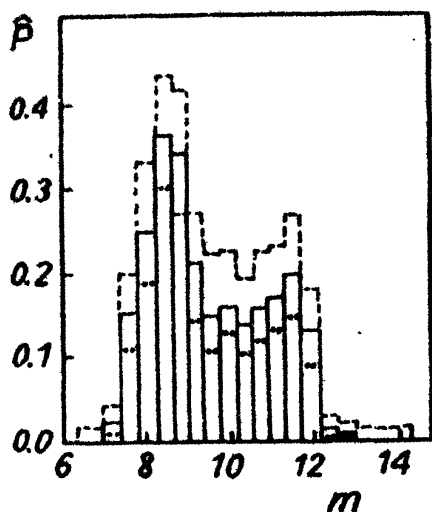


Рис.1. Гистограмма блеска Т Сас. Точками обозначены нижние, а черточками верхние совместные доверительные границы, соответствующие коэффициенту доверия не меньше чем $\alpha = 0.95$.

Данные об изменении блеска Т Сас были взяты из работы Мейалл (1964). В ней приведена кривая блеска, построенная по визуальным наблюдениям AAVSO с 1899 по 1964 г. (JD 2411050–38540). Разрывы в наблюдениях были небольшими. Используя метод графической интерполяции, удалось получить кривую блеска Т Сас с равноотстоящими наблюдениями. Кривая содержит 1374 точек, расположенных через 20 дней друг от друга.

Описание методики статистического анализа кривых блеска переменных звезд приведено в работе Ключа (1978).

На рис. 1 представлена гистограмма блеска Т Сас. Точками на гистограмме обозначены нижние, а черточками верхние совместные доверительные границы, соответствующие коэффициенту доверия не меньше чем $\alpha = 0.95$. Отметим, что в этом случае доверительный интервал для каждого отдельного значения плотности распределения блеска соответствует коэффициенту доверия $\alpha_1 = 0.9972$ (Пугачев, 1979).

Гистограмма имеет два максимума. Первый максимум приходится на интервал, в котором среднее значение блеска равно 8^m35 . Среднее значение блеска для второго максимума равно 11^m55 . Присутствие максимумов на гистограмме не является эффектом выборки. Об этом говорит тот факт, что доверительная граница минимума, соответствующая среднему блеску 10^m35 , не накрывает меньший из максимумов, а нижняя доверительная граница меньшего из максимумов, также не накрывает минимум. Следовательно, вывод о двухмодальности выборочного распределения блеска Т Сас в значительной степени правдоподобен.

Распределение блеска в том случае будет двухмодальным, когда звезда, излучающая свет, имеет два устойчивых состояния, и время от времени переходит из одного состояния в другое. Двухмодальность распределения может также иметь место, когда в процессе изменения блеска присутствует периодическая компонента.

На рис. 1 видно, что максимумы имеют разную высоту. Нижняя граница доверительного интервала большего максимума не накрывает даже верхнюю границу меньшего максимума. Если считать, что величина максимума пропорциональна времени, в течение которого реализация случайного процесса принимает данное значение, то можно сделать вывод, что звезда не одинаковое время находится в предпочитаемых ею состояниях.

Предположим, что двухмодальность является результатом присутствия в процессе изменения блеска $T\ Cas$ периодического колебания. В этом случае различие высот максимумов гистограммы свидетельствует о том, что форма колебания несимметрична. Это, в частности, означает, что форма периодического колебания отличается от гармонической.

Распределение блеска $T\ Cas$ характеризуется следующими параметрами. Минимальное значение блеска звезды составляет $13.^m05$, максимальное — $7.^m05$. Средний блеск $T\ Cas$ равен $x = 9.^m60$, дисперсия $s^2 = 1.84$.

Кривая блеска звезды имеет угловой коэффициент линейного тренда $m = 4.76 \cdot 10^{-4}$, что обеспечивает размах изменения блеска $a = 0.^m65$. Это превышает среднюю ошибку наблюдений. Вряд ли можно считать, что причиной тренда является эволюция звезды (слишком мал интервал наблюдений). Скорее всего тренд является частью медленно-го колебательного процесса. Для того, чтобы однозначно ответить на вопрос, что представляет собой тренд, необходимо проанализировать реализацию гораздо большей длины.

Поскольку тренд максимирует пики на низких частотах спектра мощности, в дальнейших вычислениях он исключался.

При помощи одной гистограммы не представляется возможным дать предпочтение одной из альтернативных гипотез о причине двухмодальности распределения блеска. Для этого необходимо иметь дополнительную информацию о самом процессе. Такая информация содержится в корреляционной функции и спектре мощности.

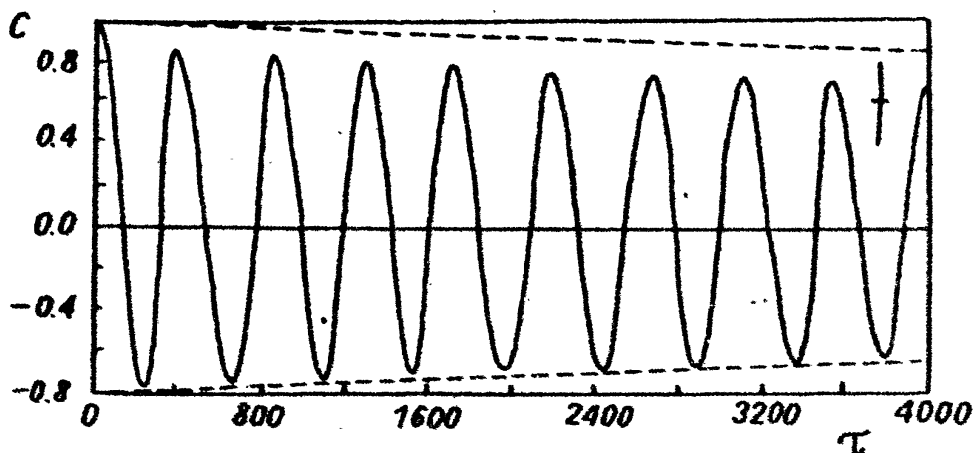


Рис. 2. График корреляционной функции $T\ Cas$. На оси абсцисс отложены сдвиги в днях. Вертикальной чертой указана удвоенная стандартная ошибка корреляционной функции для больших сдвигов.

На рис. 2 представлен график корреляционной функции (КФ) кривой блеска $T\ Cas$. График показывает, что КФ колеблется с периодом примерно равным 440^d . Колебания КФ медленно затухают.

Рассмотрим явление естественного затухания КФ. Оно имеет место в связи с тем, что выборочные значения коэффициентов корреляции вычисляются с применением смещенной оценки КФ. В этом случае значение коэффициента для сдвига τ находят делением на общее количество точек временного ряда N , а не на $N-\tau$, как это делается в случае вычисления по формуле для несмещенной оценки КФ. Выбор смещенной оценки КФ обусловлен рядом преимуществ, которыми она обладает по сравнению с несмещенной оценкой (Дженкинс и Ваттс, 1971). Естественное затухание легко учесть, используя следующую формулу:

$$d = \pm 1 \mp \frac{\tau}{N}. \tag{1}$$

В формуле (1) знак плюс перед единицей взят для учета затухания КФ сверху, а знак минус, для учета затухания КФ снизу. Понятно, что любая прямая, параллельная одной из этих линий, будет показывать ход естественного затухания КФ.

На рис. 2 ход естественного затухания КФ отмечен пунктирными линиями снизу и сверху. Легко видеть, что глубина минимумов КФ уменьшается согласно закону естественного затухания корреляционной функции. Аналогичная картина наблюдается и с максимумами. Следовательно, колебания КФ не затухают. Это позволяет сделать вывод о том, что в процессе изменения блеска $T\ Caa$ присутствует детерминированная периодическая компонента. Таким образом, кривую блеска $T\ Caa$ можно представить в виде суперпозиции двух процессов: детерминированного периодического и чисто случайного. Наличие двух максимумов на гистограмме можно целиком отнести за счет присутствия на кривой блеска периодической компоненты.

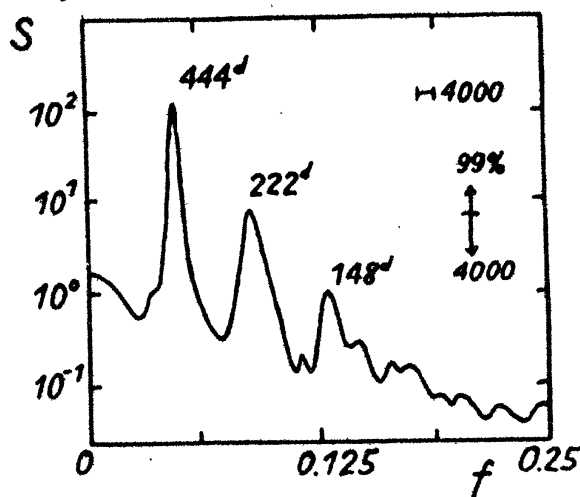


Рис.3. График нормированного спектра мощности $T\ Caa$. На оси абсцисс отложены частоты, обратные двадцати дням. Вертикальной стрелкой обозначен 99%-ный доверительный интервал, горизонтальной чертой — ширина полосы частот спектрального окна. Цифры, стоящие у этих линий, обозначают максимальный сдвиг корреляционной функции, по которой вычислялся спектр мощности. Буквой ν обозначается число степеней свободы спектра.

График КФ также подтверждает вывод, полученный из анализа гистограммы, что форма периодического колебания отличается от гармонической. Об этом говорит асимметрия КФ относительно ее нулевого значения.

График нормированного спектра мощности Т Cas, представленный на рис. 8, показывает, что периодический процесс имеет форму отличную от гармонической. Об этом свидетельствует наличие на спектре других пиков, кратных пику с периодом 444^d , в то время как на графике КФ эти колебания отсутствуют. Высоты всех пиков значительно превышают величину 99%-ного доверительного интервала. Это также подтверждает предположение о присутствии на кривой блеска Т Cas детерминированного периодического колебания. Величина периода колебания блеска Т Cas, равная 444^d , хорошо согласуется со значением периода 445^d , приведенным в ОКПЗ III (Кукаркин и др., 1969).

Использование цифровых рекурсивных полосовых фильтров позволило определить значения амплитуд фундаментальной и высшей гармоник периодического процесса. Амплитуда фундаментальной гармоники $P_0 = 444^d$ равна $A_0 = 3^m 27$, первой гармоники $P_1 = 222^d$, $A_1 = 0^m 89$ и второй гармоники $P_2 = 148^d$, $A_2 = 0^m 33$.

Ситуацию, при которой на одной и той же звезде аддитивно действуют два стохастически независимых механизма, можно представить так. Поверхностная яркость Т Cas неоднородна и флуктуирует с характерным временем намного меньшим периода осевого вращения звезды. Величина и характер локальных флуктуаций поверхностной яркости не зависят от глобального периодического процесса изменения блеска всей звезды.

Явление, аналогичное процессу изменения блеска Т Cas, наблюдается на другой переменной звезде типа Миры Кита Х Cam (Клюс, 1982). Вместе с тем, это не означает, что у всех переменных звезд типа Миры Кита наблюдается аналогичная ситуация. Так, например, у звезды U Per процесс изменения блеска является узкополосным случайным процессом (Клюс, 1982а). Характер изменения блеска этой звезды полностью аналогичен процессу изменения блеска полуправильных переменных звезд R Pic и Z UMa (Клюс, 1982б).

Определение многочисленности звезд аналогичных Т Cas и аналогичных U Per, требует в дальнейшем проведения широких исследований кривых блеска звезд типа Миры Кита методами математической статистики.

Литература

- Дженкинс Г., Ваттс Д., 1971, "Спектральный анализ и его приложения", вып. 1, "Мир", М.
 Клюс И.А., 1978, ПЗ 21, 115.
 Клюс И.А., 1982, АИ № 1227, 3.
 Клюс И.А., 1982а, АИ № 1227, 5.
 Клюс И.А., 1982б, ПЗ 21, 766.
 Кукаркин Б.В., Паренато П.П., 1937, "Физические переменные звезды", ("Переменные звезды", т. I), Гостехиздат, М.
 Кукаркин Б.В., Холопов Н.Н., Ефремов Ю.Н., Кукаркина Н.П., Курочкин Н.Е., Медведева Г.И., Перова Н.Б., Федорович В.П., Фролов М.С., 1969, Общий каталог переменных звезд, т. I, "Наука", М.

Мейалл, 1964 — Mayall M.W., JR ASC 58, 239.

Пугачев В.С., 1979, "Теория вероятностей и математическая статистика", "Наука", М.

Одесское высшее мореходное
училище
им. Ленинского комсомола

Поступила в редакцию
28 июля 1986 г.