

Переменные звезды 20, 563–575, 1978

Variable Stars 20, 563–575, 1978

Стохастические модели вращающихся звезд.

Модель μ Cep

И. А. Ключ

Описывается методика вычисления и обсуждаются различные варианты стохастических моделей вращающихся звезд. Синтетическая кривая блеска, корреляционная функция и статистический спектр, полученные из модельных представлений, хорошо имитируют все особенности кривой блеска, корреляционной функции и статистического спектра μ Cep. Таким образом, вся система пиков, обнаруженная на статистическом спектре μ Cep: $720^d \pm 26^d$, $364^d \pm 7^d$, $182^d \pm 2^d$, $122^d \pm 1^d$, $90^d \pm 0.5^d$ и $73^d \pm 0.2^d$, может быть объяснена единой причиной: вращением звезды вокруг своей оси с периодом 728^d , причем в атмосфере звезды имеются локальные стохастические источники возмущения. Модельные представления показывают, что среднее время существования стохастических образований на μ Cep должно в несколько раз превышать период ее вращения.

Stochastic Models of Rotating Stars.

Model of μ Cep

by I. A. Klyus

The computation technique is given and different variants of stochastic models of rotating stars are discussed. Stochastic light curve, correlation function and statistic spectrum obtained from model representations imitate fairly well all the peculiarities of a light curve, correlation function and statistic spectrum of μ Cep. Thus all the system of peaks found in the statistic spectrum of μ Cep: $720^d \pm 26^d$, $364^d \pm 7^d$, $182^d \pm 2^d$, $122^d \pm 1^d$, $90^d \pm 0.5^d$ and $73^d \pm 0.2^d$ can be explained by a single cause: that μ Cep is rotating around its axis with the period $T = 728^d$. In the atmosphere of μ Cep local stochastic sources of perturbation take place. Model representations show that mean time of stochastic formations in μ Cep must be several times more than its rotational period.

В настоящее время принято считать, что причиной изменения блеска полуправильных переменных звезд является их пульсация. Иную точку зрения на природу этого явления высказали Ашбрук, Данкомб и ван Верком (1954). Они предложили изменение блеска μ Cep объяснять наличием локальных стохастических источников возмущения в атмосфере звезды, вращающейся вокруг своей оси. Однако никакого обоснования своей гипотезе они не дали.

Настоящая работа посвящена вычислению и анализу моделей, основанных на предположении этих авторов.

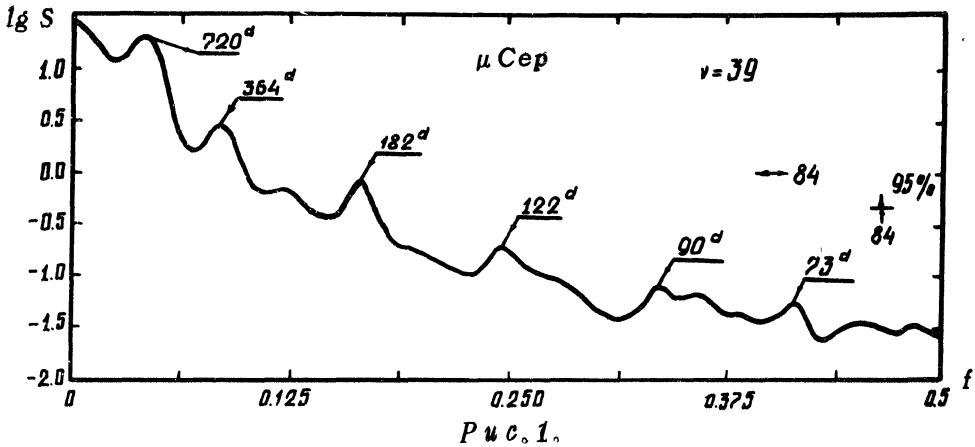


Рис. 1.

Толчком для разработки данной гипотезы послужили факты, полученные из статистического анализа кривой блеска μ Cep. Статистический спектр μ Cep (рис. 1) содержит пики, соответствующие периодам: $720^d \pm 26^d$, $364^d \pm 7^d$, $182^d \pm 2^d$, $122^d \pm 1^d$, $90^d \pm 0^d.5$ и $73^d \pm 0^d.2$. Все пики на спектре превышают либо сравнимы с 95% доверительным интервалом. Периоды, соответствующие данным пикам, образуют последовательность: T , $T/2$, $T/4$, $T/6$, $T/8$, и $T/10$ (1), если принять $T = 728^d$.

На оси абсцисс графика спектра отложена частота f , на оси ординат логарифмы значений спектра $lg S(f)$. Вертикальной стрелкой на рис. 1 показана величина 95% доверительного интервала, горизонтальной — ширина полосы частот спектрального окна. Цифры у стрелок равны величине максимального сдвига корреляционной функции (КФ), ν — число степеней свободы спектра. График КФ μ Cep $C(k)$, в зависимости от временного сдвига k , приведен на рис. 2. Единица масштаба сдвига равна 30^d .

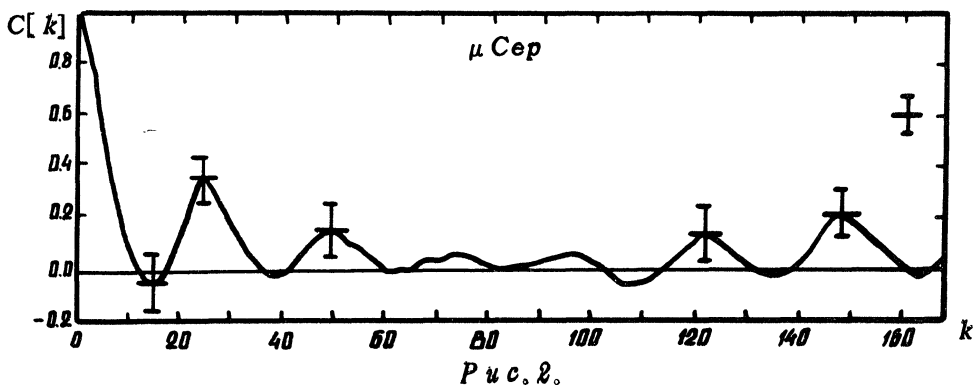


Рис. 2.

Рассмотрим модель звезды, вращающейся вокруг своей оси, на поверхности которой имеется постоянное пятно. Эта модель является предельным случаем для всех стохастических моделей вращающихся звезд, и, кроме того, она имеет аналитическое описание. Блеск такой звезды будет изменяться по закону полусинусоиды (детектированная синусоида),

разложение в ряд Фурье которой имеет вид:

$$f(t) = \frac{2A}{\pi} \left(1 + \frac{\pi}{4} \cos \omega t + \frac{1}{3} \cos 2\omega t - \frac{1}{15} \cos 4\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{35} \cos 6\omega t - \frac{1}{63} \cos 8\omega t + \frac{1}{99} \cos 10\omega t - \dots \right), \quad (2)$$

где $\omega = 2\pi/T$, а A и T — амплитуда и период полусинусоиды. Из формулы (2) видно, что спектр полусинусоиды дискретный и первые шесть линий на спектре образуют последовательность (1). Графики КФ и спектра модели с постоянным пятном, для которой $A=10$ и $T=10$, приведены на рисунках 3, 4. Пики на рис. 4. слева направо соответствуют периодам 10, 5 и 2. 5.

Кривая блеска μ Сер проверялась на периодичность. Проверка показала, что все пики на спектре μ Сер характеризуют узкополосные случайные шумы. Наличие узкополосных случайных шумов на статистических спектрах звезд можно объяснить действием периодического механизма на звезду, в атмосфере которой имеются локальные стохастические источники возмущения. Из периодических механизмов наиболее известными для физики переменных звезд являются: вращение звезды вокруг своей оси, пульсация, периодическое затмение звезд друг другом. В качестве стохастических процессов в атмосфере звезды можно рассматривать вспышки или пятна, для которых случайными являются: время появления пятна или вспышки, место появления, время жизни образования, мощность и т. д. Поскольку кривые блеска, соответствующие пульсации и затмению звезд друг другом, имеют спектры, отличающиеся от статистического спектра μ Сер, рассматривался только один периодический механизм — вращение звезды вокруг своей оси.

При вычислении стохастических моделей вращающихся звезд не учитывались: природа, тип, площадь, и конфигурация локальных стохастических источников возмущения. Рассматривались лишь только вклад стохастического источника в общее излучение звезды и его положение.

Для построения стохастической модели вращающейся звезды вся ее излучающая поверхность разбивается меридианально на n зон. В свою очередь каждая из зон состоит из ячеек. В общем случае количество ячеек в каждой зоне может быть разным. Ячейка может находиться в двух состояниях излучения a или b . Если ячейка находится в одном из состояний, то изменить свое состояние она может лишь с некоторой вероятностью q . Чем меньше вероятность перехода q , тем больше времени ячейка будет находиться в данном состоянии. Таким образом, среднее время, в течение которого ячейка находится в данном состоянии, пропорционально $1/q$. Вероятность того, что ячейка останется в данном состоянии, равна p . Если обозначить условную вероятность перехода ячейки из i -того состояния в j -тое через p_{ij} , то можно составить матрицу условных вероятностей перехода:

$$P = \begin{pmatrix} p_{ii} & p_{ij} \\ p_{ji} & p_{jj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ q & p \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $p + q = 1$. (4)

Матрица показывает, что процесс изменения состояний ячейки описывается однородной цепью Маркова. Предельный случай, когда $q = 0$ ($p = 1$), соответствует модели вращающейся звезды с постоянными пятнами.

Для определения состояния зоны необходимо просуммировать состояния всех ячеек зоны в данный момент времени. Общее состояние излучения звезды в момент времени t определяется суммированием состояний каждой из зон, предварительно умноженных на

$$\psi_i = \sin(2\pi t/T + \phi_i), \quad (5)$$

где T — период вращения звезды; ϕ_i — начальная фаза i -той зоны

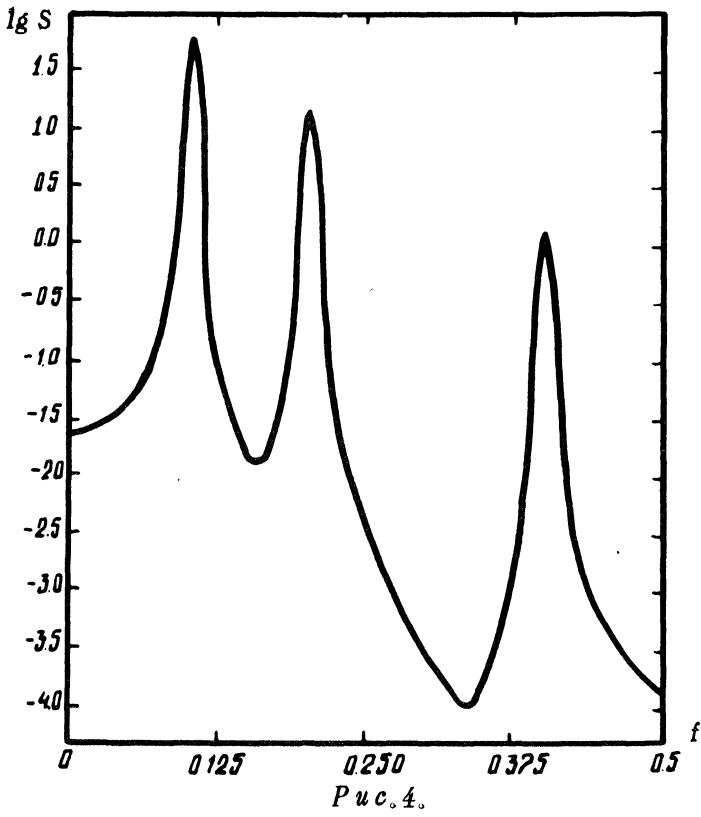
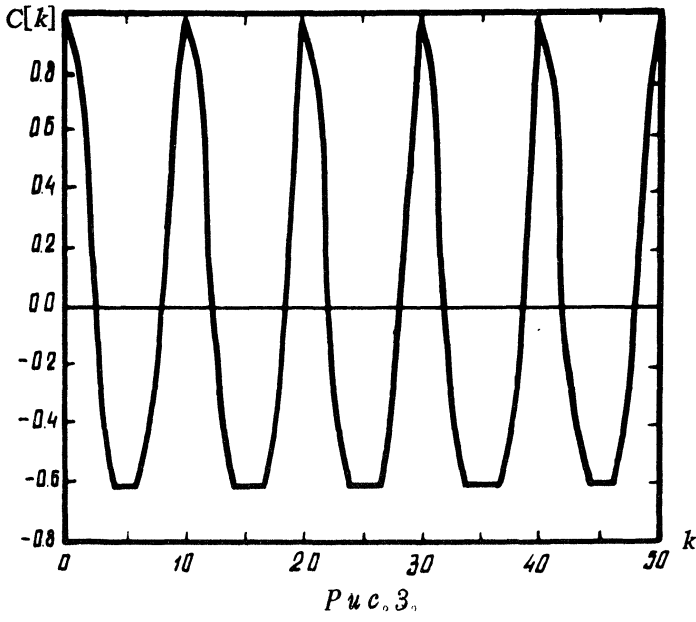
$$\phi_i = 2\pi i/n, \quad (6)$$

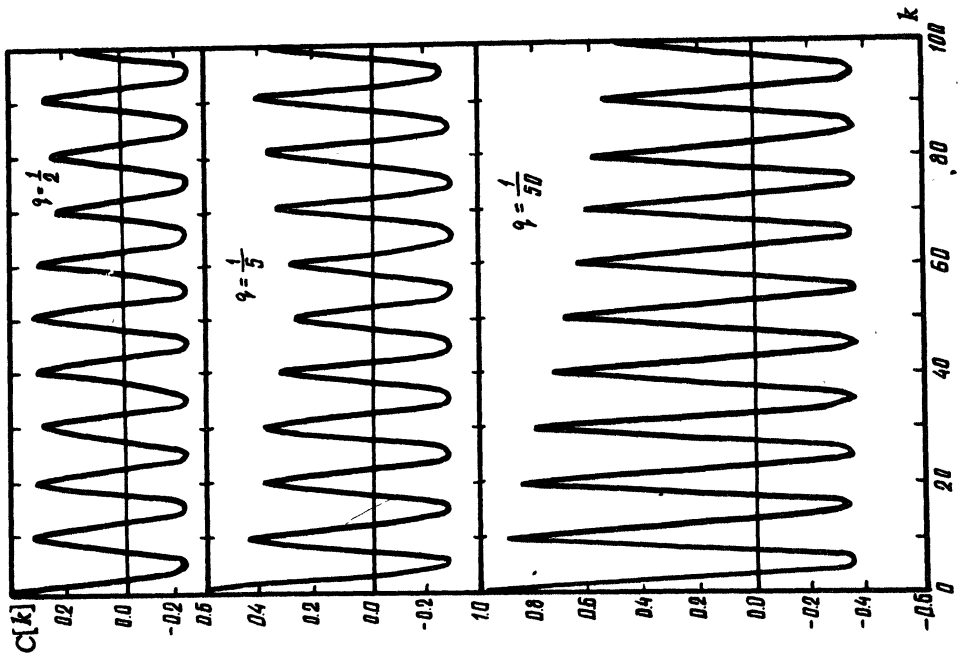
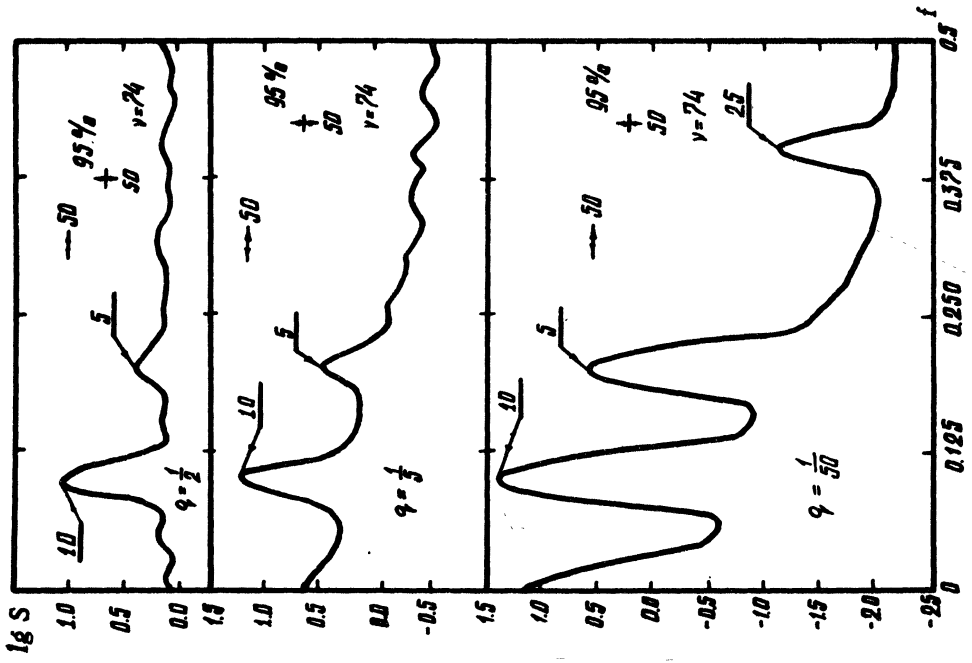
n — количество зон. Если $\psi_i < 0$, то вклад такой зоны принимается равным нулю. Это означает, что зона находится на невидимой стороне звезды. Все вычисленные модели состояли из 10 зон.

Поскольку глазомерная оценка периодов синтетических кривых блеска, получаемых из моделей, является неприемлемой, эти кривые анализировались при помощи корреляционных функций и статистических спектров.

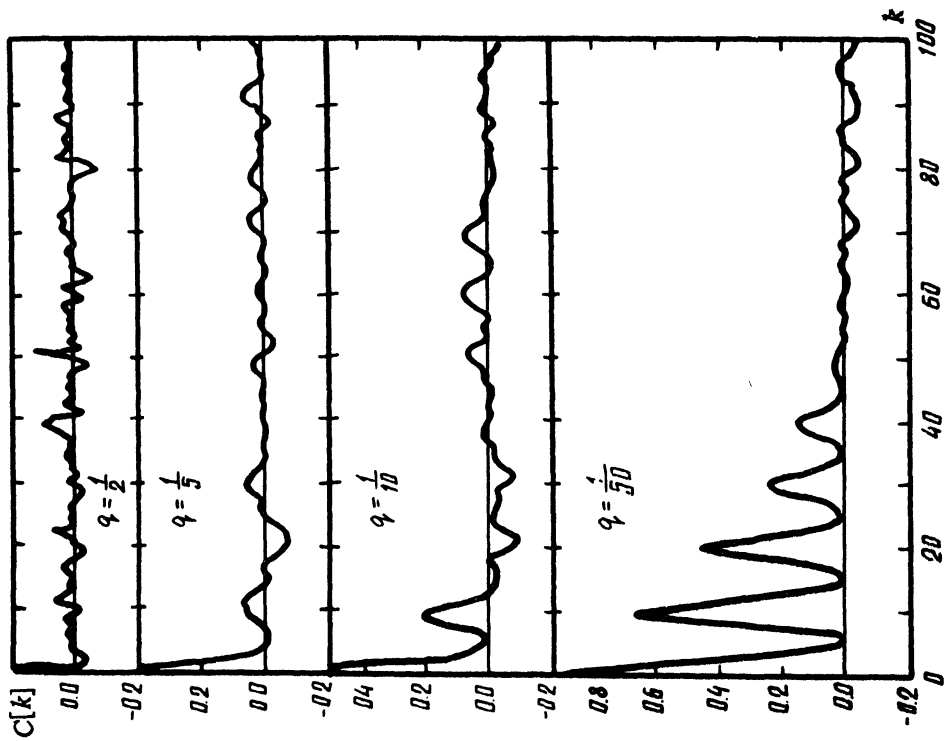
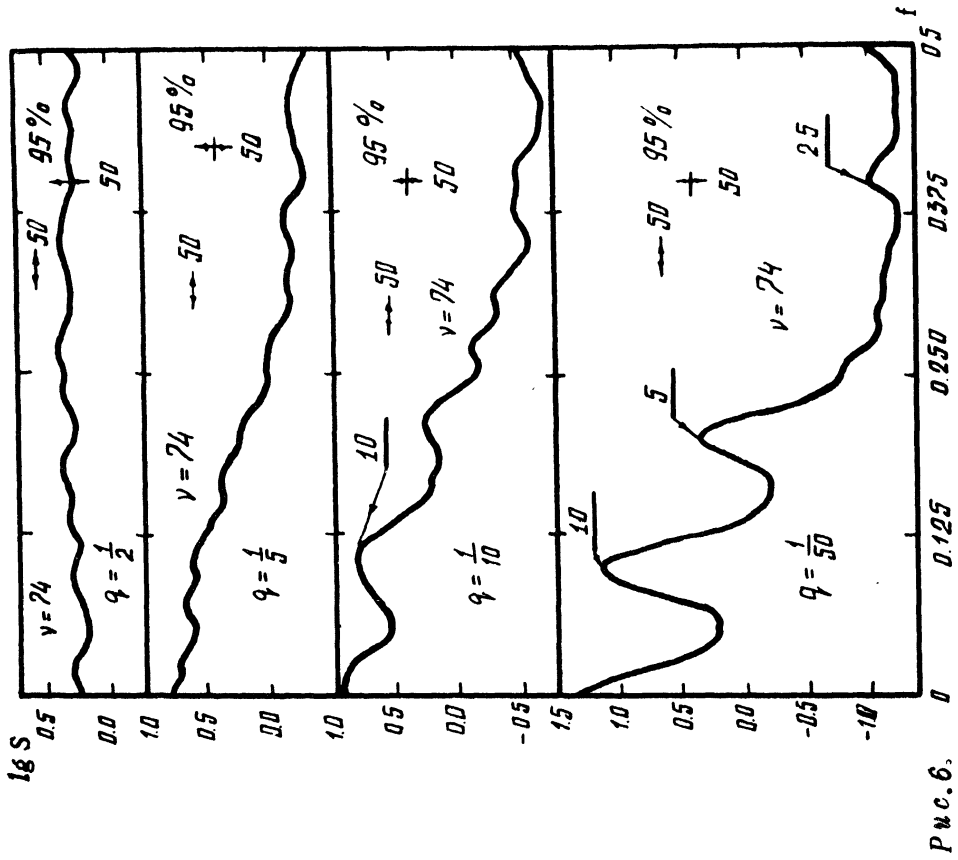
Первоначально рассматривалась группа моделей с одним стохастическим источником, для которого состояние $a = 10$, а $q = 1$. Остальные зоны этих моделей находились только в одном состоянии, равном 1. Период вращения моделей $T = 10$. Модели рассчитывались для следующего ряда вероятностей перехода q : 1/2, 1/5, 1/10, 1/20, 1/30 и 1/50. На рис. 5 приведены графики КФ и спектров этого типа моделей для q : 1/2, 1/5 и 1/50. По графикам этого рисунка можно проследить за эволюцией спектров моделей с уменьшением q . Если спектр при $q = 1/2$ параллелен оси абсцисс, то с уменьшением q мощность низкочастотных составляющих спектра увеличивается что придает спектрам вид, характерный для статистических спектров звезд. При $q = 1/2$ пик $T = 10$ значительно превышает 95% доверительный интервал, пик $T = 5$ сравним с ним, а пик $T = 2.5$ отсутствует. Нет пика $T = 2.5$ и при $q = 1/5$, а пик $T = 5$ отчетливо виден. При $q = 1/50$ видны все пики, которые значительно превышают 95% доверительный интервал. Модели показывают, что количество пиков на статистическом спектре зависит от среднего времени существования стохастического источника. Корреляционные функции этих моделей (рис. 5) с уменьшением q становятся все больше похожими на КФ полусинусоиды. Однако их значительное отличие от КФ μ Сер говорит о том, что такая модель не может адекватно описать изменение блеска μ Сер.

Более сложная группа моделей, в которых все зоны, кроме одной, находились в состоянии равном 1, рассматривалась для периода вращения $T = 10$. Одна из зон состояла из десяти ячеек, каждая из которых





P u c. 5



могла находиться либо в состоянии $a = 1$, либо в состоянии $b = -1$. Модели рассчитывались для вероятностей перехода q : $1/2, 1/5, 1/10, 1/20, 1/30$ и $1/50$. На рис. 6 представлены графики КФ и спектров этих моделей для q : $1/2, 1/5, 1/10$ и $1/50$. Модель с $q = 1/2$ представляет белый шум. На спектре модели ($q = 1/5$) видна тенденция к увеличению мощности с уменьшением частоты. Пики на нем отсутствуют. Широкий пик $T = 10$, превышающий 95% доверительный интервал, появляется лишь при $q = 1/10$. При $q = 1/50$ на спектре видны два пика, значительно превышающих 95% доверительный интервал. Виден и более слабый пик, сравнимый с доверительным интервалом. Корреляционные функции этих моделей более похожи на КФ μ Сер, однако видно, что с уменьшением q они также стремятся к модели с постоянным пятном. Таким образом, эта группа моделей также не представляет интереса для описания изменения блеска μ Сер.

Следующая группа моделей вычислялась для периода вращения $T = 24$. Однако если полагать, что интервал времени между двумя соседними точками синтетической кривой блеска равен 30^d , то можно считать, что такая кривая имитирует кривую блеска μ Сер, при этом $T = 720$. Для удобства сравнения максимальный сдвиг КФ и опорный период спектров моделей и μ Сер брались одинаковыми.

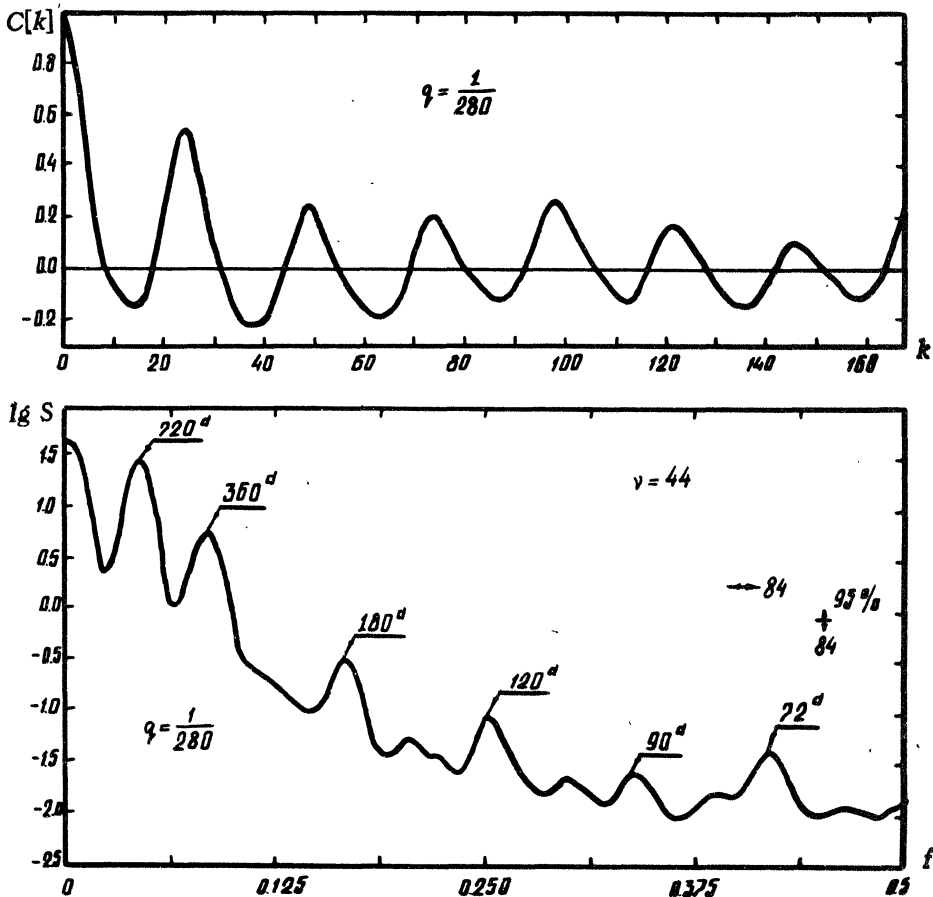


Рис. 7.

Все зоны такой группы моделей состоят из десяти ячеек, каждая из которых может находиться в одном из состояний: $a = 1$ или $b = -1$. Модели рассчитывались для четырех значений вероятностей перехода q : $1/30$, $1/50$, $1/100$ и $1/280$. График КФ и спектра для модели с $q = 1/280$ приведены на рис. 7. На спектре выделяются пики: 24, 12, 6, 4, 3 и 2.4, соответствующие периодам в днях: 720^d , 360^d , 180^d , 120^d , 90^d и 72^d . В отличие от спектра μ Сер, пики на рис. 7 более мощные. Помимо этого, КФ модели тоже несколько отличается от КФ μ Сер. Становится ясным, что с уменьшением периода модели этого типа будут все больше похожими на модель вращающейся звезды с постоянными пятнами. Такая тенденция объясняется тем, что вероятности перехода q у этих моделей одни и те же для всех ячеек.

Наблюдения показывают, что на поверхности Солнца стохастические образования имеют разную среднюю продолжительность существования. При этом средний срок существования мощных образований, как правило, больше. Поэтому более правдоподобные схемы моделей должны содержать ячейки разных мощностей и вероятностей перехода.

Следующая группа моделей синтезировала кривые блеска, образуемые доминирующим стохастическим источником возмущения и множеством образований меньшей мощности. Среднее время существования доминирующего источника превышало время существования других образований. Все зоны таких моделей, кроме одной, состоят из 10 ячеек с состояниями $a = 1$ или $b = -1$ и с вероятностью перехода q_0 . Одна зона состоит из од-

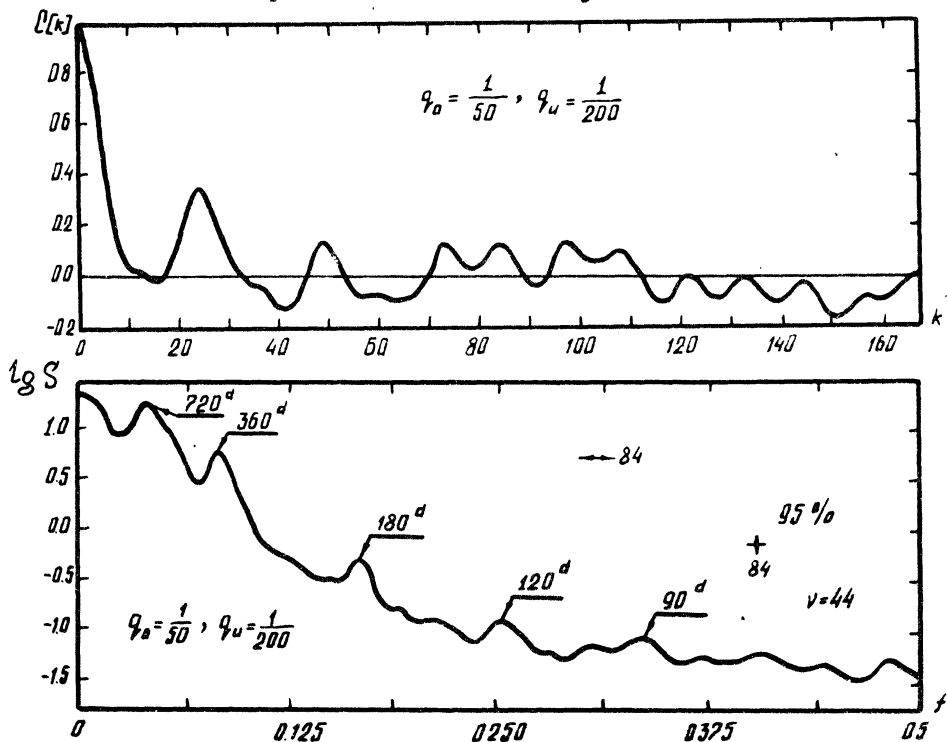


Рис. 8.

ной ячейки, находящейся в состояниях c или d , с вероятностью перехода q_u , причем $q_u < q_0$.

На рис. 8 приведены графики КФ и спектра одной из пробных моделей, для которой $q_0 = 1/50$, а $q_u = 1/200$. Доминирующий источник мог находиться в состояниях $c = 11$ или $d = 1$. Сравнение графиков КФ μ Сер (рис. 2) и модели (рис. 8) показывает их сходство. Еще лучшее согласие наблюдается между графиками спектров μ Сер (рис. 1) и модели (рис. 8). На рисунках 9 и 10 приведены кривая блеска μ Сер JD 2402900 – 2429000 и синтетическая кривая блеска, полученная из данной модели. Интервал времени между двумя соседними точками у обеих кривых равен 30^d . Линии, параллельные оси абсцисс, соответствуют средним значениям блеска μ Сер и модели. Сопоставление рисунков 9 и 10 показывает, что синтетическая кривая хорошо имитирует кривую блеска μ Сер. Можно также заметить, что глубокие минимумы и максимумы на обеих кривых, как правило, встречаются не в одиночку, а группами. Некоторое несоответствие этих кривых (кривая блеска μ Сер временами более гладкая) легко объяснить тем, что блеск μ Сер изменяется также и с периодом $T = 4410^d \pm 50^d$. По-видимому, такой тип моделей является наиболее перспективным.

Вычисления показали:

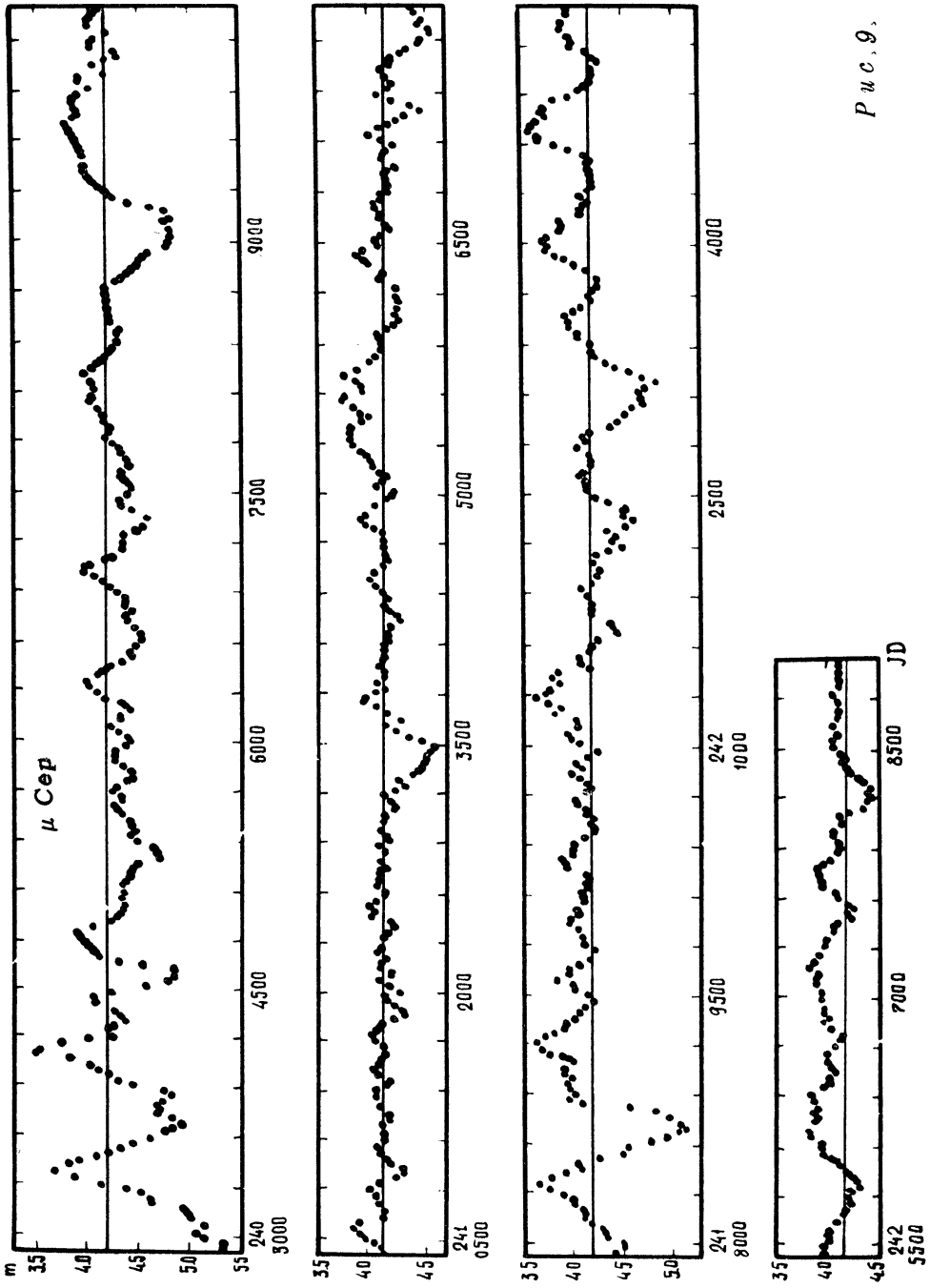
1) синтетическая кривая блеска, корреляционная функция и спектр, полученные из модельных представлений, хорошо имитируют все особенности кривой блеска, КФ и статистического спектра μ Сер;

2) вся система пиков на статистическом спектре μ Сер: $720^d \pm 26^d$, $364^d \pm 7^d$, $182^d \pm 2^d$, $122^d \pm 1^d$, $90^d \pm 0^d$, 5 и $73^d \pm 0^d$, 2 может быть объяснена единой причиной – вращением μ Сер вокруг своей оси с периодом $T = 728^d$, в атмосфере которой имеются стохастические источники возмущения;

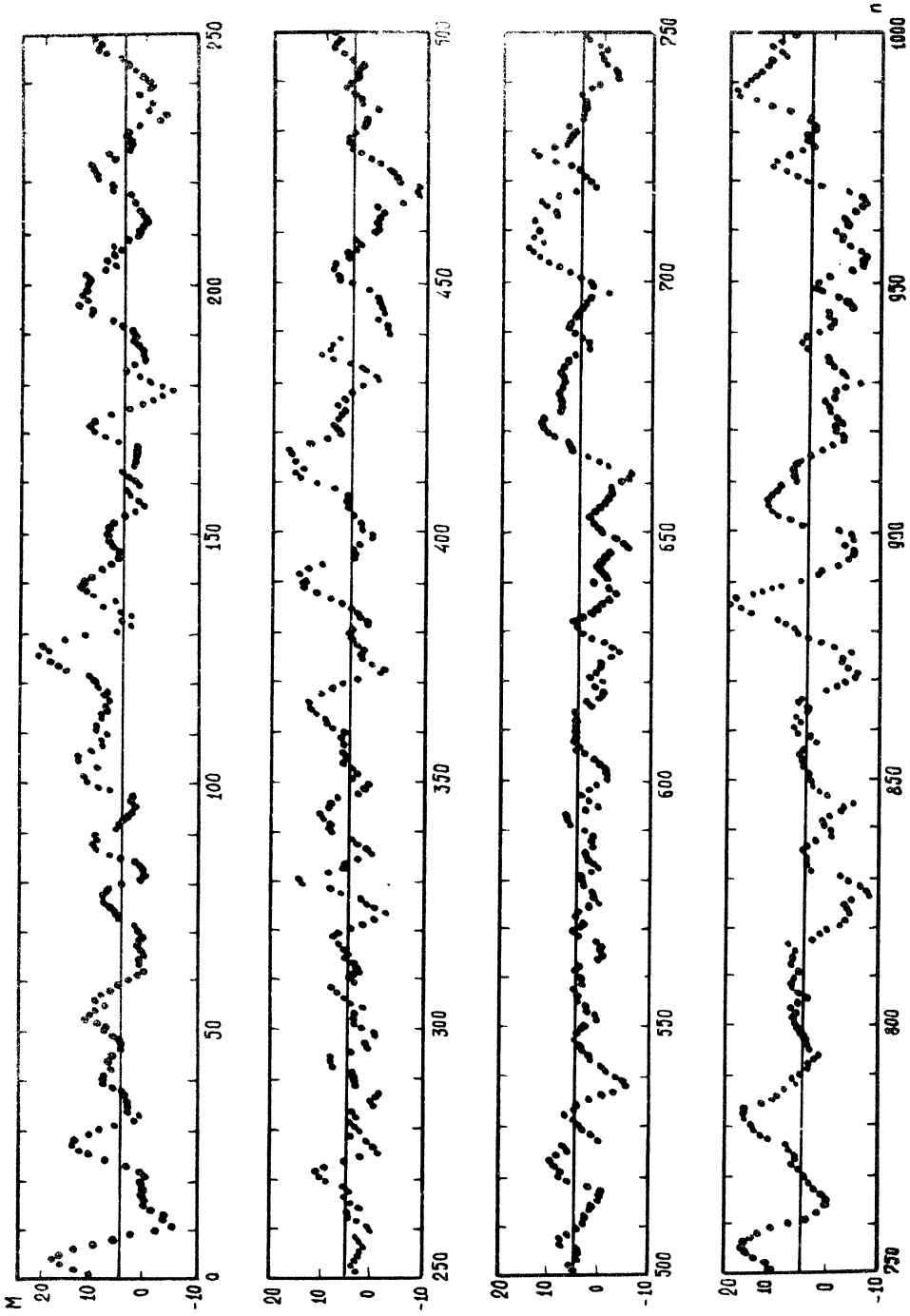
3) количество пиков на спектре зависит от среднего времени существования стохастических образований, они начинают появляться, когда среднее время сравнимо с периодом вращения звезды вокруг своей оси;

4) для адекватного представления моделью изменений блеска μ Сер необходимо, чтобы среднее время существования стохастических образований на μ Сер в несколько раз превышало период ее вращения.

Ашбрук, Данкомб и ван Верком (1954) представили кривую блеска μ Сер в виде процесса авторегрессии второго порядка. Модели подобного рода являются дискретным аналогом линейных дифференциальных уравнений. С их помощью можно прогнозировать будущие значения блеска переменных звезд. Поскольку одним и тем же дифференциальным уравнением описываются разные по своей природе физические явления, то модели подобного рода, в отличие от моделей, представленных здесь, не позволяют однозначно определить причину изменения блеска звезды. Однако при помощи стохастических моделей вращающихся звезд можно выбрать оптимальный порядок авторегрессии. Изменение блеска модели с постоянным пятном описывается полусинусоидой, которую можно представить в виде суммы гармоник (см. формулу (2)). Отношения амплитуд верхних гармоник к основной в формуле (2) образуют последовательность: $a_2/a_1 = 0.425$, $a_3/a_1 = 0.082$, $a_4/a_1 = 0.036$, $a_5/a_1 = 0.020$, $a_6/a_1 = 0.012$ и т.д. Примерно такую же последовательность образуют отношения



Puc. 9.



P u c . 10 .

средних амплитуд пиков на статистическом спектре μ Сер. Из последовательности амплитуд видно, что полусинусоиду можно описать двумя первыми гармониками. Это равносильно представлению изменения блеска в форме полусинусоиды линейным однородным дифференциальным уравнением четвертого порядка. Аналогично этому и кривую блеска μ Сер можно с достаточной степенью точности описать процессом авторегрессии четвертого порядка.

Исходя из гипотезы о вращении μ Сер, попытаемся определить доминирующий тип стохастических образований на ней. По-видимому, такими образованиями могут оказаться пятна, подобные пятнам на Солнце, но гораздо более мощные. Действительно, кривая изменения блеска μ Сер является довольно-таки гладкой, что подтверждают и фотоэлектрические наблюдения блеска, проведенные Ларссон-Линдером (1964). Эти данные могут свидетельствовать в пользу пятен, образование которых не имеет взрывного характера, к тому же они сравнительно долгоживущие объекты. Эффект пятнообразования на μ Сер может быть усилен образованием пыли (Григорян, 1970).

Период $4410^d \pm 500^d$, обнаруженный у μ Сер, не может быть объяснен в рамках данных моделей. По-видимому, он связан не с локальными образованиями, а с глобальным изменением условий на μ Сер. Можно предположить, что этот период является циклом активности пятнообразования, подобным циклу солнечной активности.

Оценим экваториальную скорость вращения μ Сер вокруг своей оси. Она равна 14 км/сек, если принять, что радиус μ Сер равен $200 R_{\odot}$ (Хассенштейн, 1938), а период ее вращения равен 728^d . Такая скорость является вполне приемлемой для звезд сверхгигантов. Кроме того, если ось вращения μ Сер составляет некоторый угол с картинной плоскостью, то видимая скорость вращения будет несколько меньшей.

Автор выражает благодарность профессору В.П.Цесевичу, стимулировавшему интерес автора к построениям стохастических моделей вращающихся звезд.

Литература.

- Ашбрук, Данкомб, ван Верком, 1954 — Asbrook J., Duncomb R.L., van Woerkom A.J.J., AJ 59, 12.
 Григорян К.А., 1970, Сообщ. Бюраканск. обсерв. вып. 42, 24.
 Ларссон-Линдер, 1964 — Larsson-Leander G., Arkiv Astron. 3, №4, 285.
 Хассенштейн, 1938 — Hassenstein W, Publ. Astrophys. Obs. Potsdam № 94, Band 29, N. 1,3.

Одесский государственный
 университет им. И.И.Мечникова

Поступила в редакцию
 3 февраля 1977 г.