

Статистический анализ кривых блеска переменных звезд

μ Cep, T Ori, T Cha, RU Lup и AK Sco

И. А. Ключ

Кривые блеска звезд μ Cep, T Ori и T Cha были подвергнуты тестам на стационарность и на нормальность функций распределения блеска. Вычисления показали, что гипотеза о стационарности изменения блеска данных звезд может быть принята, а гипотеза о нормальности функций распределения блеска этих звезд отвергается при уровне значимости $\alpha = 0.05$.

На статистическом спектре μ Cep обнаружено восемь пиков, равных 4410^d , 720^d , 364^d , 182^d , 122^d , 73^d , 42^d и 20^d . Мощность пиков 4410^d и 720^d , по крайней мере, на порядок больше мощности остальных пиков. Поскольку все обнаруженные периоды μ Cep примерно кратны и мощность пика их увеличивается с увеличением периода, можно предположить, что физические условия на μ Cep способствуют возникновению резонансных явлений на частотах, обратных периодам 720^d и 4410^d .

На статистическом спектре T Cha обнаружен пик, равный $3^d.3$. Быстрое затухание корреляционной функции профильтрованной кривой блеска T Cha при помощи фильтра высоких частот указывает на то, что этот пик представляет среднюю длину цикла кривой блеска T Cha, т.е. является узкополосным случайным шумом.

Корреляционная функция RU Lup указывает на наличие периода, равного $3^d.8$, который также является средней длиной цикла кривой блеска RU Lup.

У звезд T Ori и AK Sco периодические компоненты не обнаружены.

A Statistic Analysis of the Light Curves of the Variable Stars

μ Cep, T Ori, T Cha, RU Lup and AK Sco

by I. A. Klyus

The light curves of variables μ Cep, T Ori, and T Cha have been tested for stationarity and normality of functions of light distribution. Calculations have shown that the hypothesis on stationarity of light variations in the given stars can be adopted, whereas the hypothesis on normality of functions of light distribution in these stars is rejected at significance level $\alpha = 0.05$.

Eight peaks have been found in the statistic spectrum of μ Cep at 4410^d , 720^d , 364^d , 182^d , 122^d , 73^d , 42^d and 20^d . The power of peaks at 4410^d and 720^d is more than that of other peaks. As all the periods of μ Cep are found to be approximately multiple, and their power is increasing with the period increase, one may suppose that physical conditions in μ Cep promote to resonance phenomenon appearance at the frequencies inverse to periods 720^d and 4410^d .

The peak at $3^d.3$ has been found in the statistic spectrum of T Cha. Rapid attenuation of the correlation function of the T Cha light curve filtered with the aid of high frequency filter has shown that this peak presents a mean length of the T Cha light curve cycle, i.e. is a narrow-banded occasional noise.

The correlation function of RU Lup evidences the existence of a period equal to $3^d.8$ which is also a mean RU Lup light curve cycle.

Periodic components for the variables T Ori and AK Sco have not been found.

Основные характеристики исследуемых звезд перечислены в таблице 1.

Таблица 1.

№	Звезда	Тип	Количес-	Длитель-	Sp	Амплитуда
			тво наблю-	ность наблю-		
			дений	дений		
1	μ Cep	SRc	2000	20000 ^d	M2 eIa	1. ^m 90
	—	—	868	26040 ^d	—	—
2	T Ori	Inas	350	350 ^d	B8-A3ep V	2. ^m 50
3	T Cha	Ins	341	341 ^d	—	3. ^m 50
	—	—	1248	1240 ^d	—	—
	—	—	1612	161 ^{d.2}	—	—
4	RU Lup	InT	1100	110 ^d	dG5 ± e(T)	1. ^m 00
5	AK Sco	Inbs	1352	135 ^{d.2}	F5pV	1. ^m 03

В таблице 2 приводятся вычисленные для всех звезд значения выборочных оценок среднего блеска \bar{x} , дисперсии s^2 и их 95% доверительные интервалы. В последнем столбце таблицы приведены значения коэффициентов линейного тренда m . Коэффициенты линейных трендов для звезд RU Lup и AK Sco не вычислялись из-за малой длительности наблюдений этих звезд в днях. По этой же причине эти звезды не были подвергнуты тестам стационарности и нормальности, результаты которых приведены в таблицах 3 и 4. Данные таблицы 3 показывают, что гипотеза о стационарности исследуемых звезд может быть принята с уровнем значимости $\alpha = 0.05$. Из таблицы 4 видно, что распределение блеска исследуемых звезд не является нормальным. Таким образом, гипотеза о нормальности функции распределения этих звезд отвергается с уровнем значимости $\alpha = 0.05$.

Таблица 2.

Звезда	\bar{x}	s^2	$\mu, 95\%$	$\sigma^2, 95\%$	m
μ Cep	4. ^m 17	0.0578	4. ^m 17 ± 0. ^m 02	0.0525 < σ^2 < 0.0608	-3.52 · 10 ⁻⁴
T Ori	10. ^m 44	0.258	10. ^m 44 ± 0. ^m 05	0.0225 < σ^2 < 0.0302	1.18 · 10 ⁻³
T Cha	12. ^m 28	0.477	12. ^m 28 ± 0. ^m 07	0.415 < σ^2 < 0.559	-7.44 · 10 ⁻⁴
RU Lup	10. ^m 24	0.0308	10. ^m 24 ± 0. ^m 01	0.282 < σ^2 < 0.0336	—
AK Sco	10. ^m 58	0.0177	10. ^m 58 ± 0. ^m 01	0.0157 < σ^2 < 0.0187	—

Таблица 3.

Звезда	Ожидаемое число серий	Нижний интервал серий $\alpha=0.05$	Число серий \bar{u}_i	Число серий \bar{u}_i^2	Верхний интервал серий $\alpha=0.05$
μ Ser	14	10	15	15	19
T Ori	12	8	8	13	17
T Cha	15	11	11	12	20

Таблица 4.

Звезда	Количество разрядов K	Число степеней свободы	$\chi^2_{\nu}; 0.05$	χ^2
μ Ser	39	36	51	119
T Ori	15	12	21	110
T Cha	18	15	25	85

Для упорядочивания дальнейших рассуждений следует отметить, что выборочная оценка корреляционной функции будет называться просто корреляционной функцией или сокращенно — КФ. Выборочная оценка нормированной спектральной плотности в дальнейшем, там, где это необходимо чтобы не путать статистический спектр с оптическим спектром звезд, будет называться спектром мощности. Там, где это ясно из контекста, выборочная оценка нормированной спектральной плотности будет называться либо статистическим спектром, либо просто спектром, как это принято в статистике.

Отметим, что на всех нижеприведенных графиках КФ, на осях ординат отложены значения КФ — $C(k)$, а на осях абсцисс отложены сдвиги или задержки — k . На графиках спектров мощности на осях ординат отложены логарифмы значений спектров $lg S(f_1) = L(f_1)$, а на осях абсцисс отложены частоты f_1 . Для перехода к значениям сдвига в днях и истинным частотам следует пользоваться соотношениями

$$\tau^d = k \Delta \quad (1)$$

и

$$f^{-d} = f_1 / \Delta, \quad (2)$$

где Δ — величина интервала усреднения наблюдений. Например, если наблюдения усреднены за 10^d , то $\Delta = 10^d$ и, таким образом,

$$\tau^d = k \cdot 10, \quad (3)$$

$$f^{-d} = f_1 / 10. \quad (4)$$

Кроме того, вертикальная линия в правом верхнем углу графиков КФ показывает величину стандартной ошибки КФ при больших задержках. На графиках спектров мощности горизонтальная черта обозначает ширину полосы частот, а вертикальная черта — величину доверительного интервала для данного спектра. Справа от верхней части вертикальной черты на спектре даны значения вероятности, для которой построен данный доверительный интервал. Цифры справа от горизонтальной и снизу от вертикальной черт обозначают задержку корреляционной функции, для которой получен данный спектр. Число степеней свободы данного спектра ν определяется по формуле

$$\nu = 1.86 \frac{N}{L}, \quad (5)$$

где N — общее количество наблюдений; L — точка отсечения или максимальный сдвиг корреляционной функции, с которой получен данный спектр.

Рассмотрим каждую из этих звезд в отдельности.

1). μ Сер.

Кривая блеска μ Сер неоднократно исследовалась различными методами. Хассенштейн (1938) провел полную обработку наблюдений с 1845 по 1938 гг. и обнаружил 2 накладывающихся колебания с периодами 904^d и 730^d . Помимо этого, он обнаружил, что средний блеск μ Сер изменяется с периодом 13.5 года, что соответствует 4930^d .

Цесевич (1930) установил, что колебания блеска μ Сер представляются наложением трех волн. Одна волна имеет цикл 90^d и малую амплитуду $0.^m1$. Второй цикл составляет приблизительно 750^d с амплитудой $1.^m0$. Эти колебания наложены на колебание, имеющее период 13 лет, с амплитудой около $0.^m5$.

Баласогло (1949), применив периодограммный анализ Шустера, нашла четыре накладывающихся колебания (4500^d , 1100^d , 900^d и 700^d).

Ашбрук и др. (1954) исследовали кривую блеска μ Сер автокорреляционным методом и обнаружили, что кривая блеска μ Сер скорее всего является результатом стохастических процессов. Они полагают, что пик 900^d , найденный ими, является результатом узкополосового случайного шума, а не гармонического процесса.

Для построения кривой блеска μ Сер использовались данные, приведенные в работе Хассенштейна (1938). Был выбран интервал времени с 1881 по 1935 год, который совпадает с большим количеством (5275) визуальных наблюдений Плассмана. Интервалы времени, где наблюдений Плассмана оказалось недостаточно, были дополнены наблюдениями Шмидта, Цайзера (Хассенштейн, 1938) и наблюдениями Гора (Пласман, 1904), последние были взяты с поправкой $0.^m05$. Хассенштейн показал общую реальность полученной кривой.

После того, как имеющиеся наблюдения были нанесены на график и все точки были соединены плавной линией, с полученной кривой были сняты данные через равные промежутки времени. В дальнейшем кривая блеска μ Сер, все точки которой равноотстоят друг от друга на 10^d , будет обозначаться как μ Сер 10^d .

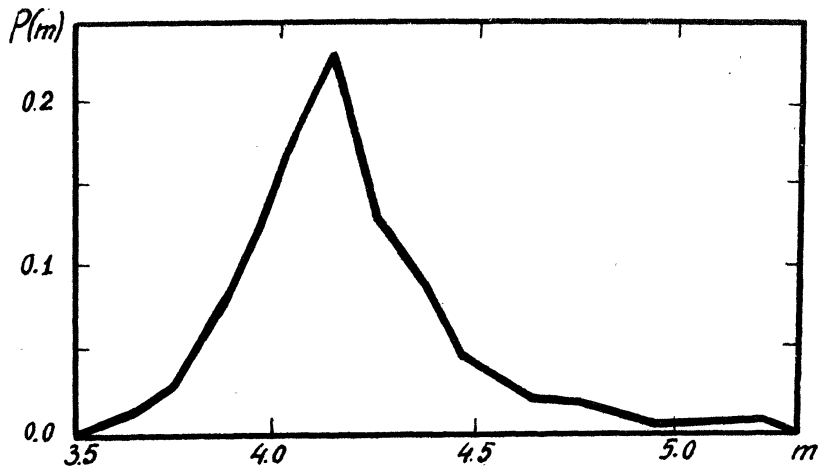


Рис. 1.

Рисунок 1 представляет график функции распределения блеска μ Сер, на оси ординат которого отложены частоты, а на оси абсцисс — звездные величины. На рисунке видно, что распределение блеска этой звезды является несколько асимметричным с предпочтительным ярким блеском. Максимум распределения приходится на $4^{\text{m}}15$.

На рис. 2 показан график корреляционной функции (КФ) μ Сер 10^{d} . Для некоторых точек КФ показаны стандартные ошибки. Там, где это можно было сделать, стандартные ошибки отложены сверху и снизу от этих точек. Вид КФ полностью совпадает с видом КФ, полученной Аш — брукком и др. (1954). На графике отчетливо виден пик, максимум которого приходится на 720^{d} . Поскольку значения КФ при самых больших задержках превышают стандартную ошибку, равную 0.08 , можно ожидать, что максимальное смещение КФ, равное 2000^{d} , является недостаточным.

Спектр мощности μ Сер 10^{d} представляет собой набор пиков (рис. 3), из которых значимыми являются пики 122^{d} , 42^{d} и 20^{d} .

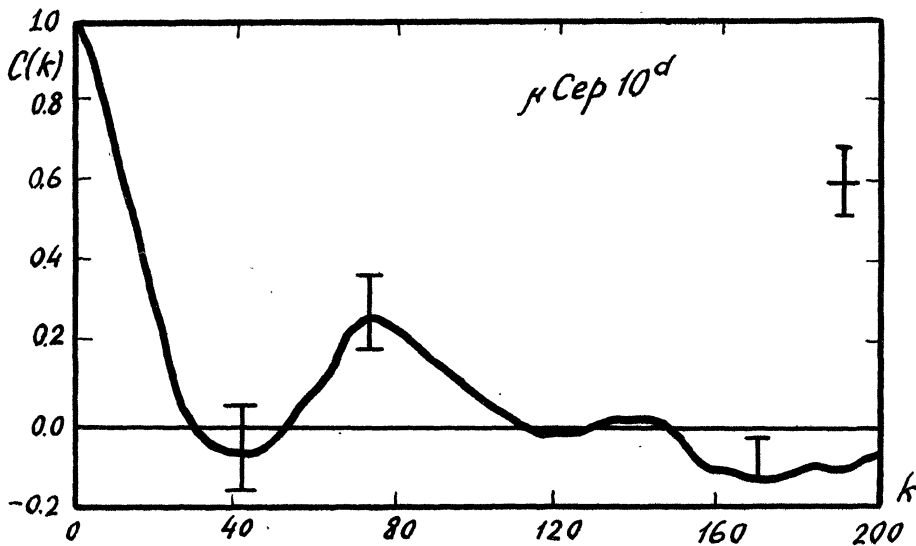


Рис. 2.

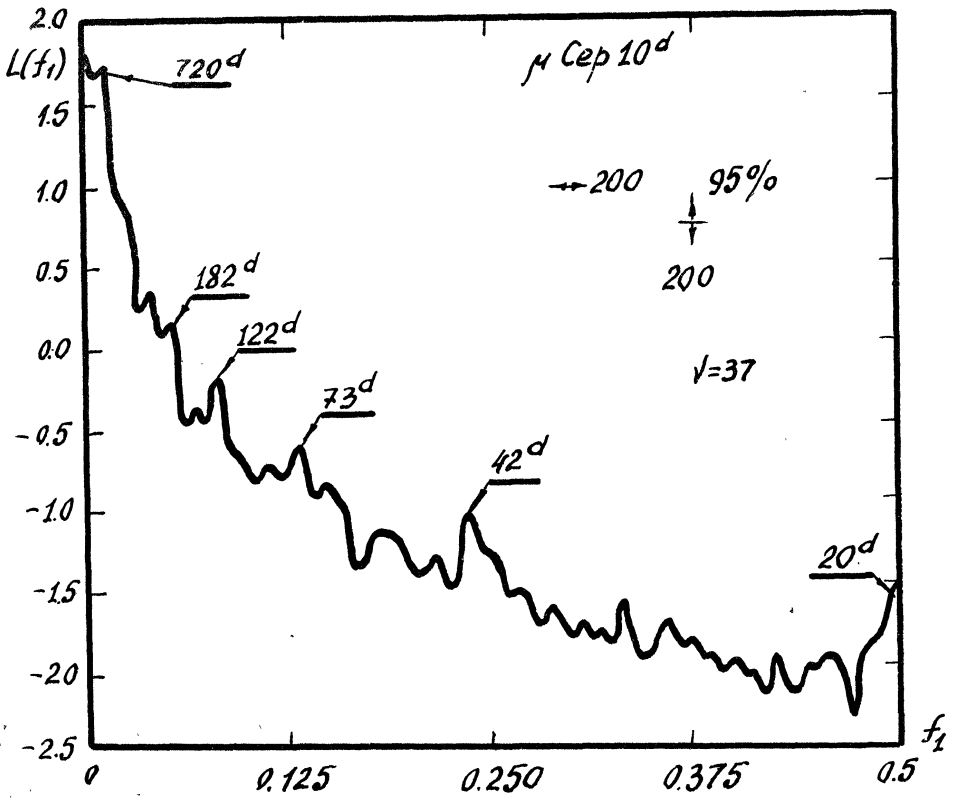


Рис. 3.

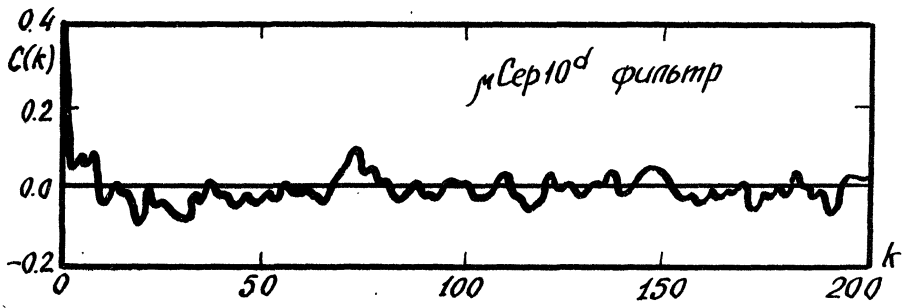


Рис. 4.

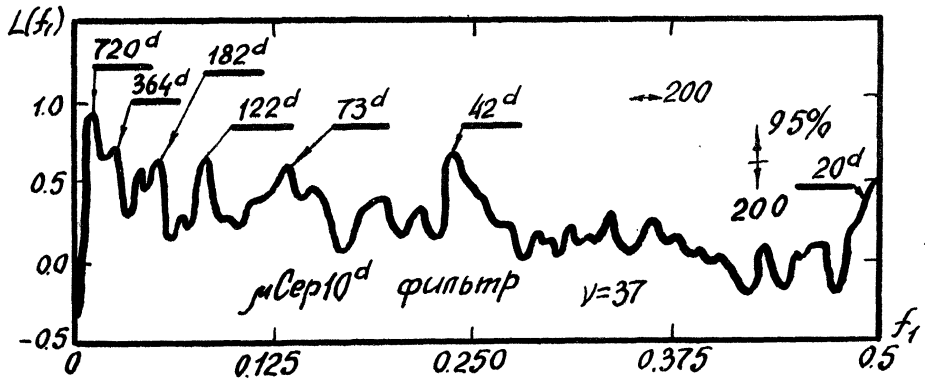


Рис. 5.

1977PZ.20.446K

Для устранения "замывающего" влияния низкочастотных составляющих спектра мощности μ Сер 10^d данные были пропущены через высокочастотный фильтр. На рисунках 4 и 5 показаны КФ и спектр мощности профильтрованного ряда. На графике спектра мощности (рис. 5) отчетливо видны пики на низких частотах, соответствующие 720^d , 364^d , 182^d и 73^d , помимо вышеуказанных пиков, которые являются значимыми. Некоторые пики недостаточно четко отделены друг от друга из-за сравнительно малого опорного периода, по которому трансформировалась КФ в ряд Фурье и смещение оценок спектра.

Для исследования возможного существования циклов с большими периодами, наблюдения П л а с с м а н а были дополнены данными других наблюдателей (Х а с с е н ш т е й н, 1938). Это позволило получить кривую блеска μ Сер за период JD 2403000 – 2428800 (1867–1937 гг.), который соответствует семидесятилетнему интервалу времени. Данные наблюдения были использованы для получения 868 равноотстоящих друг от друга на 30^d точек кривой блеска μ Сер, которая в дальнейшем будет обозначаться как μ Сер 30^d .

На графике корреляционной функции μ Сер 30^d (рис. 6) виден пик, равный 4410^d . Однако на спектре мощности μ Сер 30^d (рис. 7) пика, равного 4410^d , нет. Это можно объяснить влиянием низкочастотных составляющих спектра. Чтобы несколько уменьшить нежелательное влияние низкочастотных составляющих спектра, были вычислены КФ и спектр мощности μ Сер 30^d при исключенном линейном тренде.

График КФ кривой блеска μ Сер 30^d с исключенным линейным трендом представлен на рисунке 8. Значения стандартных ошибок для отдельных точек КФ μ Сер 30^d и стандартная ошибка КФ при больших задержках показывают, что поведение КФ при сдвигах, больших 2000^d , нельзя рассматривать как случайно флуктуирующее около нуля. Пик при $k=147$, что соответствует значению $\tau^d=4410^d$, свидетельствует о наличии периода у μ Сер, равного 4410^d .

На графике спектра мощности μ Сер 30^d (рис. 9), как и следовало ожидать, виден пик, равный 4410^d . Помимо этого, на спектре также отчетливо видны пики, равные 720^d , 364^d , 182^d , 122^d и 73^d , которые превышают доверительный интервал.

Для того, чтобы исключить влияние низкочастотных составляющих спектра мощности μ Сер 30^d , данные были профильтрованы при помощи высокочастотного фильтра. Графики корреляционной функции и спектра профильтрованного ряда μ Сер 30^d представлены на рисунках 10 и 11.

На графике спектра профильтрованного ряда μ Сер 30^d видны пять пиков, превышающих 95% доверительный интервал: 720^d , 364^d , 182^d , 122^d и 73^d .

Практика вычислений оценок спектра показывает, что дисперсия оценок спектра неравномерна и несколько большая на высоких частотах. Для уменьшения дисперсии спектра на этих частотах необходимо вычислить спектр с меньшим значением точки отсечения КФ. На рисунке 12 представлен спектр профильтрованного ряда μ Сер 30^d , для которого максимальная точка отсечения КФ $k=84$ (2520^d). Число степеней свободы для данного спектра равно $\nu=39$. На рисунке видно, что спектр на высоких частотах сгладился, что не повлияло на значимые пики. По-видимому, оценка спектра с $\nu=39$ является наиболее приемлемой.

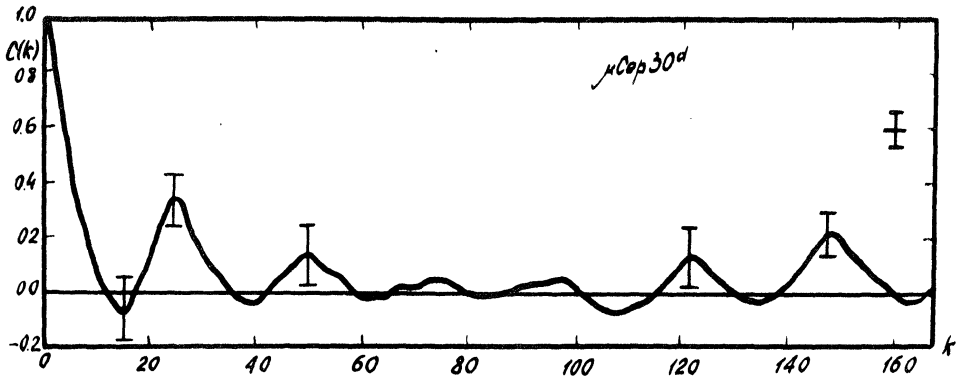


Рис. 6.

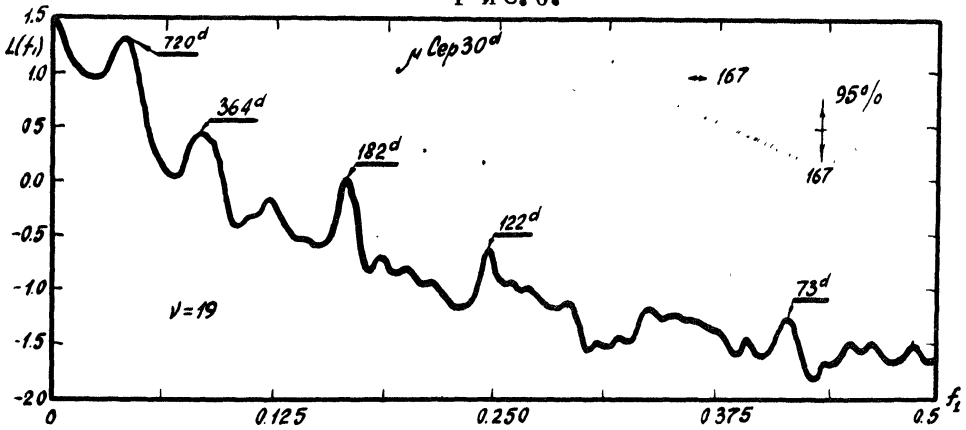


Рис. 7.

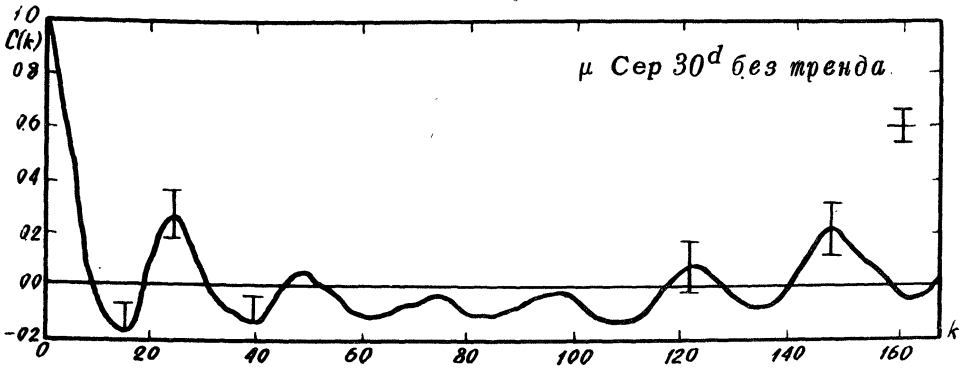


Рис. 8.

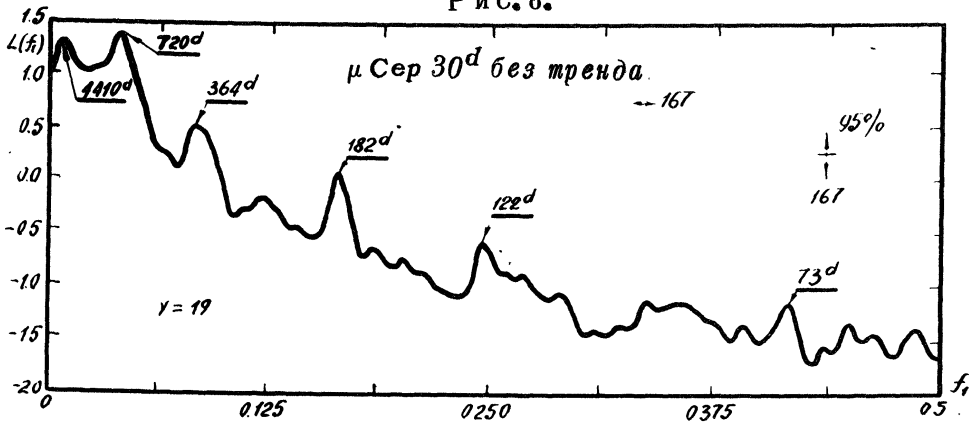


Рис. 9.

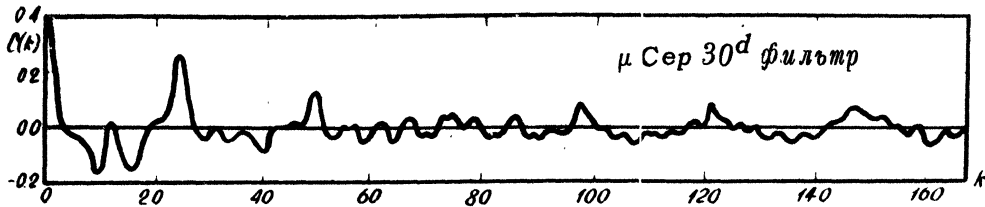


Рис. 10.

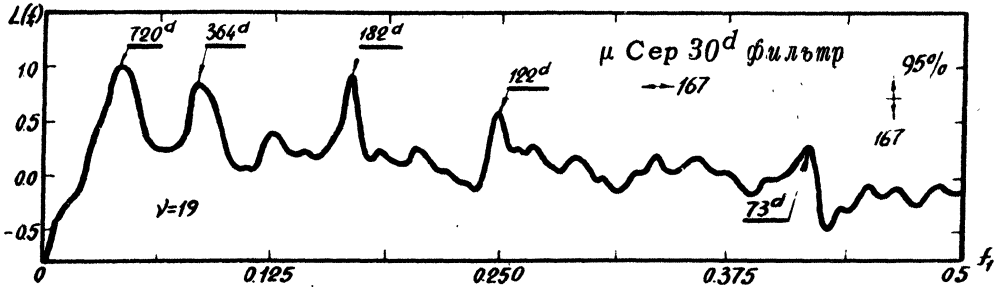


Рис. 11.

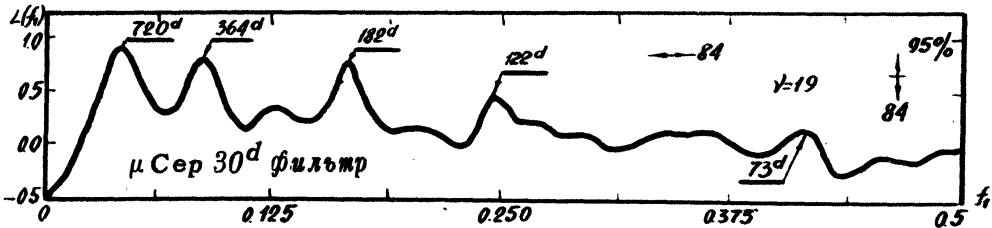


Рис. 12.

Итак, статистический анализ блеска μ Сер позволяет с 95% вероятностью утверждать:

- изменение блеска μ Сер является стационарным процессом;
- распределение блеска μ Сер не является нормальным;
- обнаружено восемь пиков на статистическом спектре μ Сер, которые соответствуют $4410^d \pm 30^d$, $720^d \pm 20^d$, $364^d \pm 6^d$, $182^d \pm 2^d$, $122^d \pm 1^d$, $73^d \pm 0.5^d$, $42^d \pm 0.2^d$ и 20^d , которые приблизительно относятся друг к другу как 220:36:18:9:6:4:2:1, причем мощность остальных пиков, по крайней мере, на порядок меньше мощности пиков 4410^d и 720^d и, таким образом, их влияние на кривую блеска μ Сер незначительно;
- видно постепенное увеличение мощности пиков с увеличением длины периода;
- периоды, равные 1100^d и 900^d , не обнаружены, хотя ширина полосы частот спектра позволяет их выделить, и если последние и существуют на самом деле, то мощность их невелика.

Используя теорию колебаний, можно попытаться качественно объяснить факт кратности периодов и постепенное увеличение мощности пиков с увеличением длины периода на спектре мощности μ Сер. Действительно, из теории колебаний известно, что если осциллятор с собствен-

ной частотой f_0 возбуждать внешней силой с частотой f , то при $f = f_0$ наступает резонанс. Однако на практике оказывается, что резонанс наступает и при $f = f_0/2, f_0/3, f_0/4$ и т.д. При этом существенно, чтобы возбуждающая сила, будучи периодической, не была гармонической.

По-видимому, физические условия на звезде μ Сер, способствуя возникновению резонансных явлений на частотах, обратных периодам 720^d и 4410^d , не создают благоприятных условий для возникновения резонанса на частотах, больших частоты, обратной периоду 720^d .

Более достоверный ответ на вопрос, являются ли пики на статистическом спектре μ Сер результатом гармонического процесса или узкополосого случайного шума, можно будет получить, подвергнув кривую блеска μ Сер тесту периодичности.

С точки зрения статистического анализа нетрудно объяснить, в чем состоит причина ошибочных выводов исследователей μ Сер.

Во-первых, наличие такого количества циклов или периодов у μ Сер чрезвычайно затрудняет ее исследование.

Во-вторых, глазомерные оценки значений периодов нередко приводят к тому, что за период принимается кажущийся период, являющийся суммарным результатом наложения нескольких колебаний.

В-третьих, применение периодограммного анализа (Баласоголо, 1949, Шарплес и др., 1966) оправдано только для детерминированных процессов. Действительно, периодограммный анализ случайного процесса приводит к тому, что оценка спектра такого процесса является настолько неустойчивой, что становится бесполезной для оценивания (Дженкинс, Ваттс, 1971). Основная причина, по которой анализ Фурье неприменим к случайным рядам, заключается в том, что он основывается на предположении, что амплитуды, частоты и фазы процесса фиксированы. Кроме того, как показал Кендалл (1946), критерий Шустера указывает на наличие гармонических периодов у заранее выбранных случайных временных рядов. Таким образом, критерий Шустера нельзя применять для оценки достоверности случайных процессов.

Следует заметить, что применение формулы (Шарплес и др., 1966)

$$C(k) = \frac{\sum_{i=1}^{N-k} u_i u_{i+k}}{\left\{ \sum_{i=1}^{N-k} u_i^2 \sum_{j=1}^{N-k} u_{i+j}^2 \right\}^{1/2}}$$

для оценивания КФ при больших задержках k приводит к монотонному возрастанию ее, в то время как КФ должна стремиться к нулю для этих задержек.

В-четвертых, применение Ашбруком и др. (1954) несмещенной оценки КФ и прямоугольного окна привело к тому, что спектральная плотность на высоких частотах у них оказалась отрицательной. Кроме того, они взяли слишком малую точку отсечения КФ и получили сильно сглаженную оценку спектра.

2). T Ori.

Данные для исследования T Ori были взяты из работы Паренаго (1946). Кривая блеска T Ori состоит из двух частей. Первая часть кривой блеска T Ori находится в интервале JD 2425850–2426025, а вторая часть – JD 2428450–2428625. В дальнейшем первая часть кривой блеска T Ori будет обозначаться T Ori I, вторая часть T Ori II и, наконец, общая кривая блеска будет обозначаться как T Ori.

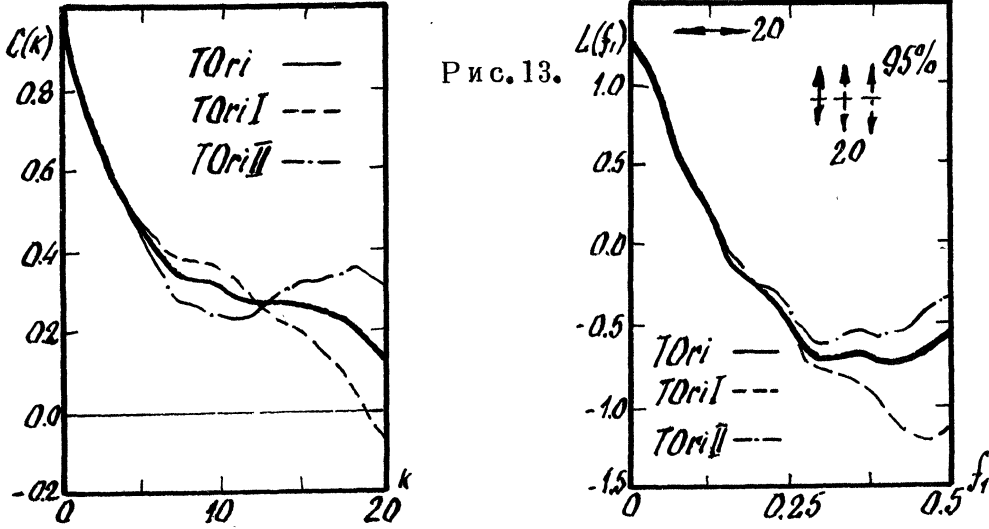


Рис. 13.

На рис. 13 представлены КФ и спектры мощности T Ori I, T Ori II и T Ori. Корреляционные функции T Ori I и T Ori II отличаются друг от друга. Если КФ T Ori I неуклонно понижается к отрицательным значениям, то КФ T Ori II не опускается ниже значения 0.2. Общий спектр мощности T Ori характеризуется наличием большой мощности на низких частотах с постепенным понижением на высоких частотах. Спектр отфильтрованного ряда T Ori показан на рис. 14. На графике видно, что это спектр белого шума. Действительно, применение критерия Колмогорова–Смирнова полностью подтверждает этот вывод. На рис. 15 представлена спектральная функция I(k) профильтрованного ряда T Ori, которая близка к теоретической спектральной функции белого шума, представляющая собой прямую, проходящую через точки (0,0) и (20,1). Параллельно теоретической спектральной функции белого шума отложены 75% доверительные границы.

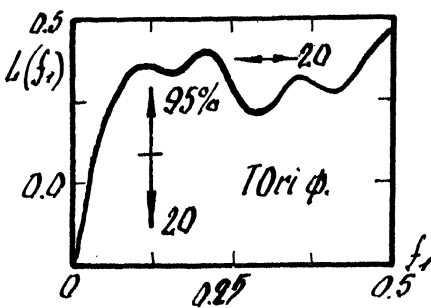


Рис. 14.

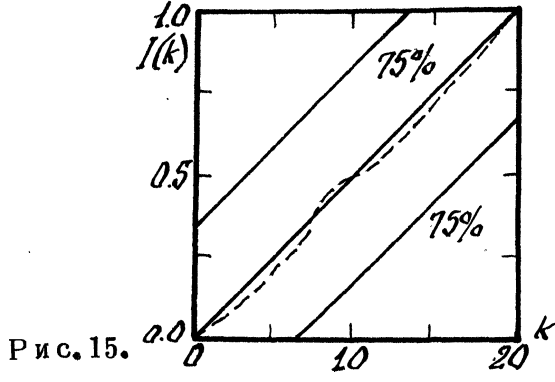


Рис. 15.

3). T Cha.

Наблюдения Хоффмейстера (1958) позволили получить 341 точку кривой блеска T Cha, расположенных через равные промежутки времени, равные 1^d . Эта кривая блеска будет обозначаться как T Cha 1^d .

На рис. 16 показаны КФ и спектр мощности T Cha 1^d . Из рисунка видно, что корреляционная функция унизана пиками, период которых равен примерно 3^d . Действительно, на графике спектра мощности T Cha 1^d отчетливо виден пик, максимум которого приходится на 3^d . Причем пик превышает 95% доверительный интервал.

Кривая блеска T Cha 1^d была профильтрована при помощи высокочастотного фильтра. Графики КФ и спектра профильтрованного ряда T Cha 1^d показаны на рис. 17. График спектра профильтрованного ряда T Cha 1^d

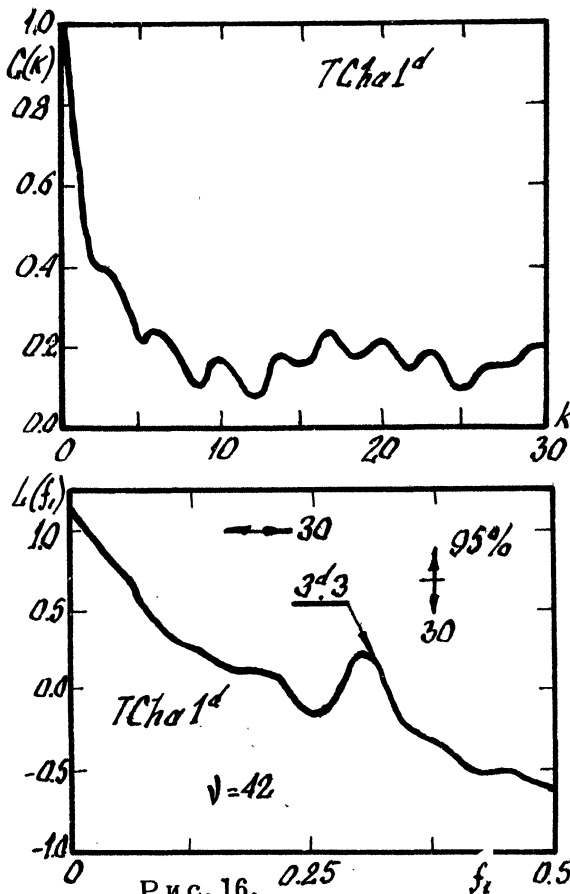


Рис. 16.

показывает, что помимо пика 3^d других пиков на нем нет. Затухание КФ профильтрованного ряда T Cha 1^d говорит о том, что пик 3^d является результатом узкополосного случайного шума.

Для исследования возможности существования больших периодов у T Cha наблюдения Хоффмейстера были дополнены наблюдениями Джонса (Хоффмейстер, 1958), приведенными с наблюдениями Хоффмейстера к одной системе. Это позволило получить кривую блеска T Cha 5^d состоящую из 248 точек, равноотстоящих друг от друга через промежуток времени 5^d .

Графики КФ и спектра мощности T Cha 5^d показаны на рис. 18. Из рисунка видно, что КФ и спектр мощности T Cha 5^d не имеют каких-либо заметных деталей.

Для выяснения, имеются ли у T Cha периоды, меньшие 1^d , на основании наблюдений Хоффмейстера (1958) были построены семь от-

дельных частей кривой блеска T Cha. В каждой из этих частей наблюдения отстоят друг от друга на промежуток времени 0^d .1. Графики средних значений КФ и спектра мощности T Cha 0^d .1 приведены на рис. 19. Спектр мощности T Cha 0^d .1 не имеет никаких пиков. Корреляционная функция T Cha 0^d .1 показывает наличие периода, большего 3^d , что соответствует ранее полученным данным. Поскольку у T Cha никаких других периодов не обнаружено кроме 3^d , вывод о том, что этот период — результат узкополосного случайного шума, подтверждается.

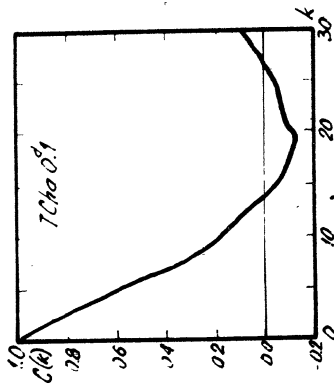
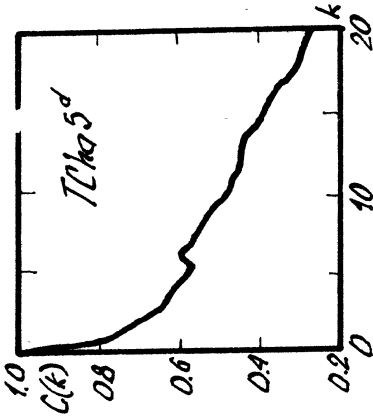
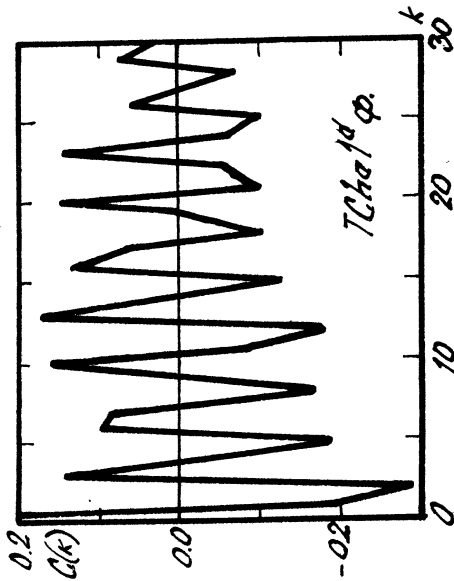


Рис. 17.

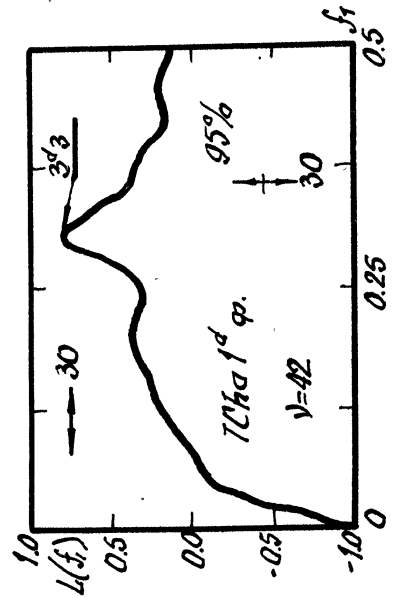


Рис. 18.

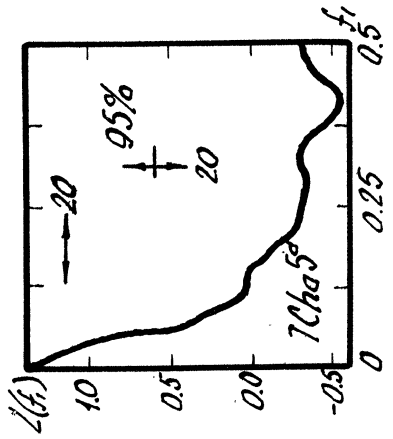
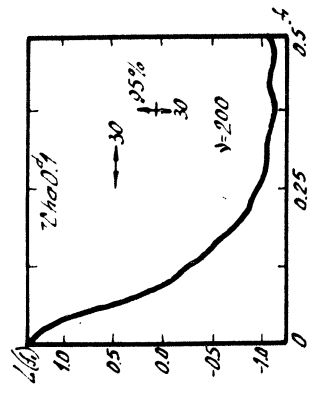
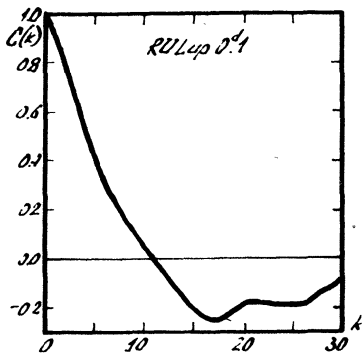


Рис. 19.

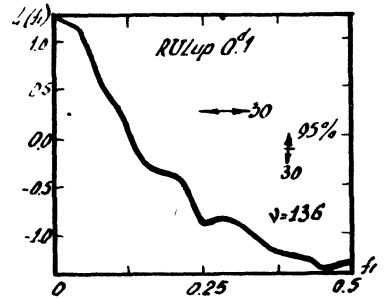


4). *RU Lup*.

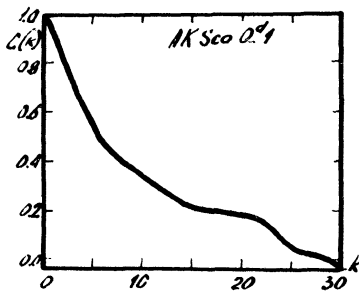
Наблюдения Хоффмейстера (1958) позволили получить пять частей кривой блеска *RU Lup*, в каждой из которых точки отстоят друг от друга через интервал времени $0^d.1$. Графики средних значений КФ и спектра мощности *RU Lup* представлены на рис. 20. Из рисунка видно, что спектр мощности *RU Lup* не содержит каких-либо заметных деталей. График КФ позволяет сделать предположение о наличии у *RU Lup* периода, большего 3^d . Если судить по минимуму КФ *RU Lup*, можно оценить, что значение периода *RU Lup* примерно равно $3^d.8$, что согласуется с данными Хоффмейстера (1956). Исследование КФ и спектра мощности отдельных частей кривой блеска *RU Lup* показало, что этот пик скорее всего результат узкополосого случайного шума.



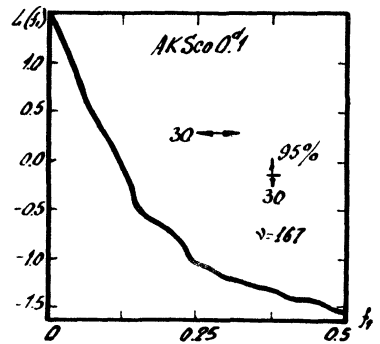
Р и с. 20.

5). *AK Sco*.

Наблюдения Хоффмейстера (1958) позволили получить шесть частей кривой блеска *AK Sco*, в каждой из которых все точки отстоят друг от друга по времени на $0^d.1$. Графики средних значений КФ и спектра мощности *AK Sco* представлены на рис. 21. Из них можно заключить, что никаких периодических компонент в исследуемом интервале частот у *AK Sco* нет.



Р и с. 21.



Автор выражает благодарность профессору В.П. Цесевичу, Ю.А. Романову, Е.Н. Макаренко и другим сотрудникам Одесской астрономической обсерватории за сделанные замечания по данной работе.

1977PZ.....20..446K

Литература:

Ашбрук и др., 1954 – Ashbrook J., Duncombe R.L., van Woerkom A.J.J., AJ 59, 12.

Баласогло В.Б., 1949, Одесс. изв. 2, вып. 1, 59.

Кендалл, 1946 – Kendall M.G., Occ. Pap. Nat. Inst. Econ. Social. Res. 9.

Паренаго П.П., 1946, Труды ГАИШ 25, 214.

Плассман, 1904 – Plassman J., Untersuchungen über den Lichtwechsell des Granatsterns μ Cephei, p. 56, Münster i.W.

Хассенштейн, 1938 – Hassenstein W., Potsd. Publ. 29, H. 1.

Хоффмейстер, 1956 – Hoffmeister C., Доклад 24.07–1956 на конференции в Будапеште.

Хоффмейстер, 1958 – Hoffmeister C., VSS 3, H. 3.

Цесевич В.П., 1930, Бюллетень астр. обс. при ЛГУ 2.

Шарплесс и др., 1966 – Sharpless S., Riegel K., Williams I.O., Journal Roy. Astr. Soc. Canada 60, 1.

Одесский гос. университет
им. И.М.Мечникова

Поступила в редакцию
28 апреля 1976 г.