

Переменные звезды **20**, 441 – 445, 1977

Variable Stars **20**, 441 – 445, 1977

Применение статистической теории выбросов для представления ненаблюдаемых частей кривых блеска переменных звезд

И. А. К л ю с

Целью данной работы является исследование с помощью теории выбросов статистических характеристик кривых блеска неправильных и полуправильных переменных звезд для представления при помощи их ненаблюдаемых частей кривых блеска переменных звезд.

The Use of Statistic Theory of Overshoots for Representing Unobserved Parts of Light Curves of Variable Stars

by I.A. Klyus

The purpose of this work is to investigate the representation of unobserved parts of light curves of variable stars with the aid of theory of overshoots of statistic characteristics on light curves of nonperiodic and semiregular variable stars.

Основная трудность применения методов статистического анализа к исследованиям изменения блеска переменных звезд заключается в том, что наблюдения не являются эквидистантными. Были предложены различные варианты преодоления этого препятствия. В работах (Лукацкая, 1969) и (Клюс, Лобусов, 1975) рассмотрена возможность проведения корреляционного и спектрального анализа кривых блеска переменных звезд, имеющих разрывы в наблюдениях. Математически данная процедура сводится к тому, что все ненаблюдаемые точки кривой блеска принимаются равными среднему арифметическому значению блеска ненаблюдаемых точек кривой блеска. В работах Ашбрук и др., 1954 и Плейжмана, 1969 значения неизвестных точек определяются при помощи интерполяции, что далеко не всегда является лучшим выходом из создавшейся ситуации.

Многие наблюдатели переменных звезд соединяют все имеющиеся точки кривой блеска плавной линией и таким образом получают картину изменения блеска данной звезды. Данная процедура дает неплохие результаты в случае плавного изменения блеска звезды или при сравнительно небольших разрывах в наблюдениях. В случае же быстрого изменения блеска звезды или сравнительно больших разрывов в наблюдениях глазомерное построение кривых блеска становится затруднительным.

В настоящей статье предлагается по известным точкам кривой блеска определить среднее значение блеска звезды. Затем, используя наблюдаемые точки, необходимо определить интервалы времени, в которых блеск звезды превышает среднее значение блеска (положительные выбросы) и интервалы времени, где блеск звезды меньше среднего значения

(отрицательные выбросы). При этом также необходимо определить максимальные отклонения блеска от их среднего значения и их расположение относительно начала выброса в каждом из выбросов. Наконец, необходимо определить средние значения искомым параметров выбросов и их разброс или дисперсию.

После определения средних параметров положительных и отрицательных выбросов можно в местах разрывов заменить недостающие звенья кривой блеска средними значениями выбросов.

В дальнейшем кривая блеска звезды будет рассматриваться как реализация случайной функции.

Пусть $x(t)$ – некоторая реализация случайной функции. Пусть l – значение ординаты функции $x(t)$. Всякое пересечение $x(t)$ уровня l будем называть выбросом. Когда случайный процесс пересекает уровень l снизу вверх, считается, что имеет место положительный выброс, в случае пересечения случайным процессом уровня l сверху вниз, считается, что имеет место отрицательный выброс.

Необходимо получить вероятностные характеристики выбросов случайного процесса такие, как: среднее число выбросов в единицу времени \bar{n} , среднее время пребывания выше заданного уровня T^+ и ниже заданного уровня T^- , вероятности положительных и отрицательных выбросов и т.д. Для получения этих характеристик нужно знать законы распределения различных величин. Поскольку они неизвестны, для определения характеристик выбросов используются методы статистики.

В качестве уровня l выбирается уровень среднего значения блеска звезды, поскольку этот уровень является наиболее приемлемым для целей прогнозирования и восстановления рядов наблюдений.

Обозначим через N число равноотстоящих точек кривой блеска, Δ – интервал усреднения наблюдений, T – общую продолжительность наблюдений, n^+ – количество положительных выбросов относительно уровня $l=0$, n^- – число отрицательных выбросов. Для всех значений параметров кривых блеска брался 90% доверительный интервал. Таким образом, математическое ожидание величины $b = M[b]$ с вероятностью 90% будет находиться в интервале

$$M[b] = \bar{b} \pm \frac{t_{\nu} (1 - \frac{\alpha}{2}) s}{\sqrt{n}}, \quad (1)$$

где \bar{b} – среднее значение случайной величины b ; s^2 – ее дисперсия; $t_{\nu} (1 - \frac{\alpha}{2})$ – доверительный интервал Стьюдента с $\nu = n - 1$ степенями свободы и n – объем выборки. Общее количество выбросов – n равно

$$n = n^+ + n^-. \quad (2)$$

Среднее число выбросов \bar{n} , имевших место в течение времени T

$$\bar{n} = \frac{n}{T}. \quad (3)$$

Средняя продолжительность положительных выбросов $-\bar{\tau}^+$ и отрицательных выбросов $-\bar{\tau}^-$ определяется из выражений

$$\bar{\tau}^+ = \frac{1}{n^+} \sum_{i=1}^{n^+} \tau_i^+ \quad (4)$$

и

$$\bar{\tau}^- = \frac{1}{n^-} \sum_{i=1}^{n^-} \tau_i^- \quad (5)$$

где τ^+ и τ^- — продолжительность i -тых значений положительных и отрицательных выбросов.

Средний статистический коэффициент симметрии кривой блеска определяется таким образом:

$$\alpha = \frac{\tau^+}{\tau^-}. \quad (6)$$

В случае $\alpha > 1$ можно говорить, что кривая блеска переменной звезды алголеподобна; если же $\alpha < 1$, можно полагать, что данная звезда подвержена вспышкам.

Общее время продолжительности положительных и отрицательных выбросов T^+ и T^- определяется выражениями:

$$T^+ = \sum_{i=1}^{n^+} \tau_i^+, \quad (7)$$

$$T^- = \sum_{i=1}^{n^-} \tau_i^-. \quad (8)$$

Значения T^+ и T^- позволяют определить вероятности положительных p^+ и отрицательных p^- выбросов:

$$p^+ = \frac{T^+}{T}, \quad (9)$$

$$p^- = \frac{T^-}{T}. \quad (10)$$

Максимальное значение i -того положительного выброса обозначается H_i^+ , а максимальное значение максимумов положительных выбросов — H_M^+ . Аналогично этому максимальное значение i -того отрицательного выброса и максимум всех их обозначаются как H_i^- и H_M^- , соответственно.

Средние интервалы между моментами начала данного выброса и моментом его максимального значения обозначаются $\bar{\theta}^+$ и $\bar{\theta}^-$ для положительных и отрицательных выбросов, соответственно.

Процедура представления ненаблюдаемых частей кривой блеска данной звезды сводится к следующему.

1). Кривую блеска доводят до среднего значения, если последняя точка перед разрывом не совпадает со средним значением.

2). Необходимо отложить, в зависимости от того, был ли до этого положительный или отрицательный выброс, чередующиеся интервалы положительных и отрицательных выбросов.

3). Средние значения максимумов восстанавливают в точках, равных среднему значению θ^+ или θ^- от начала данного выброса.

4). Точки начала, максимума положительного или отрицательного выброса и конца интервала данного выброса соединяют плавной кривой,

В таблице 1 представлены вычисленные значения параметров кривых блеска звезд μ Ser, AG Dra, T Ori и T Cha.

Поскольку кривая блеска T Ori состоит из двух отдельных частей, исследование выбросов для этой звезды проводилось для каждой части отдельно. В таблице 1 эти части обозначены как T Ori I и T Ori II.

Из таблицы видно, что средние значения интервалов положительных и отрицательных выбросов для μ Ser имеют сравнительно небольшой разброс, что, в конечном итоге, облегчает прогнозирование и представление ненаблюдаемых частей кривой блеска μ Ser. Поскольку для μ Ser $\alpha = 1.4$, то можно заключить, что кривая блеска этой звезды ближе к алголеподобным.

Таблица 1.

Звезда	μ Ser	AG Dra	T Ori I	T Ori II	T Cha	T Cha
N	860	270	175	175	341	248
Δ	30 ^d	100 ^d	1 ^d	1 ^d	1 ^d	5 ^d
T	25770 ^d	26900 ^d	174 ^d	174 ^d	340 ^d	1235 ^d
n^+	41	27	8	13	38	26
n^-	41	27	7	13	39	27
n	82	54	15	26	77	53
\bar{n}	3.2·10 ⁻³	2.0·10 ⁻³	8.6·10 ⁻²	0.15	0.23	5.3·10 ⁻²
$\bar{\tau}^+$	364 ^d	334 ^d	15 ^d	6 ^d .7	3 ^d .8	18 ^d
$M[\tau^+]$	364 ^d ±91 ^d	334 ^d ±127 ^d	15 ^d ±4 ^d	6 ^d .7±6 ^d .2	3 ^d .8±1 ^d .0	18 ^d ±13 ^d
$\bar{\tau}^-$	266 ^d	662 ^d	7 ^d .5	6 ^d .6	5 ^d	28 ^d
$M[\tau^-]$	266 ^d ±75 ^d	662 ^d ±10 ^d	7 ^d .5±6 ^d .1	6 ^d .6±2 ^d .6	5 ^d ±1 ^d .9	28 ^d ±11 ^d
α	1.4	0.5	2.0	1.0	0.76	0.64
T^+	14917 ^d	9014 ^d	122 ^d	88 ^d	146 ^d	468 ^d
T^-	10853 ^d	17886 ^d	52 ^d	86 ^d	194 ^d	1235 ^d
ρ^+	0.58	0.34	0.70	0.50	0.43	0.38
ρ^-	0.42	0.66	0.30	0.50	0.57	0.62
\bar{H}^+	0 ^m .25	0 ^m .33	0 ^m .39	0 ^m .46	0 ^m .79	0 ^m .63
$M[H^+]$	0 ^m .25±0 ^m .02	0 ^m .33±0 ^m .15	0 ^m .39±0 ^m .11	0 ^m .46±0 ^m .18	0 ^m .79±0 ^m .15	0 ^m .63±0 ^m .18
H_N^+	0 ^m .76	1 ^m .78	0 ^m .74	1 ^m .13	1 ^m .88	2 ^m .03
\bar{H}^-	-0 ^m .25	-0 ^m .18	-0 ^m .70	-0 ^m .72	-0 ^m .67	-0 ^m .63
$M[H^-]$	-0 ^m .25±0 ^m .02	-0 ^m .18±0 ^m .03	-0 ^m .70±0 ^m .28	-0 ^m .72±0 ^m .24	-0 ^m .67±0 ^m .12	-0 ^m .63±0 ^m .13
H_N^-	-1 ^m .08	-0 ^m .46	-1 ^m .46	-1 ^m .46	-1 ^m .62	-1 ^m .36
$\bar{\theta}^+$	172 ^d	154 ^d	8 ^d .3	3 ^d .1	1 ^d .9	10 ^d .0
$\bar{\theta}^-$	130 ^d	165 ^d	3 ^d .3	2 ^d .8	2 ^d .5	11 ^d .5

Если разброс среднего значения интервалов положительных выбросов у AG Dra приемлем, то разброс среднего значения интервалов отрицательных выбросов сравним с величиной среднего значения интервала отрицательных выбросов, что несколько затрудняет представление кривой блеска средним значением интервалов отрицательных выбросов. Значение $\alpha = 0.5$ показывает, что AG Dra подвержена вспышкам.

Для T Ori I разброс значения среднего интервала положительных выбросов приемлем, а разброс среднего интервала отрицательных выбросов сравним с величиной самого интервала. Для T Ori II наоборот, разброс среднего интервала положительных выбросов велик, а разброс среднего значения интервала отрицательных выбросов приемлем. Кроме того, значение среднего статистического коэффициента симметрии кривой блеска T Ori I равно 2, что заставляет отнести кривую блеска T Ori I к алголеподобным, значение же α для T Ori II равно 1, т.е. кривая блеска T Ori II в среднем симметрична. Такое различие коэффициентов α для T Ori I и T Ori II приводит к выводу, что выборки, представляемые каждой из частей кривой блеска T Ori, не являются представительными. Поэтому статистический анализ T Ori необходимо проводить для двух частей кривой блеска T Ori вместе.

Значение $\alpha = 0.76$ для кривой блеска T Cha с интервалом усреднения, равным 1^d , скорее всего относит эту звезду к вспыхивающим, что и подтверждается значением $\alpha = 0.64$ для кривой блеска T Cha с интервалом усреднения, равным 5^d . Разброс τ^+ и τ^- для T Cha приемлем.

Автор выражает благодарность Е.М. Макаренко за сделанные замечания по данной работе.

Литература

1. Ашбрук и др., 1954 — Ashbrook J., Duncombe R.L., van Woerkom A.J.J. AJ 59, 12.
2. Ключ И.А., Лобусов И.И., 1975, ПЗ 20, 13.
3. Лукацкая Ф.И., 1969, "Статистические исследования блеска неправильных и полуправильных переменных звезд". "Наукова думка", Киев.
4. Плейжманн, 1969 — Plagemann S., "Non-Periodic phenomena in variable stars", IAU Colloquim, Budapest, 1, 21.

Одесский гос. университет
им. И.М.Мечникова

Поступила в редакцию
28 апреля 1976 г.