Переменные звезды **20**, *93–98, 1975*
Variable Stars **20**, *93–98, 1975*

О диаграмме градиентов и ее интерпретации

Е. Н. Макаренко

Рассмотрена причина, в результате которой звезды типов RR, CW и Cδ на диаграмме градиентов (G_U, G_V) располагаются в виде вытянутой полосы. Показано, что положение цефеид I типа населения на этой диаграмме вполне может быть объяснено в рамках гипотезы абсолютно черного тела с переменным радиусом и температурой. Рассмотренные три модели указывают, что у этих звезд с ростом температуры происходит уменьшение эффективного радиуса во всех спектральных диапазонах.

On the Gradient Diagram and Its Interpretation

by E. N. Makarenko

The reason of occupation by RR, CW and Cδ–type stars of an extended band position on the gradient diagram (G_U, G_V) is considered. It is shown that the position of the Population I cepheids on the diagram can be explained by the hypothesis of an absolutely black body with the variable radius and temperature. Three models concerned indicate that the effective radius is decreased in all the spectral ranges as the temperature of the stars rises.

1. В серии работ (Лукацкая, 1970; Хейло, 1969; Колесник, 1969; Колесник, Лукацкая, 1970; Колесник, Хейло 1970); Колесник, 1971) была предложена к рассмотрению диаграмма градиентов, характеризующая положение переменных звезд на плоскости $G_U = \frac{dU}{dB}$, $G_V = \frac{dV}{dB}$ и указывалось, что по значениям градиентов и соотношениям между ними, возможно, выделять механизмы переменности блеска и находить соотношения между параметрами, характеризующими происходящие процессы. На этой диаграмме была выделена область расположения цефеид (звезд типов RR, CW и Cδ), и вытянутость этой полосы вдоль линии

$$G_V = 1.07 - 0.316\, G_U \qquad (1)$$

интерпретировалась как результат особого поведения звезд рассматриваемого класса и значительного уклонения их излучения от чернотельного.

Связь между градиентами найти нетрудно, поскольку

$$\frac{d(U-B)}{dB} = \frac{dU}{dB} - 1 = G_U - 1 \quad \text{и} \quad \frac{d(B-V)}{dB} = 1 - \frac{dV}{dB} = 1 - G_V$$

и

$$\frac{G_U - 1}{1 - G_V} = \frac{d(U-B)}{d(B-V)} = a, \text{ откуда } G_U = 1 + a - aG_V \qquad (2)$$

Здесь a – угловой коэффициент касательной, проведенной к линии собственных цветов звезд на двухцветной диаграмме $(U-B)^0-(B-V)^0$. Обычно в рассмотрении участвуют не $\frac{dU}{dB}$ и $\frac{dV}{dB}$, а $\frac{\Delta U}{\Delta B}$ и $\frac{\Delta V}{\Delta B}$, тогда в соотношениях (2) a является угловым коэффициентом хорды, стягивающей соответствующий отрезок линии собственных цветов. Он приближенно равен среднему значению a на этом отрезке. Для чернотельного излучения a постоянно на всем интервале значений B–V. У звезд наличие бальмеровского скачка, попадающего в полосу U и имеющего максимум у звезд спектрального класса A0, приводит к сильному и весьма неправильному изменению U–B при монотонном изменении B–V, а отсюда к искривлению линии собственных цветов и различию этих линий для звезд разных классов светимости. Последнее обстоятельство приводит к значительному и в широких пределах изменению a в зависимости от значения $\langle B-V\rangle^0$ и величины амплитуды B–V, от класса светимости, от присутствия (в основном у переменных II типа населения) избыточного ультрафиолетового излучения, незначительно от величины межзвездного покраснения.

Градиенты звезд, отнесенных к классу цефеид подчиняются, следовательно не одной линейной зависимости, а семейству с параметром a. Множество значений a и приводит к описанному у Хейло (1969) расположению этих звезд на диаграмме градиентов. Значит, при интерпретации излучения цефеид никоим образом нельзя общее направление последовательности точек, представляемое линейным ходом (1), трактовать как зависимость между градиентами G_U и G_V у цефеид и на основании этой формулы строить модели для описания изменений температуры и радиуса у этих пульсирующих переменных.

2. В связи с нашим замечанием интересно пересмотреть предложенные Колесником (1971) модели цефеид, базировавшиеся на неверной предпосылке.

Пусть как и у Колесника (1971):

$$\Delta Q = \Delta Q_T (1 - n_Q) \tag{3}$$

$$n_Q = \frac{a_Q}{\Delta Q_T}, \tag{4}$$

где

$$a_Q = 5\lg\left(\frac{R_1}{R_2}\right)_Q = -\Delta m_{RQ} \tag{5}$$

$$\Delta Q_T = -2.5 \lg\left(\frac{F_1}{F_2}\right)_Q \tag{6}$$

(ΔQ_T – изменение блеска вследствие изменения температур).

Тогда

$$G_U = G_U^T \frac{1-n_U}{1-n_B}$$

и

$$G_V = G_V^T \frac{1-n_V}{1-n_B}$$

Не накладывая никаких ограничений на n_Q, получим:

$$G_U = \frac{G_U^T}{G_V^T}\left(\frac{1-n_U}{1-n_V}\right) G_V.$$

Одновременно должно выполняться соотношение (2). При зависимости между a и n_U, n_V, G_U^T и G_V^T обе линии в плоскости G_V, G_U можно привести к совпадению.

Обе линии совпадают, когда $a = -1$ и $\frac{G_U^T}{G_V^T} = \frac{1-n_U}{1-n_V} = 1$, что соответствует случаю $G_V = G_U$ (в области цефеид $C\delta$ такое соотношение не выполняется, но близко к нему оно у звезд типа RR Лиры).

Допустим, вслед за Колесником (1971), что

$$n_U = q_2 G_V \quad \text{и} \quad 1 - n_V = q_1 G_V \quad (\text{I случай}) \tag{7}$$

либо

$$n_U = 1 - p_1 G_U \quad \text{и} \quad n_V = p_2 G_U \quad (\text{II случай}) \tag{8}$$

В I случае:

$$G_U = \frac{G_U^T}{G_V^T}\,\frac{1}{q_1} - \frac{G_U^T}{G_V^T}\,\frac{q_2}{q_1}\,G_V, \tag{9}$$

и из сравнения с (2) получаем:

$$q_1 = \frac{G_U^T}{G_V^T}\,\frac{1}{1+a} \qquad q_2 = \frac{a}{1+a}$$

и

$$n_U = \frac{a}{1+a}G_V; \quad n_B = 1 - \frac{G_U^T}{1+a}; \quad n_V = 1 - \frac{G_U^T}{G_V^T}\,\frac{G_V}{1+a} \tag{10}$$

Во II случае:

$$G_U = \frac{1}{p_2} - \frac{G_U^T}{G_V^T}\,\frac{p_1}{p_2}\,G_V \tag{11}$$

$$p_1 = \frac{G_V^T}{G_U^T}\,\frac{a}{1+a} \quad \text{и} \quad p_2 = \frac{1}{1+a}$$

и

$$n_U = 1 - \frac{G_V^T}{G_U^T}\,\frac{a}{1+a}G_U; \quad n_B = 1 - \frac{aG_V^T}{1+a}; \quad n_V = \frac{G_U}{1+a} \tag{12}$$

и отношения в I случае:

$$\frac{a_V}{a_B} = G_V^T\left[1 + \frac{G_U^T\left(1 - \frac{G_V}{G_V^T}\right)}{1+a-G_U^T}\right]; \quad \frac{a_U}{a_B} = \frac{aG_VG_U^T}{a+1-G_U^T} \tag{13}$$

и во II случае:

$$\frac{a_V}{a_B} = \frac{G_V^T G_U}{1+a(1-G_V^T)}; \quad \frac{a_U}{a_B} = G_U^T\left[1 + \frac{a\left(1-\frac{G_U}{G_U^T}\right)}{1+a(1-G_V^T)}\right]. \tag{14}$$

I случай соответствует выражению параметров через градиент G_V, II – через G_U.

$$\frac{n_V^{I}}{n_V^{II}} = 1 + \left[a - \frac{G_U^T}{G_V^T}\right]\frac{G_V}{G_U};$$

$$\frac{n_B^{I}}{n_B^{II}} = 1 + \frac{aG_V^T - G_U^T}{1 + a - aG_V^T}; \tag{15}$$

$$\frac{n_U^{I}}{n_U^{II}} = \frac{aG_V}{1 + a\left[1 - \frac{G_V^T}{G_U^T} G_U\right]};$$

Как видно из (15) оба случая совпадают, если $a = \frac{G_U^T}{G_V^T}$; с уменьшением a различия возрастают и становятся весьма существенными при $a = 0$: I случай дает $n_U = 0$, а n_B и n_V близки к нулю, II – дает $n_U = n_B = 1$, $n_V \approx 1$. Для классических цефеид два представления не очень отличаются между собой. Если принять для звезд типа $C\delta$ средние значения, посчитанные для двадцати звезд с различными значениями периода, т.е. $a = 0.93$, $G_V = 0.66$, $G_U = 1.34$ и согласиться, что $G_V^T = 0.82$ и $G_U^T = 1.02$, то в I случае $n_U = 0.33$, $n_B = 0.49$, $n_V = 0.57$, $\frac{a_V}{a_B} = 0.98$, $\frac{a_U}{a_B} = 0.69$,

а во втором $n_U = 0.48$, $n_B = 0.61$, $n_V = 0.69$, $\frac{a_V}{a_B} = 0.93$, $\frac{a_U}{a_B} = 0.77$.

3. Воспользуемся хорошо известным выражением:

$$M_\lambda = C_\lambda - 5\lg R_\lambda + \frac{1.562}{\lambda T} + x_\lambda(T) \tag{16}$$

и будем считать, что для излучения цефеид справедливо:

$$\frac{1.562}{T} \doteq \frac{(B-V)^0 - 0.72}{\frac{1}{\lambda_B} - \frac{1}{\lambda_V}}, \tag{17}$$

тогда

$$\Delta m_\lambda = 5\lg\left(\frac{R_1}{R_2}\right)_\lambda + \frac{\frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{\lambda_B} - \frac{1}{\lambda_V}}\Delta(B-V) + \Delta x_\lambda(T) \tag{18}$$

Если принять в качестве изофотных длин волн системы UBV $\lambda_V = 5500$ Å, $\lambda_B = 4463$ Å ($\lambda_{эфф.}$ для SpG, Аллен, 1964), и $\lambda_U = 3937$ Å, то

$$\Delta V = -5\lg\left(\frac{R_1}{R_2}\right)_V + 4.298\,\Delta\,(B-V) + \Delta x_V$$

$$\Delta B = -5\lg\left(\frac{R_1}{R_2}\right)_B + 5.298\,\Delta\,(B-V) + \Delta x_B \qquad (19)$$

$$\Delta U = -5\lg\left(\frac{R_1}{R_2}\right)_U + 6.006\,\Delta\,(B-V) + \Delta x_U$$

Отсюда легко получить выражения для $1-n_V$, $1-n_B$, $1-n_U$ и

$$\frac{a_V}{a_B} = 1 + \frac{\Delta x_V - \Delta x_B}{a_B}$$

$$\frac{a_U}{a_B} = 1 + \frac{\Delta\,(B-V)}{a_B}\,(0.708-\alpha) - \frac{\Delta x_B - \Delta x_U}{a_B} \qquad (20)$$

Отношение $\frac{a_V}{a_B} \gtrless 1$, поскольку $\Delta x_V \gtrless \Delta x_B$; знак разности $\frac{a_U}{a_B} - 1$ зависит от величины α, в основном определяемой средним собственным цветом.

$$\frac{a_U}{a_B} < 1 \text{ при } \alpha > \beta,$$

$$\frac{a_U}{a_B} = 1 \text{ при } \alpha = \beta, \quad \text{здесь } \beta = 0.708 - \frac{\Delta x_B - \Delta x_U}{\Delta\,(B-V)}$$

$$\frac{a_U}{a_B} > 1 \text{ при } \alpha < \beta.$$

4. Сравним эту модель с предыдущими. Воспользуемся средними значениями амплитуд, найденными для тех же 20 цефеид, $\Delta V = 0.775$, $\Delta\,(B-V) = 0.414$, $\Delta\,(U-B) = 0.405$ и $\Delta X_V = 0.015$, $\Delta X_B = 0.007$, $\Delta X_U = 0.005$. Тогда получим $n_V = 0.568$, $n_B = 0.459$, $n_U = 0.360$ – величины близкие к тем, которые дает нам I вариант. Отсюда можно заключить, что достаточно верное представление об изменениях радиуса звезд типа $C\delta$ мы получаем в случае I.

Величины $\frac{a_U}{a_B}$ и $\frac{a_V}{a_B}$, посчитанные с использованием формул (20), равны соответственно 0.89 и 1.00, т. е. отличаются от значений, найденных в случае I. Основная причина различий в несовпадении значений G_V^T при двух рассмотрениях. При принятых нами изофотных длинах волн

$$G_U^T = 1.132 \text{ и } G_V^T = 0.815 \qquad (21)$$

различие в значениях G_U^T оказывается существенным. Величина температурного градиента $G_U^T = 1.020$ получена по фотометрическим характеристикам моделей атмосфер де Ягера и Невена (1964) для $\lg g = 1$

(и без учета "покровного" эффекта); чтобы получить ее из соотношения (18) нужно допустить, что изофотная $\lambda_U = 4375$ A°, что маловероятно. Поэтому можно предполагать, что значение градиента $G_U^T = 1.020$ для звезд типа Cδ оказывается заниженным. Если же в случае I для температурных градиентов принять значения (21), то $n_U = 0.33$, $n_B = 0.42$, $n_V = 0.53$, $\frac{a_U}{a_B} = 0.87$, $\frac{a_V}{a_B} = 1.02$ и согласие между значениями $\frac{a_U}{a_B}$ и $\frac{a_V}{a_B}$ получается хорошее.

В отличие от Колесника (1971) мы приходим к выводу, что с увеличением температуры у звезд типа Cδ уменьшение эффективного радиуса происходит во всех спектральных диапазонах. Относительные изменения радиуса в B и V лучах совпадают, а в U они меньше. По-видимому, сказываются различия эффекта потемнения диска звезды к краю в трех спектральных диапазонах. Корректно посчитанные отношения $\frac{a_U}{a_B}$ и $\frac{a_V}{a_B}$ могут быть использованы для проверки теоретических расчетов коэффициента потемнения диска к краю у сверхгигантов.

Литература:

Аллен, 1964 – Allen C.W., in "Astrophysical Quantities", London.

Лукацкая, 1970, Астрометрия и астрофизика 9, 38, "Наукова думка", Киев.

Колесник, 1969 – Kolesnik I.G., IBVS No. 359.

Колесник И.Г., 1971, Астрометрия и астрофизика 12, 13, "Наукова думка", Киев.

Колесник И.Г., Лукацкая Ф.И., 1970, ПЗ 17, 224.

Колесник И.Г., Хейло Э.С., 1970, ПЗ 17, 234.

Хейло Э.С., 1960 – Khejlo E.S., IBVS No. 356.

Ягер де, Невен, 1967 – Jager C. de, Neven L., BAN Suppl 2, 125.

Астрономическая обсерватория
Одесского гос. университета
им. И.И. Мечникова

Поступила в редакцию
14 февраля 1975 г.