ПЕРЕМЕННЫЕ ЗВЕЗДЫ

Том 18 №6 (138) 1973

Машинный анализ кривых блеска затменных двойных систем (Доклад на XVII-ой конференции Комиссии по переменным звездам Астрономического Совета АН СССР в КрАО 24–27 октября 1972 г.)

М. И. Лавров

Дан обзор машинных методов, разработанных в Казани для анализа кривых блеска затменных двойных систем.

Computer Solutions of the Eclipsing Binaries Light Curves

by M. I. Lavrov

(Report on the 17 th Conference of the Variable Stars Comission of the Astronomical Council of the USSR in the Crimean Astrophysical Observatory, October 24 – 27, 1972)

Computer methods of the eclipsing binares light curves solution is given. These methods were developed in Kazan.

Введение.

Переход к вычислению элементов фотометрической орбиты у затменных двойных систем с помощью ЭВМ состоял на первых порах в механическом программировании классических обратных методов. Позднее стали разрабатываться специальные машинные модификации этих методов. Обзор работ такого типа сделан В.М.Табачником (1971). Однако, вместо того чтобы программировать обратные методы, в ряде случаев выгоднее запрограммировать вычисление теоретической кривой и сравнить ее с наблюдениями. Такой путь определения элементов фотометрической орбиты называется прямым, поскольку он основан на использовании самих функций $\alpha(k,p)$, а не на их обращении относительно p. Идея о возможности такого пути была высказана В.П.Цесевичем (1947). Реализация этой идеи стала возможной только с помощью ЭВМ.

Элементы фотометрической орбиты в прямых методах отыскиваются путем минимизации суммы квадратов уклонений теоретической кривой от наблюденных точек при определеной системе перебора значений элементов.

Внедрение машинных методов анализа потребовало создания методики машинных вычислений функций $\alpha(k,p)$. Первые программы таких вычислений были составлены Юркевичем (1964) и Линнеллом (1970). Они основаны на прямом вычислении эллиптических интегралов (Цесевич, 1936) и потому оказались очень большими по объему. Так программы Линнелла, например, занимают более 7300 ячеек памяти машины IBM 7094 и ими трудно воспользоваться при работе на меньших ЭВМ.

Новый метод вычисления функций $\alpha(k,p)$. Автором (Лавров, 1972б) разработан новый метод вычислений функций $\alpha(k,p)$, основанный на разбиении закрытой части диска затмеваемой звезды на n концентрических полосок. В отличие от ранее использовавшегося ручного варианта этого приема (Шульберг, 1971) и его недавнего машинного переложения (Нельсон и Девис, 1972) в новом методе каждая полоска делится на две части. Потеря блеска с первой, обычно и большей части, вычисляется по точным формулам, а со второй, треугольной по форме — по приближенным. Так как вторые части полосок малы, высокая точность значений $\alpha(k,p)$ достигается при умеренных значениях n. Новый метод очень удобен для программирования. Алгоритм вычислений оказался простым, кратким (около 200 ячеек памяти ЭВМ "Наири") и универсальным: он пригоден как для вычисления самих функций α любых типов, так и их производных. Большая гибкость метода позволила распространить этот алгоритм на модель шар-эллипсоид (Лавров, 1972а) и на случай нелинейного закона потемнения к краю дисков компонентов. На базе этого алгоритма и на основе аппроксимационных формул для $^D\alpha(k,p)$ (Флигель и Вильсон, 1968; Минци, 1970) в Казани разработаны обратные и прямые методы определения элементов фотометрической орбиты.

Обратные методы. Один из обратных методов представляет собою модификацию метода Копала (1959) и может использоваться как в ручном, так и в машинном вариантах. Поскольку итерации по k в методе Копала сходятся плохо, а в случае прохождения в главном минимуме часто не сходятся вообще, в модифицированном методе (Лавров, 1971а) k не вычисляются, а отыскиваются путем проб по минимуму суммы квадратов уклонений теоретической кривой от наблюденных точек. Такой же прием используется и при отыскании коэффициента потемнения к краю диска главной звезды (Лавров, 1970в, 1973). Для облегчения использования метода в ручном варианте составлены таблицы функций $^xH(k,\alpha) = {}^xp({}^xpk+2)$ для происхождений и покрытий при значениях x, k, равных соответственно 0,0.1 ... 0.9, 1 и 0.20, 0.25 ... 0.95, 1.00. В модифицированном методе Копала существенно упростилась методика оценок погрешностей элементов (Лавров, 1970б, 1973). Закончена "машинизация" и первого, графического, метода Копала. Обратные методы использованы для анализа кривых блеска более 20 затменных систем, в том числе W Del (Лавров, 1970б), YZ Cas (Лавров, 1970в), S Cnc (Лавров, 1973), FK Aql, MN Cas, XZ Per (Лавров, 1971а).

Прямые методы. За последние годы разработано много вариантов прямого метода для различных типов ЭВМ и различных по сложности теорий интерпретации кривых блеска (Горак, 1970; Вуд, 1971; Вильсон и Дэвиней, 1971; Черепащук, 1971; Нельсон и Дэвис, 1971 и др.). В большей их части для начала процесса минимизации суммы квадратов уклонений необходимы достаточно точные значения исходных элементов. В наших вариантах (Лавров, 1970а, 1971б) предварительные сведения об элементах орбиты не требуются. Это становится возможным благодаря тому, что пределы изменения испытываемых значений параметров k, r_2, $\cos^2 i$, L_2 в нем ограничены в результате использования соотношения $\cos i = r_2(p_0 + 1/k)$ и зависимости $p_0(k)$, получаемой из численного решения уравнения глубин:

$$\frac{1-\lambda_{oc}}{x_2{}_{\alpha}^{oc}(k, p_0)} + \frac{1-\lambda_{tr}}{x_1{}_r(k) \cdot x_1{}_{\alpha}^{tr}(k, p_0)} = 1 .$$

При распространении метода на эксцентрические орбиты (Лавров, 1971в) появляются еще два неизвестных элемента e и ω. Значения p_0 в серединах главного и вторичного затмений в этом случае не одинаковы, а связаны соотношением

$$p_0'' = (p_0' + 1/k)\,\frac{1+e\sin\omega}{1-e\sin\omega} - \frac{1}{k},$$

содержащем e и ω, которые в свою очередь связаны зависимостью $\omega(e)$, получаемой из условия $\partial_{\overline{II}} = \pi$ для момента нижнего соединения главной звезды. Существование двух дополнительных условий облегчает поиск элементов и в этом случае. На заключительном этапе используется метод дифференциальных поправок, т.е. решается взвешенная система уравнений вида:

$$\frac{\partial f}{\partial k}\Delta k + \frac{\partial f}{\partial r_2}\Delta r_2 + \frac{\partial f}{\partial \cos^2 i}\Delta\cos^2 i + \frac{\partial f}{\partial e}\Delta e + \frac{\partial f}{\partial \omega}\Delta\omega + \frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2 +$$

$$+ gf\Delta L_2 = O - C,$$

где для покрытий $f = \alpha_j^{oc}$, $g = 1$ и для прохождений $f = r\alpha_j^{tr}$, $g = -1$. Прямым методом определены элементы фотометрической орбиты у систем AT Peg, W Del (Лавров, 1971б), S Cnc (Лавров, 1973), XX Cep (Лавров, 1973), HS Her (Мартынов и Лавров, 1972) и др.

<u>Прямой метод для модели шар-эллипсоид.</u> Как показал Крат (1939), кривые блеска некоторых полуразделенных систем можно анализировать в рамках модели шар-эллипсоид. Замена эллиптического диска спутника вписанной окружностью, проходящей через вершину эллипса, обращенную к диску главной звезды, позволяет вычислять $^{x}\alpha_{\text{круг}} \simeq {}^{x}\alpha_{\text{элл}}$ и тем самым сводить задачу к использованию методики, разработанной для шаровых звезд (Лавров, 1971б). Задав отношения полуосей спутника из условия наполнения им критической эквипотенциальной поверхности, мы (Лавров и Лаврова, 1973) для главной звезды системы RW Tau (Глант, 1959) получили значения коэффициентов потемнения $x_V = 0.31$, $x_B = 0.44$, $x_U = 0.36$ в хорошем согласии с их теоретическими величинами (Клинглесмит и Собеский, 1970). Попытки же одновременного определения наряду с дру-

гими элементами и коэффициента потемнения, и параметров эллипсоидальности не привели к достоверным результатам. Точность определения полуосей спутника оказалась порядка $\pm 0.05 \div \pm 0.07$, и поэтому включение в анализ параметров эллипсоидальности ведет к существенному снижению точности определения других элементов.

Прямой метод для нелинейного закона потемнения. Как показали Киперман и Шульберг, (Шульберг, 1971), теоретическое распределение яркости по диску звезд ранних спектральных классов может быть с достаточной точностью представлено при целочисленных значениях $n=2$ или $n=3$ формулой Ван Вира:

$$I_\lambda(\mu) = 1 - u(1-\mu) - v(1-\mu)^n ,$$

в которой μ есть косинус угла между нормалью к поверхности звезды в рассматриваемой точке и направлением к наблюдателю. Потери блеска в этом случае выражаются через интегралы, содержащие μ в различных степенях от 0 до n. Интегралы с четными степенями μ^0 и μ^2 могут быть вычислены по точным формулам, а интегралы с нечетными степенями μ и μ^3 – по той же методике, что и функции α. Примеры определения элементов фотометрических орбит с учетом нелинейности закона потемнения к краю приведены в таблице 1 (B – кривая системы RW Tau анализировалась в рамках модели шар-эллипсоид при $i = 90°$, $b_1/a_1 = 0.88$, $b_1/c_1 = 1.04$). Подобный анализ может служить решению двух задач. Выведенные из наблюдений параметры нелинейного закона потемнения можно использовать для проверки их теоретических значений, полученных из моделей звездных атмосфер. Однако, при современной точности наблюдений результаты, полученные даже для самых лучших кривых, являются лишь демонстрацией формальной возможности решения этой задачи. Вторая задача – получение более точных значений элементов фотометрической орбиты – пока также не имеет смысла: учет нелинейности закона потемнения, как видно из табл. 1, практически не изменяет элементы фотометрической орбиты, полученные при линейном законе потемнения. Таким образом, подтверждаются выводы о нецелесообразности использования в настоящее время нелинейных законов потемнения при определении элементов фотометрической орбиты (Шульберг, 1972; Григар, Купер, Юркевич, 1972).

Таблица 1

Элементы фотометрической орбиты (ошибки вероятные) систем RW Tau и YZ Cas

Параметр	RW Tau, "B" кривая (Грант, 1959); Sp B8 V			YZ Cas, $\lambda_e \approx 650\mu$ (Крон, 1942); Sp A3		
	линейн. закон	нелин. закон $n=2$	$n=3$	линейн. закон	нелин. закон $n=2$	$n=3$
u	0.44 ±2	0.34 ±7	0.41 ±5	0.34 ±2	0.12 ±14	0.23 ±7
v	—	0.20 ±15	0.11 ±17	—	0.47 ±30	0.49 ±42

k	0.7479	0.7509	0.7499	0.5216	0.5161	0.5144
	±8	±28	±37	±17	±40	±51
r_2	0.1839	0.1847	0.1844	0.0755	0.0755	0.0755
	±2	±7	±9	±2	±2	±2
$\cos^2 i$	—	—	—	0.00085	0.00087	0.00085
				±7	±7	±7

Литература:

Вильсон и Девиней, 1971 — Wilson R.E., Devinney E.J., ApJ **166**, 605.

Вуд, 1971 — Wood D.B., Astron. J **76**, 701.

Горак, 1970 — Horack T.B., Astron. J **75**, 1116.

Гринт, 1959 — Grant G., ApJ **129**, 62.

Грыгар, Купер, Юркевич, 1972 — Grygar J., Cooper M.L., Jurkevich I., BAC **23**, 147.

Клинглесмит и Собеский, 1970 — Klinglesmith D.A., Sobieski S., Astron. J. **75**, 175.

Копал, 1959 — Kopal Z., Close Binary Systems, London, ch. VI.

Крат В.А., 1939, Циркуляр ГАО в Пулково №26–27, 15.

Крон, 1942 — Kron G.E., ApJ **96**, 173.

Лавров М.И., 1970а, АЦ №594, 7.

Лавров М.И., 1970б, Изв. АОЭ **38**, 111.

Лавров М.И., 1970в, Труды Казанской городской АО **37**, 3.

Лавров М.И., 1971а, АЖ **48**, 301.

Лавров М.И., 1971б, АЖ **48**, 951.

Лавров М.И., 1971в, АЦ 656, 5.

Лавров М.И., 1972а, АЦ 677, 3.

Лавров М.И., 1972б, ПЗ **18**, 343.

Лавров М.И., 1973, Труды Казанской городской АО **39** (в печати).

Лавров М.И., Лаврова Н.В., 1973б, Изв. АОЭ **41** (в печати).

Линнелл, 1970 — Linnell A.P., Vistas in Astronomy **12**, 37.

Мартынов Д.Я., Лавров М.И., 1972, ПЗ **18**, 269.

Миици, 1970 — Minti H., Studii si cerc. de astron. **15**, 61.

Нельсон и Девис, 1972 — Nelson B., Davis W.D., ApJ **174**, 617.

Табачник В.М., 1971, в кн. "Затменные переменные звезды", под ред. В.П.Цесевича, "Наука", гл. 5.

Флигель и Вильсон, 1968 — Fliegel H.F., Wilson R.E., Astron. J. **73**, 42.

Цесевич В.П., 1936, Труды ГАО ЛГУ **6**, 46.

Цесевич В.П., 1947, в кн. М.С.Зверев и др. "Переменные звезды", т. III, Гостехиздат, М.–Л., гл. 5.

Черепащук А.М., 1971, в кн. "Затменные переменные звезды" под ред. В.П.Цесевича, "Наука", гл. 8.

Шульберг А.М., 1971, Тесные двойные звездные системы с шаровыми компонентами, "Наука", главы 4, 9.

Юркевич, 1964 — Jurkevich I., Techn. Inform. Series №R64 SD8 (Space Sc. Labor., General El. Co).

Кафедра астрономии Казанского ордена трудового Красного Знамени государственного университета им. В.И.Ульянова–Ленина

Поступила в редакцию 11 января 1972 г.