

К исследованию закономерностей движения ионизационных ударных волн в протяженных звездных атмосферах

И. А. Климишин, Б. М. Кордуба, А. Ф. Новак

Методы Бринкли-Кирквуда и Уизема, предварительно обобщенные авторами, используются для исследования закономерностей движения сферических ионизационных ударных волн в звездных атмосферах со степенным законом изменения плотности. Получены аппроксимационные выражения для длины пробега и максимальной скорости волны в зависимости от начальных значений скорости и энергии. Показано, что сравнение теории с наблюдениями позволяет оценить радиус звезды и закон распределения плотности в ее атмосфере (для звезды Мира Кита найдено $R_* \approx 3 \cdot 10^{13}$ см, $-\frac{d \ln \rho}{d \ln r} \approx 6$).

On the Investigation of Regularities of Ionization Shock Waves Movement in the Extent Stellar Atmospheres

by I. A. Klimishin, B. M. Korduba, O. T. Novak

The methods of Brinkley-Kirkwood and Whithem, that were earlier generalized by authors, are being used to investigation of regularities of spherical ionization shock waves movement in the stellar atmospheres with the power law of density change. The approximate expressions for penetration length and maximum value of shock velocity in dependence on initial velocity and energy are derived. It is shown that by comparing of theory with observations it is possible to estimate the star radius and the density change law in atmosphere (for Mira Cety it is found $R_* \approx 3 \cdot 10^{13}$ cm, $-\frac{d \ln \rho}{d \ln r} \approx 6$).

На основании анализа особенностей спектров долгопериодических переменных В. Г. Горбацкий (1961) сделал вывод, что в атмосферах этих звезд периодически движутся ударные волны. Проведенное нами исследование закономерностей ударных волн в протяженных звездных атмосферах (Климишин, Новак, 1971) подтвердило применимость ударно-волнового механизма для интерпретации наблюдаемых изменений скоростей движения газа в атмосферах этих звезд и развития эмиссионных линий водорода. Однако, в этой работе мы ограничились случаем плоских удар-

ных волн, а для определения степени ионизации за фронтом волны использовалась формула Саха. Расчеты проведены на основании метода Бринкли-Кирквуда, причем эффект потерь энергии на ионизацию учитывался лишь в уравнении энергии.

В работе Климишина, Новака (1972) было проведено обобщение метода Бринкли-Кирквуда и Уизема на случай сферических ионизационных волн. Зависимость степени ионизации за фронтом волны при плотности типичной для атмосферы долгопериодической переменной получена путем решения уравнения кинетики в работе Климишина, Гуря (1971). В настоящей работе, исходя из результатов двух вышеуказанных, мы еще раз возвращаемся к исследованию закономерностей движения сферических ионизационных ударных волн в протяженных звездных атмосферах, в которых плотность изменяется по закону

$$\rho_1 = \frac{\rho_1^*}{y^n}, \quad (1)$$

где n — параметр; $y = r/R$ (R — нулевой уровень, в частности, радиус звезды); плотность на исходном уровне при $y = 1$ принимаем равной $\rho_1^* = 1.66 \cdot 10^{-13} \text{ гсм}^{-3}$ (соответственно концентрация атомов $n_1^* = 10^{11} \text{ см}^{-3}$). Дальнейшие расчеты проведены в предположении, что атмосфера является чисто водородной, изотермической, а ее температура равна $T_1 = 2500^\circ \text{K}$, так что степень ионизации перед фронтом волны $\alpha_1 = 0$, а молекулярный вес $\mu_1 = 1$. Заметим, что при указанной температуре и плотности часть водорода находится в молекулярном состоянии, однако, потерями энергии на диссоциацию здесь пренебрегаем.

1. Методы расчета. Запишем прежде всего уравнения метода Бринкли-Кирквуда. В случае, когда избыток давления на фронте ударной волны существенно больше единицы ($\xi = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \gg 1$), имеем

с достаточной степенью точности, согласно работе Климишина и Новака (1972):

$$\frac{d\xi}{d \ln r} = - \frac{\nu \xi r^3 P_1}{\gamma W(r)} \cdot \frac{(\xi - b)(\xi - 2b)}{(3 - \lambda)\xi - 2(1 - \lambda)b} - \xi \cdot \frac{\xi[k(3 - \lambda) - 1] - 2k(1 - \lambda)b}{(3 - \lambda)\xi - 2(1 - \lambda)b} \cdot \frac{d \ln \rho_1}{d \ln r} - \frac{2(\xi - b)}{\lambda \gamma} \cdot \frac{(\gamma + \lambda - 1)\xi + 2(1 - \lambda)b}{(3 - \lambda)\xi - 2(1 - \lambda)b}, \quad (2)$$

где P_1 — давление невозмущенного газа; ν — параметр (в нашем случае $\nu \approx 1$); $k = \frac{d \ln P_1}{d \ln \rho_1}$ — показатель адиабаты (при $T_1 = \text{const}$ $k = 1$);

$b = 2\gamma^2(1 - \lambda) \frac{Q}{a_1^2}$, $Q = \omega \frac{\chi}{m_H} (\alpha_2 - \alpha_1) = -1.3 \cdot 10^{13} \text{ эрг/г}$ — потери энергии на ионизацию (χ и m_H — потенциал ионизации и масса атома во-

дорода); $\lambda = \frac{\gamma+1}{2\gamma}$; γ — отношение удельных теплоемкостей (принимаяем $\gamma = 5/3$, так что $\lambda = 0.8$); a_1 — скорость звука. Энергию волны $W(r)$ представим в виде:

$$W(r) = 4\pi R^3 \rho_1^* \sigma(r) = 4\rho R^3 \cdot \frac{\rho_1^* \cdot a_1^2}{\gamma} \cdot \sigma(r). \tag{3}$$

Далее, при $T_1 = \text{const}$ имеем, согласно (1): $\rho_1 = \rho_1^* \cdot \gamma^{-n}$. В конечном итоге уравнение (2) сводится к виду:

$$\frac{d\xi}{d\ln\gamma} = - \frac{\gamma^{3\cdot n} \cdot \xi (\xi + 42a) (\xi + 84a)}{46.2 \sigma (\xi + 7.65a)} + 0.55 n \frac{\xi (\xi + 14a)}{\xi + 7.65a} - \frac{(\xi + 42a) \cdot (\xi - 11.4a)}{\xi + 7.65a}. \tag{4}$$

Изменение энергии волны в процессе ее движения описывается уравнением:

$$\frac{dW(r)}{dr} = -4\pi r^2 \rho_1 \cdot \left[h + \frac{u^2}{2} - Q \right]; \tag{5}$$

здесь h — известная в этом методе величина прироста удельной энтальпии газа на фронте (см., например, работу Климишина и Новика (1972)), u — скорость газа за фронтом волны. При $\xi \gg 1$ имеем:

$$h \approx \frac{a_1^2 \xi}{\gamma - 1}, \quad \frac{u^2}{2} \approx \frac{a_1^2}{4.5} \cdot (\xi + 42a), \quad Q \approx -37.7 a_1^2 a.$$

Значит из (5) следует, что

$$\frac{dW(r)}{dr} = -4\pi r^2 \rho_1 a_1^2 \cdot [1.7 \xi + 47 a],$$

или (после перехода к безразмерной энергии σ согласно (3))

$$\frac{d\sigma}{d\gamma} = -\gamma^{2\cdot n} \cdot (\xi + 25.3 a). \tag{6}$$

Скорость фронта волны определяется известным выражением:

$$D = a_1 \sqrt{\frac{\xi (1 + 0.8 \xi)}{\xi + 42 a}} \tag{7}$$

Степень ионизации за фронтом при концентрации $n_1 = 10^{11} \text{ см}^{-3}$ была найдена в работе Климишина и Гура (1971) решением системы кинетических уравнений. Для удобства дальнейших расчетов мы представим ее в виде аппроксимации:

$$\alpha \approx \begin{cases} 0.015 D - 0.35, & D \lesssim 90 \text{ (км/сек);} \\ 1, & D > 90. \end{cases} \tag{8}$$

На самом же деле величина α за фронтом волны будет несколько большей, так как ударная волна движется в сторону уменьшения плотности. Однако, для учета этого эффекта необходимо провести большой объем дополнительных расчетов. Поэтому, хотя точность излагаемых ниже результатов порядка $4 \div 7\%$, она вполне достаточна для исследования общих закономерностей движения ударных волн в неоднородной атмосфере.

Как известно, метод Бринкли-Кирквуда весьма удобен тем, что позволяет исследовать изменение не только скорости, но и энергии волны; однако расчетная величина скорости оказывается существенно завышенной. У Климишина и Новака (1972) отмечалось, что в среде, в которой распределение плотности можно представить формулой (1), изменение скорости сильной ударной волны D , хорошо описывается аппроксимацией С. А. Каплана (1967): $D \approx \text{const} \cdot (r^2 \rho_1)^{-1/4}$, являющейся средним геометрическим от значения скорости, получаемого методом Бринкли-Кирквуда и Уизема. Поэтому мы проводим расчет и с помощью метода Уизема, обобщение которого на случай ионизационных сферических ударных волн также дано в работе Климишина и Гура (1971). При принятых выше обозначениях основное уравнение этого метода имеет вид:

$$\frac{d\xi}{dy} = \frac{2(\xi+1)}{y} \cdot [1 + 2\Omega - \frac{31\alpha}{\phi}]^{-1} \cdot \left\{ \left[\Omega - \frac{1}{\phi + 1.67\Omega} \right]^n - \frac{2\Omega}{\Omega + 0.6} \right\}, \quad (9)$$

причем $\Omega = \sqrt{\frac{\psi}{1.67\phi}}$, где $\phi = 0.75(\xi+1) + 31\alpha$, $\psi = 1 + 0.25(\xi+1) - 31\alpha$,

а степень ионизации за фронтом α определяется из (8) совместно с (7).

2. Результаты расчетов. Как уже было отмечено в работах Климишина, Новака (1972), Климишина (1972), в случае неоднородной среды при бесконечно большой начальной энергии волны W_0 сначала происходит существенное ускорение волны, которое в дальнейшем (когда ее энергия практически полностью израсходована) сменяется резким затуханием. Таким образом, заданные начальные значения на "стартовом" уровне при $r = R$ ($y = 1$), величина D_0 и W_0 (или ξ_0 и σ_0) определяют длину пробега волны r_m и ее максимальную скорость D_m в зависимости от параметра n . Как показали расчеты, если $\alpha = 0$ (потери энергии на ионизацию не учитываются), то при принятых выше значениях T_1 и ρ_1^* и $2 < n \lesssim 8$ их можно аппроксимировать выражениями:

$$y_m = \frac{r_m}{R} \approx \frac{10^n}{1 + n^{1.3}} \cdot \left[\frac{n \cdot \sigma_0^{\sqrt[3]{n}/2}}{6 D_0^n} \right]^{0.6}, \quad (10)$$

$$D_m \approx D_0 (n-1)^{1.5} \cdot \left[\frac{10 (1.1)^{n-3.5} \cdot \sigma_0^{1/4}}{D_0} \right]^{n-2}.$$

Таблица 1

Результаты расчетов скорости ионизационной ударной волны методом Бринкли-Кирквуда

n = 2						n = 3					
y	σ	D	y	σ	D	y	σ	D	y	σ	D
1.0	100.0	31.1	1.00	100.0	43.2	1.0	100.0	43.2	10.0	100.0	35.1
1.2	89.1	35.2	1.15	87.5	43.2	1.2	84.1	45.5	1.4	79.8	38.6
1.4	78.2	35.2	1.30	75.1	43.3	1.4	69.2	47.6	1.8	62.0	41.5
1.8	56.4	35.2	1.60	50.1	43.2	1.6	55.3	49.4	2.2	45.7	43.9
2.2	34.6	35.1	1.90	25.4	42.9	1.8	42.1	51.0	2.6	30.8	45.9
2.4	23.8	35.0	2.00	17.2	42.7	2.0	29.6	52.4	3.0	16.9	47.4
2.6	13.1	34.8	2.10	9.2	42.4	2.2	17.8	53.5	3.2	10.4	48.0
2.8	2.6	34.0	2.15	5.2	42.0	2.4	5.7	53.6	3.4	4.1	48.3
2.85	0.13	32.6	2.20	1.4	41.3	2.5	0.4	52.3	3.5	1.2	47.8
2.86	0.00	0.0	2.22	0.0	0.0	2.51	0.01	50.4	3.54	0.03	45.7

n = 4						n = 6						n = 8					
y	σ	D	y	σ	D	y	σ	D	y	σ	D	y	σ	D	y	σ	D
1.0	75.0	35.1	1.0	100.0	35.1	1.0	28.0	35.1	1.0	50.0	35.1	1.00	15.5	35.1	1.00	15.5	35.1
1.4	56.3	42.4	1.5	77.3	44.1	1.1	23.0	38.9	1.5	31.0	55.3	1.05	13.0	38.0	1.05	13.0	38.0
1.8	41.8	48.8	2.0	60.4	52.0	1.2	18.8	42.8	2.0	20.7	77.0	1.10	10.7	40.9	1.10	10.7	40.9
2.2	29.7	54.7	2.5	46.8	59.2	1.4	11.9	50.7	2.5	14.1	99.8	1.20	7.0	47.1	1.20	7.0	47.1
2.6	19.6	60.0	3.0	35.4	65.7	1.6	6.6	58.8	3.0	9.6	123.3	1.30	4.0	53.6	1.30	4.0	53.6
3.0	10.9	64.8	3.5	25.7	71.7	1.7	4.5	62.7	3.5	6.3	147.1	1.35	2.8	57.0	1.35	2.8	57.0
3.4	3.3	68.6	4.0	17.1	77.3	1.8	2.5	66.8	4.0	3.7	171.1	1.40	1.6	60.2	1.40	1.6	60.2
3.5	1.5	69.1	4.5	9.5	82.3	1.9	0.8	69.6	4.5	1.7	194.7	1.45	0.6	63.1	1.45	0.6	63.1
3.58	0.2	68.0	5.0	2.8	86.2	1.95	0.01	67.8	5.0	0.06	211.5	1.48	0.1	63.7	1.48	0.1	63.7
3.6	0.0	00.0	5.23	0.01	82.0	1.96	0.00	0.0	5.03	0.00	0.0	1.487	0.0	0.0	1.487	0.0	0.0

Таблица 2

**Результаты расчетов скорости ионизационной ударной
волны методом Уизема**

$\begin{matrix} n \\ y \end{matrix}$	2	3	4	6	8
1.0	35.4	35.4	35.4	35.4	35.4
1.2	35.0	36.3	37.6	40.3	43.3
1.4	34.6	37.0	39.5	45.1	51.6
1.6	34.3	37.6	41.2	49.8	59.9
1.8	34.0	38.2	42.9	54.5	67.0
2.0	33.7	38.7	44.4	59.3	75.0
2.2	33.5	39.2	45.8	64.0	
2.4	33.3	39.6	47.2	68.6	
2.6	33.1	40.0	48.5	73.8	

В таблицах 1 и 2 и на рис. 1÷4 приведены результаты расчетов, в которых учтены потери энергии ударной волны на ионизацию. Эти результаты приводят к следующим выводам:

1. При одной и той же начальной энергии волны W_0 чем больше ее начальная скорость D_0 , тем быстрее эта энергия расходуется на ионизацию и нагрев газа и тем короче длина пробега y_m .

2. Длина пробега y_m и максимальная скорость D_m существенно увеличиваются с ростом начальной энергии волны (рис. 1).

3. Чем больше параметр n , тем при меньшей энергии W_0 достигается заданное максимальное значение скорости D_m и, в то же время, тем меньшей является длина пробега волны (рис. 2).

4. Затухание ударной волны происходит очень резко и в момент, когда ее энергия почти целиком израсходована на предмаксимальной стадии. Время диссипации волны в 10÷50 раз меньше времени ее ускорения. Заметим, что этот эффект для сферических ударных волн выражен более резко, чем в случае плоских волн.

3. Астрофизическое приложение. Посмотрим теперь, какие выводы можно сделать из сопоставления данных расчетов с результатами анализа спектров долгопериодических переменных (Джой, 1954). Из наблюдений следует, что в атмосфере звезды ударная волна движется на протяжении всего времени нарастания блеска. В момент возникновения эмиссионных линий в спектре звезды скорость расширения светящегося слоя за фронтом волны равна 30÷35 км/сек, а в эпоху их максимальной интенсивности — 50÷55 км/сек. Энергия, передаваемая газу ударной волной, оценивается величиной $E = 10^{34} \div 10^{35}$ эрг/сек.

Итак, из наблюдений следуют:

- 1) Начальная ($D_0 \approx 35 \div 40$ км/сек) и максимальная ($D_m \approx 60 \div 65$ км/сек) величина скорости движения ударной волны.
- 2) Наблюдаемое время движения ударной волны t_* , равное примерно четверти периода колебания блеска звезды. Для Миры Кита это составляет $t_* \approx 7.1 \cdot 10^6$ сек.

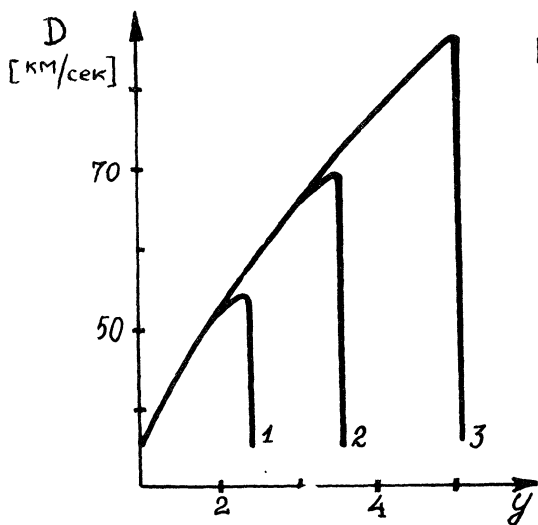


Рис. 1.

Зависимость длины пробега ионизационной ударной волны y_m от ее начальной энергии σ_0 при $n = -\frac{d \ln \rho}{d \ln r} = +4$: $\sigma_0 = 50$ (1), 75 (2) и 100 (3).

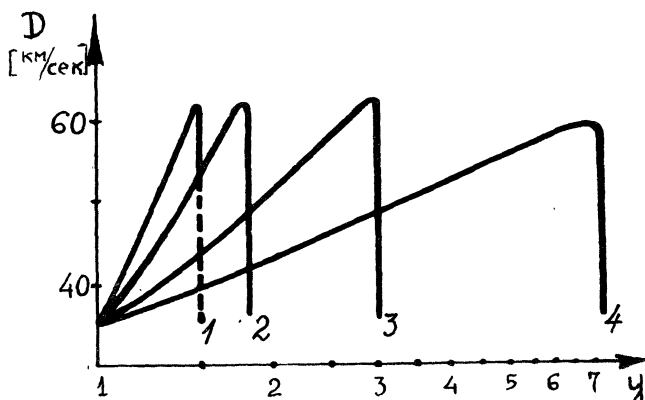


Рис. 2. Зависимость длины пробега ударной волны от параметров n и σ_0 при заданной величине максимальной скорости: 1— $n=8$, $\sigma_0=14$, 2— $n=6$, $\sigma_0=25$, 3— $n=4$, $\sigma_0=65$, 4— $n=3$, $\sigma_0=200$.

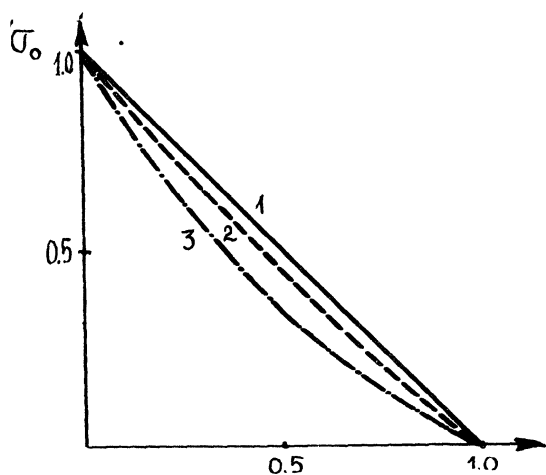


Рис. 3. Изменение энергии ударной волны с расстоянием при $n=2$ (1), 3 (2) и 6 (3).

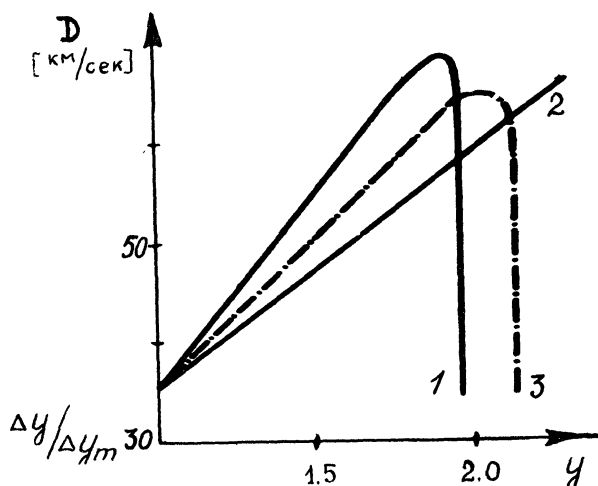


Рис. 4. Отделение скорости ударной волны (3) и длины ее пробега из расчетов по методу Бринкли-Кирквуда (1) и Уизема (2) при $n=6$, $\sigma_0=28$.

3) Начальная энергия волны $W_0 = \bar{E} \cdot t_*$. Приняв $\bar{E} \approx 5 \cdot 10^{34}$ эрг/сек, имеем $W_0 \approx 3.6 \cdot 10^{41}$ эрг.

4) Линейная длина пробега ударной волны $(\Delta r)_* \approx \bar{D} t_*$. В данном случае при $D_0 \approx 35$ км/сек и $D_m \approx 65$ км/сек, находим $(\Delta r)_* \approx 3.6 \cdot 10^{13}$ см.

С другой стороны, проводя расчеты по методу Бринкли-Кирквуда, находим, что заданным пределам изменения скорости $D_0 - D_m$ при заданном n соответствуют определенные значения величин y_m и σ_0 . Это позволяет определить радиус звезды из двух независимых соотношений.

$$1) R = \frac{(\Delta r)_*}{y_m - 1}, \quad 2) R = \sqrt[3]{\frac{\gamma W_0}{4\pi a_1^2 \rho_1^* \sigma_0}}. \quad (11)$$

Совпадение обоих значений R достигается соответствующим подбором параметров σ_0 и n .

В связи с тем, что метод Бринкли-Кирквуда дает завышенную (по сравнению с истинной, найденной, например, методом фиктивной вязкости) скорость ударной волны, оценку по формулам (11) следует проводить, предварительно рассчитывая движение ионизационной ударной волны методом Уизема и уточняя D_m и y_m , как это проиллюстрировано на рис. 4.

Сравнивая полученные в результате комбинированных расчетов обоими методами величины y_m и σ_0 с данными наблюдений, приходим к выводу, что принятым выше значениям параметров ρ_1^* , a_1 , $\bar{E}$ и t_* наилучшим образом соответствуют значения $\sigma_0 \approx 28$ и $y_m \approx 2.15$, достигаемые при $n \approx 6$. Из (11) тогда следует $R \approx 3.1 \cdot 10^{13}$ см. Эта величина радиуса Миры Кита близка к определяемому другими методами.

Таким образом, применение ударноволновой модели для интерпретации данных наблюдений звезд типа Миры Кита позволяет оценить радиус звезды R и закон распределения плотности в ее атмосфере (параметр n) при одновременной полной согласованности наблюдаемой корреляции скоростей расширения светящегося слоя и интенсивностей эмиссионных линий в их спектрах.

Литература:

Джой, 1954 — Joy A., ApJ Suppl., sI, № 2.

Горбацкий В. Г., 1961, АЖ 38, 256.

Каплан С. А., 1967, АЖ 44, 384.

Климишин, І. А., 1972, Ударні хвилі в неоднорідних середовищах,

Вид. Львівського ун-ту, Л.

Климишин І. А., Гура Б. М., 1971, Циркуляр АО Львовск. ун-та № 46, 9.

Климишин І. А., Новак А. Ф., 1971, Циркуляр АО Львовск. ун-та № 45, 3

Климишин І. А., Новак А. Ф., 1972, Циркуляр АО Львовск. ун-та № 47, 3

Астрономическая обсерватория
Львовского университета

Поступила в редакцию
1 декабря 1972 г.