ПЕРЕМЕННЫЕ ЗВЕЗДЫ

Том 18 №4 (136) 1972

# О нуль-пункте зависимости период-светимость для цефеид

Д.К.Каримова, Е.Д.Павловская

Методом статистических параллаксов, по собственным движениям 48 цефеид в системе FK 4, определена поправка к нуль-пункту зависимости период-светимость, полученной Ферни (1968). Она составляет $-0^{m}.21$. Сделана попытка уточнить зависимость период-светимость.

# The Zero-Point of the Period-Luminosity Relation of Cepheids

by D.K.Karimova, E.D.Pavlovskaya

The zero-point of the period-luminosity relation has been redetermined by applying the method of secular parallaxes. The determination is based on proper motions, photometric data of 48 Cepheids, and radial velocities of 159 Cepheids. All proper motions are in the system of FK 4. The effects of galactic rotation, of incorrect precession were taken into account.

Adopting the slope of Fernie's (1968) period-luminosity relation, the zero-point is found to be $-2.20$.

Уточнение нуль-пункта зависимости период-светимость цефеид представляет интерес не только с точки зрения изучения указанных объектов, но дает возможность рассмотреть более общий вопрос о шкале расстояний в Галактике.

Для определения средней светимости цефеид часто используется метод статистических параллаксов, основанный на изучении кинематических характеристик – собственных движений и лучевых скоростей рассматриваемых объектов. Кроме того, в последние годы были разработаны и успешно применены для определения нуль-пункта принципиально иные методы, использующие либо принадлежность цефеид к рассеянным скоплениям с надежно определенными расстояниями (Крафт, 1961), либо зависимость период-радиус для них (Курочкин, 1966; Ферни, 1968).

Применение метода статистических параллаксов, несмотря на кажущуюся простоту, сопряжено с рядом серьезных трудностей. Известно, что статистические параллаксы очень чувствительны к наличию систематических ошибок в абсолютных собственных движениях; высокие требования предъявляются к собственным движениям также и в отношении случайных ошибок. Все это приобретает особую важность, когда речь идет о далеких объектах, собственные движения которых, как правило, малы. Поэтому для получения статистических параллаксов долгопериодических цефеид надо иметь большое число объектов с хорошо определенными собственными движениями, редуцированными к однородной абсолютной системе, и достаточно равномерно распределенных по небу. Для этих объектов, кроме того, должны быть известны надежные фотометрические данные и лучевые скорости.

Впервые нуль-пункт зависимости период-светимость для цефеид был установлен Герцшпрунгом (1913), использовавшим для этого собственные движения 13 цефеид, заимствованные из PGC. Впоследствии обсуждению нуль-пункта было посвящено много работ, большинство из которых упоминается в широко известной работе Блаау и Моргана (1954), основанной также на исследовании абсолютных собственных движений. Для своего исследования Блаау и Морган отобрали из числа 54 наиболее ярких цефеид (ярче $8^m$ в max) только 18, для которых можно было улучшить собственные движения из GC и получить их достаточно надежно (вероятная ошибка не превышает $\pm 0\overset{''}{.}0043$). Авторы обращают особое внимание на точность используемых собственных движений и указывают, что для обеспечения надежности определения среднего параллакса цефеид следует использовать лишь собственные движения, вероятная ошибка которых не превосходит $\pm 0\overset{''}{.}0020$.

Однако, в недавней работе Юнг (1970) показал, что при применении метода максимума правдоподобия точность использованного материала не имеет решающего значения и, следовательно, можно обрабатывать весь имеющийся материал. Той же точки зрения придерживается Гайер (1970), определивший нуль-пункт по всем долгопериодическим цефеидам с известными собственными движениями. Указанная точка зрения представляется нам менее обоснованной, чем первая, и мы начали свое исследование с уточнения собственных движений цефеид. Для этого к настоящему времени создались благоприятные условия: создана более совершенная фундаментальная система FK 4, достаточно точно известно значение поправки к прецессионной постоянной Ньюкомба, положения большого числа цефеид содержатся в современных позиционных каталогах. Кроме того, имеется возможность точнее выделить долгопериодические цефеиды плоской составляющей (по 3-му изданию Общего каталога переменных звезд), опубликованы хорошие фотоэлектрические величины B и V цефеид и их расстояния (Ферни, 1968).

На основании всего имеющегося материала нами были определены заново или улучшены собственные движения 84 цефеид (Каримова, Павловская, 1971 а). Определялись собственные движения в системе FK 4, принятой в настоящее время в качестве основной. Сколь велико влияние системы, выбранной для определения собственных движений, на среднюю абсолютную звездную величину, определенную по среднему параллаксу, можно видеть из таблицы, заимствованной из работы Фрике (1965) и приведенной ниже.

Таблица 1

| r(FK 4) | r(GC) | ΔM | r(N30) | ΔM |
|---|---|---|---|---|
| 100 | 95 | +0.11 | 105 | −0.11 |
| 500 | 395 | +0.51 | 658 | −0.60 |
| 1000 | 654 | +0.92 | 1923 | −1.42 |

где r – среднее расстояние, ΔM – разность абсолютных величин в используемой системе и в системе FK 4. В опубликованные нами собственные движения уже введена поправка за неточность прецессионной постоянной Ньюкомба. Эта поправка, согласно рекомендации Фрике (1967), должна вычисляться в системе FK 4 со следующими значениями: $\Delta n = +0''.44$, $\Delta p_1 = +1''.10$ в 100 лет, $\Delta\lambda + \Delta e = +1''.20$ в 100 лет. Для характеристики точности полученных собственных движений можно привести распределение звезд по вероятным ошибкам определения их собственных движений (рис. 1). Легко видеть, что точность получилась достаточно высокой – примерно половина звезд имеет вероятные ошибки $\leqslant \pm 0''.004$.

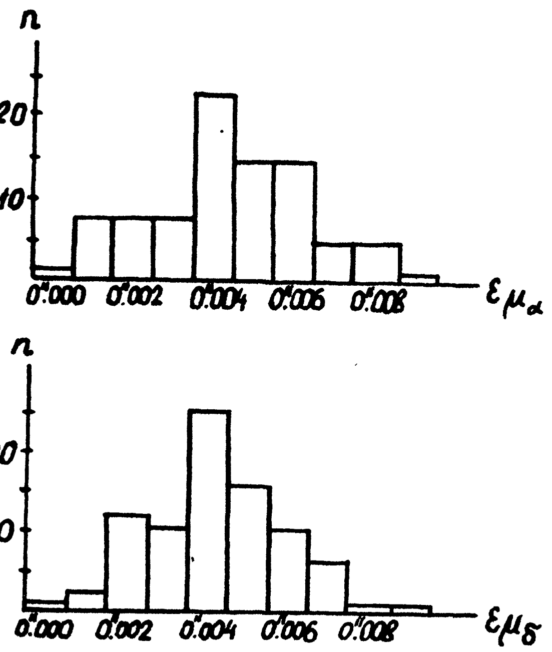

Рис. 1

50 звезд из этого списка с наиболее надежно определенными собственными движениями были использованы в настоящем исследовании. Фотоэлектрические величины B и V, расстояния r и лучевые скорости $V_r$ для них были, в основном, заимствованы из работы Ферни (1968).

Прежде всего, мы попытались освободить использованные нами собственные движения от влияния случайных ошибок, использовав формулу, предложенную Эддингтоном и опубликованную Дайсоном (1926). Она имеет вид:

$$\epsilon_0(x) = -\overline{\epsilon_x^2}\,\frac{f'(x)}{f(x)}, \qquad (1)$$

где f(x) – функция распределения, $\overline{\epsilon_x^2}$ – среднее значение квадрата средней квадратической ошибки определения x, $\epsilon_0(x)$ – поправка к значению x. Позже Трюмплер и Уивер (1953а) дали формулу в более общем виде для совокупности наблюдений, имеющих различную точность

$$\epsilon_0(x) = -\overline{\epsilon_x^2}\,\frac{f'(x)}{f(x)} - \frac{1}{2}\left[\overline{\epsilon^4} - (\overline{\epsilon^2})^2\right]\cdot\frac{f'''(x)}{f(x)} \qquad (2)$$

**Если наблюдаемая величина $x = \mu$ подчиняется нормальному закону, то формулы (1) и (2) принимают следующий простой вид:**

$$\epsilon_o(x) = \frac{\overline{\epsilon_\mu^2}}{\sigma^2}\,(\mu - \bar{\mu}), \tag{3}$$

$$\epsilon_o(\mu) = (\mu - \bar{\mu}) \left\{ \frac{\overline{\epsilon_\mu^2}}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\frac{\left[\overline{\epsilon_\mu^4} - (\overline{\epsilon_\mu^2})^2\right]}{\sigma^4}\left[3 - \frac{(\mu - \bar{\mu})^2}{\sigma^2}\right]\right\}, \tag{4}$$

где $\sigma$ – дисперсия, а $\bar{\mu}$ – центр распределения собственных движений. Заметим, что для применения формулы (4) необходимо выполнение следующих условий:

1. $\beta_1 = \dfrac{\overline{\epsilon_\mu^2}}{\sigma^2} < 1.$

2. $\epsilon_o(\mu) < (\mu - \bar{\mu})$; следовательно $\beta_1 + 6\beta_2 < 1$, где $\beta_2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{[\overline{\epsilon^4} - (\overline{\epsilon^2})^2]}{\sigma^4}$.

Для того, чтобы иметь возможность использовать формулы (3) и (4), мы вычислили пекулярные собственные движения $\mu_l'$ и $\mu_b'$ и привели их к одной и той же видимой величине $m_o$. Только в этом случае обосновано предположение о нормальном законе их распределения.

При вычислении пекулярных движений мы учли параллактическое движение и освободили собственные движения от влияния дифференциального галактического вращения, которое вычислялось по формулам, включающим производные второго порядка:

$$\Delta\mu_l = \frac{1}{4.74\,r\cos b}\left\{-R_o\,\omega_\odot \cos l + [R_o\cos l - r\cos b]\,\left[\omega(R_o) + (R-R_o)\,\omega'(R_o) + \frac{1}{2}(R-R_o)^2\,\omega''(R_o)\right]\right\}$$

$$\Delta\mu_b = \frac{R_o \sin l\,\sin b}{4.74\,r}\left\{\omega_\odot - \left[\omega(R_o) + (R-R_o)\,\omega'(R_o) + \frac{1}{2}(R-R_o)^2\,\omega''(R_o)\right]\right\} \tag{5}$$

где $\omega_\odot$ – угловая скорость вращения центроида околосолнечных звезд на расстоянии $R_o$ от центра Галактики. Эта величина принималась равной 25 км/сек/кпс, а значения остальных параметров, входящих в формулы (5), были определены нами по лучевым скоростям 159 цефеид (Каримова, Павловская, 1972) в предположении, что скорость Солнца равна 15.5 км/сек (Высотский, Янсен, 1951). При учете параллактического движения было использовано это же значение скорости Солнца.

Полученные значения пекулярных компонентов собственного движения были приведены к одной звездной величине по формуле

$$\mu_o = \mu \cdot 10^{0.2(m - m_o - A)}$$

где A – член, учитывающий межзвездное поглощение, который был вычислен по соотношению $A = \gamma E_{B-V}$. Коэффициент $\gamma$ – отношение полного поглощения к селективному — принимался равным 3. Необходимо иметь в виду, что ошибочность принятого значения $\gamma$ скажется заметным образом на окончательных результатах. Относительную ошибку в приведенном собственном движении, возникающую из-за неточности фотометрических данных, легко оценить, используя соотношение $\sigma_{\mu_0}/\mu_0 = 0.2\sigma\,(m-A)$, полученное из формулы (6). Следовательно, для того, чтобы указанная ошибка не превышала 2% от $\mu_0$, величину $(m-A)$ надо знать с точностью до $0^m\!.1$.

Вычисление величины $\epsilon_0(\mu)$ по формулам (3) и (4) требует знания среднего значения и дисперсии собственных движений. Эти величины были определены по 48 звездам, так как применение критерия $3\sigma$ привело к отбрасыванию двух звезд из числа отобранных нами первоначально. Поскольку мы рассматривали пекулярные компоненты собственного движения, то среднее значение должно было бы равняться нулю. Однако, мы получили $\overline{\mu_l} = +0''\!.0005$, $\overline{\mu_b} = -0''\!.0019$, что является следствием либо недостаточного числа объектов, либо наличия каких-то неучтенных систематических движений.

Вычисление поправки $\epsilon_0$ было проведено нами по формулам (3) и (4) для всех звезд, ошибка определения собственных движений которых $> \pm 0''\!.002$. Однако, в самом начале вычислений мы столкнулись с трудностями, связанными с тем, что коэффициент $\overline{\epsilon_\mu^2}/\sigma^2$ получился равным 0.934, т. е. очень близким к 1, что маловероятно, так как при этом вся дисперсия $\sigma$ объясняется только ошибками наблюдений, а естественная дисперсия оказывается близкой к нулю. По-видимому, это можно объяснить лишь тем, что ошибки определенных нами движений завышены вследствие того, что веса, приписанные современным каталогам согласно нашей работе (1971b), видимо, несколько занижены. Поэтому было решено в формулу (4) наряду со средней квадратической ошибкой подставлять и вероятную. Итак, определение поправки $\epsilon_0$ и все дальнейшие вычисления были выполнены в следующих вариантах:

I $\epsilon_0$ вычислялось по формуле (4)
II $\epsilon_0$ вычислялось по формуле (4), но с вероятными ошибками
III $\epsilon_0$ вычислялось по формуле (3)
IV $\epsilon_0$ вычислялось по формуле (3), но с вероятными ошибками.

Для сравнения вычисления были проведены без учета влияния случайных ошибок. Это дало вариант V.

В следующей таблице приводятся значения коэффициентов $\beta_1$ и $\beta_2$ для различных вариантов.

Таблица 2

| Вариант | $\mu_l$ | | | $\mu_b$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_1+6\beta_2$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_1+6\beta_2$ |
| I | 0.934 | 0.360 | +3.094 | 0.870 | 0.328 | +2.838 |
| II | 0.415 | 0.071 | +0.841 | 0.387 | 0.065 | +0.777 |
| III | 0.934 | — | | 0.870 | — | |
| IV | 0.415 | — | | 0.387 | — | |

Легко видеть, что для варианта I кроме того, что $\beta_1$ близко к I, о чем говорилось ранее, не выполняется и условие 2 (см. стр.360). Поэтому этот вариант был исключен из дальнейшего рассмотрения.

Полученные для вариантов II–IV поправки $\epsilon_0$ были использованы для исправления компонентов собственного движения. Затем, по исправленным $\mu_l$ и $\mu_b$, по обычным формулам были вычислены $\nu$- и $\tau$-компоненты и их ошибки. Последние вычислялись с учетом ошибок определения не только $\mu$, но и позиционного угла собственного движения $\phi$.

Как известно, при определении параллакса по $\nu$-компоненту среднее параллактическое смещение в секундах дуги $\bar{\nu}$ сравнивается со скоростью движения Солнца относительно рассматриваемой группы звезд, выраженной в км/сек. Однако, как было отмечено выше, скорость Солнца в данном исследовании должна быть принята равной 15.5 км/сек. Так как точность использованных собственных движений не одинакова, то нам казалось целесообразным при вычислении $\overline{\pi_\nu}$ ввести веса $p_\nu = c/\sigma_\nu^2$ и использовать следующую формулу:

$$\overline{\pi_\nu} = \frac{4.74}{V_\odot} \cdot \frac{\Sigma p_\nu \nu \sin\lambda}{\Sigma p_\nu \sin^2\lambda} \tag{7}$$

При определении среднего параллакса по $\tau$-компоненту средняя подвижность звезд в секундах дуги сравнивается со средней подвижностью в линейной мере

$$\overline{\pi_\tau} = \frac{4.74\overline{|\tau|}}{\overline{|V'_r|}} \tag{8}$$

При вычислении $\overline{\pi_\tau}$ по формуле (8) среднее из абсолютных значений $\tau$ получалось двумя способами:

1. Вычислялось среднее взвешенное значение абсолютных значений $\tau$, т.е. принималось $\overline{|\tau|}_1 = \frac{\Sigma p_\tau |\tau|}{\Sigma p_\tau}$

2. Использовалось соотношение $\overline{|\tau|}_2 = \sqrt{\overline{|\tau'|}^2 - \frac{2}{\pi}\sigma_\tau^2}$ (Трюмплер и и Уивер, 1953b), где $\tau'$ "наблюденные" значения $\tau$, не исправленные за влияние случайных ошибок. Следует заметить, что по второму способу значение $\overline{|\tau|}_2$ вычисляется без весов и, следовательно, $\overline{\pi_{\tau_2}}$ можно сопоставлять только с $\overline{\pi_\tau}$, вычисленным по $\overline{|\tau|} = \frac{\Sigma|\tau|}{n}$. Для того, чтобы были сравнимы результаты применения способов 1 и 2, необходимо в выражении для $\overline{|\tau|}_2$ значение $\overline{|\tau'|}$ вычислять с весами, как $\frac{\Sigma p|\tau|}{\Sigma p}$, но можно это делать только в случае, когда мала дисперсия ошибок, так как в противном случае из величины $\left(\frac{\Sigma p|\tau|}{\Sigma p}\right)^2$, которая определяется, главным образом, наиболее точными $\tau$, будет вычитаться среднее значение средней квадратической ошибки, сущест-

венно зависящей от больших ошибок. Следовательно, при большой дисперсии ошибок, имеющей место в нашем случае, указанная выше процедура приведет к занижению значения $\overline{|\tau|}_2$, а, следовательно, и $\overline{\pi}_\tau$.

Для далеких объектов, сильно концентрированных к галактической плоскости, какими являются цефеиды, из двух методов определения среднего параллакса (по $\nu$- и по $\tau$-компонентам) метод по $\tau$-компоненту является, по-видимому, менее надежным (Трюмплер и Уивер, 1953 с).

При определении средних параллаксов по абсолютным собственным движениям, приведенным к одной и той же звездной величине $m_0$, как было в нашем случае, переход от среднего параллакса к абсолютной величине осуществляется по формуле, данной Стромбергом (1936)

$$\overline{M} = m_0 + 5 + 5\lg\overline{\pi} - 5\lg C, \tag{9}$$

где $C$ — величина, учитывающая дисперсию светимостей. Она определяется через характеристики распределения $\tau$-компонентов и пекулярных лучевых скоростей следующим образом:

$$C^2 = \frac{\overline{\tau_0^2} - \overline{\sigma^2}}{\overline{|\tau_0|}^2 - \overline{|\sigma|}^2} \cdot \frac{\overline{|V_r'|}^2}{\overline{V_r'^2}} \tag{10}$$

Обычно при определении среднего параллакса абсолютные собственные движения приводят к одному расстоянию (что мы сделали для контроля), а не к одной видимой величине. В этом случае поправка к нуль-пункту принятой зависимости период-светимость вычисляется по формуле

$$\Delta M = 5\lg\frac{\overline{\pi}}{\overline{\pi}_0},$$

где $\overline{\pi}_0$ соответствует расстоянию, к которому приведены $\mu$.

Средние значения $\overline{M}$ были получены в вариантах II — V и приведены ниже.

Таблица 3

| Вариант | n | $M_\nu$ | $M_{\tau_1}$ | $\overline{M}$ | $\Delta a$ |
|---|---|---|---|---|---|
| II | 48 | −3.98 | −4.39 | −4.16 | −0.21 |
| III | 48 | −3.85 | −4.69 | −4.21 | −0.26 |
| IV | 48 | −3.92 | −4.44 | −4.14 | −0.19 |
| V | 48 | −3.99 | −4.00 | −3.99 | −0.04 |

Здесь все величины относятся к $\overline{\lg P} = 0.880$; $M_\nu$ и $M_\tau$ определены по формуле (9), $\overline{M}$ — среднее значение абсолютной величины, полученное как среднее взвешенное из $M_\nu$ и $M_{|\tau_1|}$ (которое соответствует способу I вычисления $\overline{|\tau|}_1$). $\Delta a$ — поправка к нуль-пункту зависимости период-светимость, полученной Ферни (1968)

$$\overline{M} = -1.99 - 1.98\lg P - 0.38(\lg P)^2.$$

Как видно из таблицы, результаты (значения $\Delta a$) в вариантах II – IV довольно близки. Окончательно мы остановились на результате варианта II, т. е. приняли $\Delta a = -0.21$ (что соответствует нуль-пункту $-2.20$). При использовании собственных движений без учета влияния случайных ошибок, $\Delta a$ получается близкой к тому, что получено другими авторами в последних работах (например, Гайер, 1970).

Вычисление $\overline{|\tau|}_2$ по второму способу привело к $M_{\tau_2}$, равному $-2^m.60$. Для сравнения мы вычислили $\overline{\pi}_\tau$, используя величину $\overline{|\tau|} = \frac{\Sigma|\tau|}{n}$, и получили $M_\tau = -3.06$ (II вариант), что удовлетворительно согласуется с приведенным выше значением. Расхождение между этими двумя величинами и теми, которые приведены в таблице 3, характеризует влияние весов на значение M. Очевидно, что оно существенно.

Кроме определения поправки к нуль-пункту, нами была сделана попытка уточнить зависимость период-светимость, хотя мы сознавали, что трудно рассчитывать на получение уверенной зависимости по столь малому материалу, которым мы располагаем в настоящее время. Все использованные звезды были разбиты на 3 группы по периодам с $\overline{\lg P} = 0.611$, 0.847, 1.181. Для каждой группы были вычислены $M_\nu$, $M_{\tau_1}$ и $\overline{M}$ (в варианте II), которые приводятся в следующей таблице.

Таблица 4

| $\overline{\lg P} = 0.611$ | | | $\overline{\lg P} = 0.847$ | | | $\overline{\lg P} = 1.181$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $M_\nu$ | $M_{\tau_1}$ | $\overline{M}$ | $M_\nu$ | $M_{\tau_1}$ | $\overline{M}$ | $M_\nu$ | $M_{\tau_1}$ | $\overline{M}$ |
| −2.57 | −4.78 | −3.52 ± .26 | −3.85 | −4.06 | −3.94 ± .27 | −6.77 | −4.08 | −5.65 ± .25 |

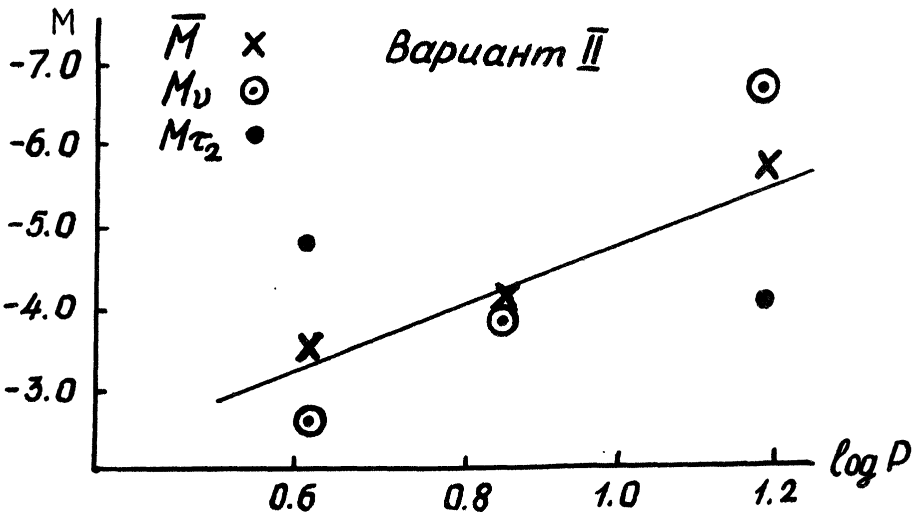


Рис. 2

На рис. 2 различными значками указаны полученные $M_\nu$, $M_{\tau_1}$ и $\overline{M}$ для различных значений $\overline{\lg P}$ и проведена прямая по M. Обращает на себя внимание противоречие результатов, полученных по $\nu$- и $\tau$-компонентам. Меняется даже знак углового коэффициента прямой, дающей зависимость период-светимость, а не только его величина. Когда рассматриваются значения $M_\nu$ и $M_\tau$ по всем звездам (для $\overline{\lg P} = 0.880$), то, как видно из таблицы 3, они согласуются достаточно хорошо и указанное противоречие не проявляется. Причины расхождения пока неясны и, по-видимому, не обосновано построение средней зависимости, т. к. между зависимостями период-светимость по $\nu$- и $\tau$-компонентам существует систематическое различие.

Все вычисления, выполненные в настоящей работе, проведены на ЭВМ Вычислительного центра МГУ по программам, составленным Е.Д. Павловской.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность М.С. Тороповой, оказавшей большую помощь при подготовке материалов к счету на ЭВМ.

Литература:

Блаау, Морган, 1954. — Blaauw A. and Morgan H.R., BAN 12, No 450, 95.

Высотский, Янсен, 1951. — Vyssotsky A.N., Janssen E., AJ 56, 58.

Гайер, 1970 — Geyer U., Astr. Astrophys. 5, No 1, 116.

Герцшпрунг, 1913 — Herzsprung E., AN 196, 201.

Дайсон, 1926 — Dyson F.W., MN 86, 686.

Каримова Д.К., Павловская Е.Д., 1971a, ПЗ 17, №6, 591.

Каримова Д.К., Павловская Е.Д., 1971b, Сообщения ГАИШ №171, 3.

Каримова Д.К., Павловская Е.Д., 1972, АЖ (в печати).

Крафт, 1961 — Kraft R.P., ApJ 134, 616.

Крафт, Шмидт, 1963 — Kraft P.R., Schmidt M., ApJ 137, No 1, 249.

Курочкин Н.Е., 1966, ПЗ 16, №1.

Стрёмберг, 1936 — Strömberg G., ApJ 84, 555.

Трюмплер, Уивер, 1953 — Trumpler R.J. and Weaver H.F. "Statistical Astronomy", Berkeley and Los Angeles, 130, 346, 351.

Ферни, 1968 — Fernie J.D., ApJ 151, 197.

Ферни, Хьюб, 1968 — Fernie J.D., Hube J.O., AJ 73, 492.

Фрике, 1965 — Fricke W., Z. f. Astrophys. 61, 20.

Эддингтон, 1940 — Eddington A.S., MN 100, No5, 354.

Юнг, 1970 — Jung J., Astr. Astrophys. 6, No. 1, 130.

Москва,
Гос. астрономический ин-т
им. П.К.Штернберга

*Поступила в редакцию*
*19 апреля 1972 г.*