

О зависимости эффекта Барра у затменных переменных звезд от геометрической вероятности их открытия

В.В.Радзиевский, Л.П.Суркова, В.П.Толстых

Рассматривается зависимость вероятности открытия затменных систем от долготы периастра ω затмеваемого компонента. Выводятся формулы и составляется таблица, позволяющие определить геометрическую глубину затмения и потерю блеска в зависимости от ω , угла наклона i и эксцентриситета e орбиты, а также от отношения радиусов $\frac{r_B}{r_A}$ и светимостей $\frac{L_B}{L_A}$. В качестве примера показывается, что при $i = 81^\circ$, $e = 0.13$, $\frac{r_A}{r_B} = 1.5$ и $\frac{L_B}{L_A} = 0.13$ (таковы средние значения

этих параметров в использованном статистическом материале), затмение одного и того же типа "Б $\rightarrow$ М" имеет главный минимум на $0^m.5$ более глубокий, если $\omega_A = 90^\circ$, чем если $\omega_A = 270^\circ$. На этой основе интерпретируется резкое увеличение эффекта Барра у затменных систем и указывается на ряд новых эффектов, подтверждаемых данными наблюдений.

The dependence of Barr effect for eclipsing variables on the geometrical probability of their discovery

V.V.Radzievsky, L.P.Surkova, V.P.Tolstijch

The dependence of the probability of eclipsing binaries discovery on the longitude of the periastron ω for the eclipsed component is investigated. The formulae are deduced and the table is composed for the determination of the geometrical depth of the eclipse and the loss of brightness depending on ω , inclination i and eccentricity e of an orbite and also on the ratio of radii $\frac{r_B}{r_A}$ and luminosities $\frac{L_B}{L_A}$. The primary minimum for the case "occultation" for $i = 81^\circ$, $e = 0.13$, $\frac{r_B}{r_A} = 1.5$ and $\frac{L_B}{L_A} = 0.13$ (the average significances of these parameters for the used statistical material are the same) is deeper for $0^m.5$, if $\omega_A = 90^\circ$, than if $\omega_A = 270^\circ$. The sharp increase of the Barr effect for eclipsing binaries is investigated and some new effects, confirmed by the observational data, are indicated on this base.

С тех пор, как в 1908 г. канадским астрономом Барром [1] было обнаружено явление неравномерности распределения периастров орбит короткопериодических спектрально-двойных звезд (В-эффект), проявляющееся в преимущественной концентрации периастров орбит ярких компонентов за картинной плоскостью, этот феномен неизменно привлекал к себе внимание исследователей [2–17]. В ходе этой дискуссии рядом авторов указывалось на то обстоятельство, что периастры ярких компонентов имеют тенденцию концентрироваться не около средней долготы $\omega = 90^\circ$, а в пределах $0^\circ < \bar{\omega} < 60^\circ$. В частности, к подобному выводу нас приводят и результаты недавней работы Баттена [15], который по данным своего шестого каталога [18] построил диаграммы распределения периастров по секторам с шагом $\Delta\omega = 10^\circ - 20^\circ$. К сожалению, диаграммы Баттена не отличаются большой наглядностью, как в силу того, что площадь каждого сектора оказалась пропорциональной квадрату числа заключенных в нем периастров, так и вследствие резкого проявления случайных колебаний, обусловленных выбором слишком маленького угла при вершине сектора. Поэтому мы сочли целесообразным применить для анализа В-эффекта метод статистического осреднения, описанный в работе [19], который позволяет получить сглаженную кривую зависимости $B(\omega)$ при сколь угодно малом шаге $\Delta\omega$. Преимущество этого метода состоит еще в том, что при вычислении любой точки кривой здесь используется весь статистический материал, что сводит к минимуму влияние случайных ошибок в определении ω , эксцентриситета e или угла наклона i , которые, вообще говоря, довольно велики.

Для выяснения зависимости В-эффекта от ω , и в частности значения $\bar{\omega}$, около которого наблюдается максимальная концентрация периастров, введем функцию

$$B(\omega) = \frac{n(\bar{\omega}) - n(\bar{\omega} + \pi)}{n}, \quad (1)$$

где $n(\bar{\omega})$ — число орбит с долготой периастра яркого компонента, заключенной в пределах $\bar{\omega} - 90^\circ < \omega < \bar{\omega} + 90^\circ$, $n(\bar{\omega} + \pi)$ — число орбит с долготой периастра в пределах $\bar{\omega} + 90^\circ < \omega < \bar{\omega} + 270^\circ$, а $n = n(\bar{\omega}) + n(\bar{\omega} + \pi)$ — полное число орбит.

В частности, при $\bar{\omega} = 90^\circ$ формула (1) описывает классический эффект Барра, т. е. в этом случае $n(\bar{\omega})$ будет равно числу периастров, находящихся за картинной плоскостью ($0 < \omega < 180^\circ$).

Не трудно видеть, что функция (1), независимо от количества всего использованного материала, изменяется в пределах ± 1 . Уменьшение статистического материала ослабляет лишь степень надежности каждого значения функции. В связи с этим кривая (1) должна быть дополнена данными о вероятности $W(B)$ случайности каждой ее точки.

Последнюю мы будем оценивать по формуле, вывод которой содержится в [16].

$$W(B) = 2 [\Phi \sqrt{n} - \Phi(B \sqrt{n})], \quad (2)$$

где $\Phi(x)$ — функция нормального распределения.

В качестве статистического материала нами использовались данные работы Баттена [15] и его шестого каталога, а также каталоги Н. И. Чудовичева [20] и М. А. Свечникова [21], данные из диссертации М. И. Лаврова [22], карточный каталог АЭО и карточный каталог В. П. Толстых [23], составленный на основании каталогов, изданных ранее и многочисленных журнальных источников.

Кроме того, мы использовали каталог Б. В. Кукаркина, П. П. Паренаго, Ю. И. Ефремова, П. Н. Холопова [24] для проверки ω у фотометрических орбит.

Всего мы располагали 139-ю орбитами затменных систем, в том числе 125-ю орбитами с известным углом наклона и 36-ю орбитами, определенными фотометрически.

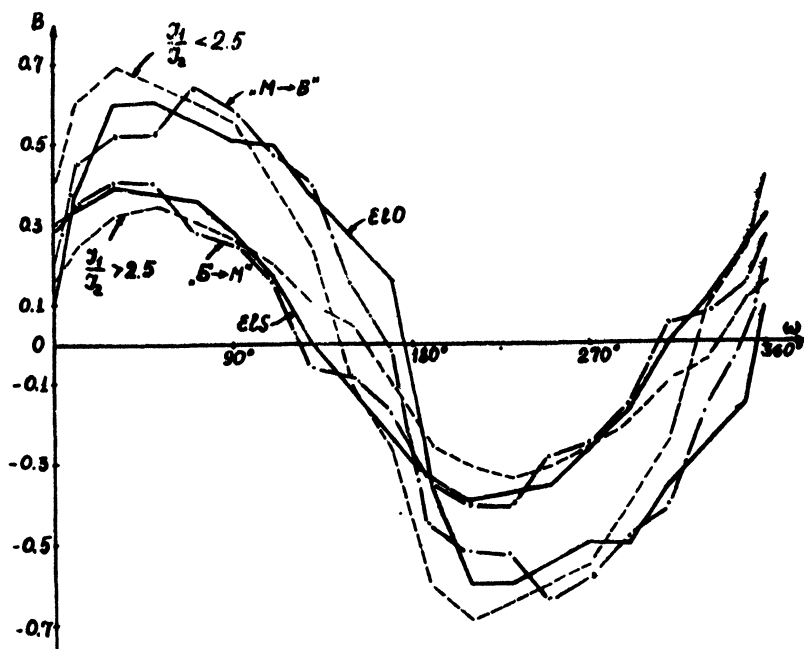


Рис. 1. Зависимость В-эффекта от долготы периастра для различных категорий затменных систем.

На рис. 1 изображены кривые (1) для 110 затменно-двойных звезд по их спектроскопическим орбитам (E1S), для 36 фотометрических орбит (E10), для 47 затменных систем, имеющих главный минимум в положении "меньшая впереди большей" ("М—В"), для 53 систем с главным минимумом в положении "В—М" и для звезд с отношением поверхностных яркостей $2.5^{-1} < \frac{I_1}{I_2} < 2.5$ (35 систем) и $\frac{I_1}{I_2} > 2.5$, либо $\frac{I_1}{I_2} < 2.5^{-1}$ (68 систем).

Как видно из этого рисунка, у всех категорий звезд максимум В-эффекта приходится на $\bar{\omega} = 60^\circ$ с отклонением не более 30° . Обраща-

ет на себя внимание увеличение амплитуды В-эффекта у затменно-двойных с фотометрическими орбитами, а также для звезд группы "М→Б" или, что то же самое, " $r_{\Pi} < r_{\Sigma}$ " (r_{Π} — радиус передней, т. е. затмевающей в главном минимуме звезды, r_{Σ} — радиус затмеваемой звезды),

для звезд с $2.5^{-1} < \frac{I_1}{I_2} < 2.5$.

В таблице 1 приведены значения В-эффекта для различных категорий звезд, соответствующие $\bar{\omega} = 90^\circ$ (делящей плоскостью является картинная). Из этой таблицы также следует увеличение В-эффекта у затменно-двойных систем. Исключительно большой величины В-эффект достигает у затменных систем с углом наклона $i < 70^\circ$, у систем, для

которых в главном минимуме отношение $\frac{r_{\Pi}}{r_{\Sigma}}$ существенно меньше еди-

ницы, у систем с отношением поверхностных яркостей, близким к единице, а также у чисто фотометрических орбит. В последней колонке таблицы 1 приведены значения вероятности (2), которые, несмотря на немногочисленность некоторых категорий звезд, оказываются достаточно маленькими для того, чтобы соответствующее распределение нельзя было считать случайным.

Таблица 1

Величина В-эффекта у различных категорий затменных систем.

Категория звезд	n	n (90°)	n (270°)	B(90°)	W(B)
1. Затменно-двойные со спектро-скоп. элементами	110	70	40	0.273	$4.6 \cdot 10^{-3}$
2. Затменно-двойные с фотом. элементами	36	27	9	0.50	$2.6 \cdot 10^{-3}$
3. Все затменно-двойные	139	93	46	0.338	$6.2 \cdot 10^{-5}$
4. Затменно-двойные с					
а) $2.5^{-1} < \frac{I_A}{I_B} < 2.5$.	35	25	6	0.656	$1 \cdot 10^{-4}$
б) $\frac{I_A}{I_B} > 2.5$, либо $\frac{I_A}{I_B} < 2.5^{-1}$	68	43	25	0.265	$2.8 \cdot 10^{-2}$
5. Системы с отношением радиусов в главном минимуме					
а) $\frac{r_{\Pi}}{r_{\Sigma}} \leq 0.7$	14	14	0	1.00	0
б) $0.7 < \frac{r_{\Pi}}{r_{\Sigma}} \leq 1.0$	33	24	9	0.455	$2.70 \cdot 10^{-3}$

1	n	n(90°)	n(270)	B(90°)	W(B)
	2	3	4	5	6
в) $1.0 < \frac{r_{\text{п}}}{r_{\text{з}}} \leq 1.4$	22	16	6	0.455	$3.2 \cdot 10^{-2}$
г) $1.4 < \frac{r_{\text{п}}}{r_{\text{з}}}$	30	16	14	0.067	$7.1 \cdot 10^{-4}$

6. Затменно-двойные с известным углом наклона

		Δi (в радианах)					
а)	$i \leq 90^\circ$	0	125	85	40	0.360	$6 \cdot 10^{-5}$
б)	$i \leq 87^\circ 5$	0.043	93	64	29	0.375	$1.7 \cdot 10^{-4}$
в)	$i \leq 85^\circ$	0.087	71	50	21	0.408	$5.8 \cdot 10^{-4}$
г)	$i \leq 82^\circ 5$	0.130	54	41	13	0.519	$1.4 \cdot 10^{-4}$
д)	$i \leq 80^\circ$	0.174	41	32	9	0.560	$3.4 \cdot 10^{-4}$
е)	$i \leq 77^\circ 5$	0.217	27	20	7	0.482	$1.2 \cdot 10^{-2}$
ж)	$i \leq 75^\circ$	0.261	20	15	5	0.500	$2.6 \cdot 10^{-2}$
з)	$i \leq 72^\circ 5$	0.304	19	14	5	0.473	$4 \cdot 10^{-2}$
и)	$i \leq 70^\circ$	0.348	16	13	3	0.625	$1.2 \cdot 10^{-2}$

Увеличение В-эффекта у затменно-двойных звезд по сравнению со спектрально-двойными не может быть объяснено существующими гипотезами, интерпретирующими этот феномен.

В самом деле, как известно, наиболее признанной в настоящее время является гипотеза О. Струве [5], объясняющая В-эффект у спектрально-двойных звезд систематическими ошибками в определении орбит по кривым лучевых скоростей, искажаемым газовыми потоками между компонентами тесных двойных систем. Совершенно очевидно, что гипотеза Струве не применима к орбитам, определенным фотометрическими методами. В недавней работе Э. Ф. Бражниковой [16] описывается другая возможная причина В-эффекта, обусловленная накоплением межзвездной пыли в области апоастра слабого компонента. Эта пыль экранирует звезду и уменьшает вероятность ее открытия наблюдателем, для которого периастр яркого компонента находится перед картинной плоскостью.

Гипотеза Бражниковой хорошо объясняет обнаруженный ею В-эффект у достаточно широких пар со значительными эксцентриситетами [13]. Однако трудно думать, что эффект анизотропного экранирования может играть столь же значительную роль для тесных пар с небольшими эксцентриситетами, каковыми являются затменные системы.

Поэтому становятся целесообразными поиски новой, специфичной для затменно-двойных звезд причины, обуславливающей возникновение В-эффекта у данных систем.

В настоящей статье мы покажем, что такой причиной может быть зависимость геометрической вероятности открытия затменной системы от истинной аномалии ϕ_e компонентов в момент затмения.

Вопрос о вероятности открытия затменных переменных звезд исследовался многими авторами. Обзор этих исследований можно найти в работах [25–31]. Однако, искомая вероятность во всех случаях осреднялась по истинной аномалии в пределах $0 < \phi < 2\pi$, и никто из авторов не пытался найти W отдельно для случаев затмения, соответствующих пребыванию компонентов в периастральных $-\frac{\pi}{2} < \phi_e \leq \frac{\pi}{2}$ или апост.

ральных $\frac{\pi}{2} < \phi_e \leq \frac{3}{2}\pi$ половинах своих орбит. Для решения этой задачи воспроизведем некоторые хорошо известные исходные предпосылки, лежащие в основе определения вероятности открытия затменной звезды.

Пусть наблюдатели равномерно заполняют поверхность небесной сферы, в центре которой находится двойная звезда (компоненты считаем сферическими). Тогда отношение числа наблюдателей, которые смогут открыть ее переменность, к общему числу наблюдателей или, что то же самое, отношение площади полосы затмения к площади всей небесной сферы, будет равно геометрической вероятности открытия этой звезды. Полуширина тени ϑ (в угловой мере) является функцией ϕ_e .

$$\vartheta_0 = \arcsin \frac{r_A + r_B}{R} \approx \frac{r_A + r_B}{R}, \quad (3)$$

где r_A и r_B — радиусы главного компонента и спутника, а R — расстояние между ними:

$$R = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \phi} \quad (4)$$

В момент затмения истинная аномалия обоих компонентов связана с долготой периастра ω_3 затмеваемого (заднего) компонента очевидным равенством $\phi_e + \omega_3 = 90^\circ$, с учетом которого полуширина полосы тени (3) может быть записана так:

$$\vartheta_0 = \frac{r_A + r_B}{a(1-e^2)} (1 + e \sin \omega_3) \quad (5)$$

Геометрическая вероятность открытия затменной звезды с долгой периастра, заключенной в пределах от ω до $\omega + d\omega$, очевидно равна

$$dW = \frac{\vartheta_0 d\omega}{4\pi} \quad (7)$$

Таким образом, формула (6) описывает одновременно функциональную зависимость геометрической вероятности открытия затменной звезды от долготы периастра затмеваемого компонента. Максимум $W(\omega)$ приходится на $\omega_3 = 90^\circ$, минимум на $\omega_3 = 270^\circ$.

Этот вывод уже дает качественное объяснение существованию В-эффекта у фотометрических орбит и сдвигу максимума кривой $B(\omega)$ для данных систем к $\bar{\omega} = 90^\circ$.

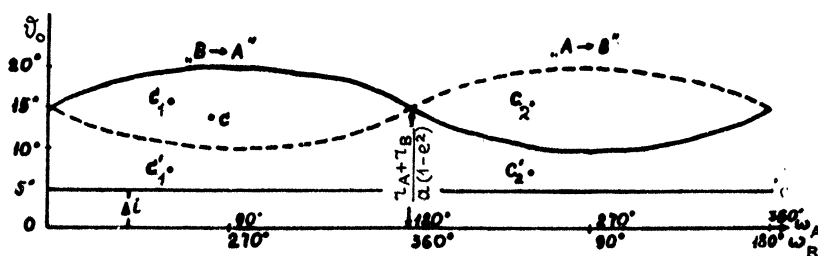


Рис. 2. Влияние эксцентриситета орбиты на форму полосы затмения по небесной сфере.

На рис. 2 приведена развертка полосы затмения по небесной сфере от средней линии до границы полутени, построенная по формуле (6) для системы с $e=0.27$, $\frac{r_A + r_B}{a} = 0.25$, $i=86^\circ$ и $r_B > r_A$.

Масштаб по оси ординат для наглядности увеличен в 4 раза. Положение наблюдателя (С) в системе координат (ω, ϑ) определяется углами: $\omega_A = 80^\circ$, $\vartheta = 90^\circ - i = 14^\circ$.

Сплошной линией изображена граница полосы затмения меньшего компонента ("B $\rightarrow$ M"), дающего в данном случае главный и единственный минимум. Пунктирная линия — граница полосы затмения большего компонента ("M $\rightarrow$ B") или, что то же самое — ("A $\rightarrow$ B"), которые у данной системы не фиксируются, поскольку наблюдатель С находится вне полосы второго затмения. Долгота периастра компонента В $\omega_B = 260^\circ$.

Для любой другой затменной системы*) вид полосы затмения будет вполне подобен рис. 2.

Однако в общем случае затмение ("M $\rightarrow$ B") может быть столь же и даже более интенсивным, чем затмение ("B $\rightarrow$ M").

Уже чисто качественный анализ рис. 2 и формулы (6) позволяет нам сделать ряд выводов, бесспорность которых настолько очевидна, что они могут быть возведены в ранг теорем.

Теорема 1. Если угол наклона плоскости орбиты затменно-двойной звезды удовлетворяет условию

$$\vartheta = \frac{\pi}{2} - i \geq \frac{r_B + r_M}{a(1-e^2)}, \quad (9)$$

то периастр орбиты компонента, затмение которого наблюдается, находится за картинной плоскостью.

В самом деле, пусть один наблюдатель находится в точке C_1 , а другой в диаметрально противоположной точке небесной сферы C_2 (рис. 2).

Первый из них будет наблюдать только затмение ("B $\rightarrow$ A"). Периастр затмеваемого компонента будет для него иметь долготу $\omega_A = 60^\circ$

* Если форма компонентов двойной звезды отличается от сферической, то под r_A и r_B следует подразумевать нормальные к плоскости орбиты радиусы видимых дисков компонентов.

и находится за картинной плоскостью. Вторым наблюдатель будет фиксировать только затмение "А → В". Он констатирует, что долгота периастра затмеваемого компонента $\omega_B = 60^\circ$ и что этот периастр также находится за картинной плоскостью.

Теорема 2. Если угол наклона плоскости орбиты затменно-двойной звезды удовлетворяет условию

$$\vartheta = \frac{\pi}{2} - i > \frac{r_B - r_M}{R} \quad (9)$$

и поверхностные яркости обоих компонентов одинаковы: $I_A = I_B$, то при отсутствии потемнения к краю диска ($x=0$), периастр компонента, затмение которого дает главный минимум, будет находиться за картинной плоскостью.

Следствие. При равенстве радиусов и поверхностных яркостей компонентов, все наблюдатели без ограничения угла наклона будут фиксировать главный минимум, когда затмевается компонент с периастром орбиты за картинной плоскостью.

В самом деле не трудно видеть, что теорема 2 и ее следствие относятся к наблюдателям, находящимся в полосе частного затмения, и что глубина минимума для каждого из них будет определяться лишь геометрической глубиной*) затмения p , связанной (см. [32]) с расстоянием между центрами δ и радиусами большего (r_B) и меньшего (r_M) компонентов формулой

$$p = \frac{\delta - r_B}{r_M}, \quad (10)$$

в которой p — безразмерна, а δ , r_B и r_M могут выражаться в любых линейных или угловых единицах.

Очевидно, в максимальной фазе затмения (т. е. в минимальной геометрической) расстояние между центрами в угловой мере будет

$$\delta = \vartheta = \frac{\pi}{2} - i = \Delta i, \quad (11)$$

а сама фаза затмения p' , определяемая как доля диаметра заднего компонента, перекрытая от наблюдателя передним компонентом (рис. 3), оказывается пропорциональной отрезку $(\vartheta_0 - \vartheta)$, характеризующему расстояние наблюдателя от границы полосы затмения:

$$2p'r_3 = r_3 - (\delta - r_M) = r_3 + r_M - \delta = R(\vartheta_0 - \vartheta)$$

$$p' = \frac{1}{2}(1 - p) = \frac{R}{2r_3} (\vartheta_0 - \vartheta) \quad (12)$$

* Наименование p геометрической "глубины" затмения представляется нам неудачным, поскольку величина p уменьшается от $+1$ в нулевой фазе ($\delta = r_B + r_M$) до -1 в полной фазе затмения ($\delta = r_B - r_M$).

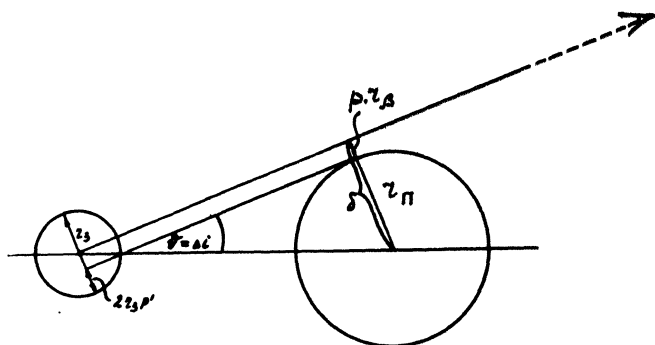


Рис. 3. К выводу связи между фазой затмения и углом наклона орбиты.

Пусть два наблюдателя C_1 и C_2 находятся в диаметрально противоположных точках небесной сферы. Они будут наблюдать затмение в один и тот же момент, т. е. при одинаковом значении R . Если радиусы компонентов практически равны, то фаза затмения, как видно из (12), целиком определяется отрезком $(\vartheta_0 - \vartheta)$.

Для первого из них (C'_1) главный минимум совпадает с затмением условно меньшего компонента, т. к. при этом затмении отрезок $(\vartheta_0 - \vartheta)_{B \rightarrow M}$ больше отрезка $(\vartheta_0 - \vartheta)_{M \rightarrow B}$, и C'_1 зафиксирует, что периастр компонента, дающего главный минимум, $\omega_3 = \omega_M = 60^\circ$.

Второй (C'_2) по аналогичным соображениям зафиксирует $\omega_3 = \omega_B = 60^\circ$.

Итак, если бы все двойные звезды состояли из сферических однородных и равных по размерам и блеску компонентов, то у всех открываемых звезд периастр орбит компонента, затмение которого дает главный минимум, находился бы за картинной плоскостью, и мы имели бы $B(90) = 1.00$.

Сформулированный вывод дает качественное объяснение увеличению

B -эффекта у звезд с отношением $\frac{I_A}{I_B}$, близким к единице (см. табл. 1).

Кроме того, на основании этого же вывода можно было бы ожидать, что B -эффект будет усиливаться у звезд с отношением $\frac{r_B}{r_M}$, также близким к единице. Однако из таблицы 1 следует, что указанное увеличение B -эффекта имеет место лишь при $\frac{r_п}{r_3} < 1$. Для звезд же, у которых в главном минимуме $\frac{r_п}{r_3} < 1$, B -эффект тем больше, чем меньше $\frac{r_п}{r_3}$ и, в частности, при $\frac{r_п}{r_3} < 0.7$ он достигает своего верхнего предела $(+1)$ — феномен, который не наблюдался до сих пор ни одним автором.

Как мы увидим ниже, объясняется этот феномен тем, что при $\frac{r_{\Pi}}{r_3} < 1$ потемнение к краю у заднего компонента настолько уменьшает его эффективный радиус, что именно в этом случае устанавливается равенство $r_{\Pi} = (r_3)_{\text{эф}}$. Если же $\frac{r_{\Pi}}{r_3} > 1$, то уменьшение эффективного значения r_3 лишь усиливает неравенство $r_{\Pi} > r_3$.

Теорема 3. Если главный минимум имеет место при затмении $\frac{r_{\Pi}}{r_3} < 1$, то у звезд, удовлетворяющих условию теоремы 2, периастр более яркого компонента находится за картинной плоскостью.

В самом деле, при равенстве поверхностных яркостей, больший компонент обладает одновременно и большей светимостью. Поэтому понятие "периастр компонента, затмение которого дает главный минимум" при ("М → Б") тождественно с понятием "периастр более яркого компонента".

Поскольку звезды, удовлетворяющие условию теоремы 2, составляют известную долю от всех звезд, можно ожидать, что и для всех звезд, имеющих главный минимум при затмении "М → Б" ($\frac{r_{\Pi}}{r_3} < 1$), В-эффект будет значительно более выраженным, чем у звезд с главным минимумом в положении "Б → М" ($\frac{r_{\Pi}}{r_3} > 1$). Данные таблицы 1 находятся в полном согласии с этим выводом.

Резкое увеличение В-эффекта у звезд с главным минимумом в положении "М → Б" является также следствием потемнения к краю диска.

В самом деле, с учетом потемнения в формуле (9) следует заменить геометрический радиус затмеваемого компонента эффективным радиусом диска, внутренний контакт с которым дает либо практически полное затмение, в случае покрытия, либо максимально-возможную глубину минимума в случае прохождения. Таким образом, при затмении "Б → М" для $r_Б$ следует сохранить геометрическое значение, а для $r_М$ — принять уменьшенное эффективное значение. Это приводит к увеличению разности $r_Б - r_М$ и делает условие (9) более жестким. При затмении "М → Б" и наличии потемнения к краю, потеря блеска растет вплоть до совпадения центров дисков ($\delta = 0$), что равносильно уменьшению эффективного радиуса $r_Б$ до размеров радиуса $r_М$. Равенство $r_Б = r_М$ означает, что условие (9) выполняется для всех наблюдателей, независимо от θ и i , что и приводит к резкому увеличению В-эффекта для звезд с главным минимумом в положении "М → Б".

Многочисленность эффектов, вытекающих из изложенной выше теории, и их полное качественное согласие с данными наблюдений не оставляют места для сомнений в том, что эксцентricность траекторий затменно-двойных звезд играет важную роль в распределении периастров орбит их главных компонентов.

Качественным резюме первой части нашей статьи могут быть два бесспорных тезиса:

1) Затмение компонентов двойной звезды легче обнаруживается, когда они находятся на минимальном расстоянии друг от друга, т. е. проходят через периастры; 2) Из двух наблюдателей, находящихся в диаметрально противоположных точках небесной сферы и наблюдающих затмение компонентов, проходящих через периастры, в первую очередь заметит это затмение наблюдатель, от которого затмевается яркий компонент и для которого, следовательно, периастр яркого компонента располагается за картинной плоскостью.

Перейдем теперь к попытке количественной оценки этого эффекта.

Очевидно, вероятность открыть данную звезду наблюдателями, находящимися на элементарной площадке $d\omega d\vartheta$, пропорциональна величине этой площадки (геометрическая вероятность) и плотности вероятности $\sigma(\vartheta, \omega)$, зависящей от многих физических причин, но в конечном счете, являющейся функцией ω и ϑ .

Допустим, как это имеет место в подавляющем большинстве случаев, что вдоль всей полосы затмения (рис. 2) главный минимум наступает в момент затмения более яркой звезды и что таковой является компонент, меньший по размерам.

В таком случае сплошная линия на рис. 2 ограничивает полосу затмения в главном минимуме. Очевидно, вероятности открыть данную звезду с периастром яркого компонента за картинной (W_{90}) и перед картинной (W_{270}) плоскостью по наблюдению главного минимума соответственно будут:

$$W_{90} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \int_0^{\vartheta_0} \sigma_{ГЛ} d\vartheta d\omega; \quad W_{270} = \frac{1}{2\pi} \int_\pi^{2\pi} \int_0^{\vartheta_0} \sigma_{ГЛ} d\vartheta d\omega \quad (13)$$

Переходя на основании эргодической гипотезы от одной звезды и множества наблюдателей к одному наблюдателю и множеству звезд и полагая

$$n(\overline{90}) = W_{90} \cdot n \quad \text{и} \quad n(\overline{270}) = W_{270} \cdot n,$$

находим выражение для В-эффекта относительно картинной плоскости, который должен был бы иметь место, если бы затменные звезды открывались только по главному минимуму и если бы другие причины для этого эффекта не существовали.

$$B(\overline{90}) = \frac{\int_0^\pi \int_0^{\vartheta_0} \sigma_{ГЛ} d\vartheta d\omega - \int_\pi^{2\pi} \int_0^{\vartheta_0} \sigma_{ГЛ} d\vartheta d\omega}{\iint \sigma_{ГЛ} d\vartheta d\omega + \iint \sigma_{ГЛ} d\vartheta d\omega} \quad (14)$$

Входящую в (13) плотность вероятности $\sigma_{ГЛ}$ можно представить произведением факторов, некоторые из которых являются константами относительно ϑ и ω . Примерами таковых могут служить факторы, зависящие от звездной величины системы и средней продолжительности затмения. Эти множители на величину В-эффекта не влияют вовсе, поскольку они выносятся за знак интегралов правой части (14) и сокращаются.

К факторам, являющимся функцией переменных ϑ и ω , относятся глубина минимума и небольшие колебания продолжительности затмения.

Относительную продолжительность затмения τ легко представить в аналитическом виде. В самом деле, $\tau = \frac{2S'}{\dot{\phi}P}$, где $S' = \sqrt{\dot{\vartheta}_0^2 - \dot{\vartheta}^2}$ (см. рис. 4).

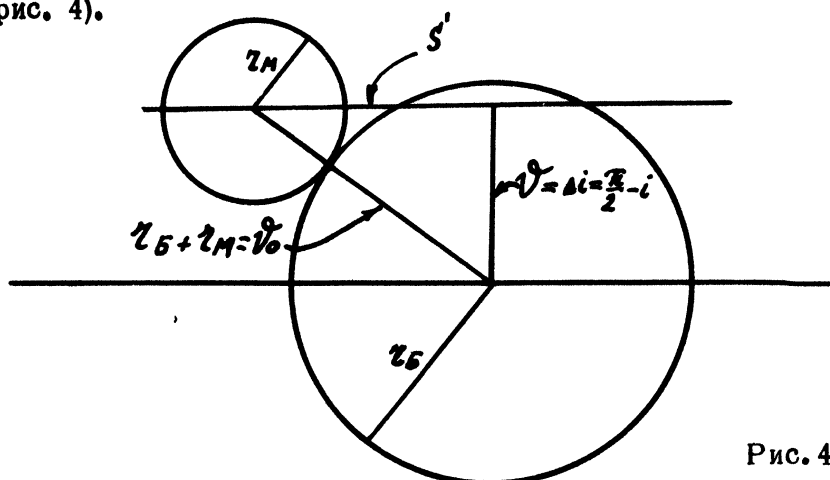


Рис. 4

Подставляя сюда выражение для угловой скорости через удвоенную секториальную скорость K , $\dot{\phi} = \frac{K}{R^2}$, учитывая, что $K \cdot P = 2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$ и используя (3), легко находим

$$\tau = D \frac{\sqrt{1 - \frac{\dot{\vartheta}^2}{\dot{\vartheta}_0^2}}}{\dot{\vartheta}_0}, \quad (15)$$

где введено обозначение

$$D = \frac{(r_1 + r_2)^2}{\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}} = \text{Const}$$

Множитель D является одной из тех констант, о которых говорилось выше и которые сокращаются в (14).

Как видно из (15), при заданном ω продолжительность затмения может и уменьшаться и увеличиваться с увеличением $\dot{\vartheta}_0$. Максимум τ наступает при $\dot{\vartheta}_0 = \sqrt{2} \dot{\vartheta}$, что может иметь место как при прохождении через периастр, так и при прохождении через апоастр.

Что касается глубины минимума, то для корректного учета этого фактора следовало бы поступить так. В каждой точке $(\dot{\vartheta}, \omega)$ по известному расстоянию между центрами дисков в минимуме ($\delta = \dot{\vartheta}R$), а также по известным значениям $r_S + r_M = \dot{\vartheta}_0 \cdot R$ и $\frac{r_M}{r_S} = k$, определить геометрическую глубину затмения (10). Далее, по найденному значению p , известному отношению $\frac{r_M}{r_S}$ и известному потемнению к краю x найти потерю блеска в минимуме по формуле В.П.Цесевича [33], выражаемой через эллиптические функции, или по соответствующим таблицам.

Зная потерю блеска и выразив ее в звездных величинах, можно оценить вероятность открытия в зависимости от типа звезд, пользуясь, например, методом Н. Е. Курочкина [29].

Совершенно ясно, что найденная таким путем плотность вероятности в лучшем случае могла бы быть табулирована, но не поддавалась бы аналитическому интегрированию по ϑ и ω . Таким образом, мы не смогли бы воспользоваться формулой (14) для наглядного подтверждения теоретических выводов соответствующим статистическим материалом.

Из указанных соображений и с целью получения аналитического выражения для $B(\omega)$ в виде формулы, достаточно простой и удобной для практического использования, прибегнем к следующему тривиальному математическому приему.

Плотность вероятности $\sigma(\omega, \vartheta)$ представим функцией $\sigma(\vartheta_0, \vartheta)$, пользуясь однозначной зависимостью (6) между ω и ϑ_0 .

Тогда, при заданном значении ω , или, что то же самое, ϑ_0 , плотность вероятности будет лишь функцией ϑ . С другой стороны, всякую функцию мы можем разложить в ряд Фурье или в степенной сходящийся ряд по степеням аргумента $z < 1$ и, ограничившись некоторым числом членов, получить более или менее точное выражение заданной функции.

Представим плотность вероятности в виде ряда по степеням аргумента $\vartheta_0 - \vartheta$, от которого, как уже показывалось выше, зависит и глубина минимума и переменный фактор продолжительности затмения.

$$\sigma(\vartheta) = \sigma_0 + \sigma_1 (\vartheta_0 - \vartheta) + \sigma_2 (\vartheta_0 - \vartheta)^2 + \dots \quad (16)$$

Для подавляющего большинства затменных звезд разность $(\vartheta_0 - \vartheta) \ll 1$. Поэтому мы ограничимся первыми двумя членами ряда (16). Учитывая, что при $\vartheta = \vartheta_0$, $\sigma(\vartheta) = \sigma_0 = 0$, получаем:

$$\sigma(\vartheta) = \sigma_1 (\vartheta_0 - \vartheta).$$

Т. к. плотность вероятности различна для затмений $B \rightarrow A$ и $A \rightarrow B$, то предыдущее выражение для этих двух случаев будет иметь вид:

$$\sigma(\vartheta)_A = \sigma_A (\vartheta_0 - \vartheta) \quad \sigma(\vartheta)_B = \sigma_B (\vartheta_0 - \vartheta) \quad (17)$$

где индекс A относится к затмению компонента A .

Для расширения возможностей проверки наших теоретических результатов усложним поставленную задачу и сформулируем ее так:

Определить вероятность открытия затменной звезды с периастром яркого компонента за картинной W_{90} и перед картинной W_{270} плоскостью, если на угол наклона орбиты звезды наложено дополнительное условие:

$$i \leq \frac{\pi}{2} - \Delta i \quad (18)$$

Для решения этой задачи выражение (13) следует интегрировать по ϑ не от 0, а от Δi до ϑ_0 . Подставляя (17) в (13), осуществляя интегрирование по ϑ в указанных пределах, заменяя ϑ_0 через ω при помощи (6) и интегрируя по ω , находим:

1) Вероятность открытия по наблюдению затмения компонента А.

а) Если затмение происходит в периастральной половине орбиты (ω_A — за картинной плоскостью)

$$W_{90} = \frac{\sigma_A (r_A + r_B)^2}{a^2 (1 - e^2)^2} \left[\frac{(1 - q)^2}{4} + \frac{e}{\pi} (1 - q) + \frac{e^2}{8} \right] \quad (19)$$

б) ω_A — перед картинной плоскостью.

$$W_{270} = \frac{\sigma_A (r_A + r_B)^2}{a^2 (1 - e^2)^2} \left[\frac{1}{4} (1 - q)^2 - \frac{e}{\pi} (1 - q) + \frac{e^2}{8} \right] \quad (20)$$

2) Вероятность открытия по наблюдению затмения компонента В.

а) ω_A — за картинной плоскостью.

$$W'_{90} = \frac{\sigma_B (r_A + r_B)^2}{a^2 (1 - e^2)^2} \left[\frac{1}{4} (1 - q)^2 - \frac{e}{\pi} (1 - q) + \frac{e^2}{8} \right] \quad (21)$$

б) ω_A — перед картинной плоскостью

$$W'_{270} = \frac{\sigma_B (r_A + r_B)^2}{a^2 (1 - e^2)^2} \left[\frac{1}{4} (1 - q)^2 + \frac{e}{\pi} (1 - q) + \frac{e^2}{8} \right] \quad (22)$$

Очевидно, величина В-эффекта по отношению к картинной плоскости может быть представлена дробью

$$B(90) = \frac{(W_{90} + W'_{90}) - (W_{270} + W'_{270})}{W_{90} + W'_{90} + W_{270} + W'_{270}} \quad (23)$$

Подставляя сюда выражения (19–22), после небольших преобразований находим:

$$B(90) = \frac{8e(1 - q)(1 - \psi)}{\pi[2(1 - q)^2 + e^2](1 + \psi)}, \quad (24)$$

где введены следующие обозначения

$$q = \frac{\Delta i \cdot a (1 - e^2)}{r_A + r_B} \quad (25)$$

$$\psi = \frac{\sigma_B}{\sigma_A} \quad (26)$$

Формула(24) справедлива лишь при условии $\Delta i \leq \Delta i' = \frac{r_A + r_B}{a(1 + e)}$ и $q \leq (1 - e)$ (27)

При больших значениях Δi пределы интегрирования (13) по ω будут изменяться, сперва для W_{270} и W'_{90} , а затем при

$$\Delta i > \frac{r_A + r_B}{a(1-e^2)}, q > 1 \quad (28)$$

и для W_{90} и W'_{270} .

На границе применимости формулы (24) $q = 1 - e$ и, независимо от эксцентриситета,

$$B(90) = \frac{8}{3\pi} \frac{(1-\psi)}{(1+\psi)} \quad (29)$$

Из рис. 2 не трудно видеть, что при $\frac{r_A + r_B}{a(1-e^2)} = \Delta i'' \leq \Delta i \leq \Delta i''' = \frac{r_A + r_B}{a(1-e^2)}$, $W_{270} = W'_{90} = 0$, с учетом чего формула (23) дает

$$W(90) = \frac{W_{90} - W'_{270}}{W_{90} + W'_{270}} = \frac{1-\psi}{1+\psi} = \text{const} \quad (30)$$

При интегрировании (13) по ϑ мы принимали в качестве верхнего предела геометрическую полуширину полосы затмения, равную сумме геометрических радиусов компонентов в угловой мере: $\vartheta_0 = \frac{r_{\Pi} + r_{\Sigma}}{\Pi}$. Между тем,

(13) следовало интегрировать лишь по эффективной полосе затмения, считая границей таковой линию, на которой глубина минимума $\Delta m_{\min}$ столь мала, что вероятность открытия затмения становится здесь практически нулевой. По данным Ч.Е. Курочкина [29], $\Delta m_{\min} = 0^m.3$.

Как уже говорилось выше, эффективный радиус передней звезды остается равным его геометрическому. Эффективный радиус задней звезды уменьшается до радиуса концентрического диска, первый контакт которого с передним компонентом соответствует потере блеска $\Delta m_{\min}$. В результате эффективная полуширина полосы затмения может быть измерена расстоянием δ_0 между центрами дисков, при котором потеря блеска составляет $\Delta m_{\min}$. Величина δ_0 может быть представлена как произведение суммы геометрических радиусов на коэффициент $\mu < 1$, характеризующий сужение эффективной полосы затмения.

$$\delta_0 = \mu (r_{\Pi} + r_{\Sigma}) \quad (31)$$

Для определения δ_0 можно было бы воспользоваться таблицами Меррилла [32] или другими аналогичными таблицами, дающими потерю светимости α , нормированную к единице при втором контакте по входным параметрам p и k . Однако наглядность таблиц Меррилла и удобство их использования для нашей цели значительно проигрывают от того, что они составлены отдельно для случаев покрытия и прохождения. Связь меж-

ду этими двумя системами таблиц устанавливается при помощи третьей таблицы, зависящей от неодинаковой нормировки α .

Поэтому мы составили единую таблицу потери светимости $^5\alpha$ по входным параметрам p' и k' , где

$$k' = \frac{r_{\Pi}}{r_3} \quad (32)$$

(см. табл. 2), пригодную как для покрытия ($k' > 1$), так и для прохождения ($k' < 1$).

Связь между общепринятыми параметрами p и k и нашими параметрами p' и k' устанавливается системой формул (10, 12, 32), используя которые после небольших преобразований, получаем:

1) Для покрытия

$$p' = \frac{1}{2}(1-p); \quad k' = \frac{1}{k} > 1 \quad (33)$$

2) Для прохождения

$$p' = \frac{k}{2}(1-p); \quad k' = k < 1 \quad (34)$$

В таблице 2 потеря светимости для всех значений k' выражена в долях светимости задней звезды: $^5\alpha = \frac{\Delta L_3}{L_3}$.

Составлена эта таблица для случая потемнения к краю задней звезды $x = 0.5$.

При $k' < 1$ максимальная потеря светимости будет при $\delta = 0$, что дает $p' = \frac{1}{2}(1+k')$, поскольку p' может быть выражена так:

$$p' = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\delta - r_{\Pi}}{r_3} \right] \quad (35)$$

При $k' > 1$ максимальная потеря светимости, равная единице, будет одинаковой от второго до третьего контактов.

Для определения потери светимости 5L , соответствующей потере блеска Δm , воспользуемся соотношением

$$\frac{L_{\Pi} + L_3 - \Delta L}{L_{\Pi} + L_3} = 1 - \frac{\alpha L_3}{L_{\Pi} + L_3} = 2.5^{-\Delta m}$$

Откуда

$$\alpha = \left(1 + \frac{L_{\Pi}}{L_3} \right) (1 - 2.5^{-\Delta m}) \quad (36)$$

Таблица 2

Потеря светимости $\epsilon_{\alpha} = \frac{\Delta L_3}{L_3}$ в зависимости от фазы затмения p' и отношения радиусов $k' = \frac{r_{\Pi}}{r_3}$.

$p' \backslash k'$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.5	2.0	5.0	∞
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.016	0.022	0.026	0.029	0.031	0.032	0.033	0.035	0.039	0.042
0.2	0.037	0.066	0.079	0.088	0.093	0.097	0.102	0.107	0.118	0.127
0.3	0.043	0.120	0.150	0.168	0.179	0.186	0.195	0.205	0.224	0.238
0.4	0.046	0.166	0.232	0.264	0.281	0.295	0.307	0.321	0.347	0.365
0.5	0.047	0.180	0.315	0.370	0.396	0.414	0.431	0.449	0.480	0.500
0.6	0.048	0.186	0.387	0.480	0.520	0.542	0.563	0.584	0.616	0.635
0.7		0.189	0.403	0.592	0.648	0.675	0.698	0.717	0.746	0.762
0.8			0.410	0.684	0.776	0.805	0.825	0.842	0.862	0.873
0.9				0.697	0.897	0.922	0.935	0.944	0.953	0.958
1.0					1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Формула (36) позволяет определить величину α по известному отношению $\frac{L_{\Pi}}{L_3}$ и Δm . Затем, зная k' и α , нетрудно найти величину p' при помощи таблицы 2.

Далее из формулы (35) легко находится δ :

$$\delta = \mu (r_{\Pi} + r_3) = \left(1 - \frac{2p'}{1+k'}\right) (r_{\Pi} + r_3) \quad (37)$$

Подстановка эффективной полуширины полосы затмения в (25) дает:

$$q = \frac{\Delta i \cdot a (1 - e^2)}{\mu (r_{\Pi} + r_3)} \quad (38)$$

Величину ψ , входящую в (24) и равную отношению вероятностей открыть звезду по затмению компонента В и А (при прочих равных условиях), будем определять по фактически наблюдаемым числам соответствующих затмений.

В таблице 3 приведены отдельно для случаев $k' \geq 1$ значения различных промежуточных и окончательных параметров, необходимых для конкретизации величины В-эффекта (24), как полученные непосредственно на основании статистических данных (отмечены звездочкой), так и вычисленные при помощи соответствующих формул. В правой части таблицы 3 приводятся значения Δi и соответствующие им величины В (90) для трех граничных точек кривых (39). Остальные точки этих кривых

Таблица 3

Численные значения параметров к формуле (24)

Параметры	$k' < 1$	$k' > 1$	Параметры	$k' < 1$	$k' > 1$
1	2	3	4	5	6
$\frac{r_{\Pi}}{r_{\Sigma}}$	0.27	0.13	$\Delta i'$	0.16	0.25
α	0.30	0.27	$B(90)$	0.85	0.43
k'^*	0.7	1.5	$\Delta i''$	0.13	0.28
$\rho'_{\text{средн.}}$	0.46	0.37	$B''(90)$	1.09	0.5
μ	0.46	0.7	$\Delta i'''$	0.21	0.32
φ	5.3	3.5	$B'''(90)$	1.90	0.5
ψ^*	0.00	0.33			

вычислены по формулам (39), полученным путем подстановки в (24) φ и ψ из таблицы 3 для $k' = 0.7$ и $k' = 1.5$ при одинаковых значениях $e = 0.13$ и $r_{\Pi} + r_{\Sigma} = 0.4$

1) $k' = 0.7$

$$B(90) = 0.17 \frac{(1 - 5.3 \Delta i)}{[(1 - 5.3 \Delta i)^2 + 0.008]} \quad (39)$$

2) $k' = 1.5$

$$B(90) = 0.09 \frac{(1 - 3.5 \Delta i)}{[(1 - 3.5 \Delta i)^2 + 0.003]}$$

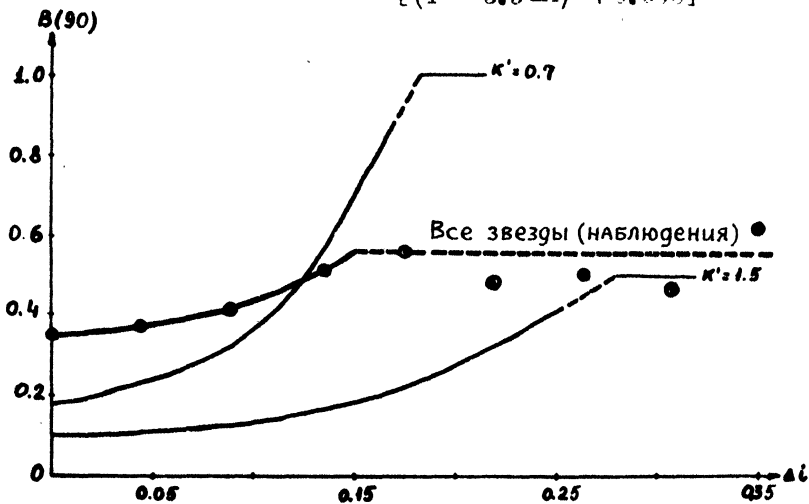


Рис. 5. Зависимость В-эффекта от Δi .

На рис. 5 изображены теоретические кривые (39) и кривая, построенная по данным наблюдениям (жирная линия) для всех использованных звезд.

Сравнение теоретических кривых с данными наблюдений позволяет сделать следующие выводы:

1) У всех трех кривых имеется качественное сходство в смысле наличия четко выраженного роста $B(\omega)$ с увеличением Δi при малых значениях этого аргумента и прямолинейного участка при больших Δi .

2) При малых Δi экспериментальная кривая лежит выше теоретических, что свидетельствует о наличии доли В-э.ф. эффекта, обусловленной не геометрической вероятностью открытия затменных систем.

3) Значительная дисперсия точек экспериментальной кривой на прямолинейном участке легко объясняется уменьшением статистического материала, использованного при построении соответствующих точек, в результате которого проявилось существенное отклонение индивидуальных значений e , k' и $(r_{\Pi} + r_3)$ от средних величин этих параметров.

Итак, мы видим, что эксцентricность орбит компонентов затменных систем вносит существенный, а при больших значениях Δi — решающий вклад в возникновение В-э.ф. эффекта. Между тем, если бы мы построили, вместо рис. 1, развертку полосы затмения для среднего значения $e = 0.13$ и в одинаковом масштабе для ϑ и ω , то получили бы ее границу в виде настолько пологой синусоиды, что на первый взгляд казалась бы неправдоподобной возможность существенного влияния долготы периастра на глубину минимума затмения. В связи с этим представляет интерес произвести непосредственный расчет зависимости глубины минимума в звездных величинах от долготы периастра затмемого компонента ω_3 .

Учитывая, что в момент затмения

$$R = \frac{a(1-e^2)}{1+e \sin \omega_3}, \quad (40)$$

на основании рис. 3 и формул (12) и (32) получаем

$$p' = \frac{1}{2} (1+k') \left[1 - \frac{a(1-e^2) \cos i}{(r_{\Pi} + r_3)(1+e \sin \omega_3)} \right] \quad (41)$$

По формуле (41) легко находятся величина p' при любом значении ω_3 и Δi , далее по таблице 2 и принятому значению k' определяется потеря светимости 5_a и, наконец, по формуле (36) и принятому значению

к $\frac{L_{\Pi}}{L_3}$ — вычисляется потеря блеска Δm .

Приведем в качестве примера таблицу значений потери блеска в главном минимуме для двух затмений "Б→М", одно из которых происходит при прохождении компонентов через периастр ($\omega_3 = 90^\circ$), другое — через апоастр ($\omega_3 = 270^\circ$). В качестве значений k' , $\frac{L_{\Pi}}{L_3}$, e и

$\frac{r_{\Pi} + r_3}{a}$ примем фактические средние величины этих параметров для звезд группы $k' > 1$ (см. табл. 3).

Таблица 4

Потеря блеска в главном минимуме в зависимости
от долготы периастра яркого компонента и от угла наклона орбиты

i	Δm		$\Delta m_{90} - \Delta m_{270}$	$\frac{\Delta m_{90} - \Delta m_{270}}{\Delta m_{90} + \Delta m_{270}}$
	$\omega = 90^\circ$	$\omega = 270^\circ$		
90°	2.34	2.34	0.00	0.00
85	2.34	2.06	0.28	0.06
82	1.73	1.24	0.49	0.16
80	1.32	0.83	0.49	0.23
75	0.61	0.23	0.38	0.45
70	0.27	0.00	0.27	1.00
65	0.03	0.00	0.03	1.00
60	0.00	0.00	0.00	

Таблица 4 убедительно свидетельствует о том, что даже небольшие эксцентриситеты орбит приводят к весьма заметному различию в глубине минимума для затмения одного и того же типа, но с разным положением периастра яркого компонента. Для наиболее типичного наклона орбиты $i = 81^\circ$ главный минимум на 0.5 глубже, если периастр яркого компонента находится за картинной плоскостью, чем при положении периастра перед картинной плоскостью.

Любопытно отметить, что относительная разность глубин минимума, указанная в последнем столбце табл. 4, имеет такой же характер изменения с углом i , как и величина В-эффекта. Это обстоятельство лишь раз говорит о решающей роли относительной глубины минимума, как фактора, определяющего вероятность открытия.

На первый взгляд может показаться, что результаты таблицы 4 поддаются проверке путем подсчета средних значений Δm у звезд с периастрами за и перед картинной плоскостью. Однако такой подсчет показал нам, что в среднем $\Delta m_{90} \approx \Delta m_{270} \approx 1.0$. Подобная нивелировка глубин минимумов является результатом работы механизма, "регулирующего" открытия затменных звезд: глубина минимума, как главный фактор, определяющий вероятность открытия, должна быть одинаковой в обоих случаях. Проявиться же зависимость Δm от ω должна в увеличении числа звезд с $\omega = 90^\circ$ и в появлении зависимости среднего угла наклона i от ω , которую в первом приближении можно получить, положив в (41) $p' = \text{const}$. Эти вопросы будут рассмотрены одним из авторов данной статьи в следующей работе.

В заключение мы выражаем благодарность А.А. Нефедьеву, М.М. Лаврову, Н.Е. Лавровой и Р.А. Боцула за содействие в подборе статистического материала.

Литература

1. J.M. Barr, JNAS Can 2, 70, 1908.
2. F. Schlesinger, H. Baker, Publ Allegheny Obs 1, № 21, 135, 1910.

3. C. Struve, A. Pogo, AN **234**, 297, 1929.
4. R. G. Aitken, The Binary Stars, 1935.
5. O. Struve, PA **56**, 348, 1948.
6. E. L. Scott, ApJ **109**, 194 и 446, 1949.
7. V. M. Blanco, A. D. Williams, PASP **61**, № 359, 92, 1949.
8. Э. Ф. Бражникова, С. В. Бабинчук, АЖ **42**, № 3, 678, 1969.
9. Р. Е. Куницкий, Русск. астрон. ж. **1**, № 2, 43, 1924.
10. O. Struve, PASP **60**, 160, 1948.
11. M. Jaschek, C. Jaschek, ZsAP **44**, № 1, 18, 1957.
12. A. H. Batten, Publ. Domin. Astrophys. Observ., Victoria, B.C., **13**, № 8, 119, 1967.
13. Э. Ф. Бражникова. Уч. записки ГГПИ, вып. 123, стр. 248.
14. A. H. Batten, PASP **80**, № 472, 85, 1968.
15. A. H. Batten, JRAS Can **62**, № 6, 344, 1968.
16. Э. Ф. Бражникова, АЖ **47**, № 1, 149, 1970.
17. Э. Ф. Бражникова, В. Е. Радзиевский, АЖ (в печати).
18. A. H. Batten, "The Sixth Catalogue of the Orbital Elements of Spectroscopic Binary Systems", DAO Publ **13**, 119, 1967.
19. В. Е. Радзиевский, Бюллетень ВАГО № 6, 16, 1949.
20. Н. И. Чудовичев, Энг. булл. № 28, 1952.
21. М. А. Свечников, "Каталог орбитальных элементов, масс и светимостей тесных двойных звезд", Свердловск, 1969.
22. М. И. Лавров. "Статистические закономерности у затм. перем. звезд и их физическое истолкование". Кандидатская диссерт., Казань, 1954.
23. В. П. Толстых, Уч. записки ГГПИ (в печати).
24. Г. В. Кукаркин, П. П. Паренаго, Ю. И. Ефремов, П. Н. Холопов, ОКПЗ, 1958.
25. H. Gramatzki, AN **233**, 103, 1928.
26. Б. Щиголев, АЖ **8**, 214, 1931.
27. Д. Я. Мартынов, "Переменные звезды", т. II, ГОНТИ, 1939.
28. Р. А. Саакян, Сообщ. Бюрак. обсерв. № 10, 1952.
29. Н. Е. Курочкин, ПЗ **15**, 4, 329, 1965.
30. М. Б. Попов. "Тесные дв. системы и вопросы зв. эволюции". Кандидатская диссертация, ГАИШ, Москва, 1968.
31. M. Plavec, Astrophys. and Space Sci., **1**, № 2, 239, 1968.
32. Д. Ирвин, "Методы астрономии" (сб. статей под ред. Е. А. Крата). "Мир", М., 1967.
33. Б. П. Цесевич, Булл. Астр. инст. АН СССР, № 45, 1938.

Горьковский государственный
педагогический институт
им. М. Горького
май, 1970 г.