

ДИАГРАММА ГРАДИЕНТОВ ДЛЯ ПЕРЕМЕННЫХ ЗВЕЗД *

И. Г. Колесник, Ф. И. Лукацкая

Из сопоставления U , B и V , B величин для большого числа физических переменных звезд различных типов установлено, что они связаны между собой линейными регрессионными зависимостями. Это позволяет характеризовать переменную звезду постоянными значениями градиентов $\frac{dU}{dB} = \nabla_U$ и $\frac{dV}{dB} = \nabla_V$. Рассмотрено

положение звезд на плоскости (∇_U, ∇_V) , называемой диаграммой градиентов. На ней звезды образуют последовательности по типам переменности. Выделены области расположения цефеид, долгопериодических переменных и звезд типов Z , RW , UG , N . Поскольку значения градиентов звезды определяются физическими процессами, вызывающими переменность блеска, рассмотрены зависимости между ними для простейших механизмов излучения — абсолютно черного тела с переменными параметрами, оптически тонкого газа и системы звезда + оптически тонкий газ. Из проведенного анализа следует, что градиенты переменной звезды позволяют выделить возможные механизмы переменности блеска и найти соотношения между параметрами, характеризующими происходящие процессы.

Diagram of Gradients for Variable Stars

I. G. Kolesnik, F. I. Lukatskaya

From the comparison of the U , B and V , B values of a large number of physical variable stars of different types was established their mutual connection by linear regression dependences. This permits to characterize a variable star by the constant values of the gradients

$\frac{dU}{dB} = \nabla_U$ and $\frac{dV}{dB} = \nabla_V$. The position of stars on the plane (∇_U, ∇_V)

called the gradient diagram was examined. Stars form sequences according to the type of their variability on this diagram. Regions of the distribution of cepheids, longperiod variables and Z , RW , UG , N — type stars are selected. So far as the values of the stars' gradients are determined by the physical processes causing the light variability, were examined the dependences between them for the simplest mechanisms of emission — absolutely black body with variable parameters, optically thin gas and the system star + optically thin gas. From this analysis it follows, that the gradients of the variable star permit to distinguish the possible mechanisms of light variation and find the correlations between the parameters, characterizing the processes which are going on.

* По материалам доклада на XVI пленуме Комиссии переменных звезд Астросовета АН СССР (Кишинев, июнь 1969 г.)

1. Для большого числа переменных звезд различных типов в настоящее время имеются ряды фотоэлектрических наблюдений в системе UVV. Это позволяет провести исследование поведения переменных звезд на плоскостях U, B и V, B.

Обычно при анализе наблюдений переменных звезд сопоставляются показатели цвета между собой или с соответствующими величинами. В настоящей статье рассматриваются результаты сопоставлений фотоэлектрических U, B и V, B величин для большого числа физических переменных звезд различных типов [1-4]. Оказывается, в подавляющем числе случаев, независимо от типа переменности, связи между этими величинами описываются линейными регрессионными зависимостями:

$$\bar{U} = p_1 + q_1 B, \quad \bar{V} = p_2 + q_2 B, \quad (1)$$

где $\bar{U}$ и $\bar{V}$ — условные средние, или средние значения U и V величин при фиксированном значении B величины.

Угловые коэффициенты зависимостей (1) и статистические характеристики показателей цвета U-B и B-V переменной звезды полностью определяются распределениями соответствующих величин и статистической связью между ними. Так, при нормальном распределении блеска с параметрами $B_{\text{ср}}$, σ_B и $V_{\text{ср}}$, σ_V и моментом связи $R_{BV} = (\bar{V} - V_{\text{ср}}) \cdot (B - B_{\text{ср}})$ можно написать [5]:

$$\frac{d\bar{V}}{dB} = \frac{R_{BV}}{\sigma_B^2} \quad \text{и} \quad \frac{d\bar{B}}{dV} = \frac{R_{BV}}{\sigma_V^2}. \quad (2)$$

Заметим, что нормальные распределения блеска по визуальным наблюдениям были получены для ряда переменных типов RW, I и SR в работе [6]. Такие же распределения были найдены для B и V величин TZ Cas и MZ Cas по фотографическим наблюдениям [7]. Среднее значение показателя цвета B-V, соответствующее определенной B величине, вычисляется как условное среднее и на основании формул (1) и (2) равно

$$M[(B-V)|B] = B \left(1 - \frac{R_{BV}}{\sigma_B^2} \right) + B_{\text{ср}} \frac{R_{BV}}{\sigma_B^2} - V_{\text{ср}}. \quad (3)$$

Аналогично, среднее значение B-V при фиксированной V величине

$$M[(B-V)|V] = V \left(\frac{R_{BV}}{\sigma_V^2} - 1 \right) + B_{\text{ср}} - V_{\text{ср}} \frac{R_{BV}}{\sigma_V^2}. \quad (4)$$

Проводя в выражениях (3) и (4) вторичное усреднение по B и V величинам соответственно, получим очевидное соотношение:

$$(B-V)_{\text{ср}} = B_{\text{ср}} - V_{\text{ср}}.$$

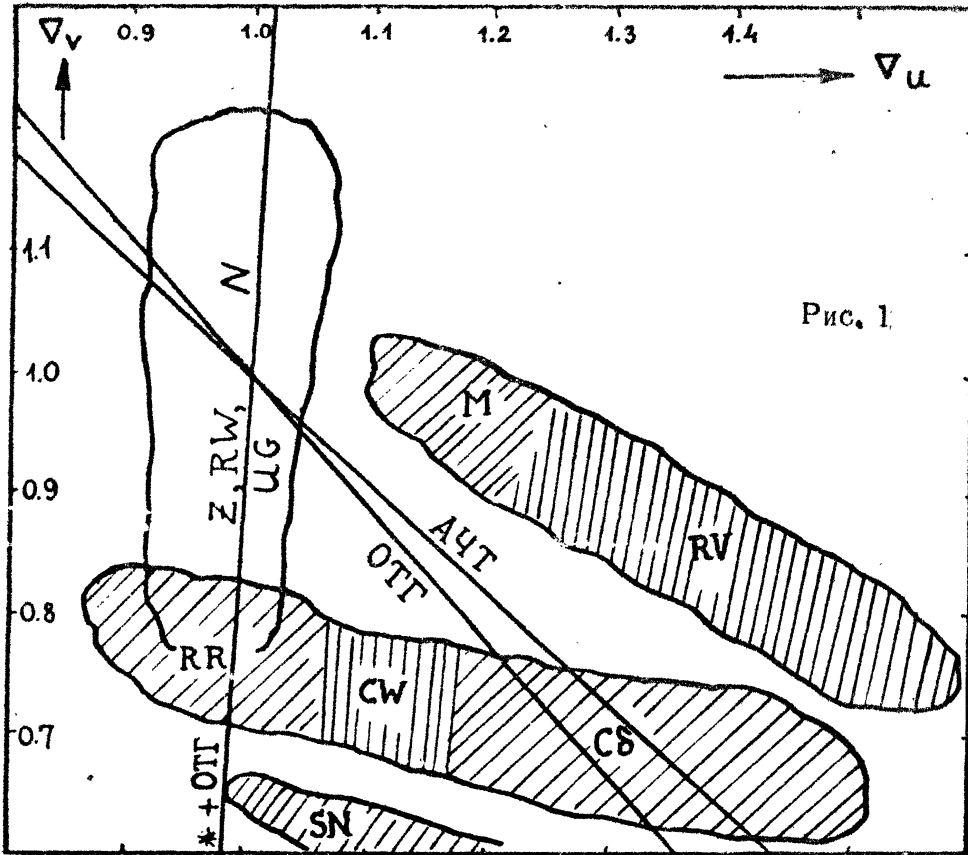


Рис. 1

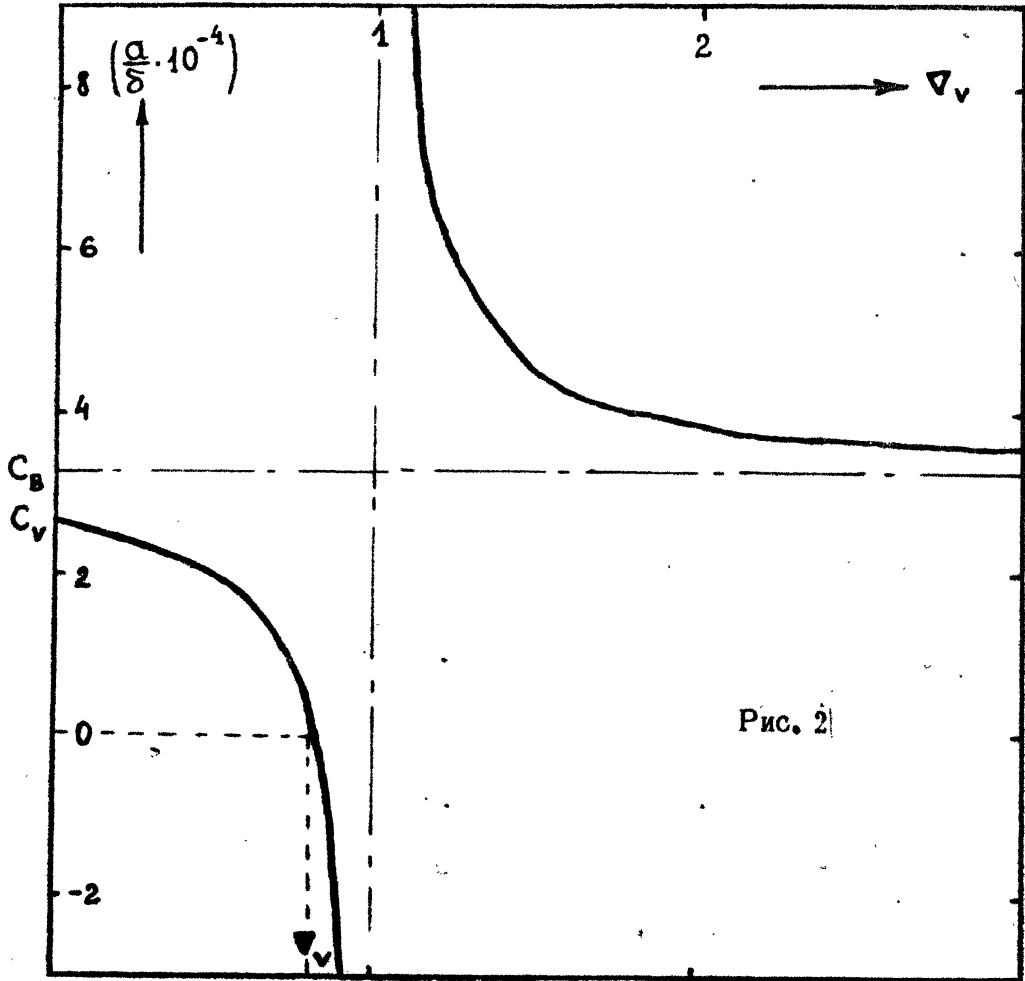


Рис. 2

Из формул (3) и (4) следует, что у физических переменных звезд с нормальными распределениями блеска фотоэлектрические показатели цвета связаны с соответствующими звездными величинами линейными регрессионными соотношениями. Распределение $B-V$, как линейной функции двух нормально распределенных величин с моментом связи R_{BV} , тоже нормальное и его дисперсия равна

$$\sigma^2 = \sigma_B^2 + \sigma_V^2 + 2 R_{BV} \quad (5)$$

Дисперсия показателей цвета всегда больше дисперсии звездных величин, поэтому зависимости $B-V$, B или $B-V$, V должны проследиваться хуже, чем связь между самими величинами.

Аналогичные формулы имеют место для U , B величин. Отклонения от линейно-регрессионных зависимостей, как правило, превосходят ошибки наблюдений, и поэтому их нужно считать реальными. Можно сказать, что в процессе переменности блеска есть некоторый "основной" процесс, описываемый формулами (1), на который накладываются случайные изменения блеска небольшой амплитуды, обычно не превосходящие $0^m.1 - 0^m.2$.

2. В таком случае каждой переменной звезде соответствуют постоянные значения градиентов

$$\frac{d\bar{U}}{dB} = V_U \quad \text{и} \quad \frac{d\bar{V}}{dB} = V_V,$$

и на плоскости V_U , V_V , которую мы будем называть диаграммой градиентов, она изображается точкой.

Очевидно, что V_U и V_V совершенно неотягощены влиянием межзвездного поглощения. Поэтому положение звезды на плоскости градиентов определяется только характеристиками процессов, проявляющихся в переменности ее блеска. При исследовании природы переменности это создает определенные преимущества градиентам перед показателями цвета.

Рассмотрим сводную диаграмму градиентов для переменных звезд, схематически изображенную на рис. 1, построенную по данным работ [1-4]. Из рис. 1 видно, что на диаграмме градиентов переменные разделяются по типам. Цефеиды располагаются в полосе, вытянутой вдоль оси V_U при сравнительно небольшом разбросе по V_V . Согласно работе Э. С. Хейло [4], внутри этой полосы цефеиды также разделяются — звезды типа RR Лиры находятся в ее левом конце, цефеиды сферической составляющей (CW) занимают узкую область в диапазоне $1.05 \lesssim V_U \lesssim 1.15$, затем идут классические цефеиды (Cδ). Над цефеидами, также в полосе, вытянутой вдоль оси V_U , располагаются переменные красные гиганты. По имеющимся данным звезды типа Миры Кита занимают в ней левую верхнюю часть, а затем идут переменные типа RV Тау и др.

В отличие от этих звезд, переменные типов U Gem, Z And, RW Aur и N образуют последовательность, вытянутую вдоль оси V_V . В ее

нижней части, примыкающей к короткопериодическим цефеидам, находятся звезды типов Z, UG и RW. Например, средние значения градиентов для шести переменных Z и UG равны $\bar{V}_U = 0.99 \pm 0.02$, $\bar{V}_V = 0.90 \pm 0.04$. В верхней части рассматриваемой полосы расположены Новые звезды после максимума блеска. Средние значения градиентов, полученные по данным для четырех Новых, равны $V_U = 1.04 \pm 0.02$ и $V_V = 1.09 \pm 0.02$.

У сверхновых после максимума блеска V_U изменяется приблизительно от 1.0 до 2.0, но V_V настолько малы, что они на диаграмме градиентов попадают ниже цефеид.

Для N Del 1963 и SN в NGC 1073 были получены значения градиентов на восходящей и нисходящей частях кривой блеска. Они оказались равными [3]:

	V_U	V_V	
N Del 1963	0.88	1.07	до max
	0.98	1.05	после max
SN в NGC 1073	0.77	1.00	до max
	1.06	0.66	после max

Отсюда видно, что при переходе через максимум блеска градиенты испытывают резкие изменения. Причем у N Del 1963 изменился практически только V_U , а у SN в NGC 1073 очень сильно изменились оба градиента. Обращает на себя внимание то, что до максимума блеска градиенты у обеих звезд близки между собой.

3. Выше отмечалось, что положение звезд на диаграмме градиентов определяется физическими процессами, вызывающими переменность блеска. Поэтому рассмотрим, какие зависимости на диаграмме (V_U , V_V) дают простейшие механизмы излучения. Свойства излучения абсолютно черного тела (АЧТ) подробно рассмотрены в работе [8], поэтому здесь приведем только некоторые результаты. При изменении температуры АЧТ на диаграмме градиентов получаем точку с координатами:

$$V_U = \frac{\lambda_B}{\lambda_U} = 1.21 \quad \text{и} \quad V_V = \frac{\lambda_B}{\lambda_V} = 0.815,$$

где $\lambda_U = 3680 \text{ \AA}$, $\lambda_B = 4450 \text{ \AA}$, $\lambda_V = 5460 \text{ \AA}$ — изофотные длины волн системы UBV [9]. Если меняется температура и размеры АЧТ от значений T_1 , R_1 до T_2 , R_2 , тогда V_U и V_V дают линейную зависимость, проходящую через точки (1.1) и (V_U , V_V) (см. рис. 1). Положение точки на этой прямой определяется параметром

$$\frac{a}{\delta} = C_B \cdot \frac{\nabla_V - V_V}{1 - V_V}, \quad (6)$$

где $a = 2 \ln \frac{R_1}{R_2}$, $\delta = \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2}$, $C_B = 3.23 \cdot 10^4$. Зависимость

его от ∇_V показана на рис. 2. Область положительных значений $\frac{a}{\delta}$ соответствует уменьшению температуры при увеличении радиуса. Если $\frac{a}{\delta} < 0$, тогда увеличение радиуса сопровождается увеличением температуры, при этом $\nabla_V < V_V < 1$. При изотермическом процессе $V_U = V_V = 1$, $\delta = 0$, и функция $\frac{a}{\delta}$ терпит разрыв. Наконец, когда $\nabla_V \rightarrow \infty$, величина $\frac{a}{\delta} \rightarrow C_B$, а при $\nabla_V = 0$: $\frac{a}{\delta} = C_B \nabla_V = C_V = 2.64 \cdot 10^4$. Из рис. 3 видно, что при $\nabla_V > 1$ малым изменениям температуры (δ — мало) соответствуют большие изменения радиуса.

В этой связи представляет интерес положение N Del 1963 до максимума блеска на диаграмме градиентов. Согласно приведенным данным видно, что она близка к линии АЧТ. Если ее излучение на этой стадии интерпретировать излучением АЧТ, тогда получаем $\frac{a}{\delta} \approx 9.5 \cdot 10^4$, и мы приходим к выводу, что сравнительно небольшим изменениям температуры должны соответствовать большие изменения размеров звезды. Сам по себе это известный факт, однако в данном случае он показывает, что по положению звезды на диаграмме градиентов можно судить о соотношении параметров процессов, вызывающих переменность блеска.

Заметим, что рассмотренная модель не описывает переменность блеска цефеид, поскольку они располагаются ниже линии АЧТ. Такое положение цефеид можно объяснить, если предположить, что у АЧТ амплитуда изменения радиуса в ультрафиолете (U) не равна амплитуде в фотографической и визуальной областях спектра (B, V) (см. [8, 10]).

Теперь рассмотрим излучение оптически тонкого газа (ОТГ). Очевидно, для светимости ОТГ в Q-м диапазоне можно написать:

$$L_Q \sim n^2 R^k S_Q(T), \quad Q = U, B, V, \quad (7)$$

где n — электронная концентрация, R — переменный размер области, занимаемой газом, $k = 1, 2, 3$ для одномерного, двухмерного и трехмерного движений соответственно. $S_Q(T)$ — функ-

ция источников ОТГ при единичной электронной концентрации. Р. Е. Гершберг [11] нашел, что ее приближенно можно считать степенной функцией температуры:

$$S_Q(T) \sim T^{\alpha_Q}, \quad (8)$$

причем $\alpha_U = -0.92$, $\alpha_B = -0.75$ и $\alpha_V = -0.56$. В этом случае на основании формул (7) и (8) получаем:

$$\Delta m_Q = -2.5 \lg \left(\frac{n}{n_0} \right)^2 \left(\frac{R}{R_0} \right)^k \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\alpha_Q}. \quad (9)$$

Очевидно, при изотермическом процессе, когда Δm не зависит от рассматриваемого диапазона длин волн, получаем $\nabla_U = \nabla_V = 1$.

Если в ОТГ меняется температура при постоянных электронной концентрации и объеме ($n = n_0$, $R = R_0$), то на диаграмме градиентов получаем точку с координатами:

$$\nabla_U^T = \frac{\alpha_U}{\alpha_B} = 1.227, \quad \nabla_V^T = \frac{\alpha_V}{\alpha_B} = 0.747. \quad (10)$$

При адиабатическом расширении, когда

$$\frac{n}{n_0} = \left(\frac{R_0}{R} \right)^k, \quad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{R_0}{R} \right)^{k(\gamma-1)}, \quad (11)$$

где γ — показатель адиабаты, также получаем точку:

$$\nabla_V^{ad} = \frac{1 + \alpha_U(\gamma-1)}{1 + \alpha_B(\gamma-1)}, \quad \nabla_V^{ad} = \frac{1 + \alpha_V(\gamma-1)}{1 + \alpha_B(\gamma-1)}. \quad (12)$$

Для одноатомного газа $\gamma = \frac{5}{3}$ и $\nabla_V^{ad} = 0.774$, $\nabla_V^{ad} = 1.254$. Если при охлаждении ОТГ учесть рекомбинации, тогда для простоты $\frac{n}{n_0}$ можно считать свободным параметром и с помощью формул (9) получаем:

$$\nabla_U = \frac{p + \alpha_U q}{p + \alpha_B q}, \quad \nabla_V = \frac{p + \alpha_V q}{p + \alpha_B q}, \quad (13)$$

где $p = 2 \ln \frac{n}{n_0}$, $p = \ln \frac{T}{T_0}$. Отсюда видно, что градиенты дают уравнение прямой:

$$V_U = \frac{V_U^T - V_V^T}{1 - V_V^T} - \frac{V_U^T - 1}{1 - V_V^T} V_V. \quad (14)$$

Она проходит через точки (1.1) и (V_U^T, V_V^T) (см. рис. 1). Прямой подстановкой (12) в (14) убеждаемся, что точка (V_U^{ad}, V_V^{ad}) также лежит на этой прямой.

Рассмотрим более общий случай, когда при расширении ОТГ учитываются рекомбинации, а температура изменяется по закону:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{R_0}{R} \right)^{k m}, \quad (15)$$

где m — свободный параметр, $m = \gamma - 1$ соответствует адиабатическому расширению (формула (11)). При $m > \gamma - 1$ адиабатическое охлаждение усилено лучистым, а при $m < \gamma - 1$ есть источники нагрева. В этом случае также получаем уравнение прямой, проходящей через точку (1.1) и точку:

$$V_U^m = \frac{1 - \alpha_U m}{1 - \alpha_B m}, \quad V_V^m = \frac{1 - \alpha_V m}{1 - \alpha_B m}. \quad (16)$$

Подставив эти выражения в уравнение (14), находим, что эти прямые совпадают.

Таким образом, самые разнообразные процессы, происходящие в ОТГ, приводят к градиентам, лежащим на прямой (14), изображенной на рис. 1. Видно, что вблизи нее звезды не группируются. Это говорит о том, что мы не наблюдаем отдельно источников, состоящих из ОТГ. Если считать, что вспышки переменных типа UV Cet связаны с появлением во внешних слоях этих звезд образований, состоящих из ОТГ, тогда дополнительное излучение должно давать градиенты, лежащие вблизи этой прямой. Однако для проверки такого предположения пока нет необходимых данных. По наблюдениям П. Ф. Чугайнова [12] было найдено, что дополнительное излучение вспыхивающей звезды EV Lac имеет $V_V \approx 0.9$ [1]. В таком случае для гипотезы ОТГ нужно, чтобы V_U был близок к 1.1.

Наконец, рассмотрим случай, когда ОТГ с переменными параметрами излучает на фоне постоянной звезды со светимостью L_Q^* .

В этом случае

$$\Delta m_Q = -2.5 \lg \frac{1 + l_Q}{x_Q + l_Q}, \quad (17)$$

где $l_Q = \frac{L_Q^*}{E_Q^{(0)}}$, $x_Q = \frac{E_Q}{E_Q^{(0)}}$, E_Q и $E_Q^{(0)}$ — количество энергии, излучаемое ОТГ в некоторый момент времени и в начальный момент соответственно.

Здесь не удастся получить простые аналитические выражения, связывающие градиенты и нужные численные расчеты. Для получения характера зависимости между градиентами рассмотрим простейший случай, когда в ОТГ происходят изотермические изменения, т. е. $x_U = x_B = x_V = x$. При этом с помощью формул (17) находим:

$$V_U = \frac{\ln(1+l_U) - \ln(x+l_U)}{\ln(1+l_B) - \ln(x+l_B)}, \quad V_V = \frac{\ln(1+l_V) - \ln(x+l_V)}{\ln(1+l_B) - \ln(x+l_B)}. \quad (18)$$

Величины l_Q связаны между собой соотношениями:

$$\frac{l_U}{l_B} = 0.31 \frac{L_U^*}{L_B^*} T_0^{0.17}, \quad \frac{l_B}{l_V} = 5.75 \cdot 10^{-2} \frac{L_B^*}{L_V^*} T_0^{0.19}. \quad (19)$$

Здесь в соответствии с данными Р.Е. Гершберга [16], для коэффициентов пропорциональности в формулах (8) использовались следующие значения: $C_U = 2.19 \cdot 10^{-24}$, $C_B = 6.77 \cdot 10^{-25}$, $C_V = 3.9 \cdot 10^{-26}$. Из формул (19) получаем, что при температурах звезд $T_* = 4000 \div 6000^\circ \text{K}$ и начальных температурах ОТГ $T_0 = 15000 \div 20000^\circ \text{K}$

l_U не очень сильно отличается от l_B , в то время как l_V значительно больше, чем l_B . В этом случае из формул (18) видно, что V_U будет близким к единице, а V_V изменяется сильнее, в зависимости от соотношений между l_B и l_V . Следовательно, при излучении ОТГ на фоне звезды $V_U \sim 1$, а V_V меняется в широких пределах, т. е. мы попадаем в область диаграммы градиентов, где расположены переменные типов RW Aur, Z And, U Gem и N. На рис. 1 в качестве примера приведена зависимость между градиентами для системы звезда + ОТГ, у которой $T_* = 5000^\circ \text{K}$ и $T = 15000^\circ \text{K}$. При этом $\frac{l_U}{l_B} = 1.06$ и $\frac{l_B}{l_V} = 0.296$. Если перемещаться снизу вверх

вдоль этой прямой, переходим от систем, в которых ОТГ вносит заметный вклад только в U и В диапазоны систем, в которых основную роль играет ОТГ. Это соответствует физическим характеристикам звезд, составляющих "вертикальную" последовательность.

4. Итак, на диаграмме градиентов переменные звезды разделяются по типам физических процессов, вызывающих изменения блеска. Из проведенного анализа следует, что градиенты переменной звезды позволяют выделить возможные механизмы переменности блеска и найти соотношения между параметрами, характеризующими происходящие физические процессы. Этим рассмотренная диаграмма интересна для теоретических исследований.

Величины V_U и V_V являются важными характеристиками переменной звезды также потому, что они не отягощены поглощением и позволяют использовать диаграмму градиентов для классификации звезд по типам переменности.

Литература:

1. И. Г. Колесник, Ф. И. Лукацкая, *Астрофизика* (в печати).
2. Ф. И. Лукацкая, *Астрометрия и астрофизика*, вып. 9, Киев, "Наукова думка", (в печати).
3. Ф. И. Лукацкая, *Inf. Bull. Var. Stars*, № 358, 1969.
4. Э. С. Хейло, *Inf. Bull. Var. Stars*, № 356, 1969.
5. В. С. Пугачев, *Введение в теорию вероятностей*, "Наука", М., 1968, стр. 13.
6. Ф. И. Лукацкая, ПЗ 15, 451, 1965.
7. Ф. И. Лукацкая, Э. С. Хейло, *Астрометрия и астрофизика*, вып. 9, Киев, "Наукова думка", (в печати).
8. И. Г. Колесник, Э. С. Хейло, ПЗ, настоящий сборник.
9. Landolt-Börnstein, *Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology*. Group VI. Vol. I. Springer-Verlag., p. 346, 1965.
10. И. Г. Колесник, *Inf. Bull. Var. Stars*, № 359, 1969.
11. Р. Е. Гершберг, *Изв. КрАО* 36, 216, 1967.
12. П. Ф. Чугайнов, *Изв. КрАО* 33, 215, 1965.

Сент. 1969