

УЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ ОТКРЫТИЯ И УСЛОВИЙ ВИДИМОСТИ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИССЛЕ- ДОВАНИЯХ ТЕСНЫХ ДВОЙНЫХ СИСТЕМ

М.В. Попов

Предлагается метод учета вероятности открытия и условий видимости при статистических исследованиях тесных двойных систем.

Account of the Probability of the Discovery and Observational Conditions in Statistical Investigations of Close Binary Systems

M.V. Popov

Methods of the account of the probability of the discovery and observational conditions in statistical investigations of close binary systems are developed.

Тесными двойными системами мы будем называть такие системы, в которых хотя бы одна из звезд в процессе эволюции может достигнуть предела Роша. Такое определение было предложено Плавцеком в работе [1], где он приводит для звезд различной массы максимальные орбитальные периоды, при которых система все еще является тесной. Для систем с массой главной звезды $3M_{\odot}$ такой период составляет около 30 дней, а для систем с массой главной звезды $15M_{\odot}$ — примерно 1000 дней. Таким образом, все затменные переменные и большинство спектрально-двойных являются тесными двойными системами. В последние годы появились расчеты эволюции звезд в двойной системе после достижения критической поверхности более массивным компонентом [2,3,

4,5]. Расчеты показывают, что более массивная звезда теряет массу и становится субгигантом. В большинстве упомянутых работ предполагается, что все вещество, теряемое главной звездой, попадает к спутнику. Однако Свечин и Коков [6], напротив, было показано на основании статистического рассмотрения затменных переменных систем с субгигантами, что большая доля вещества уходит из системы. Дополнительную информацию по этому вопросу можно получить из статистического сравнения группы тесных двойных, в которых оба компонента находятся вблизи главной последовательности, с группой двойных, в которых спутник — субгигант. Однако мы не можем приступить к анализу статистических распределений тесных двойных систем по различным

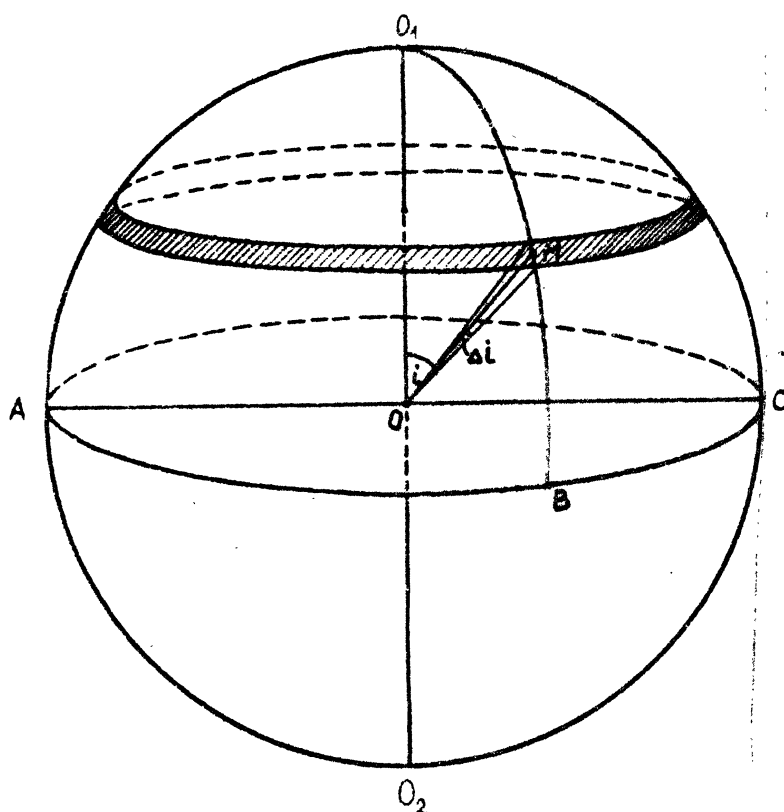


Рис. 1. Вспомогательный чертеж для определения вероятности открытия затменной переменной.

параметрам, не выяснив влияния вероятности открытия и условий видимости на получаемые статистические характеристики. Так, при построении распределений по периодам мы не можем считать выборку затменных переменных случайной, так как вероятность открытия затменной, очевидно, зависит от периода. На распределение звезд по массам влияют условия видимости, так как более массивные звезды имеют большую светимость и видны в большем объеме пространства. Вопросам учета вероятности открытия и условий видимости при статистических исследованиях тесных двойных систем и посвящена эта работа.

1. Вероятность открытия тесной двойной как затменной переменной.

Вероятность открытия тесной двойной как затменной переменной обусловлена вероятностью того, что плоскость орбиты системы будет ориентирована определенным образом по отношению к наблюдателю, и вероятностью открытия системы как затменной при данной ориентации. На рис.1 изображена сфера единичного радиуса, пересеченная по линии АВСА плоскостью орбиты системы. Прямая ОМ представляет собой луч зрения наблюдателя, угол i — угол между плоскостью орбиты и плоскостью, перпендикулярной к лучу зрения. Тогда вероятность того, что система будет наблюдаться под углом $i \pm di/2$ будет равна отношению заштрихованной площади к площади полусферы:

$$W(i) = \frac{dS}{S} = \frac{2\pi \sin i di}{2\pi} = \sin i di.$$

Пусть $P(i)$ — вероятность открытия системы как затменной при данном i ($P(i)=0$ для $i < i_0$, если i_0 — наименьший угол, при котором происходит затмение). Тогда вероятность открытия двойной системы как затменной с учетом всевозможных ориентаций орбиты в пространстве можно записать следующим образом:

$$P = \int_{i_0}^{\pi/2} P_k(i) \sin i di. \quad (1)$$

$P_k(i)$ в формуле (1) представляет собой вероятность открытия затменной переменной при сравнении "к" пар негативов. Справедливо следующее соотношение:

$$P_k(i) = 1 - [1 - P_1(i)]^k, \quad (2)$$

где $P_1(i)$ – вероятность открытия при сравнении одной пары фотоснимков. Очевидно, что при сравнении двух фотоснимков вероятность открытия зависит от средней звездной величины и от разности звездных величин переменной на этих снимках. Так как в дальнейшем мы собираемся вычислять вероятность открытия лишь для хорошо изученных переменных звезд, большинство из которых ярче 10^m , то примем, что переменная будет открыта, если разность ее звездных величин на сравниваемых негативах больше $0^m.3$ (то есть $P_1 = 1$, если $\Delta m > 0^m.3$ и $P_1 = 0$, если $\Delta m \leq 0^m.3$) вне зависимости от средней звездной величины. Для определения воспользуемся графическим методом Киза [2], применимым к любому типу переменной звезды, для которой можно построить кривую блеска. Кривую блеска для каждой затменной переменной, включенной в исследование, мы можем построить для данного угла i по известным абсолютным размерам. Для построения кривых блеска использовались обычные формулы [3]. Фактор эллиптичности для вычисления кривой определялся по формуле:

$$\varepsilon^2 = L_1 \frac{m_2}{m_1} \cdot 3\tau_1^3 + L_2 \frac{m_1}{m_2} \cdot 3\tau_2^3,$$

взятой у Копала [4]. В коэффициент "3" входит множитель $\Delta_2 = 1.003$, зависящий от внутреннего строения компонентов, который мы приняли равным единице (неточность гораздо меньшая, чем возможная неточность величин $\tau_{1,2}^3$).

Итак, для того, чтобы вычислить интеграл (1), нам осталось определить "к" – среднее число сравнений для обнаружения переменных звезд от 8^m до 10^m по всему небу. Указанные пределы звездных величин определяются включенными в статистическое исследование затменными переменными, для которых получены абсолютные размеры. Для оценки числа "к" воспользуемся данными о вероятности открытия цефеид и звезд типа RR Lyg. Разобьем эти переменные на две группы: звезды с амплитудой $> 1^m.0$ и звезды с амплитудой от $0^m.3$ до $1^m.0$. Рихтер [9] дает полное число переменных до $16^m.0$, принадлежащих к первой и второй группам в изученных им избранных площадках (Sonneberg Felderplan). Число цефеид и звезд типа RR Lyg с амплитудой $> 1^m.0$ (N_1) по данным Рихтера равно 350, а с амплитудой от $0^m.3$ до $1^m.0$ (N_2) – 585. Мы будем считать, что количество переменных рассматриваемых типов по всему небу от 8^m до 11^m пропорционально величинам, полученным Рихтером. По данным ОКПЗ (1958), первому и

второму дополнению к ОКПЗ было найдено число цефеид и звезд типа RR Lyz в интервале от 8^m до 11^m величин в максимуме блеска, принадлежащих к первой и второй группам. Эти числа оказались равными $n_1=184$ и $n_2=145$ для первой и второй групп соответственно. Согласно [10], анализируя данные Ван-Гента для эмпирической вероятности открытия звезд типа RR Lyz приводит формулу, позволяющую получить вероятность открытия звезды с кривой блеска типа RR Lyz при сравнении двух негативов для данной звездной величины и амплитуды изменения блеска. По этой формуле имеем для звезд от 8^m до 11^m первой и второй групп следующие вероятности открытия: $P_1=0.16$ и $P_2=0.07$. Основываясь на этих величинах и на данных Рихтера для полного числа звезд, мы можем теперь подсчитать для различных значений интересующей нас величины "к" отношение числа звезд первой группы к числу звезд второй группы, которые должны быть открыты по всему небу, и сравнить его с полученным из наблюдательных данных отношением $n_1/n_2=1.27$. Ниже приводится зависимость вычисленного отношения от принятого среднего числа сравнений:

"к"	1	2	3	4
n_1/n_2	1.37	1.30	1.24	1.20

Из таблицы видно, что среднее число сравнений заключено между двумя и тремя. Окончательно мы приняли $k=2$.

Заметим, что для малой вероятности открытия

$$P_2 = 1 - [1 - P_1]^2 \approx 2P_1,$$

$$P_3 = 1 - [1 - P_1]^3 \approx 3P_1,$$

то-есть принятие того или иного числа "к" изменяет вероятности открытия всех переменных, вычисленных по формуле (1), в одинаковое число раз и имеет значение только для оценки полного числа затменных переменных данного типа в исследуемом объеме пространства.

На рис.2 для примера показана зависимость вероятности открытия затменной при сравнении одной пары негативов от периода изменения блеска. Кружки относятся к системам, оба компонента которых лежат на главной последовательности, квадратики соответствуют системам с субгигантами. Расчет выполнен для систем первого типа с суммой масс 3.76 и $10.34 M_{\odot}$ (черные и белые кружки соответственно) и для систем второго типа с суммой масс 1.8 и $8.9 M_{\odot}$ (черные и белые квадратики соответственно). Рисунок показывает, что вероятность открытия затменной системы, в которой оба компонента лежат вблизи главной последовательности, сильно зависит от орбитального периода, а для систем с субгигантами эта

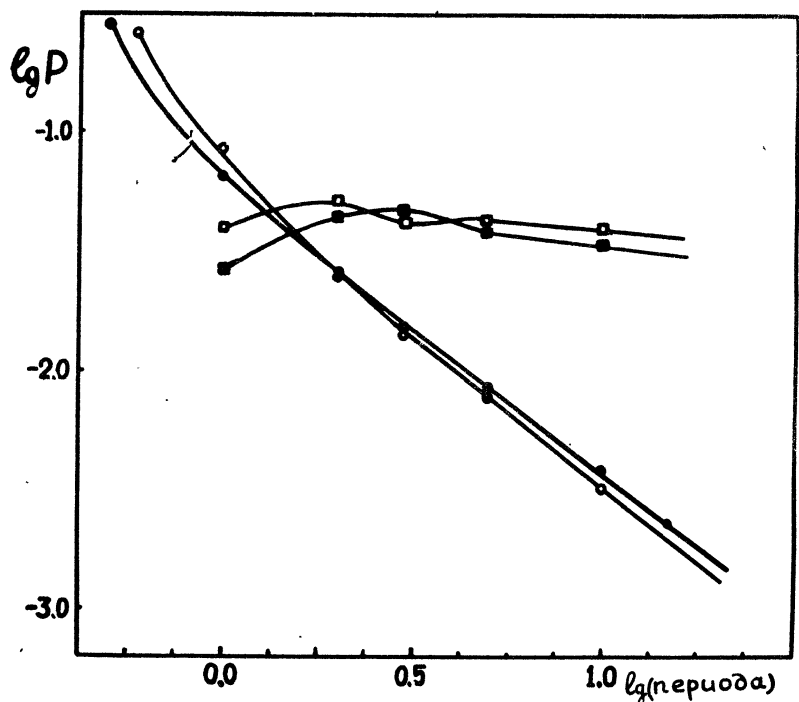


Рис.2. Зависимость вероятности открытия затменной переменной от периода изменения блеска. Кривые, проведенные по черным и белым кружкам, дают вероятность открытия затменных систем главной последовательности с суммой масс $10.34 m_{\odot}$ и $3.76 m_{\odot}$. Кривые, проведенные по квадратикам, показывают вероятность открытия затменных с субгигантами с суммой масс компонентов $8.9 m_{\odot}$ и $1.8 m_{\odot}$.

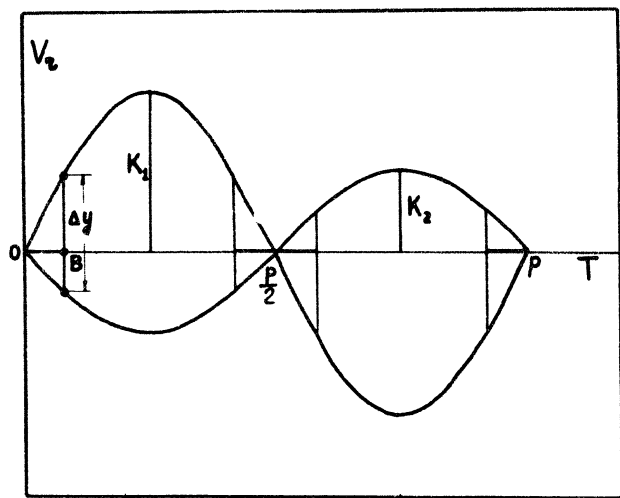


Рис.3. Вспомогательный чертеж для определения вероятности открытия спектрально-двойной системы.

зависимость слабая.

2. Вероятность открытия спектрально-двойных. В статистическое исследование тесных двойных могут быть включены и спектрально-двойные звезды, абсолютные размеры которых определены при некоторых предположениях. Например, для спектрально-двойных, оба компонента которых являются звездами главной последовательности можно определить угол наклона i , считая массы звезд нормальными для своего спектра. Поэтому мы рассмотрим вопрос о вероятности открытия спектрально-двойной с известными абсолютными размерами. Будем рассматривать только те спектрально-двойные, в спектрах которых наблюдаются линии обеих звезд. На рис.3 изображена кривая лучевых скоростей относительно γ -оси для спектрально-двойной с круговой орбитой. Для того, чтобы звезда была открыта как спектрально-двойная, необходимо, чтобы раздвоение линий в спектре было больше некоторой величины Δy . Время, выраженное в долях периода, в течение которого это условие выполняется, и представляет собой вероятность открытия спектрально-двойной по одному измерению спектра. Однако, удобнее определить сначала время, в течение которого двойственность нельзя обнаружить. Это время, как видно из рисунка, равно отрезку ОВ, повторенному четырежды из-за симметрии картины относительно середины периода. Итак, определим долю периода t , в течение которой раздвоение линий нельзя обнаружить:

$$t = \frac{4}{2\pi} \arcsin \frac{\Delta y}{K_1 + K_2},$$

где K_1 и K_2 - полуамплитуды лучевых скоростей звезд, а Δy - максимальное расстояние между линиями компонентов в спектре, которое еще не приводит к заметному раздвоению. K_1 , K_2 и Δy выражены в одинаковых единицах, например, в км/сек. Так как для круговой орбиты

$$K_1 + K_2 = \frac{2\pi A}{p} \sin i,$$

где A - расстояние между звездами в км и p - период обращения в секундах, то вероятность открытия спектрально-двойной при данном угле i можно представить формулой:

$$P_1(i) = 1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{\Delta y \cdot p}{2\pi A \sin i}. \quad (3)$$

Индекс 1 указывает, что такова вероятность открытия

спектрально-двойной при одном наблюдении спектра. Среднее число измерений лучевых скоростей для звезд различной звездной величины подсчитано по каталогу лучевых скоростей Вилсона [11]. Результаты приведены в следующей таблице:

m	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9
к	312	88	69	24	12	7	5	4	3

Большинство спектрально-двойных, вошедших в наше исследование, заключено в интервале от 4^m до 8^m . Среднее число сравнений для этого интервала звездных величин было определено по формуле:

$$\bar{k} = \frac{\int_4^8 A(m) n(m) dm}{\int_4^8 A(m) dm} \quad (4)$$

Вид функции $n(m)$ взят из приведенной выше таблицы, а для $A(m)$ принято выражение:

$$\lg A(m) = -5.52 + 0.744m - 0.013m^2,$$

взятое из [12]. При этом $\bar{k}=4.5$, и для "к" принято значение 4. С этим значением "к" для каждого угла i вычислялась величина $P_k(i) = 1 - [1 - P_1]^k$ и полная вероятность открытия при всевозможных ориентациях плоскости орбиты в пространстве, как и для затменных переменных, по формуле:

$$P = \int_{i_0}^{i_1} P_k(i) \sin i \, di, \quad (5)$$

где i_0 - наименьший угол, при котором $K_1 + K_2 > \Delta y'$, а i_1 - угол, при котором уже происходит затмение.

Вычисленные вероятности открытия спектрально-двойных оказались значительно большими (в среднем в 10 раз) по сравнению с вероятностями открытия затменных переменных, и поэтому спектрально-двойные входят в общую статистику с малым весом.

Так как в последующее исследование мы включали лишь спектрально-двойные, для которых измерены линии обеих звезд в спектре, то при построении распределения по отношению масс такие объекты будут вносить искажения, так как для систем с малым отношением масс спектр спутника не виден, и система оказывается не включенной в общую статистику. Поэтому для спектрально-двойных при использовании их для построения распределения по отношению

масс вероятности открытия были преобразованы следующим образом. Мы предположили, что вероятность измерения спектра спутника, а, следовательно, и вероятность включения системы в исследование практически равна нулю (0.0001), если разность визуальных величин компонентов больше 3.0 , и эта же вероятность равна единице, если звезды в системе имеют одинаковую светимость. В последнем случае вероятности, определенные по формуле (5), не нуждаются в исправлении. Если же разность блеска звезд заключена в пределах от 0.0 до 3.0 , то вероятности открытия умножались на функцию вероятности нормального распределения, принимающую значения 0.0001 при $\Delta m = 3.0$ и 0.9999 при $\Delta m = 0.0$.

3. Оценка доли изученных тесных двойных. Так как рассматриваемые нами тесные двойные системы это системы, для которых определены к настоящему времени элементы спектральной или фотометрической орбиты, то для оценки числа тесных двойных в окрестностях Солнца необходимо определить, какая доля тесных двойных изучена в указанном смысле. Изученность тесных двойных систем иллюстрирует рис.4. Кривая, проведенная по крестикам, дает долю затменных переменных, для которых определены элементы фотометрической орбиты. Кривая, проведенная по кружкам, показывает долю затменных, для которых решена как фотометрическая, так и спектральная орбиты. Кривая, проходящая через квадратики, показывает изученность спектрально-двойных звезд. Число открытых затменных переменных подсчитано по ОКПЗ (1958) и первому и второму дополнениям к этому каталогу. Число исследованных систем это число систем, вошедших в настоящее исследование. Данные для спектрально-двойных почерпнуты из [11]. По формуле, аналогичной формуле (4), была определена средняя (в интервале $8^m - 11^m$) доля изученных систем. Затменные переменные, для которых известны элементы как спектральной, так и фотометрической орбиты, составляют 0.14 ото всех открытых затменных переменных звезд. Для звезд, у которых получены лишь элементы фотометрической орбиты, это число равно 0.26 . Доля изученных спектрально-двойных в интервале от 4^m до 8^m составляет 0.58 .

4. Учет условий видимости.

При сопоставлении численностей тесных двойных различного типа мы должны рассматривать звезды сравниваемых типов в одинаковом объеме пространства. Однако, если мы рассматриваем звезды до определенной предельной звездной величины, то объекты большей светимости видны в большем объеме пространства, чем объекты меньшей светимости. Так как для

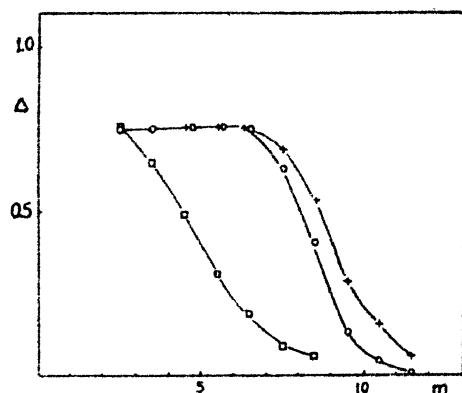


Рис.4. Изученность тесных двойных систем. Кривая, проведенная по крестикам, дает долю затменных переменных, для которых определены элементы фотометрической орбиты. Кривая, проведенная по кружкам, показывает долю затменных, для которых решена как фотометрическая, так и спектральная орбита. Кривая, проходящая через квадратики, показывает изученность спектрально-двойных звезд.

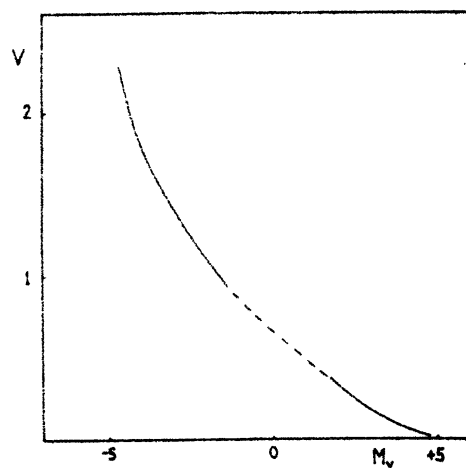


Рис.5. Отношение объема, в котором видны звезды данной абсолютной величины, к объему сферы с радиусом 500 пс.

систем, включенных в наш анализ, известны абсолютные размеры, то мы можем для каждой системы, зная ее абсолютную величину, определить расстояние, на котором ее видимая величина становится больше предельной, а затем получить объем пространства, из которого почерпнута выборка систем данного типа.

При приведении к одному объему за единицу объема принят объем сферы с радиусом 500 пс, в центре которой находится Солнце. Предельная звездная величина равна $10^m.0$, поглощение света в визуальных лучах $1^m.6$ на кпс. Так как объем пространства, занимаемый звездами данного типа, видимыми до определенного расстояния, зависит от пространственного распределения этого типа звезд, то при вычислении объемов мы считали, что двойные системы, в которых главные звезды имеют спектральные классы более ранние, чем B5, распределены в пространстве в виде диска толщиной 100 пс в галактической плоскости, а двойные, в которых спектр главной звезды позже, чем A3, распределены в пределах видимости равномерно. На рис.5 сплошными линиями проведены вычисленные таким образом кривые, дающие отношение объема, в котором видны звезды данной абсолютной величины, к объему сферы с радиусом 500 пс. Пунктирная кривая, соединяющая эти сплошные линии, служила для приведения к одному объему систем промежуточных спектральных классов. Для спектрально-двойных применялась та же процедура, но предельная звездная величина принята равной 8^m .

После учета вероятности открытия $\mathcal{P}$ и условий видимости $\mathcal{L}$ можно оценить полное число систем какого-либо типа в единице объема пространства по формуле:

$$N_v = \frac{n}{\mathcal{P} \cdot \Delta \cdot v} \quad , \quad (6)$$

где n - наблюдаемое число двойных, v - объем, в котором они видны в принятых единицах, Δ - доля изученных систем.

Но при статистическом сопоставлении объектов разного типа следует использовать величины:

$$N_t = \frac{n}{\mathcal{P} \cdot \Delta \cdot v \cdot t} \quad (7)$$

(t - время существования таких объектов), представляющие собой скорости образования объектов при стационарном процессе. Например, если звезды типа "а" и "б" связаны генетически, то должно выполняться условие

$$N_t(\alpha) = N_t(\beta) .$$

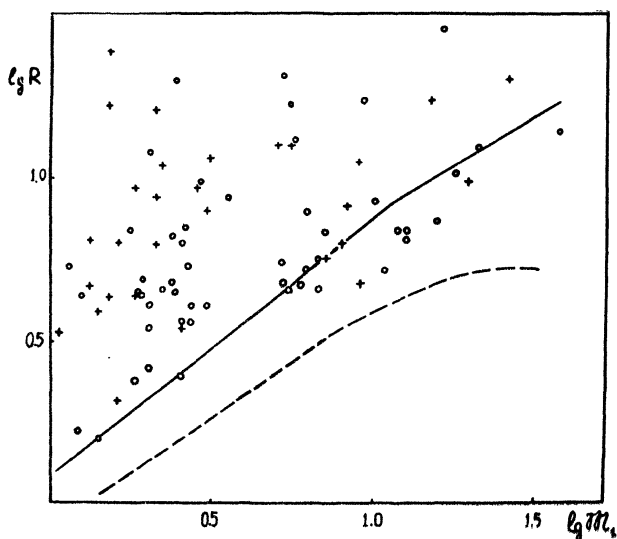


Рис.6 Величины радиусов критических поверхностей для более массивных звезд в системах главной последовательности. Пунктирная линия соответствует зависимости радиус-масса для исходной главной последовательности, а сплошная линия — аналогичная зависимость для звезд, находящихся в поворотных точках на диаграмме Герцшпрунга-Рессе.

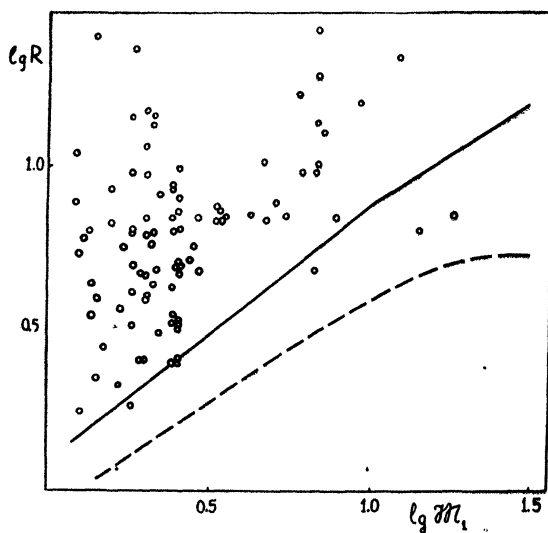


Рис.7 Те же величины, что и на рис.6, для систем с субгигантами.

Для тесных двойных систем, оба компонента которых находятся вблизи главной последовательности, время жизни определяется временем, за которое более массивная звезда, расширяясь в ходе эволюции, достигает размеров критической поверхности, после чего следует быстрая потеря вещества и превращение системы в систему с субгигантом. На рис.6 крестики и кружки показывают величины радиусов критических поверхностей для более массивной звезды систем главной последовательности, для которых были определены абсолютные размеры. По оси абсцисс отложена масса более массивной звезды. Пунктирная линия – зависимость радиус-масса для начальной главной последовательности, построенная по данным [13, 14], а сплошная линия – построенная по тем же данным аналогичная зависимость для звезд, находящихся в поворотных точках на диаграмме Герцшпрунга-Рессела, т.е. в точках, после прохождения которых звезды быстро уходят от главной последовательности. Крестики на рисунке относятся к спектрально-двойным, кружки – к затменным.

Из рисунка видно, что массивные звезды могут расширяться до размеров критической поверхности, находясь еще в стадии эволюции вблизи главной последовательности, хотя для большинства тесных двойных систем и для всех маломассивных ($m_1 < 5 m_{\odot}$) это событие наступает после того, как звезда уйдет с главной последовательности. Тогда за время жизни систем, оба компонента которых находятся на главной последовательности, можно принять время эволюции более массивной звезды системы от главной последовательности до поворотной точки, так как время прохождения пробела Герцшпрунга мало по сравнению со временем эволюции вблизи главной последовательности.

Эти же заключения справедливы и для систем с субгигантами. Иллюстрацией служит рис.7, аналогичный рис.6.

Однако в системах с субгигантами эволюция главной звезды, по внешним признакам принадлежащей к главной последовательности, может отличаться от эволюции одиночной звезды той же массы, так как первая прошла через стадию аккреции вещества, потерянного спутником. При этом неизвестно, увеличится ли время эволюции вблизи главной последовательности (это может быть вызвано перемешиванием вещества в процессе аккреции) или оно уменьшится (к моменту образования системы с субгигантом первоначально менее массивная звезда уже могла проэволюционировать от исходной главной

последовательности). В пользу первого предположения свидетельствуют наблюдательные данные о пространственных скоростях нескольких систем с субгигантами (DM Per, RW Tau и др.), приводимые Эггеном [15]. Несмотря на то, что главные звезды в этих системах имеют спектральные классы В-А, пространственные скорости их велики и типичны для старых звезд. Имея в виду приведенное выше замечание, мы все же будем считать, что более массивная звезда в системах с субгигантами эволюционирует вблизи главной последовательности со скоростью, соответствующей ее массе, а время жизни систем с субгигантами определять так же, как и для систем, в которых обе звезды на диаграмме Герцшпрунга-Рессела находятся около главной последовательности.

Интересно рассмотреть изменение величины $t \cdot v$ в зависимости от массы главной звезды. Это позволит судить о том, какую ошибку мы допускаем, не учитывая условия видимости и время жизни. Так как время жизни вблизи главной последовательности увеличивается по мере уменьшения массы объектов, а объем, в котором они наблюдаются, уменьшается, то можно надеяться, что ошибки будут не очень существенны.

На рис.8 приведена зависимость величины $t \cdot v$ от спектра главной звезды. Действительно, видно, что эта величина во всем интервале спектров меняется лишь в три раза, тогда как время жизни и объем, в котором наблюдаются звезды соответствующих спектральных классов, меняются на несколько порядков. Таким образом, когда мы строим статистическое распределение звезд по массе без учета условий видимости и времени жизни, мы получаем распределение, соответствующее не функции массы, а скорее функции звездообразования.

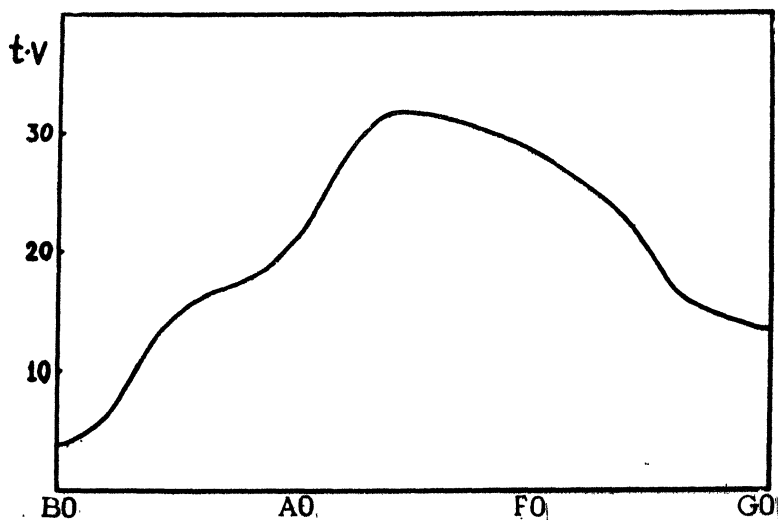


Рис.8. Зависимость величины $t \cdot v$ от спектра главной звезды.

Литература:

1. M. Plavec, in book IAU Colloque "On the Evolution of Double Stars," Uccle 1967 (Obs. ROY. de Belgique Comm. ser. B, N17).
2. В. Рaczynski, AA 17, 1, 1967.
3. В. Рaczynski, J. Ziolkovski, AA 17, 8, 1967.
4. R. Kippenhahn, A. Weigert, ZfAp 65, 251, 1967.
5. R. Kippenhahn, K. Kohl, A. Weigert, ZfAp 66, 58, 1967.
6. М.А. Свечников, ПЗ 16, 276, 1967.
7. М.С. Зверев и др. "Переменные звезды" 3, Гостехиздат 1947.
8. Z. Kopal, HR 211, 1941.
9. G. Richter, MVS 4, № 1, 1966.
10. Р.А. Саакян, Сообщ. Бюраканской обс., вып. 10, 1952.
11. R.E. Wilson, "General Catalogue of Stellar Radial Velocities", 1953.
12. "Курс астрофизики и звездной астрономии" под ред. А.А. Михайлова, т. 2, 438, М., 1962.
13. I. Iben, ApJ 140, 1631, 1962.
14. E. Hofmeister, R. Kippenhahn, ZfAp 59, 245, 1964.
15. O.J. Eggen, MemRAS 70, p. 4, 11, 1967.
16. Z. Kviz, Brno Publ. 1, № 14, 1956.

ГАИШ, МГУ, июль 1968 г.