

Функции распределения блеска 41 неправильной и полуправильной
переменных звезд и их статистические характеристики

Ф.И. Лукацкая

В статье приведены функции распределения блеска для 41 быстрой и медленной неправильных и полуправильных переменных звезд. Каждая из функций решалась для двух теоретических представлений. Численные значения параметров функций распределения сопоставлены с периодами спектральных или затменных орбит для переменных типов UG, Z и Ne и с периодами изменения блеска для полуправильных переменных. У последних период около 200 дней является критическим. Ему соответствуют экстремальные значения численных параметров функций распределения блеска.

*Functions of Brightness Distribution of 41 Irregular and Semiregular
Variable Stars and their Statistical Characteristics,*

by F. I. Lukatskaya

Functions of brightness distribution for 41 rapid and slow irregular and semiregular variable stars are given in this paper. Each function was solved for two theoretical representations. The numerical values of obtained parameters were compared with periods of spectral or eclipse orbits for UG, Z and Ne variables and with periods of brightness variations for semiregular variables. A period of about 200^d is critical for the latter ones because the numerical values of statistical parameters are extremal.

В статьях [1, 2, 3] изложены методика и некоторые результаты исследования функций распределения блеска ряда быстрых и медленных неправильных и полуправильных переменных звезд. В настоящей статье число рассмотренных переменных достигает 41. Для них приводятся функции распределения блеска и результаты решений функций как гамма-распределений, по методу суммы и как нормальных распределений [3]. Решение по методу суммы и представление гамма и нормальными распределениями не исчерпывают возможные теоретические представления рассматриваемых функций. Критериями для выбора наиболее подходящего распределения, нам кажется, могут быть: во-первых, лучшее согласие наблюдаемых и вычисленных функций; во-вторых, наличие связи между численными параметрами или статистическими характеристиками распределений и другими физическими характеристиками, которые должны быть связаны с переменностью звезд; в-третьих, более вероятным нам кажется распределение, удовлетворяющее большему числу наблюдаемых распределений.

Уже один выбор функции распределения, ближе других соответствующего реальности, может приблизить нас к пониманию природы неправильной переменности, так как тип распределения случайной величины определяется функциональной зависимостью между рассматриваемой случайной величиной и некоторым определяющим ее параметром с известным или принятым распределением. При решении по методу суммы изменение блеска переменной (X) было связано с некоторым случайным параметром (x_0) с нормальным распределением соотношением:

$$X = x_0 + x_0^3$$

Плотность распределения в этом случае записывается:

$$\phi(x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \frac{1}{1+3x_0^2} e^{-\frac{(x_0 - \alpha_0)^2}{2\sigma^2}},$$

где σ и α_0 — параметры нормального распределения x_0 . В случае гамма-распределения

$$\phi(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha + 1) \beta^{\alpha + 1}} x^{\alpha} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad (I)$$

Здесь $\Gamma(\alpha + 1)$ — гамма-функция. Физический смысл параметров α и β следующий. Гамма-распределение можно считать распределением случайной величины $X = x_1 + x_2 + \dots + x_{\alpha + 1}$,

где x_i — случайные величины с равными средними значениями и равными дисперсиями:

$$M(x_1) = M(x_2) = \dots = M(x_{\alpha + 1}) = \beta$$

$$D(x_1) = D(x_2) = \dots = D(x_{\alpha + 1}) = \beta^2$$

и распределениями $f(x_i) = 1 - e^{-\frac{x_i}{\beta}}$, [4].

Определение параметров α и β велось следующим образом. Как и в статье [3], m_{max} и m_{min} снимались с сглаженных наблюдаемых функций распределения как значения блеска, наблюдавшиеся с вероятностями ~ 0.001 , и случайными величинами были $X = m - m_{max}$ для звезд с предпочтительным ярким блеском (типа "а" [2]) $X = m_{min} - m$ для звезд с предпочтительным слабым блеском (тип "с" [2]). За единицу случайной величины принималось 0.71 . С сглаженных функций распределения снимались также положение и величина максимальной вероятности ($\hat{x}$ и $\phi(\hat{x})$). α и β определялись из двух соотношений:

$$1. \frac{\partial \phi(x)}{\partial x_{x=\hat{x}}} = 0, \quad (II)$$

которое дает соотношение $\hat{x} = \alpha \beta$.

$$2. \phi(\hat{x}) = \frac{1}{\Gamma(\alpha+1) \left(\frac{\hat{x}}{\alpha}\right)^{\alpha+1}} \hat{x}^{\alpha} e^{-\alpha}, \quad (III)$$

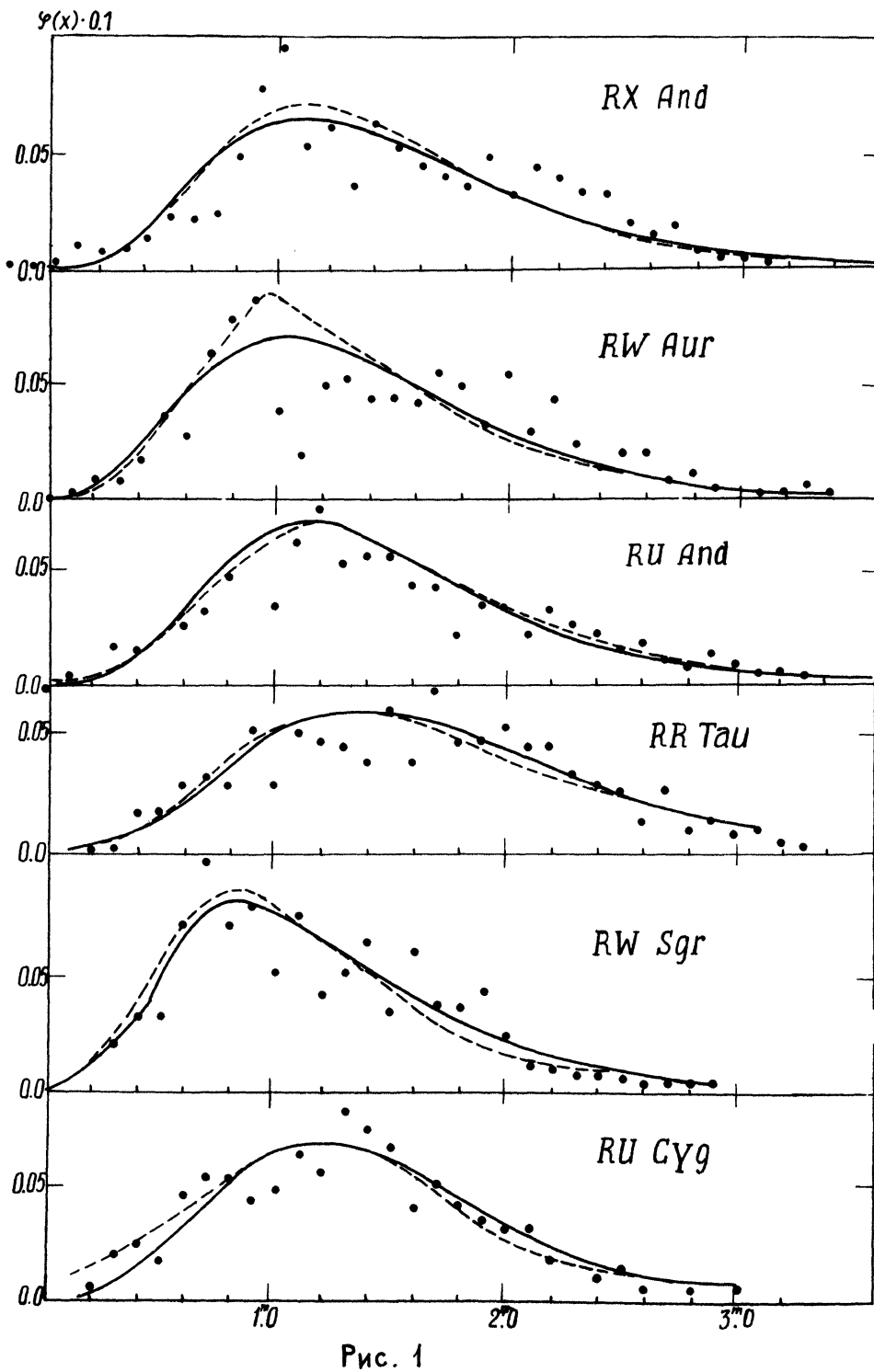
полученное подстановкой в I соотношения II. Решение III велось графически. Для данного $\hat{x}$ задавался ряд значений α . Затем строился график $\phi(\hat{x}) - \alpha$. С него снималось значение α , соответствующее наблюдаемому $\phi(\hat{x})$. Затем по формуле II определялось значение β . При больших α гамма-распределение практически не отличается от нормального. Поэтому, кроме распределений типов а и с по [2], как гамма-распределения решались также распределения с предпочтительным средним блеском (тип "b" [2]). Гамма-распределение асимметрично, так как у него восходящая ветвь всегда круче нисходящей. Поэтому к типу а функций распределения относились функции, у которых более крутая ветвь была со стороны ярких значений блеска, к типу с — с крутой ветвью со стороны слабых значений блеска. К типу b были отнесены функции распределения с отношением проекций обеих ветвей на ось, параллельную оси X, в пределах 0.85-1.15, так как небольшая асимметрия функций распределения может быть следствием недостаточного числа наблюдений. Из рассмотренных нами 50 переменных звезд 5 имеют функции распределения других типов. Это V Boo, RX UMa и T Cen, у которых функции распределения блеска имеют по два максимума сравнимой высоты, и TX Per и L₂ Pup, функции распределения которых имеют резкие максимумы вблизи среднего значения блеска, но не являются гауссианами. Возможно, что необычный вид функций распределения у этих переменных связан с особенностями их переменности. Например, у V Boo, RX UMa и T Cen он мог бы быть вызван почти правильной периодичностью в изменении блеска. Однако не исключено также, что в рассмотренных рядах наблюдений имели место преимущественные наблюдения некоторых значений блеска или ошибки предпочтения в оценках блеска и т. д. Такие функции распределения не рассматривались.

Таблица 1.

	Звезда	σ	α_0	α	β	Тип ф.р.	A_{cm}	A	P	Sp	Тип	Число набл.
1	RX And*	0,207**	0,794	2,72	3,68	a	3 ^m .2	3 ^m .3	—	Pec	Z	3213
2	RW Aur	0,215	0,720	3,80	2,89	a	3.8	4.0	—	dG5e(T)	RW	639
3	RU And	0,212	0,717	3,80	2,89	a	3.3	4.6	233 ^d	M5e	SRa	613
4	RR Tau	0,212	0,903	5,60	2,86	a:	3.3	4.0	—	A2eII	RW	3228
5	RW Sgr	0,210	0,660	3,12	2,24	a	3.1	2.5	190	M4	SRa	906
6	RU Cyg	0,211	0,902	7,70	2,08	a	3.2	2.4	234	M7e	SRa	1827
7	V Sge	0,190	0,833	7,00	1,80	a	3.4	4.4	—	Pec	Ne	2162
8	ST And	0,188	0,740	4,80	2,08	a	2.8	3.6	330	R3e	SRa	1058
9	RU Per	0,198	0,825	8,30	1,44	a	2.9	2.0	310	M4e	SR?	951
10	W Tau	0,443	0,0	13,30	1,20	a	3.1	3.9	263:	M5	SR	1438
11	AF Cyg	0,220	0,650	4,10	1,95	a	2.6	2.0	94	M5e	SRb	1571
12	T Ori	0,182	0,625	2,88	2,08	a	2.7	3.1	—	A3e	RW	4703
13	VY And	0,464	0,0	3,71	2,48	a	2.4	1.8	149	R8	SRb	680
14	RUMI	0,178	0,734	3,71	2,48	a	2.4	2.2	324	M7e	SRa	1515
15	SX Her	—	—	6,10:0,90:		a	2.5	2.3	103	G3e-KO	SRd	1700
16	Y Gem	0,257	0,0	25,50	0,51	a:	2.6	1.9	160:	M6II-M7e	SRb	876
17	R Dor	0,167	0,638	4,26	1,41	a	2.1	1.0	338	M7	SRb	1164
18	T Tau	0,148	0,466	4,32	1,27	a	1.7	3.9	—	dG5e	RW	882
19	RS Aur	0,464	0,0	10,40	1,42	b	3.3	1.7	170	M4e	SRa	1470
20	X Mon	0,595	0,0	4,65	2,80	b	2.8	3.1	156	M3e-M4e	SRb	1113
21	Z Aur	0,518	0,0	6,48	2,01	b	2.6	2.5	135	G0e-G6e	SRd	1255
22	V Aqr	0,298	0,0	11,10	0,90	b	2.2	1.8	244	M6e	SRb	972
23	V UMa	0,319	0,0	11,10	0,90	b	2.0	1.3	113	M5-6	SRb	759
24	RZ UMa	0,330	0,0	9,30	1,08	b	2.1	2.1	115	M5-M6	SRb	1173
25	TZ Cyg	0,344	0,0	8,80	1,14	b	2.0	2.1	—	M6	Ib	1373
26	RY Lac	0,266	0,0	14,30	0,70	b	2,4:	2.5	155	M2e	SRb	502
27	T Per	0,242	0,0	13,00	0,69	b	2.0	1.0	326	M2I	SRc	1062
28	SV Aur	0,183	0,0	10,50	0,60	b	1.2	0.5	—	M1	Ib	1013
29	RU Lup	0,191	0,0	21,14	0,38	b	1.3	3.8	—	dG5e	RWn	652
30	XY Per	0,178	0,0	8,34	0,60	b	1.2	1.4	—	B6+A2II	RW	409
31	UX Aur	0,142	0,0	17,9	0,34	b	1.0	1.1	90	M4II	SRc	250
32	FU Ori	0,177	0,0	8,4	0,60	b	0.9	—	—	cF5-G3Ia	RW?	278
33	VX Cas	0,097	0,0	13,00	0,318	b	1.0	2.6	—	A0	RW	499
34	PZ Mon	0,137	0,0	8,80	0,45	b	0.9	0.7	—	K2Ve	RW	585
35	T Cha	0,223	0,765	2,10	4,28	c	3.7	3.2	—	Pec	RW	1589
36	TY And	0,420	0,0	5,84	1,71	c	2.8	1.5	135	M5e-6e	SRb	779
37	TV And	0,195	0,711	4,80	1,88	c	2.8	2.6	114	M4e-5e	SRb	1036
38	TU Lyr	0,464	0,0	8,20	1,58	c:	2.3	1.2	—	M6	Ib	710
39	RS Gem	0,350	0,0	8,50	0,18	c	2.8	1.5	140:	M8	SRb	987
40	RR Car	0,277	0,0	4,80	1,25	c	2.0	4.3	109:	M5e	SRb	960
41	AE Aqr	0,153	0,530	5,20	1,15	c	1.7	1.6	—	K5eIV, V	UV	1341

* Литературные источники наблюдений приведены в [3].

** В работах [1] и [3] приведены дисперсии нормальных распределений VX Cas, RU Lup, XY Per и RR Tau. Они отличаются от σ , приведенных в настоящей статье. В случае RU Lup различие на 0.043 объясняется тем, что последняя функция распределения строилась по большему числу наблюдений, а именно по всем наблюдениям Хоффмейстера и Джонса (VSS 3, N3, 1958). Большое различие σ в случае RR Tau вызвано тем, что в настоящей статье функция распределения RR Tau решалась по методу суммы, а не как нормальная. В остальных случаях, когда различия σ вызваны только другим проведением сглаженной кривой через наблюдаемые точки, среднее различие σ равно 0.027. Это значение можно рассматривать как среднюю ошибку σ для нормальных распределений.



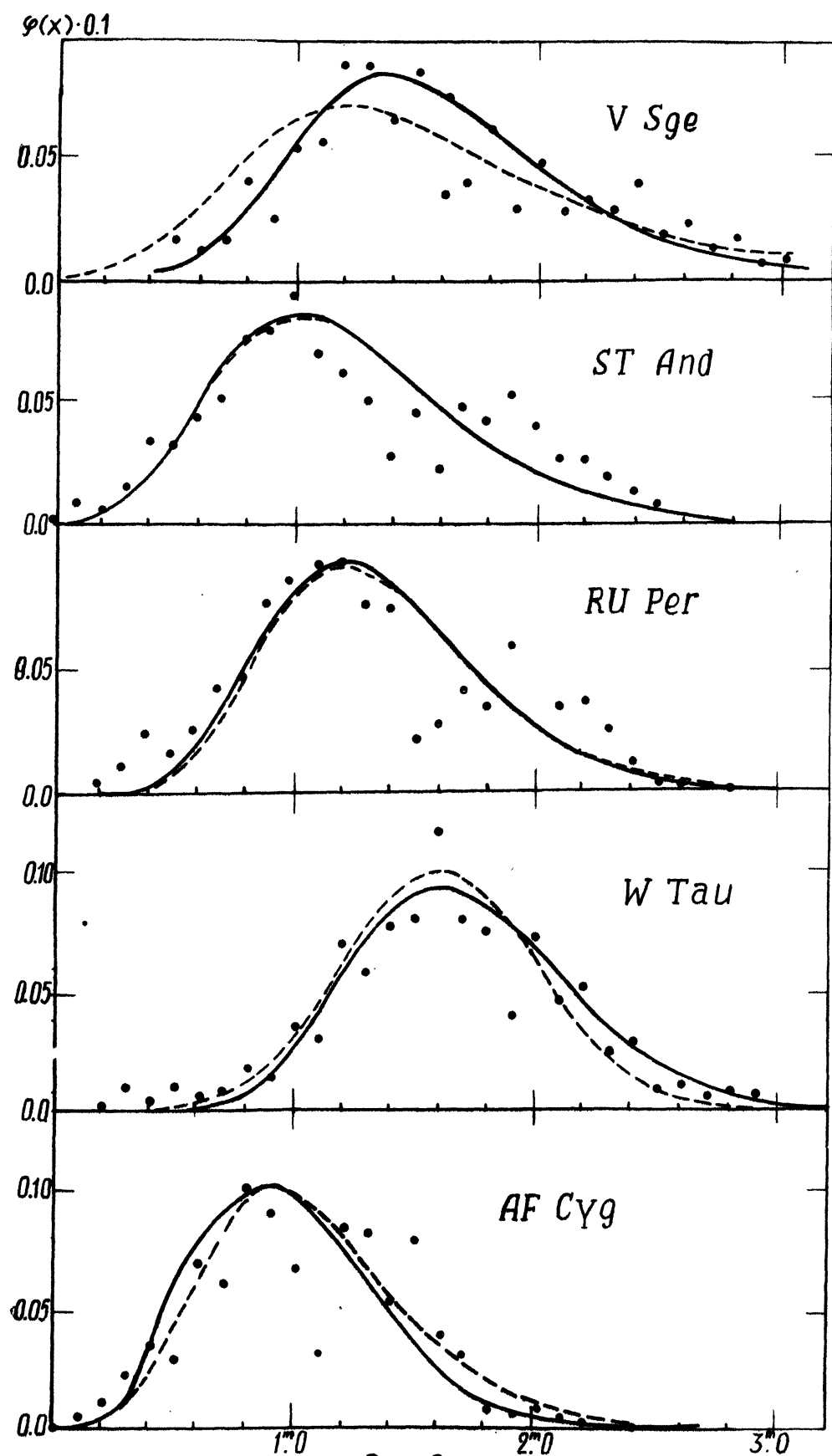


Рис. 2

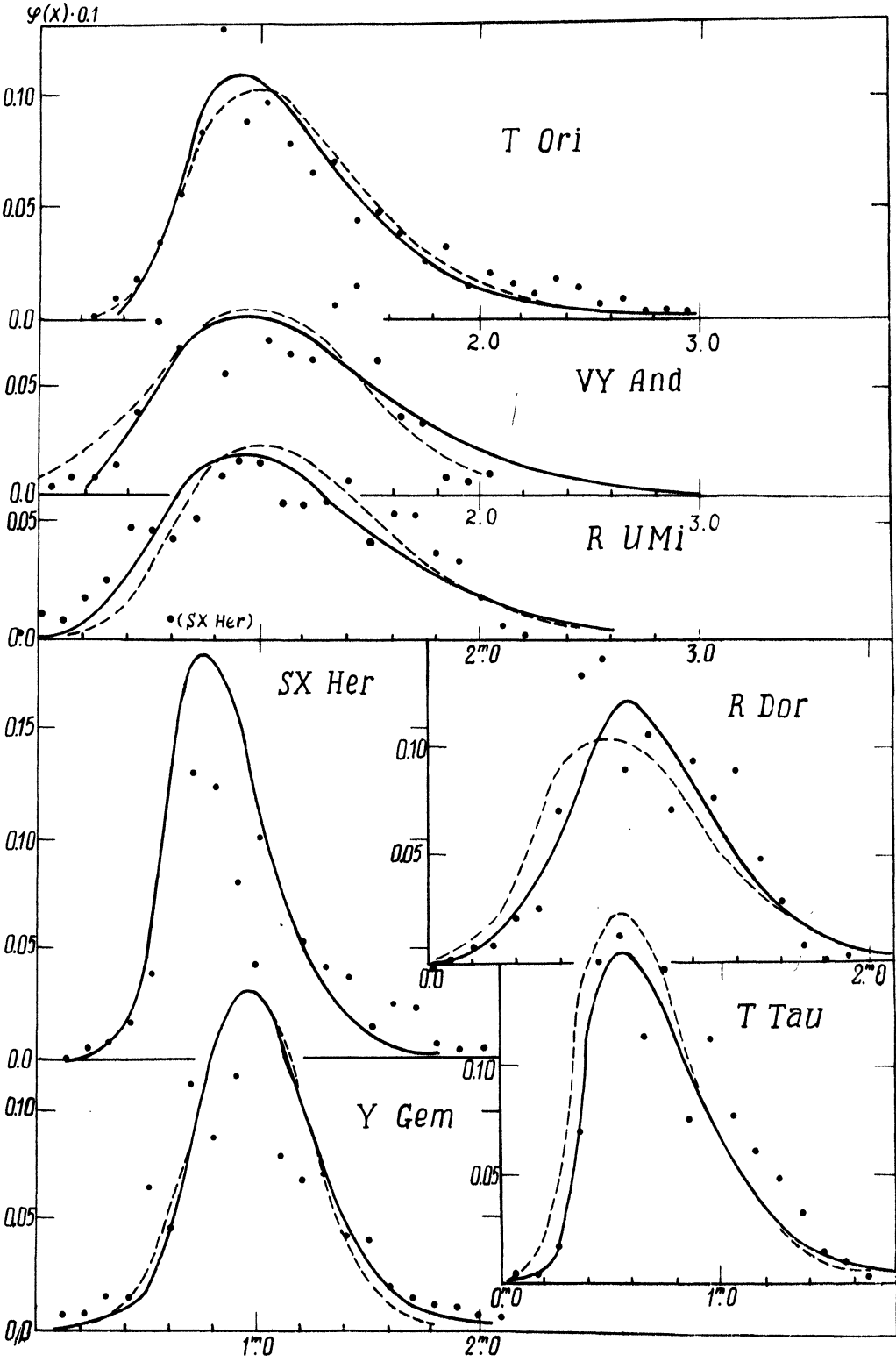


Рис. 3

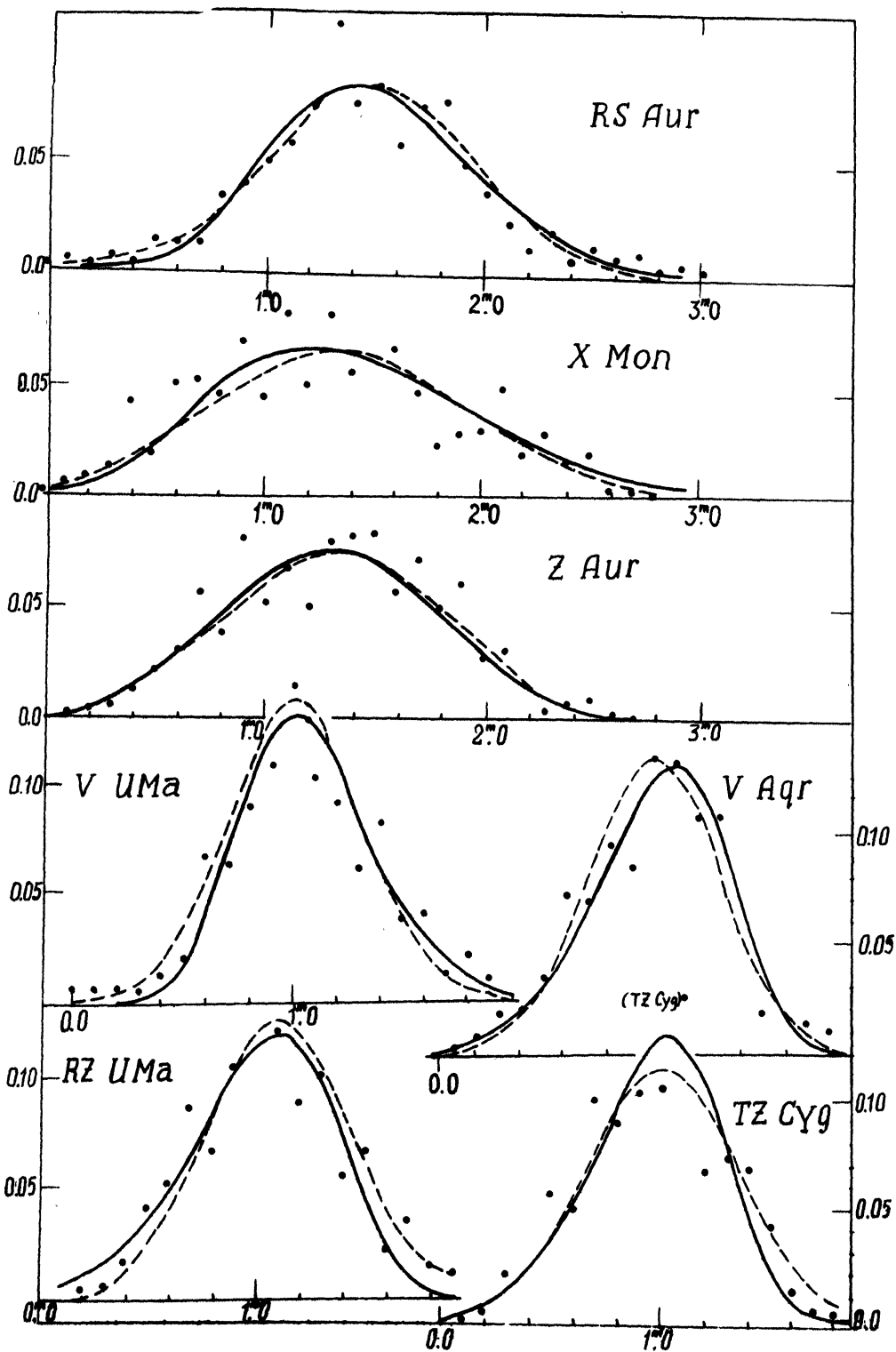


Рис. 4

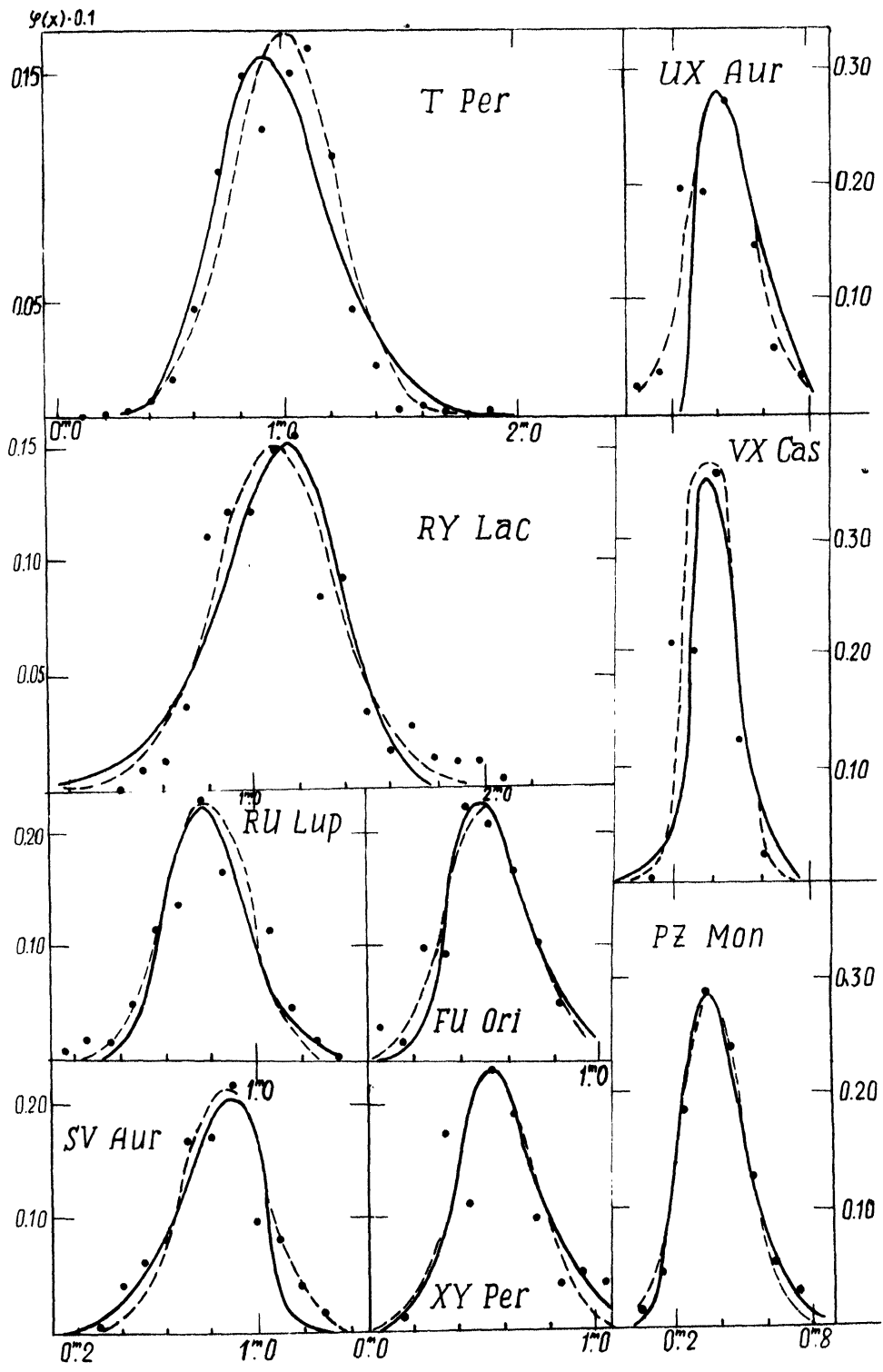


Рис. 5

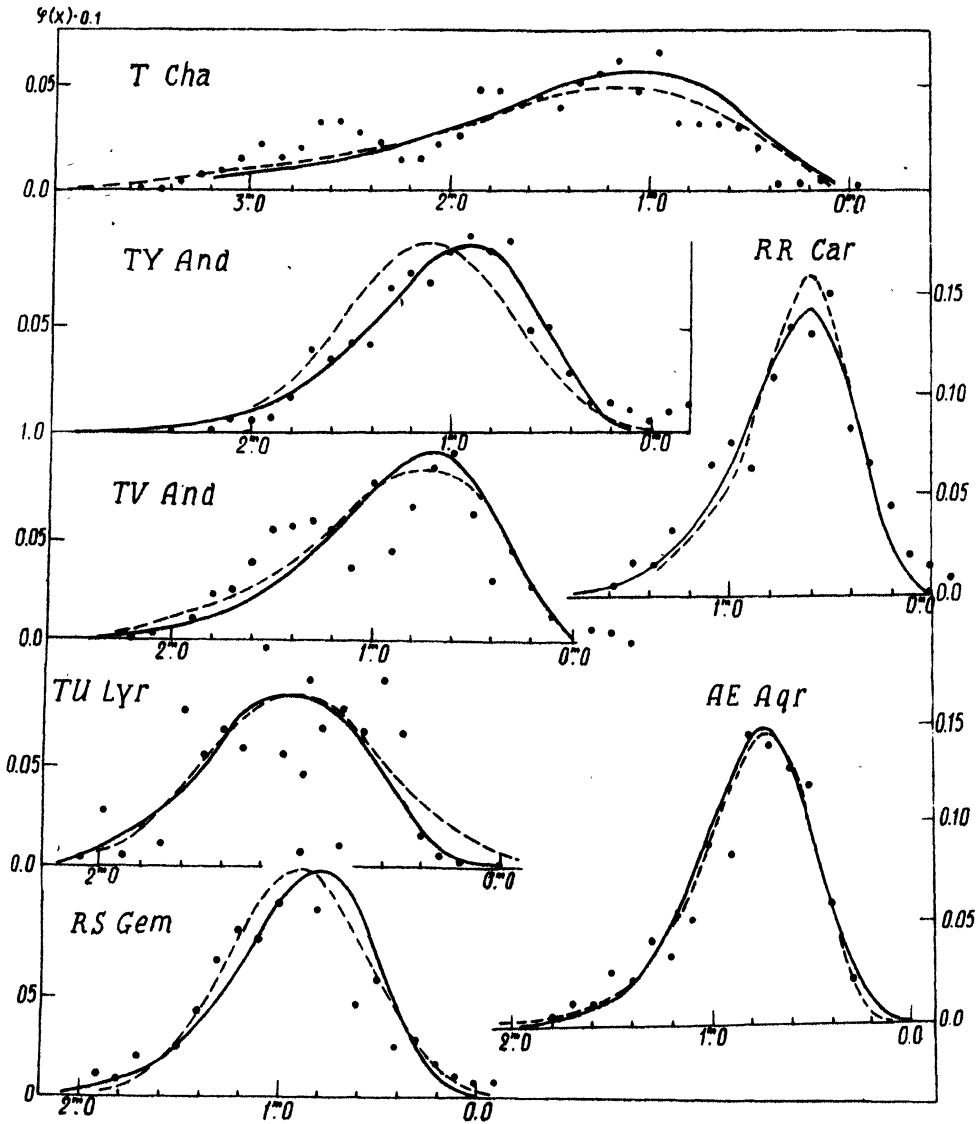
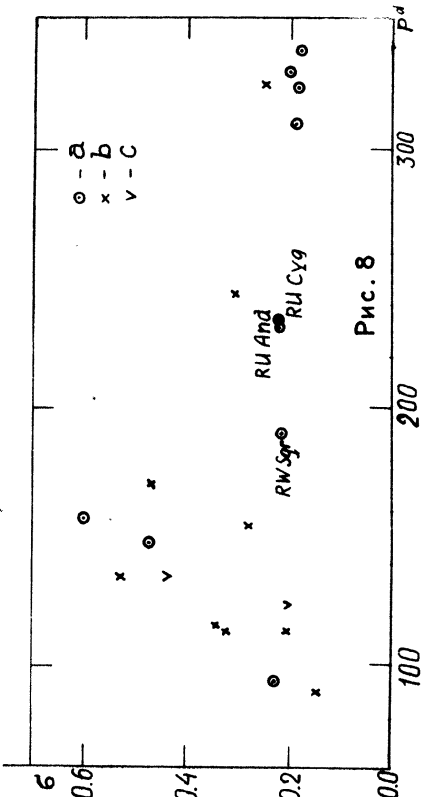
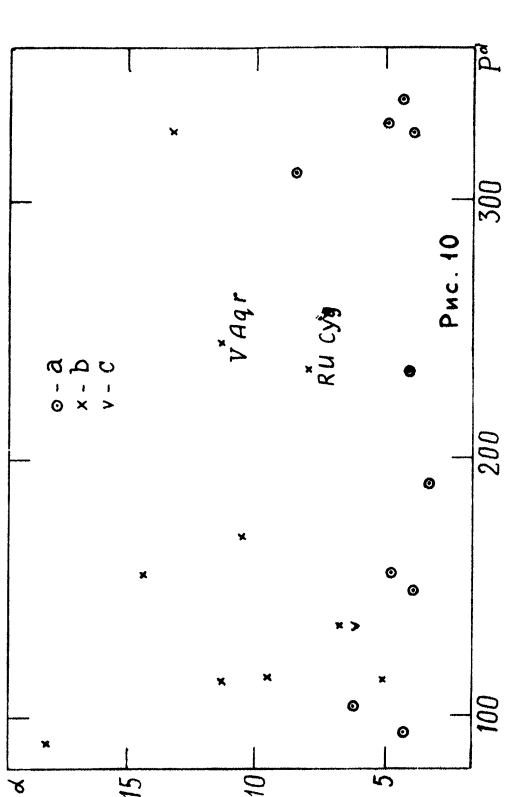
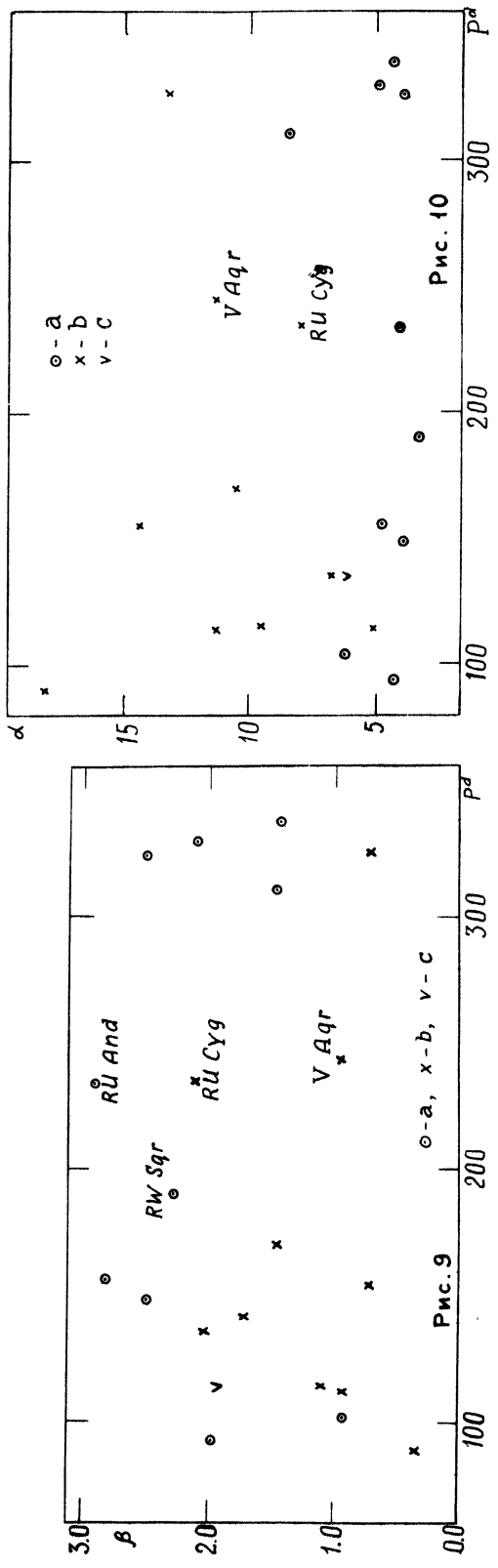
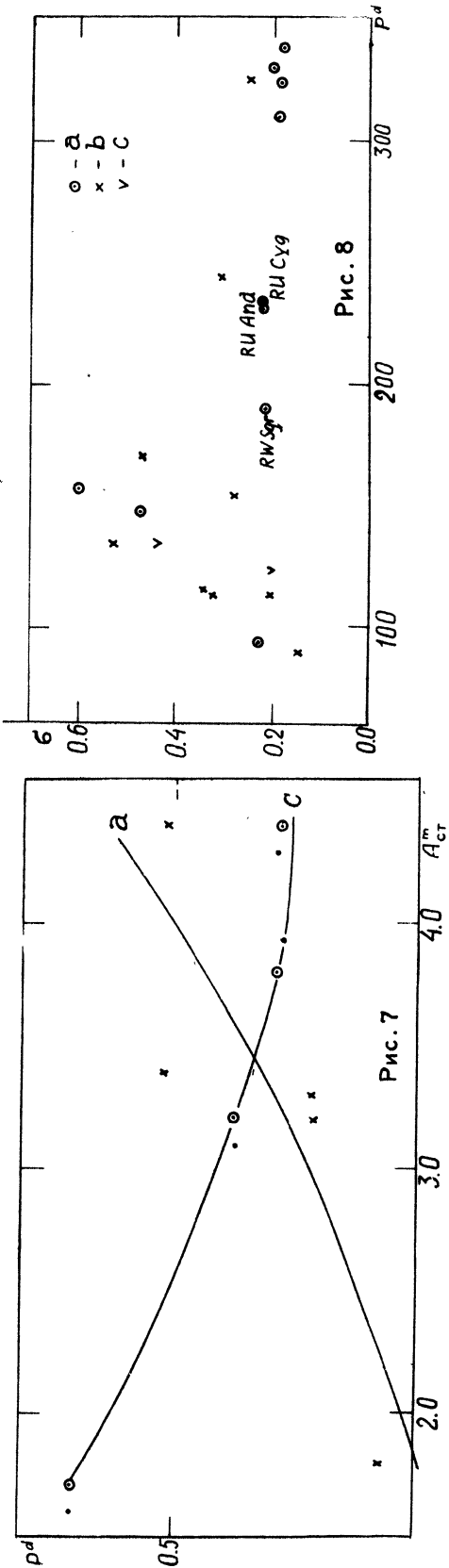


Рис. 6

Полученные характеристики распределений приведены в табл. 1. Наблюдаемые и вычисленные с этими характеристиками функции распределения приведены на рис. 1-6. В ряде случаев для лучшего совпадения наблюдаемой и вычисленной функций последняя смещалась на $0^m 1 - 0^m 2$ относительно первой, что означало поправку к принятой m_{max} или m_{min} . В табл. 1 и на рис. 1-6 переменные расположены по типам функций распределения, в общем, в порядке уменьшения статистической амплитуды ($A_{ст}$). Понятие статистической амплитуды было введено в [1]. Его введение вытекает из представления блеска неправильных и полуправильных переменных звезд как случайных величин. Тогда процесс изменения блеска должен описываться вероятностными методами. Случайная величина может принимать любые значения, но процесс изменения блеска описывается лишь теми, которые наблюдаются с некоторой существенной вероятностью. В качестве такого предела вероятности принята вероятность в 0.001. Пределы изменения блеска, наблюдающиеся с такой вероятностью, и определяют статистическую амплитуду. В графах 9-12 табл. 1 рядом с $A_{ст}$ приведены амплитуды, периоды, спектры и типы переменности по ОКПЗ [5]. В третьей и четвертой графах этой таблицы даны результаты решений функций распределения по методу суммы (σ и σ_0) и как нормальных распределений ($\sigma_0 = 0.0$). Остальные графы таблицы не требуют объяснений. Сопоставление на графиках наблюдаемых функций распределения (значки $\bullet$) с вычисленными по методу суммы (пунктирная кривая), как нормальных (штрих-пунктир. кривая) и как гамма-распределений (сплошная кривая) приводит к выводу, что для функций типов α и γ согласие наблюдаемых функций с вычисленными по методу суммы в общем такое же как с теоретическими гамма-распределениями. Для функций распределения типа β согласие между наблюдаемыми распределениями и вычисленными нормальными распределениями [3] лучше, чем с вычисленными гамма-распределениями.

Из табл. 1, в согласии с [2] и [3], можно сделать выводы. Функции распределения блеска быстрых и медленных неправильных и полуправильных переменных с $A_{ст} < 1^m 0$ являются гауссианами. У переменных рассматриваемых типов с большими статистическими амплитудами функции распределения бывают: у переменных типа 'RW Aur — в основном типа α , у переменных типов UV, UG и Z в основном типа γ , у полуправильных и неправильных переменных — типов α , β и γ . Исключение представляют 'T Cha, 'RX And и 'V Sge. Но 'T Cha и по другим характеристикам подобна звездам типа U Gem, и Венцель относит ее к разновидности переменных типа U Gem [6]. 'RX And во многих отношениях занимает необычное положение относительно других переменных типа UG и Z. Так, у нее необычно малая продолжительность цикла изменения блеска. Лучевая скорость 'RX And после исключения движения Солнца — 12 км/сек, тогда как у других переменных типа UG она от +11 до +37 км/сек. У 'RX And также необычно большой эксцентриситет спектральной орбиты [7]. 'V Sge также не является типичной новоподобной звездой. Хоффмейстер считает ее звездой типа 'RW Aur [5]. 'RX And и 'V Sge по спектрам похожи на звезды типа UG, Z, Ne, но имеют функции распределения типа α . Интересно, что обе звезды отклоняются от зависимости $A_{ст}$ — пе-



риод спектральной или затменной орбиты для звезд типа UG и Z с функциями распределения типа α . В табл. 2 и на рис. 7 сопоставлены $A_{\text{ст}}$ для новоподобных звезд по [2] и табл. 1 и периоды спектральных и затменных орбит, заимствованные из [8]. На том же рис. точками и крестиками нанесены амплитуды из ОКПЗ для звезд типа UG, Z, Ne с функциями типа α и α соответственно. У переменных типов UG, Z с функциями распределения типа α периоды спектральных или затменных орбит уменьшаются с увеличением статистической амплитуды или амплитуды по ОКПЗ. У новоподобных переменных с функциями распределения типа α ход периодов этих орбит с увеличением $A_{\text{ст}}$ другой. Интересно, что на общую с RX And и V Sge зависимость $A_{\text{ст}}$ — период спектральной или затменной орбиты попадает звезда EX Hya. По спектру она также подобна звездам типа UG [9], но по изменению блеска, по-видимому, отличается от них, так как *Лми* [10] считает ее возможной полуправильной переменной. По-видимому, EX Hya, подобно RX And и V Sge, не бывает преимущественно вблизи минимального блеска. К сожалению, в нашем распоряжении нет продолжительного ряда наблюдений EX Hya. Но если функция распределения ее блеска типа α , то можно будет говорить о двух видах зависимости $A_{\text{ст}}$ — период спектральной или затменной орбиты: у новоподобных переменных с функциями распределения типа α и у переменных типа UG с функциями распределения типа α .

Таблица 2.

Звезда	$A_{\text{ст}}$	Период	Тип функ. распр.
RX And	3 ^m .2	0 ^d .212	α
AE Aqr	1.7	.701	α
SS Aur		.157	$\alpha?$
Z Cam	3.8	.288	α
SS Cyg	4.4	.276	α
U Gem		.174	$\alpha?$
EX Hya		.069	$\alpha?$
RU Peg	3.2	.371	α
V Sge	3.4	.514	α

По статистическим и другим параметрам функций распределения типов α и β переменные типа RW Aur нельзя отличить от полуправильных переменных или от медленных неправильных переменных. Однако, в среднем, в обоих случаях переменные типа RW Aur имеют более ранние спектральные классы. Так, из 15 переменных с функциями распределения типа α четыре, типа RW Aur, имеют спектры: dG5e, A2eII - III, A3e и dG5e. Из остальных 11 полуправильных переменных только SX Her имеет спектр G3e, остальные — спектры типов M4e — M7e. Из 16 переменных с функциями распределения типа β пять, включая FU Ori, относятся к типу RW Aur. Их спектры: dG5e, B6 - A2II, F5 - G3Ie, A0, K2Ve. Из остальных одиннадцати десять имеют спектры типа M и только Z Aur спектр G0e - G6e.

На рис. 8, 9, 10, 11 приведены сопоставления статистических характеристик функций распределения блеска полуправильных переменных с периодом изменения блеска по ОКПЗ. Последний взят в качестве второго независимого от функций распределения параметра, связанного с переменностью звезд. Первый такой параметр в статье — период спектральной или затменной орбиты. Для неправильных переменных звезд, как быстрых так и медленных, в дальнейшем предполагается провести аналогичные сопоставления статистик с результатами автокорреляционного анализа кривых блеска. В последующих сопоставлениях переменные с неуверенными периодами не участвуют. Периоды рассматриваемых полуправильных переменных $< 350^d$. Последнее вызвано тем, что использованные ряды наблюдений в большинстве случаев охватывали период $\sim 1000^d$ и для больших периодов по ним маловероятны правильные статистические выводы.

На рис. 8 сопоставлены σ и P . Если представления изменения блеска соотношениями $X = x_0 + x_0^3$ или $X = x_0$ соответствуют реальности, то дисперсия нормального распределения x_0 и период изменения блеска у полуправильных переменных связаны. Для периодов $< 190^d$ с увеличением дисперсии период растет. Вблизи $P \sim 190^d$ ход зависимости $\sigma - P$ нарушается. Около точки разрыва зависимости находится звезда RW Sgr. Для $P > 190^d$ не заметна зависимость σ от P .

На рис. 9 сопоставлены β и P для тех же звезд. Из этого рисунка следует, что для полуправильных переменных период $210^d \pm 20^d$ является критическим, так как ему соответствует максимум зависимости $\beta - P$. И на этом рисунке переменные RW Sgr, RU And и RU Cyg лежат вблизи экстремальной точки зависимости. Если представление наблюдаемых распределений гамма-распределениями отражает реальность, то периоду в $210^d \pm 20^d$ соответствуют максимальные средние значения $\beta \sim 3.0$ или $0^m.3$ и максимальные дисперсии в $0^m.09$ элементарных случайных процессов или величин, определяющих изменение блеска переменных. От общего хода зависимости $\beta - P$, как и других приведенных ниже зависимостей, отклоняется переменная V Aqr. Ее β и $A_{ст}$ соответствуют периодам $\sim$ в 100 или 300 дней. Так как Гапошкин [11] получил для этой переменной период в $124^d \pm 12^d$, можно думать, что принятый период V Aqr в 244^d требует исправления и что действительный период близок к 100^d . В этом случае ее согласие с другими графиками тоже улучшилось бы.

На рис. 10 сопоставлены α и P . Из него не следует наличие зависимости между α и P для полуправильных переменных с $P < 350^d$. Для RW Sgr и RU And $\alpha \sim 3.0$, т. е. близки к минимальным.

На рис. 11 сопоставлены $A_{ст}$ и периоды изменения блеска у рассмотренных полуправильных переменных. Этот рисунок также подтверждает сделанные выше выводы. Период в $220^d \pm 30^d$ является критическим для полуправильных переменных еще и потому, что ему соответствует максимальная статистическая амплитуда, а именно $A_{ст} = 3^m.3$. RW Sgr, RU And и RU Cyg лежат вблизи точки максимума этой зависимости. Полученная зависимость $A_{ст} - P$ аналитически записывается:

$$A_{\text{ст}} = 3.3 - \frac{(P - 230)^2}{12000}$$

На рис. 11 она нанесена пунктиром. На этот же рисунок кружочками с двумя точками нанесены менее уверенные статистические ампли-

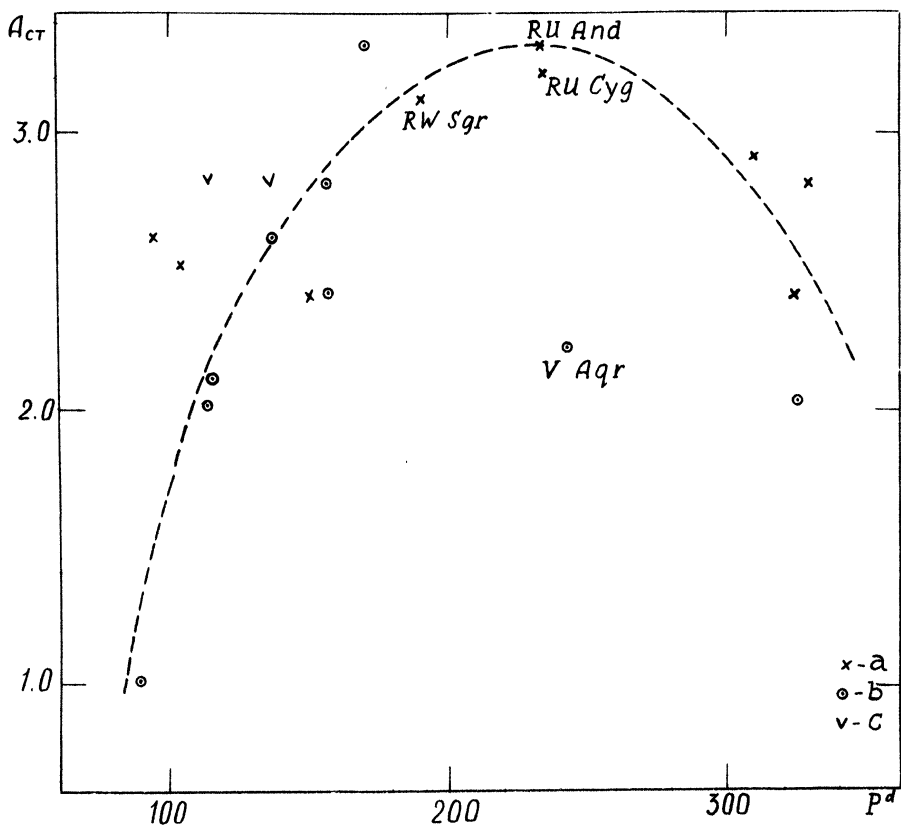


Рис. 11

туды для RV And, S Cam, RY Leo и Z UMa. Из-за нетипичности форм функции распределения этих переменных, приведенные на рис. 12, не решались. С них лишь снимались статистические амплитуды, приведенные вместе с амплитудами и периодами из ОКПЗ в табл. 3.

Таблица 3.

Звезда	$A_{\text{ст}}$	A	P	Звезда	$A_{\text{ст}}$	A	P
RV And	2.4	2.5	167 ^d	RY Leo	3.2	2.5	155 ^d
S Cam	3.2	2.9	326	Z UMa	2.6	2.5	198

На рис. 13 сопоставлены амплитуды и периоды по ОКПЗ для рассмотренных полуправильных переменных. На этом рисунке пунктиром нанесена полученная выше зависимость $A_{\text{ст}} - P$. Кроме того, сплошной линией нанесена зависимость амплитуда – период для долгопериодических переменных согласно [12]. Нам кажется, что по данным ОКПЗ для

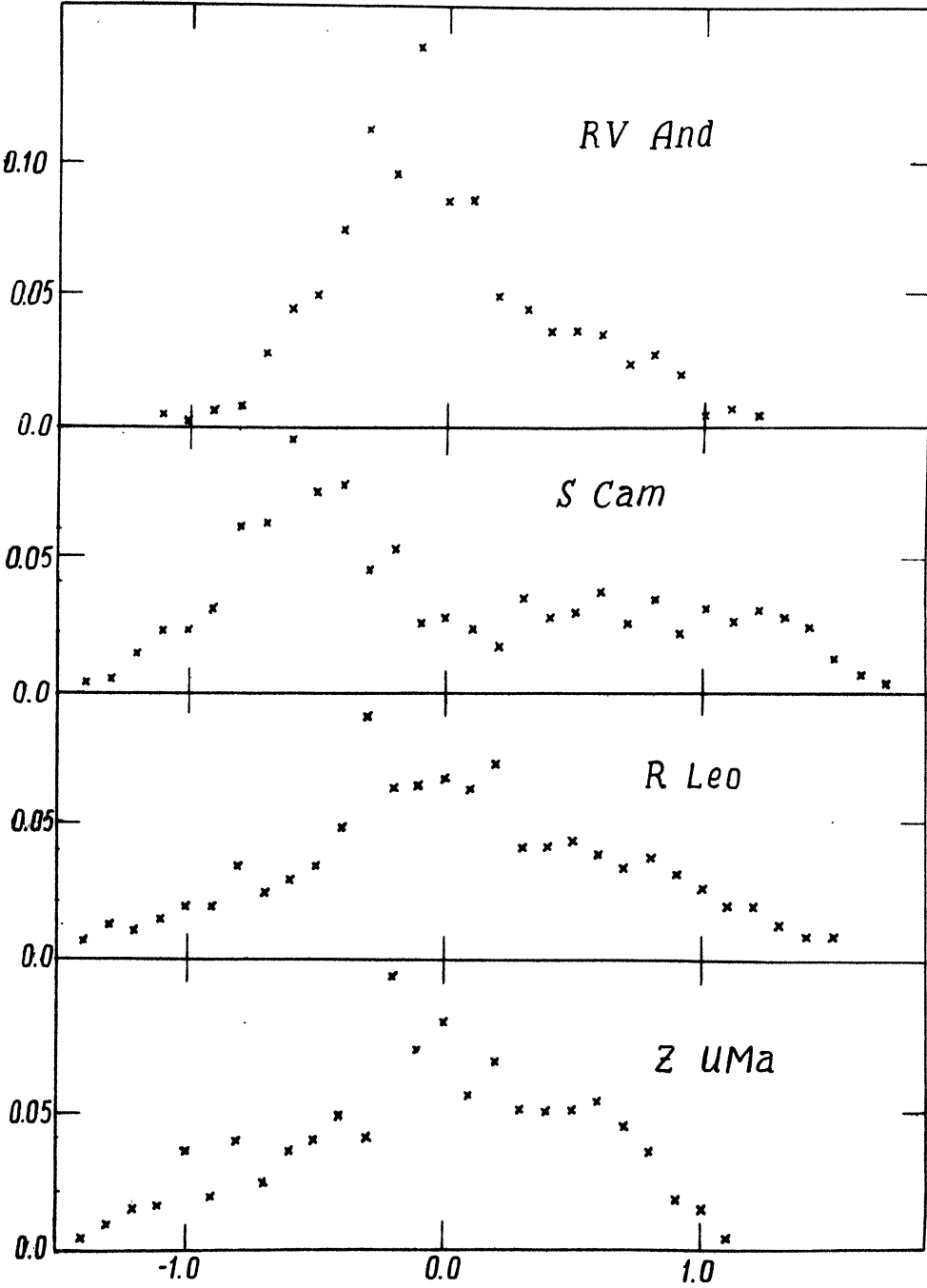


Рис. 12

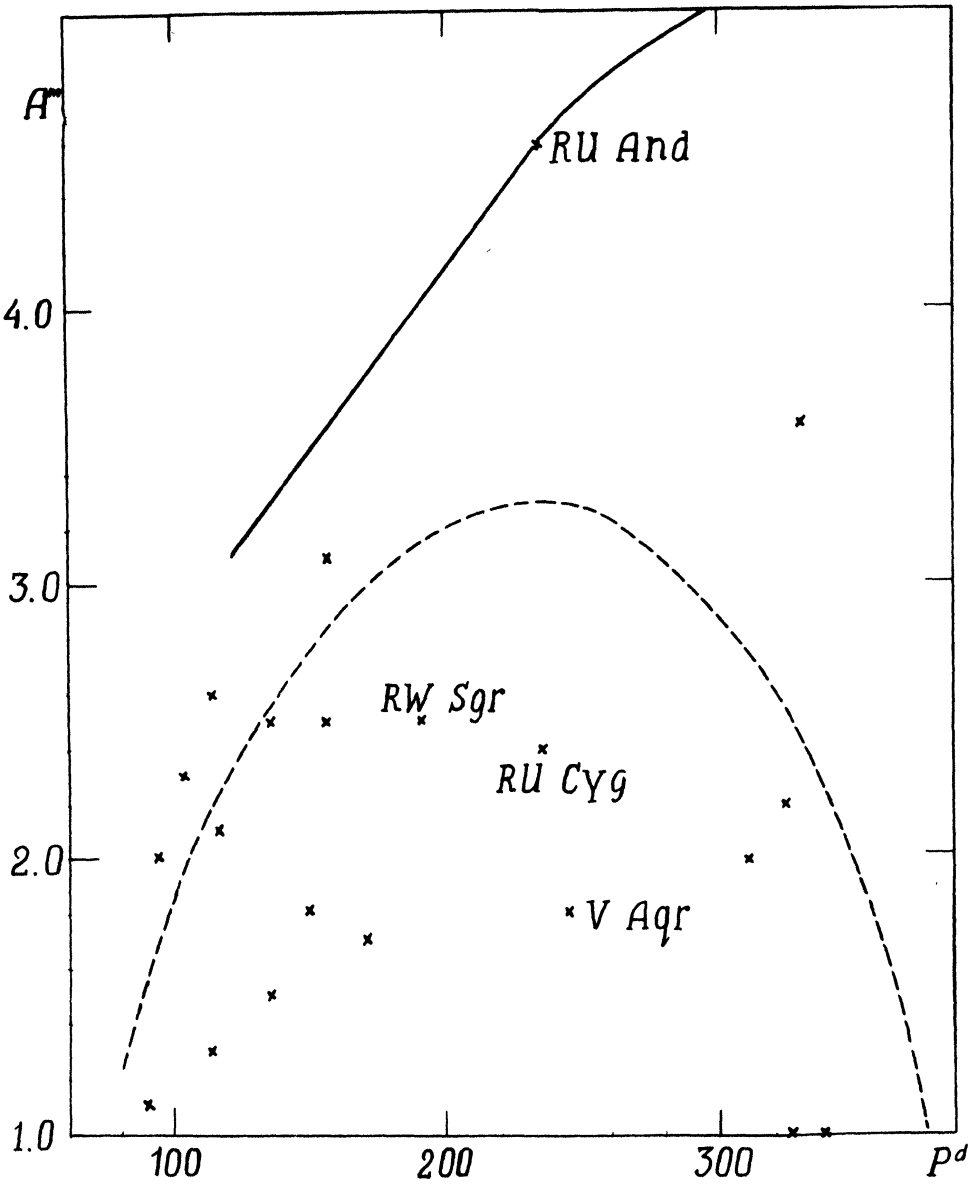


Рис. 13

полуправильных переменных с периодами меньше 350^d предлагаемая зависимость $A_{\text{ст}} - P$ удовлетворяется лучше, чем принятая. В связи с вышеизложенным небезинтересно, что полуправильные переменные с периодами 150 – 250 дней составляют основную долю среди переменных с пространственными скоростями более 65 км/сек [13].

Рассмотренные выше зависимости для полуправильных переменных оказались общими для функций распределения типов α , β и γ . Исходя из этого, мы, не обращая внимания на тип функции распределения, сопоставили σ и β с периодами спектральных или затменных орбит для переменных типов UG, Ne и Z по данным таблиц №1 и №2. В обе таблицы входят только три звезды – RX And, AE Aqr и V Sge. Зависимость σ от P показана на рис. 14, а β от P на рис. 15. На звезды этих типов по спектру, виду функции распределения блеска и характеру из-

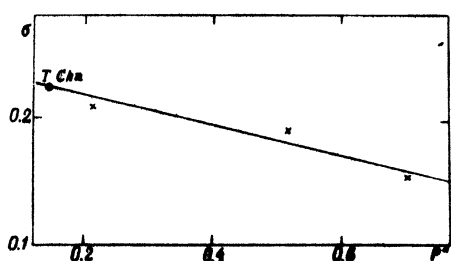


Рис. 14

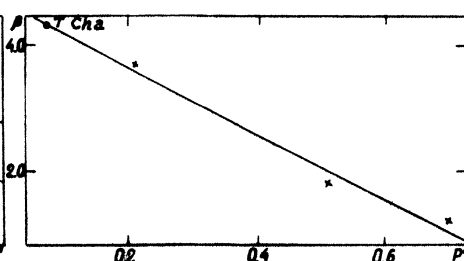


Рис. 15

менения блеска [6] похожа T Cha. Мы входили с ее σ и β в зависимости $\sigma - P$ и $\beta - P$. Снятые значения P оказались равными $0^d.144$ и $0^d.075$. По статистической амплитуде, согласно рис. 7, период спектральной или затменной орбиты T Cha близок к $0^d.30$. Нам кажется, что проверка этого вывода представляла бы интерес.

Существование зависимостей между характеристиками функций распределения блеска: σ , β , $A_{\text{ст}}$ и периодом изменения блеска у полуправильных переменных, а также между статистической амплитудой, σ и β и периодом спектральной или затменной орбиты для переменных типов UG и Z свидетельствует о связи численных параметров функций распределения блеска с физическими характеристиками процессов переменимости и позволяет надеяться, что изучение функций распределения может оказаться полезным для изучения природы неправильной переменимости звезд.

Автор выражает глубокую благодарность Л. Н. Литовченко за большую помощь в вычислениях и в оформлении статьи.

Литература:

1. Ф. И. Лукацкая, ПЗ 14, № 4, 1963.
2. Г. А. Гораздо-Лесных, Ф. И. Лукацкая и А. Ф. Пугач, ПЗ 14, № 4, 1963.
3. Ф. И. Лукацкая, Исследования по физике звезд и диффузной материи. Изд-во "Наукова думка", Киев, 1964.

4. Н. В. Дунин-Барковский и Н. В. Смирнов. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. Изд-во технико-теоретической литературы. Москва, 1955.
5. Б. В. Кукаркин, П. П. Паренаго, Ю. И. Ефремов, П. Н. Холопов. Общий каталог переменных звезд. Изд-во АН СССР, Москва, 1958.
6. W. Wenzel, VSS 5, H. 1, 1961.
7. R. Kraft, ApJ 135, № 2, 1962.
8. G. H. Herbig, Draft reports to XII Gen. As. IAU, 1964.
9. Б. В. Кукаркин, Ю. И. Ефремов, П. Н. Холопов, Первое дополнение ко второму изданию Общего каталога переменных звезд. Москва, 1960.
10. M. Petit, JO 4, 1, 1961.
11. S. Gaposchkin, HA 115, 1947.
12. Т. А. Алексян и др. Курс астрофизики и звездной астрономии. Изд-во физ.-мат. литературы, Москва, 1962.
13. Под ред. Д. Л. Гринстейна. Звездные атмосферы. Изд-во иностранной литературы, Москва, 1963, стр. 516.

Главная Астрономическая обсерватория,
Киев, АН УССР,
январь 1965 г.