

Модификация метода Копала-Табачника

М.И. Лавров, Н.В. Лаврова

Рассматривается новая аналитическая интерпретация первого, графического метода Копала. Показано, что для определения элементов фотометрической орбиты этим методом можно использовать обычный способ наименьших квадратов, что существенно упрощает решение задачи, а также дает возможность оценивать погрешности получаемых результатов. В применении к высокоточным кривым блеска метод позволяет находить и коэффициенты потемнения дисков звезд к краю. Приведены элементы фотометрических орбит 5 затменных двойных систем, полученные описанным методом.

The Modification of Kopal-Tabachnik's Method

by M.I. Lavrov, N.V. Lavrova

A new analytic interpretation of the first, graphical Kopal's method is described. It is shown that for this interpretation the usual method of least squares may be used. It makes the new version to be less complicated than Tabachnik's one and makes possible the evaluation of the probable errors results. A new version is also capable of yielding darkening coefficients for a properly conditioned light curve. The method has been tested on five binary systems.

Введение. Рассмотрим основное уравнение теории затменных двойных систем:

$$\sin^2 \theta \sin^2 i + \cos^2 i = r_1^2 [1 + kp(k, \alpha)]^2. \quad (1)$$

Поскольку для каждой конкретной системы k , r_1 , i постоянны, то введя обозначения

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta &= x; \quad [1 + kp(k, \alpha)]^2 = y; \\ r_1^2 \operatorname{cosec}^2 i &= c; \quad \operatorname{ctg}^2 i = d \end{aligned} \quad (2)$$

мы получим в новых осях x , y уравнение прямой вида

$$x = cy - d \quad (3)$$

с параметрами c и d . Однако новые переменные не являются незави-

симыми величинами: они связаны функциональной зависимостью, являющейся следствием нахождения точек a_i, θ_i на кривой изменения блеска. При некотором пробном значении k система точек x_i, y_i не расположится точно на прямой (3), а образует некоторую кривую. Истинным будет такое значение k , при котором кривая превратится в прямую. Пересечение этой прямой с осями координат даст значения c и d . Такая идея этого метода, предложенного Копалом (1946, 1959) и названного им первым. Однако, в графическом варианте этот метод не обладает достаточной чувствительностью к изменениям k .

Табачник и Шульберг (1965, 1968) сделали первый метод Копала точным аналитическим. Они предложили отыскивать истинное значение k , а в необходимых случаях и значение коэффициента потемнения k краю диска затмеваемой звезды u , по минимуму $S(k, u) = \sum_i s_i^2$.

суммы квадратов расстояний точек с вычисленными координатами x_i, y_i от вероятнейшей прямой вида:

$$y = ax + b, \quad (4)$$

где $a = r_i^{-2} \sin^2 i = c^{-1}$, $b = r_i^{-2} \cos^2 i = d \cdot c^{-1}$. При этом в отличие от общепринятой практики считается, что погрешности наблюдений имеются не только в величинах y_i , но и в их аргументах x_i . Однако, у такой интерпретации метода есть ряд недостатков. Во-первых, так как прямая (4) проводится среди точек x_i, y_i без учета их относительных весов, она на самом деле не будет вероятнейшей, и значение k , найденное по минимуму $S(k)$, окажется искаженным. Во-вторых, допущение наличия погрешностей у обеих координат остается фактически не использованным. В самом деле, поскольку ошибки ϵ_x, ϵ_y различны по величине, расстояния s_i должны отмеряться не по перпендикуляру к вероятнейшей прямой, а по некоторой другой прямой, направление которой должно зависеть от отношения весов значений x_i и y_i . Угол, образуемый этим направлением с вероятнейшей прямой, должен изменяться от точки к точке, так как упомянутое отношение весов изменяется с изменением x .

В новом варианте метода Табачник (1971a, 1972) учел веса функций y_i и тем самым сделал метод более строгим. Но расстояния s_i попрежнему оставлены на перпендикулярах к вероятнейшей прямой и после теоретического обсуждения этого вопроса (Табачник, 1972). Правда, последнее обстоятельство из-за малости ϵ_x по сравнению с ϵ_y не может привести к сколь-нибудь существенным искажениям, так что новый вариант метода должен давать результаты в полном согласии с результатами, получаемыми другими точными методами. Однако, отсутствие четкой методики оценок погрешностей результатов попрежнему мешают его широкому использованию. Ниже мы рассматриваем другую, более простую аналитическую интерпретацию первого метода Копала.

Основы метода. Метод Табачника существенно упрощается, если решать систему уравнений (4) обычным способом наименьших квадратов, то есть вместо уклонений s_i вычислять разности $(y_N - y_B)_i$. Для

того, чтобы иметь такую возможность будем считать аргументы x абсолютно точными, а присущие им погрешности отнесем к функции y в соответствии с очевидным равенством:

$$\epsilon_{yx} = a \epsilon_x. \quad (5)$$

В результате такого переноса полная ошибка функции y будет равна

$$\epsilon'_y = (\epsilon_y^2 + \epsilon_{yx}^2)^{1/2} \quad (6)$$

и, следовательно, мы должны приписать уравнениям системы (4) веса

$$\sqrt{w_y} \sim (\epsilon'_y)^{-1/2}. \quad (7)$$

Решая систему уравнений (4) с весами (7) обычным способом наименьших квадратов при различных предположениях о k и добиваясь минимума величины

$$S_y(k) = \sum_i w_{y_i} (y_i - u_{y_i})^2, \quad (8)$$

мы найдем истинное значение k и другие элементы орбиты. В число варьируемых параметров в принципе могут быть также включены, поотдельности или в различных сочетаниях, коэффициенты потемнения дисков звезд к краю u_1, u_2 , глубины минимумов $1-\lambda_1, 1-\lambda_2$, максимальный уровень блеска U , момент или фаза середины главного минимума T_0 , значение периода системы P (при использовании индивидуальных наблюдений) и другие. Однако, на практике большую часть этих параметров — $P, U, 1-\lambda_1, 1-\lambda_2$ — приходится находить независимо от решения системы (4), а коэффициенты потемнения задавать в соответствии со спектральным классом компонентов. Параметр T_0 может быть найден по минимуму $S_y(T_0)$ при предварительно найденном и зафиксированном значении k .

Веса уравнений. Найдем выражение для вычисления $\sqrt{w_y}$. Дифференцирование $y = [1 + kp(k, \alpha)]^2$ по звездной величине дает (Табачник, 1971б):

$$\epsilon_y = \frac{2k\alpha_0 \ln 2.512}{1-\lambda} (1+kp) \frac{\partial P}{\partial \alpha} P^{-1} \epsilon_m. \quad (9)$$

С другой стороны, дифференцируя x по фазе, получим

$$\epsilon_x = \epsilon_\phi 2\pi \sin 2\theta, \quad (10)$$

а так как

$$\Phi = [t - (T_0 + P \cdot E)] P^{-1}, \quad (11)$$

то

$$\epsilon_\phi = (\epsilon_t^2 + \epsilon_{T_0}^2 + E^2 \epsilon_P^2)^{1/2} P^{-1}. \quad (12)$$

Погрешность ϵ_t в регистрации моментов наблюдений в принципе может быть сделана меньше 0.00001, на практике же чаще всего моменты фотозлектрических наблюдений публикуются с точностью ред-

ко превышающей 0.000005 . Положение середины затмения T_0 даже в самых благоприятных случаях определяется с точностью не лучшей нескольких сотых процента от величины периода и эта погрешность в (12) обычно является преобладающей. Однако, на значения фаз погрешность ϵ_{T_0} влияет не как случайная, а как систематическая ошибка, поэтому из выражения (12) ее следует исключить. Как уже отмечалось в предыдущем разделе, T_0 может рассматриваться как один из искоемых параметров, а влияние погрешности в его значении на другие элементы орбиты может быть установлено из решений системы (4) при T_0 и при $T_0 \pm \epsilon_{T_0}$. Величина третьего слагаемого в (12) зависит как от точности величины периода системы, так и от полного времени наблюдений, выраженного числом протекших периодов E . При не слишком растянутом по времени цикле наблюдений этот член редко превосходит первый, поэтому вполне обоснованно наблюдатели в зависимости от величины P и ширины затмения D/P публикуют фазы с точностью до 0.000005 – 0.000005 . И несмотря на то, что погрешность ϵ_x при переносе на ось y увеличивается в a раз, для подавляющего числа затменных систем собственная погрешность в y ϵ_y все равно остается как минимум в несколько раз большей ϵ_{yx} и, следовательно, последней при вычислении весов уравнений можно пренебречь.

Таким образом, веса уравнений системы (4) могут быть вычислены по формуле:

$$\sqrt{w_y} = q_y \frac{1 - \lambda}{2ka_0(1 + kp)\partial p/\partial a} \sqrt{n} l^\gamma, \quad (13)$$

в которой n — число наблюдений, вошедших в рассматриваемую точку, а множитель пропорциональности q_y выбирается с учетом удобства численного выражения $\sqrt{w_y}$. Вопрос о способе включения l^γ в эту формулу: $\gamma = 0, 1$ или $1/2$ (Линнелл, Проктор, 1970) должен решаться каждый раз отдельно в зависимости от характера изменения ошибок ϵ_m во время затмения.

Практическое использование метода. Поскольку a в уравнении (4) обычно велико по сравнению с единицей, расстояния s_i в методе Табачника берутся по направлениям, составляющим небольшой угол с осью x , и, следовательно, они близки по величине к разностям $(\sin^2 \theta_H - \sin^2 \theta_B)$. А именно такие разности получаются при решении системы уравнений (3) обычным способом наименьших квадратов. Для этого необходимо только считать y абсолютно точными, а их ошибки ϵ_y , как и во втором методе Копала, перенести на ось x в соответствии с равенством:

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{a} \epsilon_y = c \epsilon_y \quad (14)$$

и приписать уравнениям веса

$$\sqrt{w_x} \sim (\epsilon_x^2 + \epsilon_{xy}^2)^{-1/2}. \quad (15)$$

И в этом случае ошибки ϵ_{xy} , несмотря на уменьшение при переносе с оси y на ось x в a раз, все равно остаются как минимум в несколько раз большими ϵ_x , поэтому как и ранее

$$\sqrt{w_x} = q_x \frac{1-\lambda}{2k \cos \theta (1+kr) \partial p / \partial a} \sqrt{n} 1^{-\gamma}. \quad (16)$$

Эта та же самая формула, что и в методе Копала-Пиотровского, в котором ошибки также отнесены к оси $\sin^2 \theta$.

Системы (3), (4) с весами соответственно (16), (13) тождественны и на практике приводят не только к одинаковым значениям элементов орбиты, но и к одинаковым числовым значениям функций $S_y(k, u) = \sum_i w_y (y_H - y_B)_i^2$ и $S_x(k, u) = \sum_i w_x (x_H - x_B)_i^2$, если масштабные множители q_y, q_x в формулах (13), (16) одинаковы, и веса отличаются только на величину a , то есть $\sqrt{w_y} = a \sqrt{w_x}$. Однако, из-за большой наглядности уклонений $x_H - x_B$ и большего сходства с методом Копала-Пиотровского мы отдадим предпочтение системе уравнений (3) с весами (16).

Будем сначала рассматривать только полные затмения. Для составления уравнений (3) необходимо при некотором пробном отношении радиусов k иметь для каждой средней (или индивидуальной) точки a_H, θ_H значения $p(k, a_H)$. Точность их вычисления должна быть согласована с точностью задания звездных величин $\Delta(\Delta m) = \Delta(m_v - m_{cp})$ и фаз $\Delta\Phi$ (не путать с ошибками наблюдений!):

$$\Delta p = \frac{\ln 2.512}{1-\lambda} 1 \frac{\partial p}{\partial a} \Delta(\Delta m), \quad (17)$$

$$\Delta p = \frac{\pi a \sin 2\theta}{k(1+kr)} \Delta\Phi \approx \frac{2\pi \cos \theta}{r_2} \Delta\Phi. \quad (18)$$

Так, например, при обычной на практике точности задания Δm до 0.001 и $\Delta\Phi$ до 0.0001 достаточно вычислять p с точностью до 0.001 , как это и рекомендовал Копал (1959). Однако, для уверенности в третьем знаке лучше делать эти вычисления с точностью до 0.0001 . Точность вычисления p до 10^{-6} , принятая Линнеллом и Проктор (1970), не может быть реализована на практике, поскольку для этого потребовалось бы задание фаз с нереальной в настоящее время точностью.

Трудность всех обратных методов анализа кривых блеска на ЭВМ заключается в том, что не существует аналитического выражения для вычисления $p(k, a_H)$. Поэтому приходится находить эти величины из численного решения уравнения:

$$u_a(k, p) = a_H, \quad (19)$$

что в свою очередь требует использования или больших таблиц или громоздких аналитических выражений для вычисления $u_a(k, p)$. Программы машинных вычислений функций $u_a(k, p)$ составлены и описаны Юр-

кевичем (1970) и Линнеллом (1965, 1966, 1970), но они предназначены для использования только на быстродействующих ЭВМ и кроме того занимают слишком большие объемы памяти. Так, например, полная программа вычислений функций α всех типов, составленная Линнеллом, занимает более 7000 ячеек памяти машины IBM 7094. Новый универсальный метод машинных вычислений функции α , предложенный одним из авторов (Лавров, 1972), значительно короче (около 200 команд для ЭВМ "Наири") и с этой стороны его применение не вызывает принципиальных затруднений. Однако на малых ЭВМ с целью экономии машинного времени лучше воспользоваться для вычисления α аппроксимационными полиномами Флигеля—Вильсона (1968) и Минци (1970), сохранив точную методику только для выборочного контроля точности вычислений.

Повторение всех процедур решения уравнений (3) для каждого испытываемого значения k сильно увеличивает время вычислений. Значительно удобнее накопить в памяти машины величины r_1 для трех-четырех значений k , а затем выполнять интерполирование между ними. При этом выгодно располагать наблюдаемые точки строго в порядке возрастания (убывания) блеска и применять для решения уравнения (19) метод хорд с шагом 0.01 по p (Лавров, 1970).

Многократное решение системы (3) с весами (16) позволяет как и в модифицированном втором методе Копала (Лавров, 1973) построить по значениям $S_x(k)$ параболу, вершина которой $S_{\min}$ дает истинное значение k , а точки на ветвях, соответствующие $S_{\min} + \epsilon^2$, где ϵ вероятное отклонение для одного средневзвешенного уравнения, укажут величину вероятной ошибки $\pm \delta k$. Повторение решения системы при найденном k даст окончательные значения постоянных c, d и их вероятные ошибки $\delta c, \delta d$. Полные же ошибки этих постоянных $\Delta c, \Delta d$ будут зависеть и от вероятной ошибки δk :

$$\Delta c = [(\delta c)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial k} \delta k\right)^2]^{1/2} \quad (20)$$

$$\Delta d = [(\delta d)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial k} \delta k\right)^2]^{1/2}.$$

Ошибки элементов орбиты можно вычислить по формулам:

$$\begin{aligned} \Delta i &= \frac{\Delta d}{2(1+d)d^{1/2}} \\ \Delta r_1 &= \frac{1}{2} r_1 \left[\left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{1+d}\right)^2 \right]^{1/2} \\ \Delta r_2 &= [(k \Delta r_1)^2 + (r_1 \delta k)^2]^{1/2}, \end{aligned} \quad (21)$$

полученным дифференцированием выражений (2) и равенства $r_2 = k r_1$. При включении в число неизвестных коэффициента потемнения диска за-

тмевающейся звезды к краю можно использовать методику, описанную ранее (Лавров, 1973).

В случае частных затмений накопление величин p_i нужно производить для трех-четырёх значений k и соответствующих им значений α_0 , получаемых из решения уравнения глубин.

Достоинством рассматриваемого метода является возможность проведения всех вычислений и вручную — на настольных вычислительных машинах. Составление системы уравнений (3) в этом случае существенно облегчается благодаря наличию обширных и удобных таблиц значений $(1+kr)$, опубликованных Шнеллером (1959) для k , кратных 0.05, и коэффициентов потемнения u кратных 0.2. Решение по способу наименьших квадратов системы уравнений (3) с двумя неизвестными не представляет больших трудностей, тем более, что при изменении пробного k изменяется только один коэффициент u , что влечет за собой перевычисление каждый раз только трех чисел в матрице нормальных уравнений. Система весов $\sqrt{w_x}$ при этом естественно изменяться не должна, иначе получаемые в итоге суммы $S_x(k)$ окажутся несопоставимыми. Получив ручную решения системы уравнений (3) для ряда "табличных" k и выбрав из них три, удовлетворяющих условиям

$$k_3 - k_2 = k_2 - k_1 = 0.05; \quad S_1(k_1) \geq S_2(k_2) \leq S_3(k_3), \quad (22)$$

мы путем параболической интерполяции найдем значение k , при котором $S(k)$ достигает минимума:

$$k = k_2 + 0.025 (S_1 - S_3) (S_1 - 2S_2 + S_3)^{-1}. \quad (23)$$

Этот же результат можно получить (или уточнить) и другим путем. Вычислим для исходного решения при k_2 уклонения $(O-C)_1 = (\sin^2 \theta_H)_1 - (\sin^2 \theta_B)_1$. Используя решения для k_2, k_3 или k_1, k_2 составим систему уравнений для определения дифференциальной поправки по k :

$$\sqrt{w_1} \left(c \frac{\partial y_1}{\partial k} + y_1 \frac{\partial c}{\partial k} - \frac{\partial d}{\partial k} \right) \Delta k = \sqrt{w_1} (O-C)_1. \quad (24)$$

Из решения этой системы мы получим не только искомую поправку к величине k_2 , но и вероятную ошибку этой поправки. При включении в число неизвестных и коэффициента потемнения u к краю диска главной звезды система уравнений (24) примет вид:

$$\sqrt{w_1} \left(c \frac{\partial y_1}{\partial k} + y_1 \frac{\partial c}{\partial k} - \frac{\partial d}{\partial k} \right) \Delta k + \sqrt{w_1} \left(c \frac{\partial y_1}{\partial u} + y_1 \frac{\partial c}{\partial u} - \frac{\partial d}{\partial u} \right) \Delta u = \sqrt{w_1} (O-C)_1, \quad (25)$$

и соответственно изменятся выражения для вычисления полных ошибок $\Delta c, \Delta d$:

$$\begin{aligned} \Delta c &= [(\delta c)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial k} \delta k \right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial u} \Delta u \right)^2]^{1/2} \\ \Delta d &= [(\delta d)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial k} \delta k \right)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial u} \Delta u \right)^2]^{1/2}. \end{aligned} \quad (26)$$

Некоторые результаты применения метода. Машинный вариант метода был испытан на кривых блеска 5 затменных двойных систем с полными затмениями в главных минимумах (табл. 1). Анализ кривых производился на ЭВМ "Наири" по программе, составленной авторами (М.И. Лавров, Н.В. Лаврова, 1975). Отработка методики вычислений и отладки программы сделаны по фотоэлектрическим кривым блеска S Snc (Ирвин, 1963). Контролем правильности работы программы явилось полное совпадение результатов анализа этих кривых с результатами, полученными ранее другим методом (Лавров, 1973).

Таблица 1

Элементы фотометрических орбит 5 затменных двойных систем с глубокими полными затмениями в главных минимумах

Звезда Параметр	FK Aq1	RU Snc	UZ Cyg	VW Cyg	TU Her	TU Her
Спектр	B 9	F 9	A 3	A 3e	F 5	
u_2	0.6	0.6	0.5	0.6	0.6	
P^2	2.651	10.173	31.306	8.430	2.267	
k	0.709	0.35	0.56	0.280	0.599	0.732
	± 30	± 8	± 5	± 45	± 20	± 44
r_1	0.312	0.182	0.151	0.308	0.273	0.268
	± 4	± 17	± 5	± 18	± 2	± 4
r_2	0.221	0.063	0.085	0.086	0.163	0.196
	± 10	± 16	± 8	± 15	± 5	± 12
i	90°	86.7	90°	78.5	84.2	90°
		± 3.3		± 1.8	± 4	
L_2	0.882	0.756	0.923	0.955	0.925	0.933

Примечания к таблице.

1. FK Aq1. По 17 нормальным точкам визуальной кривой (Мартынов, 1951). Результаты тождественны полученным ранее другими методами (Мартынов, 1945; Лавров, 1971).

2. RU Snc. По 12 нормальным точкам (144 наблюдения) визуальной кривой (Нейланд, 1931). Имеются элементы орбиты в гипотезе "U" (Фетлаар, 1930) и в гипотезах "U" и "D" (Вайзе, 1934), полученные по этой же кривой. Согласие удовлетворительное.

3. UZ Cyg. По 15 нормальным точкам (480 наблюдений) фотографической кривой (Ищенко, 1963). Результаты, полученные Ищенко по методу Ресселла в гипотезах "U" и "D" хорошо согласуются с нашими.

4. VW Cyg. По 17 нормальным точкам фотографической кривой (Лаци, 1970). Результаты, полученные по методу Ресселла-Меррилла удовлетворительно согласуются с нашими.

5. TU Her. Первый столбец получен по 19 нормальным точкам (228 наблюдений) визуальной кривой (Нейланд, 1931). Наши резуль-

таты являются промежуточными относительно значений элементов, полученных Фетлааром (1930) по этой же кривой в гипотезах "U" и "D". Второй столбец получен по 23 нормальным точкам (104 наблюдения) визуальной кривой (Цесевич, 1954).

Краткие итоги и выводы. 1. Предложена новая аналитическая разработка первого (графического) метода Копала, основанная на использовании обычного способа наименьших квадратов.

2. Показано, что при вычислении весов условных уравнений метода, погрешностями фаз по сравнению с погрешностями регистрации блеска можно пренебречь.

3. Рассмотренный метод позволяет сравнительно быстро определять элементы фотометрической орбиты и их погрешности даже с помощью малых ЭВМ.

4. При анализе высокоточных кривых блеска метод позволяет определять и коэффициенты потемнения к краю диска компонентов.

5. Наличие таблиц Шнеллера для функции $(1+kr)$ делает метод удобным и для "ручного" использования.

Литература:

Вайзе, 1934 — Wyse A.B., Lick Bull. 17, № 464.

Ирвин, 1963 — Irwin J.B., ApJ 138, 1104.

Ищенко И.М., 1963, Труды Ташкентской АО 9, 5.

Копал, 1946 — Kopal Z., "An Introduction to the study of Eclipsing Variables", Harv. Obs. Monograph № 6.

Копал, 1959 — Kopal Z., "Close Binary Systems", ch VI, London.

Лавров М.И., 1970, Изв. АОЗ № 38, 111.

Лавров М.И., 1971, АЖ 48, 301.

Лавров М.И., 1972, ПЗ 18, 343.

Лавров М.И., 1973, Труды Казанской городской АО № 39, 42.

Лавров М.И., Лаврова Н.В., 1975, Труды Казанской Гор. АО № 41 (к печати).

Лаци, 1970 — Lacy S.H., AJ 75, 961.

Линнелл, 1965 — Linnell A.P., ApJ Suppl. 11, 185; 12, 283.

Линнелл, 1966 — Linnell A.P., ApJ Suppl. 13, 413, 428, 445.

Линнелл, 1970 — Linnell A.P., Vistas in Astronomy, Vol. 12, 37.

Линнелл, Проктор, 1970 — Linnell A.P., Proctor D.D., ApJ 161, 1043.

Мартынов Д.Я., 1945, АЦ № 38, 6.

Мартынов Д.Я., Изв. АОЗ № 26, 41.

Минци, 1970 — Minti H., Studii si cerc. de astron. 15, 61.

Нейланд, 1931a — Nijland A.A., AN 242, 65.

Нейланд, 1931b — Nijland A.A., AN 242, 82.

Табачник В.М., Шильберг А.М., 1965, АЖ 42, 590.

Табачник В.М., 1968, АЖ 45, 1048.

Табачник В.М., 1971a, АЦ № 618, 6.

Табачник В.М., 1971b. В кн. "Затменные переменные звезды" под ред. В.П. Цесевича, Москва, "Наука", гл. 5.

Табачник В.М., 1972, АЖ 49, 544.

Фетлаар, 1930 — Fetlaar J., BAN 6, 29.

Флигель, Вильсон, 1958 — Fliegel H.F., Wilson R.E., AJ 73, 42.

Песевич В.П., 1954, Изв. Одесской АО т. IV, вып. 2, 68.

Шнеллер, 1959 — Schneller H., Potsdam Publ. 30, H.2, № 100.

Юркевич, 1970 — Jurkevich J., Vistas in Astronomy, vol. 12, 4.

Кафедра астрономии и астрономическая
обсерватория им. В.П. Энгельгардта
Казанского гос. университета

*Поступила в редакцию
31 мая 1974 г.*