

Применение ЭВМ к определению эпох методом Герцшпрунга
В.М.Григорьевский, В.Д.Мотрич, Н.С.Згоняйко, Р.И.Бутенко,
С.С.Выхрестюк

В работе описан алгоритм и особенности вычислений по методу Герцшпрунга на ЭВМ. В качестве примера приведена ручная и машинная обработка наблюдений переменных звезд V532 Cyg и КЗП 503.

The Application of Computers to the Determination of Epochs
through Herzsprung Method
by V.M. Gri g o r e v s k y, V.D. M o t r i c h, N.S. Z g o n y a i k o,
R.I. B u t e n k o, S.S. V y k h r e s t y u k

The algorithm and peculiarities of calculations by the Herzsprung method with electronic computers are given in the paper. As an example the automatic and hand reductions of observational data for variable stars V532 Cyg and CSV 503 are cited.

При исследовании изменений периодов переменных звезд применение метода Герцшпрунга безусловно желательно как потому, что удается определить точнее моменты экстремума блеска, так и потому, что появляется возможность численной оценки точности полученных моментов. Однако, указанный метод требует довольно громоздких вычислений, и соответственно этому большой затраты времени исследователя. В связи с этим, была предпринята попытка запрограммировать метод Герцшпрунга для имеющейся в Одесской астрономической обсерватории электронно-вычислительной машины "Наири-С".

Ниже излагаются в основном те этапы алгоритма и программы вычислений, которые в чем-либо отличаются от обычных "ручных" вычислений по методу Герцшпрунга, а также результаты.

Результаты машинной обработки наблюдений звезды V532 Cyg сопоставлены с результатами обычной обработки этих же наблюдений, выполненных Р.И.Бутенко.

1. Получение стандартной кривой.

В большинстве работ, описывающих метод Герцшпрунга, рекомендуется в качестве стандартной кривой брать среднюю (П е с е в и ч, 1971)

или даже индивидуальную (Кукаркин и Флоря, 1947) фотоэлектрическую кривую. Наш опыт вычислений показал, что эта рекомендация нуждается в уточнении. Во многих случаях гораздо лучше взять подробную (300—400 наблюдений) фотографическую кривую, чем 20—30 фотоэлектрических точек, не покрывающих и половины из 100 необходимых для стандартной кривой значений.

Приведем соответствующий пример. Для обработанной вручную и на ЭВМ звезды V532 Cyg имеется лишь две коротких серии фотоэлектрических наблюдений: 16 значений блеска, определенных Кви (1967) и 25 значений по наблюдениям Остерхофа (1964). Средняя кривая по наблюдениям Остерхофа и была нами принята за стандартную, при этом однако вместо 100 значений блеска через 0.01 периода получилось всего 24 значения. Остальные 76 значений мы получали путем линейной интерполяции между соседними точками (на ЭВМ), либо снимали с проведенной плавной кривой (при ручной обработке). Одновременно для построения стандартной кривой (обработка на ЭВМ) были использованы 497 фотографических наблюдений И.М.Ищенко (1950). В последнем случае для стандартной кривой только одно значение ($\phi = 0.95$) пришлось получить интерполированием. Таблица 1 позволяет сравнить результаты, полученные с фотоэлектрической и фотографической стандартными кривыми. Первый столбец — эпохи относительно элементов из ОКПЗ—3, второй — ошибки моментов максимумов, полученных в процессе ручных вычислений (стандартная кривая — фотографические наблюдения Остерхофа), третий столбец — стандартная кривая по фотоэлектрическим наблюдениям Остерхофа (машинная обработка) и четвертый столбец — машинная обработка со стандартной кривой по фотографическим наблюдениям И.М.Ищенко (1950). Все столбцы дают ошибки определения одних и тех же сезонных максимумов. Ошибка μ вычислялась по обычной формуле (Кукаркин и Флоря, 1947) $\mu = \pm \frac{B k_{\epsilon}}{\sqrt{n}}$. Величина k_{ϵ} вычислялась согласно (Илинич, 1935):

$$k_{\epsilon} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta y)_{\min}^2 n_2}{n_1}} \sqrt{\frac{[P]}{[P] - P_1}}$$

Считая все точки равновесными ($P_1 = 1$) и используя в обработке только индивидуальные точки ($n_2 = 1$), мы получили:

$$k_{\epsilon} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta y)_{\min}^2}{n - 1}}$$

Очевидно, что использование фотографической стандартной кривой по меньшей мере не ухудшило результатов. Ошибки оказались бо-

лее однотипными по величине и во многих случаях в 1.5–3 раза ниже, чем при использовании фотографической кривой.

В связи со всем сказанным выше, для ЭВМ была разработана программа построения стандартной кривой по многочисленным оценкам блеска. Поскольку память "Наири-С" ограничена, кривая строилась с накоплением, наблюдения вводились в машину порциями не более 200 значений в один прием. Машина вычисляла фазы и записывала звездные величины в 100 ячеек, которые соответствовали фазам $0^{\circ}00$; $0^{\circ}01$; $0^{\circ}02$ и т. д. (ячейке 0.01 соответствуют фазы удовлетворяющие условиям $0^{\circ}005 \leq \phi < 0^{\circ}015$ и т. д.). Точные значения фаз записываются во вторую сотню ячеек. При попадании в одну и ту же ячейку нескольких значений звездной величины они суммируются, суммируются и соответствующие фазы. При этом в третью сотню соответствующих ячеек заносятся n — количество точек, попавших в данный интервал фаз.

Затем вводится и точно так же обрабатывается и записывается в те же ячейки вторая, третья и т. д. части наблюдений.

После этого машина вычисляет стандартную кривую: делит накопленные звездные величины на соответствующие n (так же и фазы) и заполняет путем линейной интерполяции оставшиеся пустыми ячейки стандартной кривой (если таковые есть).

Полученная таким образом стандартная кривая выдается на печать либо в виде пар чисел ϕ_i , m_i , либо в виде графика сопровождаемого теми же числовыми данными; по желанию вычислителя машина печатает значения n .

После этого, в случае необходимости, вводится поправка к фазам такая, чтобы момент максимума в точности совпадал с фазой 0.00.

2. Приведение исследуемой кривой блеска к шкале стандартной кривой.

Задача приведения исследуемой кривой к шкале стандартной, не представляющая никакой сложности при ручных вычислениях, оказалась одной из самых сложных при программировании метода Герцшпрунга на ЭВМ. Перепробовав ряд вариантов решения мы остановились на следующем.

Вычислитель вводит в машину выбранные им по виду исследуемой кривой 4 значения фаз:

- ϕ_1 — начало нисходящей ветви
- ϕ_2 — конец нисходящей ветви
- ϕ_3 — начало восходящей ветви
- ϕ_4 — конец восходящей ветви

При этом блеск, соответствующий ϕ_4 должен быть больше или равен блеску в ϕ_1 , а блеск в ϕ_2 — больше или равен блеску в ϕ_3 и должно соблюдаться такое неравенство: $\phi_1 < \phi_2 < \phi_3 < \phi_4$. Согласно программе, ЭВМ вычисляет все возможные хорды через $0^{\circ}01$ нисходящей ветви стандартной кривой и запоминает длину хорды и соответствующую звезд-

ную величину (в случае необходимости звездные величины и фазы точки пересечения хорды с восходящей и нисходящей ветвями получаются линейной интерполяцией между двумя ближайшими точками соответствующей ветви). Таким образом обрабатываются и стандартная и исследуемая кривые, в результате чего для каждой из кривых в наших расчетах получалось до 47 хорд. После этого машина сравнивает хорды и, если их длины отличаются не больше, чем на некоторое заранее заданное δ , считает их совпадающими. Соответствующие пары длины хорды и звездной величины используются для решения уравнения

$$m_{\text{ст}} = km_{\text{иссл.}} + b \quad (1)$$

В зависимости от необходимой точности, величина δ может быть задана любой. Мы обычно принимаем $\delta = \pm 0.005$, что позволяет получать до 27 уравнений типа (1) и обеспечивает надежность определения k и b . Заметим, что описанный способ получения хорд приводит к преобладанию среди них хорд вблизи минимума блеска. Поэтому сейчас нами опробуется вычисление хорд не на основе фаз, а на основе блеска (задается шаг Δm). В этом варианте можно обеспечить равномерное распределение хорд по всей кривой в районе максимума.

3. Об определении фазы максимума.

При определении методом Герцшпрунга фазы максимума исследуемой кривой необходимо найти минимум суммы квадратов отклонений точек редуцированной исследуемой кривой от стандартной. Обычно, при ручной обработке вычислитель находит 5–10 таких сумм следя за тем, чтобы они охватывали минимум с двух сторон. В процессе работы мы убедились в том, что количество вычисляемых сумм должно быть увеличено. В качестве примера приведем рис. 1, показывающий ход изме-

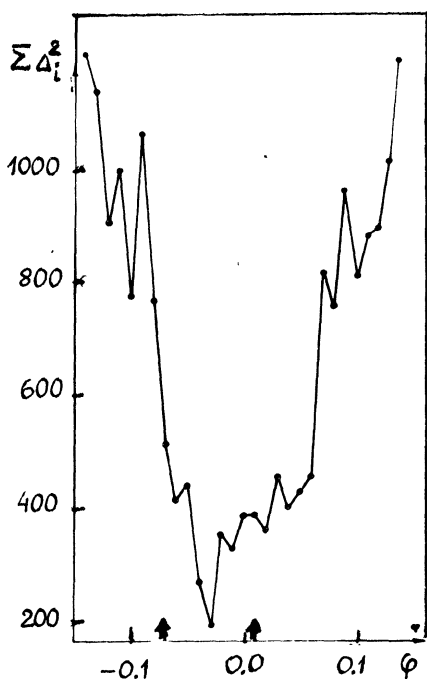


Рис. 1

нения этого параметра для звезды КЗП 503. Очевидно, что при 10 сдвигах исследуемой кривой относительно стандартной за минимум скорее всего будет принято резкое понижение кривой при фазе 0.04 (стрелками на рисунке отмечены симметричные относительно этого понижения границы, в пределах которых получается 9 значений $\Sigma \Delta y_i^2$). В то же время ложный минимум отстоит на 0.03 от реального, вычисляемого по всем приведенным на рисунке точкам. В связи с этим в нашей программе предусмотрена возможность вычисления минимума по 9 или по 29 значениям суммы квадратов отклонений в зависимости от характера полученной кривой (сдвиги в пределах фаз $-0.04 \div +0.04$ и $-0.14 \div +0.14$).

Использование постоянного шага и одинакового количества смещений в обе стороны позволяет существенно упростить нахождение фазы максимума исследуемой кривой: удается избежать решения в явном виде системы нормальных уравнений, составляемых для отыскания коэффициентов выражения:

$$S = a + br + cr^2 \quad (2)$$

Искомое решение уравнения (2)

$$r_{\max} = -\frac{b}{2c}$$

в рамках указанных выше условий определяется соотношением

$$r_{\max} = \frac{A \sum_{n=-N}^N n S_n}{B \sum_{n=-N}^N S_n + C \sum_{n=-N}^N n^2 S_n^2}$$

$$A = (2N + 1) \sum_{n=-N}^N n^4 - \left(\sum_{n=-N}^N n^2 \right)^2$$

$$B = \frac{2 \left(\sum_{n=-N}^N n^2 \right)^2}{\Delta \phi}$$

$$C = \frac{(4N + 2) \sum_{n=-N}^N N^2}{\Delta \phi}$$

где $\Delta \phi$ — шаг сдвига, $r_n = n \Delta \phi$ — величина сдвига, $S_n = \sum \Delta y_i^2$ при данном r_n , $n = \{-N, -(N-1) \dots -1, 0, 1 \dots, (N+1), N\}$

Для случая $n = 4$, $\Delta \phi = 0.01$, получаем $A = 77$, $B = 20000$, $C = 3000$.

Для случая $N = 14$, $\Delta \phi = 0.01$, получаем $A = 3296546$, $B = 824180000$, $C = 11774000$.

Чтобы закончить с описанием хода вычислений отметим еще тот факт, что вычисления запрограммированы таким образом, чтобы без крайней на то необходимости ничего не усреднять, а работать с полученными непосредственно из наблюдений величинами. Как уже сказано выше, в соответствии с этим, например, $\sum \Delta y_i^2$ вычисляется как сумма квадратов отклонений от стандартной кривой и индивидуальных точек. Если исследуемая кривая содержит больше 100 индивидуальных точек, вычисляются отклонения для каждой точки в отдельности, а затем их квадраты суммируются. Нам представляется, что такой метод счета должен дать выигрыш как в точности, так и в объективности вычислений.

§ 4. Результаты машинной обработки наблюдений двух звезд.

а) КЗП 503.

Наблюдения этой звезды использованы нами для отработки метода на ЭВМ. Поскольку звезда была обработана В.П.Цесевичем (1969), мы могли сравнить наши вычисления и сделать заключение об их качестве. Имевшиеся в нашем распоряжении наблюдения В.П.Цесевича удобны тем, что они совершенно однородны, выполнены одним человеком на фотопластинках одного типа. Однородность наблюдений давала возможность обойтись без приведения к шкале стандартной кривой, что было существенным в начале работы. За стандартную кривую была взята кривая на отрезке времени J.D. 2424054–30977 (199 наблюдений), где период был более-менее постоянен (см. табл. 2). Результаты вычислений приведены в таблице 3. Уклонения О-С считались по элементам, полученным В.П.Цесевичем (1969):

$$\text{Max} = \text{J.D. } 2415800.382 + 0.^{\text{d}}504665 \cdot E$$

Зависимость О-С от E представлена на рис. 2. О-С диаграмма показывает, что сходимость результатов, полученных нами и В.П.Цесевичем очень хорошая.

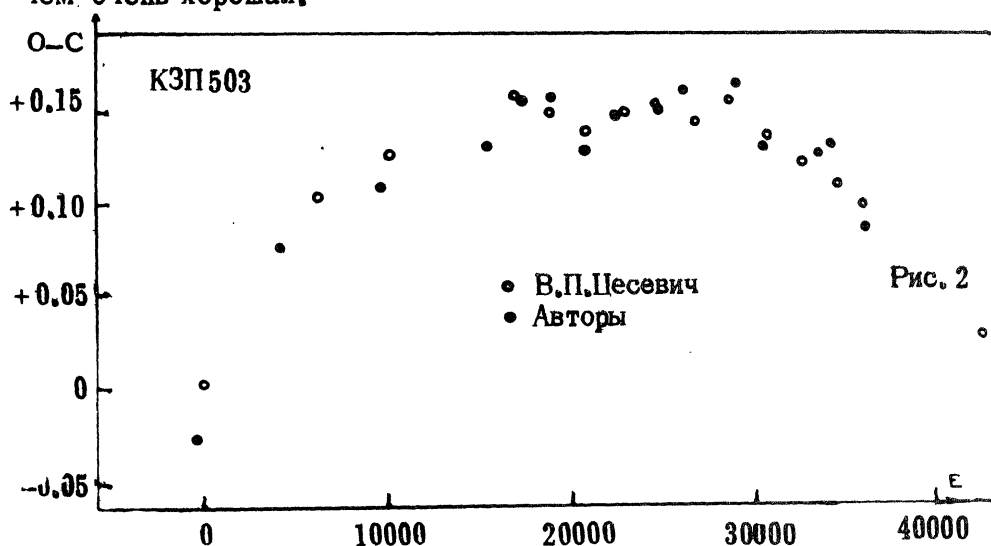


Рис. 2

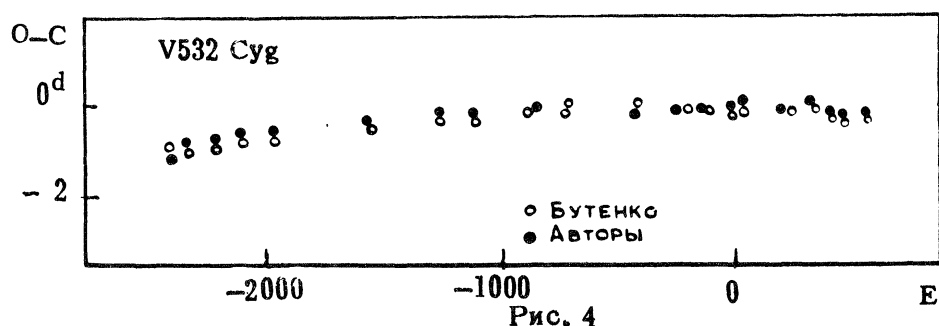
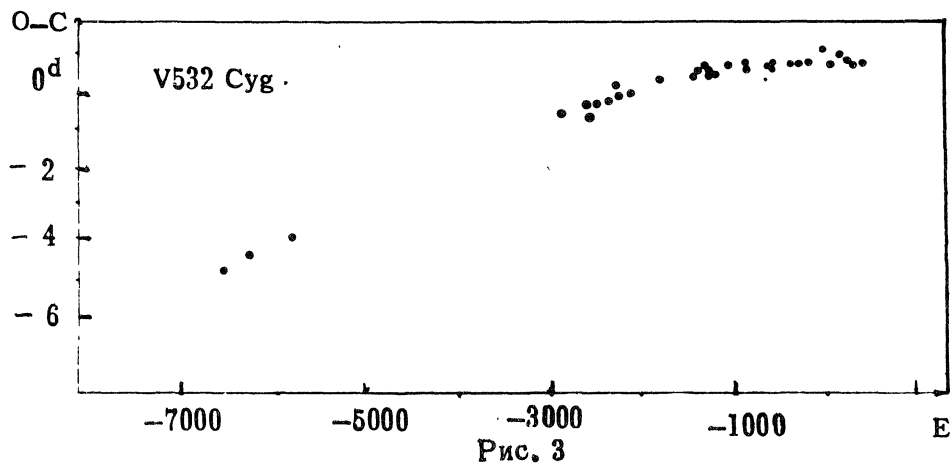
б) V532 Cyg.

Эта звезда использована для дальнейшей отработки метода Герцшпрунга. Здесь ввиду разнородности материала пришлось приводить все наблюдения к шкале стандартной кривой блеска.

V532 Cyg была обработана Р.И.Бутенко вручную с фотоэлектрической стандартной кривой по наблюдениям Остерхофа (1964) и авторами на ЭВМ со стандартной кривой по данным И.М.Ищенко (1950). Результаты машинной обработки приведены в таблице 4. Уклонения О-С считались по элементам из ОКПЗ-3:

$$\text{Max} = \text{J.D. } 2436817.73 + 3.^{\text{d}}28304 \cdot E$$

Стандартная кривая приведена в таблице 5. На рис. 3 приведена зависимость (O—C)—Е. Для сравнения результатов машинной обработки с ручной обработкой Р.И. Бутенко построен график 4. Мы видим, что совпадение результатов хорошее. График 3 отличается от графика 4 наличием дополнительных точек, полученных по неопубликованным наблюдениям, которые нам были любезно предоставлены В.П.Федорович.



Закключение.

Таким образом оказалось вполне возможным применение ЭВМ для обработки наблюдений методом Герцшпрунга.

Для подробного сравнения точности получаемых результатов с результатами ручной обработки данных пока недостаточно, однако можно думать (см. табл. 1), что выигрыш есть.

Безусловным выигрышем является отказ от усреднения точек сезонной кривой при вычислении $\sum \Delta y_i^2$, вычисление большого количества значений этой суммы при определении фазы максимума и получение большого количества хорд при редукции шкал с любой заранее заданной точностью совпадения.

И наконец безусловным выигрышем является быстрота, простота и надежность машинной обработки даже на такой „большой“ ЭВМ, какой является „Наири—С“.

Описанные в настоящей статье алгоритм и программа используются для обработки наблюдений большого количества звезд с целью получения данных для статистического изучения изменений периода.

В заключение пользуемся случаем, чтобы поблагодарить В.П.Цесевича и В.П.Федорович, предоставивших в наше распоряжение неопубликованные наблюдения.

Таблица 1

1	2	3	4	1	2	3	4
-1985	0.048	0.025	0.006	-892	0.036	0.025	0.004
-1574	0.034	0.033	0.008	-726	0.042	0.028	0.006
-1277	0.052	0.022	0.005	-420	0.056	0.038	0.005
-1128	0.037	0.021	0.007				

Таблица 2

Стандартная кривая КЗП 503

	0 ⁰⁰	0 ⁰¹	0 ⁰²	0 ⁰³	0 ⁰⁴	0 ⁰⁵	0 ⁰⁶	0 ⁰⁷	0 ⁰⁸	0 ⁰⁹
0 ⁰⁰	5.37	6.35	8.50	11.90	6.10	5.00	6.40	6.03	6.15	8.30
0.1	5.80	8.75	6.05	9.17	9.48	8.87	10.00	10.47	10.00	5.90
0.2	11.00	10.00	10.80	11.50	13.20	13.20	13.25	13.11	12.50	20.20
0.3	17.40	14.07	15.30	15.85	15.93	12.80	13.55	16.20	16.30	16.45
0.4	16.50	14.60	16.30	16.50	15.30	17.20	20.20	22.10	18.47	18.60
0.5	18.80	18.90	18.90	18.90	15.53	17.00	18.50	19.33	18.30	17.40
0.6	20.40	18.00	16.40	17.80	18.80	19.75	15.95	16.53	11.90	17.40
0.7	17.95	17.60	17.20	21.33	14.60	17.40	20.40	14.90	19.40	16.20
0.8	17.97	20.20	18.20	16.30	16.10	21.25	19.30	18.40	17.43	14.40
0.9	11.65	19.30	16.80	14.30	11.80	10.13	6.30	5.10	5.93	7.20

Таблица 3

Результаты обработки наблюдений звезды КЗП 503.

J.D. 24...	E	O-C	μ
14983.8159	- 1618	-0.0181	0.00189
17979.6011	+ 4318	+0.0756	0.00199
20809.7924	+ 9926	+0.1056	0.00228
23768.6644	+15789	+0.1267	0.00503
24760.8607	+17755	+0.1516	0.00130
25962.7797	+19344	+0.1579	0.00134
26692.6817	+21583	+0.1180	0.00150
27357.8586	+22901	+0.1434	0.00116
28568.5502	+25300	+0.1437	0.00068
29246.3250	+26643	+0.1534	0.00085
30763.3532	+29649	+0.1586	0.00105
31490.5397	+31090	+0.1228	0.00099
32977.2782	+24036	+0.1183	0.00083
33331.5577	+34738	+0.1229	0.00084
34335.7927	+36728	+0.0746	0.00229

Таблица 4

Результаты обработки наблюдений звезды V532 Cyg

J.D. 24...	E	μ	O-C	n	Авторы
15285.916	-6557	0.016	-4.875 ^d	11	Федорович (1972)
16343.306	-6235	0.009	-4.626	5	"
17850.642	-5776	0.013	-4.209	9	"
28408.683	-2561	0.016	-1.164	7	"
28750.302	-2457	0.012	-0.982	9	"
28822.614	-2435	0.004	-0.897	111	Ишенко (1950)
29045.851	-2367	0.004	-0.907	131	"
29452.986	-2243	0.003	-0.869	148	"
29853.389	-2121	0.013	-0.998	14	Федорович (1972)
29860.219	-2119	0.004	-0.734	107	Ишенко (1950)
30300.238	-1985	0.006	-0.624	56	Филин (1952)
31649.847	-1574	0.008	-0.367	50	"
32625.039	-1277	0.005	-0.240	83	"
32769.585	-1233	0.005	-0.148	75	Федорович (1972)
33006.029	-1161	0.021	-0.083	43	"
33114.302	-1128	0.007	-0.151	23	Филин (1952)
33143.765	-1119	0.010	-0.235	27	Федорович (1972)
33357.184	-1054	0.008	-0.214	14	"
33889.242	- 892	0.004	-0.010	48	Царевский (1960)
33898.949	- 889	0.011	-0.152	15	Федорович (1972)
34434.239	- 726	0.006	+0.001	25	Царевский (1960)
35343.531	- 449	0.017	-0.111	20	Федорович (1972)
35366.498	- 442	0.010	-0.125	8	"
35438.879	- 420	0.005	+0.029	34	Царевский (1960)
36102.052	- 218	0.005	+0.026	82	Бутенко (1972)
36430.396	- 118	0.005	-0.066	65	"
36817.748	0	0.005	+0.018	25	Остерхоф (1964)
36995.264	+ 54	0.008	+0.249	37	Бутенко (1972)
37559.619	+ 226	0.008	-0.079	44	"
37927.534	+ 338	0.008	+0.135	43	"
38226.078	+ 429	0.006	-0.079	16	Кви (1967)
38357.312	+ 469	0.005	-0.167	53	Бутенко (1972)
38734.909	+ 584	0.005	-0.120	57	"

Таблица 5

Стандартная кривая V532 Cyg

	0 ^h 00	0 ^h 01	0 ^h 02	0 ^h 03	0 ^h 04	0 ^h 05	0 ^h 06	0 ^h 07	0 ^h 08	0 ^h 09
0 ^h 0	0 ^m 90	1 ^m 00	0 ^m 93	0 ^m 92	1 ^m 03	1 ^m 01	0 ^m 99	0 ^m 92	0 ^m 98	0 ^m 85
0.1	0.97	1.00	1.06	0.97	1.11	1.05	1.04	1.08	1.05	1.07
0.2	1.14	1.10	1.12	1.10	1.18	1.04	1.20	1.31	1.18	1.20
0.3	1.05	1.25	1.25	1.25	1.26	1.12	1.26	1.21	1.10	1.25
0.4	1.32	1.37	1.25	1.29	1.13	1.47	1.30	1.26	1.21	1.44
0.5	1.31	1.34	1.38	1.48	1.42	1.40	1.44	1.36	1.40	1.37
0.6	1.29	1.31	1.34	1.38	1.35	1.25	1.33	1.25	1.29	1.21
0.7	1.26	1.37	1.20	1.19	1.18	1.20	1.19	1.18	1.17	1.13
0.8	1.16	1.13	1.06	1.07	1.00	1.18	1.04	0.97	1.01	0.95
0.9	0.97	1.03	0.99	1.05	0.99	1.01	1.04	0.98	0.94	0.85

Δm отсчитывались от 9^m00.

Литература:

- Бутенко Р.И., 1973, в печати.
 Илинич А., 1935, NNVS V, 1 (49), 1.
 Ищенко И.М., 1950, ПЗ 7, 320.
 Кви, 1967 — Квее К.К., BAN Suppl 2, № 3.
 Кукаркин Б.В., Флоря Н.Ф., Переменные звезды, Т. III, Москва, 1947.
 Остерхоф, 1964 — Oosterhoff P.Th., ТТВ 3, 153.
 Филин А.Я., 1952, ПЗ 8, 382.
 Царевский Г.С., 1960, ПЗ 13, 57.
 Цесевич В.П., 1969, АЦ № 501.
 Цесевич В.П., 1971, "Методы обработки переменных звезд", Москва.

Одесская астрономическая обсерватория
 Херсонский технологический институт

Поступила в редакцию
 в апреле 1973 г.