ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ ЗАНЯТИЕ 1.

Расчёт расстояния от Земли до Солнца по изображениям прохождения Венеры.

Mr. **Miguel Ángel Pío Jiménez**. Астроном, Instituto de Astrofísica de Canarias, Tenerife, Испания.
Dr. **Miquel Serra-Ricart**. Астроном, Instituto de Astrofísica de Canarias, Tenerife, Испания.
Mr. **Juan Carlos Casado**. Астрофотограф, tierrayestrellas.com, Barcelona, Испания.
Dr. **Lorraine Hanlon**. Астроном, University College Dublin, Ирландия.
Dr. **Luciano Nicastro**. Астроном, Istituto Nazionale di Astrofisica, IASF Bologna, Италия.

1 – Задачи занятия.

В рамках этого занятия мы научимся вычислять расстояние от Земли до Солнца (Астрономическая Единица) по цифровым изображениям, используя метод солнечного параллакса во время прохождения Венеры.

Целями занятия являются:

- Применение методики расчёта физического параметра (расстояния от Земли до Солнца).
- Применение математических знаний (алгебры и тригонометрии) и основ физики (кинематики) для решения практической задачи.
- Понимание и применение основных техник анализа изображений (угловой размер, измерение расстояний, и т.п.).
- Совместная командная работа с оценкой личного вклада участников и выражением демократического отношения.

2 – Материалы.

Для занятия используются цифровые изображения, полученные во время прохождения Венеры в июне 2012 г. (см. sky-live.tv). Пожалуйста, ознакомьтесь с Глоссарием в конце данного документа для быстрой ссылки на термины, сокращения и физические единицы.

3 – Феномен.

3.1. Покрытие и прохождения.

Покрытие является результатом выравнивания одного небесного тела другим небесным телом для наблюдателя с Земли. Прохождение − это феномен частичного затемнения, при котором более близкое небесное тело не полностью закрывают более далёкое тело, и наблюдается пролёт или прохождение ближнего объекта в проекции на поверхность дальнего объекта (Рис. 2).

С нашей планеты мы можем быть свидетелями прохождений лишь внутренних планет – Меркурия и Венеры по диску Солнца. Меркурий движется в плоскости, которая на 7 градусов наклонена по отношению к орбите Земли, так что большую часть времени Меркурий проходит "сверху" или "снизу" солнечного диска, не вызывая прохождений. Меркурий совершает прохождения в среднем 13 раз за столетие с интервалом в 3, 7, 10 и 13 лет. Последнее прохождение Меркурия произошло 8 ноября 2006 г.

3.2. Прохождение Венеры.

Венера, находясь ближе к Солнцу, чем Земля, также производит прохождения, которые мы можем наблюдать. Плоскость орбиты Венеры наклонена на 3.4° по отношению к земной. В противном случае, мы бы могли наблюдать одно прохождение Венеры каждые 584 дня (время, необходимое Венере, чтобы вернуться в то же самое положение по отношению к Солнцу, как видно с Земли).

Каждый год Земля проходит через линию узлов (см. Рис. 1) орбиты Венеры около 6-7 июня и 9-10 декабря. Если эти даты совпадают с нижним пересечением, то есть, когда Венера находится между Солнцем и Землей, в этом случае будет наблюдаться прохождение.

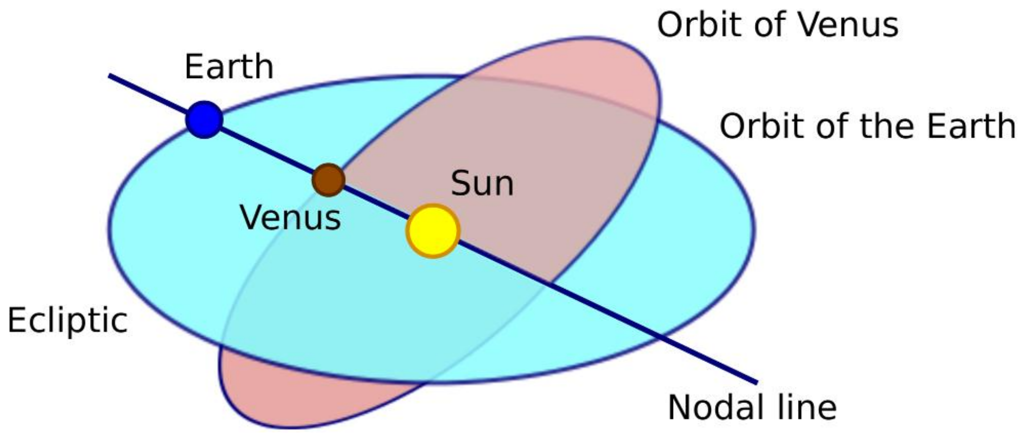


Рис.1 : Иллюстрация линии узлов орбиты Венеры, пересекающей орбиту Земли.

Прохождение Венеры – чрезвычайно редкое явление, так как в среднем бывает лишь два таких события в столетие. Эти два прохождения разделены на 8 лет, а интервал между парами изменяется между 105,5 и 121,5 годом. Иногда, как это произошло в 1388 году, одного из прохождений пары может не случиться, если оно не совпадает с переходом узла. Последняя пара прохождений Венеры произошла 9 декабря 1874 г. и 6 декабря 1882 г.

Последнее же прохождение, видимое из Европы, состоялось 8 июня 2004 г. (Рис. 2), а следующее случится 6 июня 2012 года.

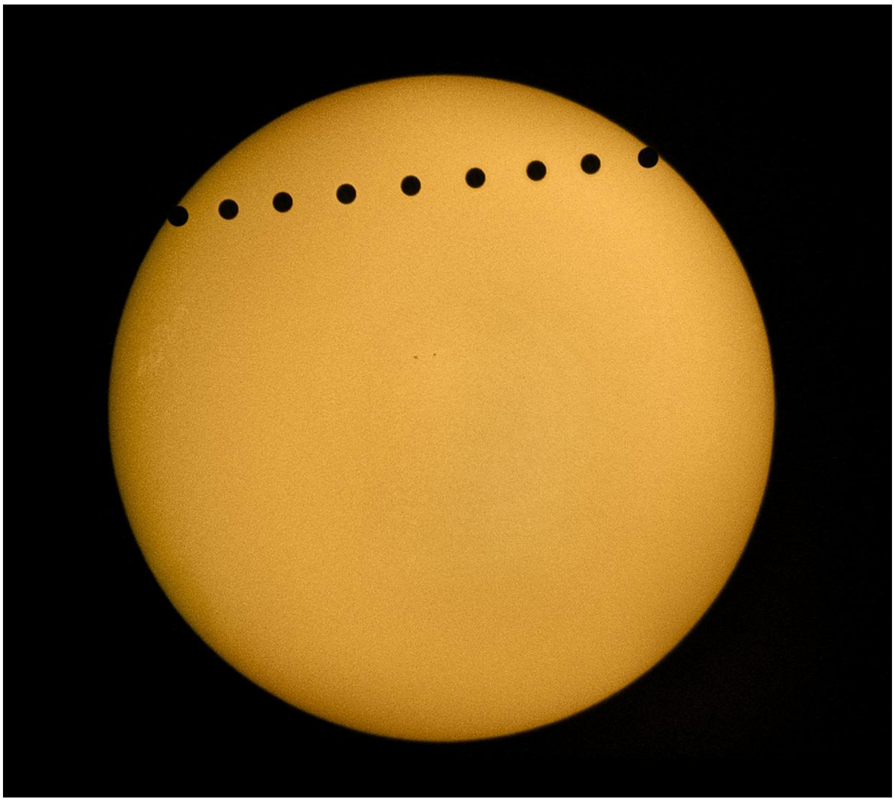


Рис.2: Прохождение Венеры 8 июня 2004 г. с демонстрацией пути планеты по солнечному диску в 45-минутных интервалах. Фото: Juan Carlos Casado ©

С визуальной точки зрения, феномен прохождения Венеры похож на прохождение Меркурия: Венера видна как черный круг, медленно движущийся по блестящему солнечному диску. Прохождение Венеры длится до 8 часов. Во время прохождения, Венера имеет очень маленький видимый диаметр. Тем не менее, планета хорошо видна невооруженным глазом, надлежащим образом защищенным для наблюдений за Солнцем. Явление, называемое эффект "Черной капли" так же может наблюдаться на краю солнечного диска.

Эффект Черной капли. Сразу после внутреннего контакта между дисками Солнца и Венеры, диск планеты кажется прикрепленными к краю солнечного диска в течение нескольких секунд, деформируется и принимает форму черной капли. Это явление повторяется и перед последним внутренним контактом (Рис. 3). Эффект черной капли препятствует точному измерению времени контакта между дисками планеты и Солнца[1]. Это было основной причиной неточности в наблюдениях, которыми пользовались для расчёта расстояния между Солнцем и Землей. Этот эффект был вначале отнесен к атмосфере Венеры. Однако используя изображения прохождения Меркурия сделанные спутником TRACE (Transition Region и Coronal Explorer, NASA, USA) было установлено[2], что основными причинами эффекта черной капли является размытие изображения (из-за атмосферной видимости и дифракции телескопа) и затемнение солнечного лимба. Это

1 См. научную статью: http://nicmosis.as.arizona.edu:8000/POSTERS/TOM1999.jpg

2 См. научную статью: http://nicmosis.as.arizona.edu:8000/POSTERS/TOM1999.jpg

означает, что развитие эффекта черной капли для наблюдателя на Земле в основном зависит от атмосферных условий и качества используемого инструмента (например, размер и оптика телескопа).

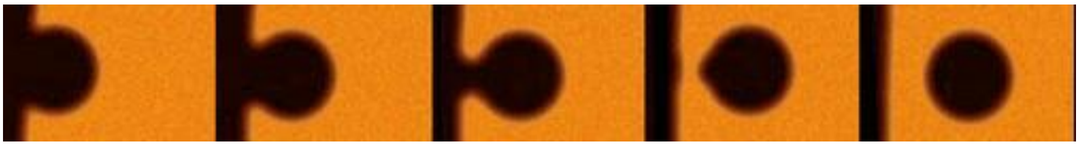


Рис.3: Развитие эффекта черной капли в течении проникновения Венеры в диск Солнца. Фото: Juan Carlos Casado © starryearth.com.

Эффект "Ореола Венеры". Во время прохождения Венеры часто поступала информация о ярких дугах толщиной около 0,1 угловой секунды. Эффект наблюдается по окружности диска Венеры, который частично находится за пределами Солнечного лимба. Русский ученый Михаил Ломоносов впервые описал этот эффект, когда он наблюдал прохождение Венеры в 1761 году. Сразу после внутреннего контакта на выходе, эффект ореола начинается с появления яркого пятна света вблизи одного из полюсов Венеры. Как правило, это пятно постепенно превращается в тонкую дугу, пока Венера продвигается дальше от Солнца (см. Рис. 4). При проникновении, фазы происходит в обратном порядке. Яркость ореола близка к яркости солнечной фотосферы, что делает его видимым через солнечный фильтр. Этот эффект может наблюдаться только при хороших наблюдательных условиях, используя отличный телескоп.

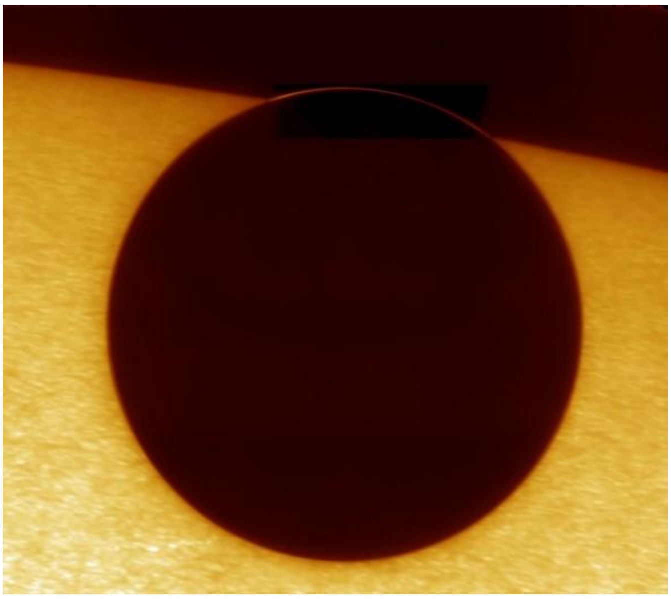


Рис.4: Эффект ореола Венеры, замеченный во время прохождения Венеры в 2004 с использованием 1-м Шведского Солнечного Телескопа обсерватории Roque de Los Muchachos (La Palma, Instituto de Astrofísica de Canarias, Канары, Испания). Фото: D. Kiselman и дрl. (Inst. for Solar Physics), Шведская Королевская Академия Наук.

Эффект ореола вызван преломлением солнечного света в верхних плотных слоях атмосферы Венеры. Атмосферные условия Венеры определяют появление ореола. Если показатель преломления атмосферы мал, то ореол распадается на яркие пятна, как только диск Венеры отходит от солнечного диска. Но если показатель преломления атмосферы высокой, ореол будет распространяться по всему окаймлению планеты как полная дуга (см. Рис. 4).

3.3. Предыдущие прохождения.

17 Век. Первое зарегистрированное прохождение Венеры датируется 4 декабря 1639 года. Хоррокс, клирик из Ливерпуля (Англия), который изучал астрономию и математику, смог отследить прохождение планеты, когда оно уже началась.

18 Век. В начале восемнадцатого века английский астроном Эдмонд Галлей предложил воспользоваться прохождением Венеры, чтобы с большой точностью определить солнечный параллакс, что бы уточнило размер известной на то время Солнечной системы. Солнечный параллакс – это угол, стягиваемый Солнцем от экваториального радиуса Земли (рис. 5). Используя этот угол, мы можем получить расстояние от Земли до Солнца, как мы увидим на несколько пунктов ниже.

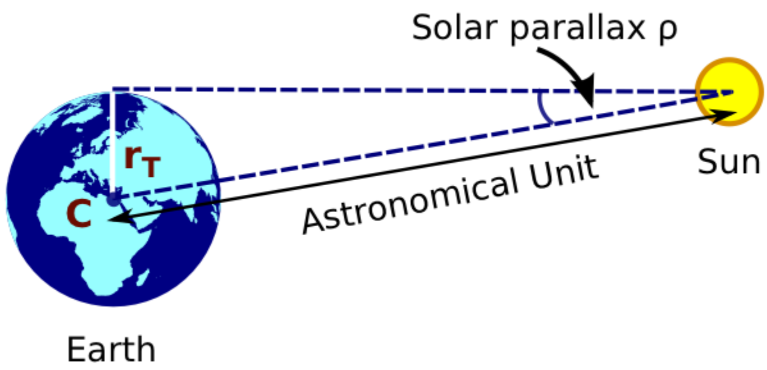


Рис.5: Схема-иллюстрация солнечного параллакса, или угла ρ. Этот угол в действительности мал, и увеличен для ясности.

Воспользовавшись прохождением Венеры, которое должно было произойти в 1761 году, астрономы по всему миру, по поручению своих правительств, были подготовлены для наблюдений. В целом, прохождение наблюдалась из приблизительно 70 мест, разбросанных по всему миру, что являлось, по сути, первым крупным международным научным проектом. Однако результаты не оправдали ожиданий. Плохая погода во многих регионах, сложность определения точного географического расположения места, где происходили наблюдения, и эффект черной капли сделали недействительным применение метода Галлея.

Сто пятьдесят официальных наблюдателей и многие другие любители наблюдали за прохождением 1769 года. Среди наблюдателей также был известный капитан Джеймс Кук, который в это время выполнял первую из своих поездок.

19 Век. Прохождения 1874 и 1882 г.г. также наблюдались сотнями астрономов, отправленных академиями наук многих стран. В Бюллетене астрономического общества в Лондоне есть запись о том, что было получено 3440 фотографий различных аспектов этого явления.

Во время прохождения 1882 года, в первый раз официально участвовала и Испания, отправив две группы наблюдателей, одну на Кубу и другую в Пуэрто-Рико.

И снова феномен черной капли отразился на наблюдениях, тогда солнечный параллакс был определен от 8,790 до 8,880 секунд дуги, что соответствует расстоянию между Солнцем и Землёй от 148,1 и 149,7 млн. км – лучшая оценка в те дни.

Прохождение 2004 г. Метод параллакса теперь является устаревшим и текущие измерения, сделанные космическими спутниками и с помощью радиолокационных методов говорят нам о том, что солнечный параллакс имеет значение 8,79415 секунд дуги или 149 597 892 км. В течение прохождения 2004 года наблюдения и фотографии были сделаны по всему миру, создавая международную образовательную сеть для определения астрономической единицы в качестве глобального эксперимента и примечательного события.

3.4. Прохождение Венеры в 2012 г.

Прохождение 5-6 июня 2012 года будет полностью видимо на севере стран Северной Европы, на Дальнем Востоке, в Восточной России, Монголии, восточном Китае, в Японии, на Филиппинах, в Папуа-Новой Гвинее, в центральной и восточной Австралии, в Новой Зеландии, в западной части Тихого океана, на Аляске, на севере Канады, и практически на всей территории Гренландии. Из Испании прохождение будет видно только на конечном этапе – на рассвете в восточной части Пиренейского полуострова и Балеарских островах (Рис. 6). После этого прохождения, нам придется ждать до 2117 и 2125 г.г. чтобы стать свидетелями следующих двух прохождений Венеры, на этот раз в декабре.

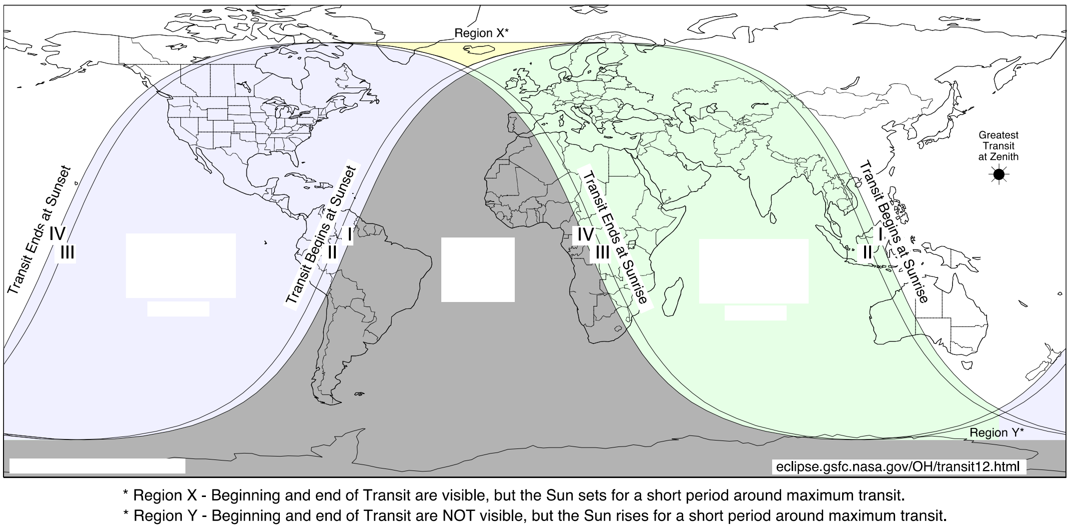


Рис. 1: Видимость прохождения Венеры на Земле 5-6 июня 2012 г. Фото: F. Espenak, (NASA / GSFC).

4 – Методология

4.1. Методы расчёта солнечного параллакса во время прохождения Венеры.

Существуют три основных метода расчёта солнечного параллакса с помощью объединения наблюдений из двух разных мест на Земле во время прохождения Венеры.

Основополагающий принцип, который нужно учитывать это то, что чем более отдалены по широте два наблюдателя, тем более точные измерения будут получены (например, один из наблюдателей в северном полушарии, а другой в южном). Мы будем использовать этот метод, учитывая расположение наших наблюдений.

I. Метод Галлея.

Метод Галлея состоит в наблюдении и сравнении общей продолжительности прохождения. Должно быть рассчитано точное время внутренних или внешних контактов Венеры с солнечным диском. Наблюдения должны проводиться из двух мест на Земле, где можно наблюдать всё прохождение полностью. Однако здесь могут возникнуть проблемы из-за плохой погоды, которая может помешать наблюдениям.

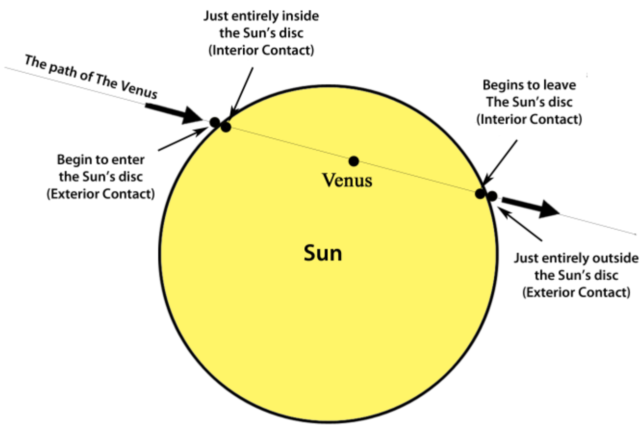


Рис.7: Иллюстрация значения терминов “Внутренний контакт” и “Внешний контакт”.

II. Метод Делиля.

В рамках этого метода, время появления одного и того же контакта между диском Венеры и солнечным диском измеряется географически распределенными наблюдателями. Внешние контакты часто трудно определяемы, так что внутренние контакты являются наилучшим выбором. Преимущество по сравнению с методом Галлея в том, что он опирается только на один видимый контакт.

III. Прямые измерения параллакса Венеры с помощью изображений.

В отличие от предыдущих двух методов, которые зависят от времени, в этом методе должны быть сделаны одновременные изображения из двух разных географических точек. Наблюдаемая, которая измеряется, это расстояние между центрами тени Венеры на диске Солнца, как это видно из двух наблюдательных площадок. Полное описание этого метода приводится в Приложении I.

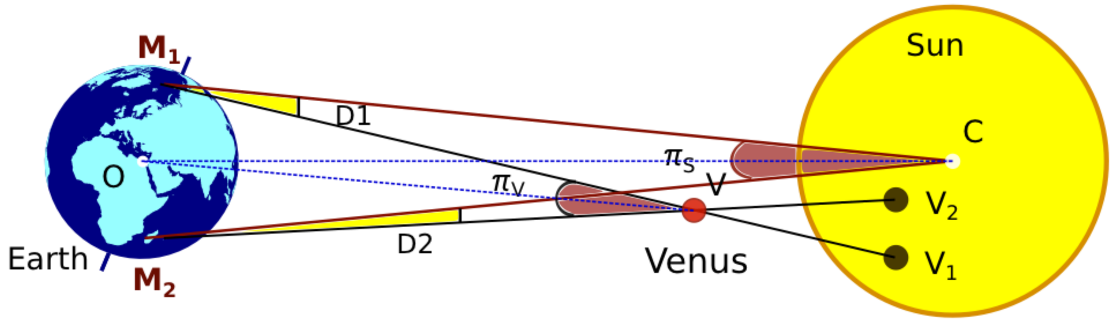


Рис.8: Одновременные наблюдения прохождения Венеры перед диском Солнца из двух разных мест, M_1 и M_2 в один и тот же момент времени.

Мы предполагаем геометрию ситуации, как показано на рисунке 8. Точка O является центром Земли, C − центром Солнца, а V_1 и V_2 − наблюдаемые центры проекции Венеры, видимые, соответственно, из точек M_1 и M_2. Углы D_1 и D_2 − это угловые расстояния между центрами Венеры и Солнца, видимые, соответственно, из точек M_1 и M_2, т. е. углы параллакса CM_1V_1 и CM_2V_2. Подобным образом определим углы π_s и π_v как угловые расстояния между M_1 и M_2 видами с Солнца и Венеры, соответственно, т. е. M_1CM_2 и M_1VM_2. По определению, имеем:

$$\sin\pi_S = \frac{d}{r_T}; \quad \sin\pi_V = \frac{d}{r_{VT}}$$

где r_T − это расстояние Солнце-Земля, r_{VT} − расстояние Венера-Земля, и d − расстояние между M_1 и M_2 по прямой. Приложение I описывает, как D может быть определено с помощью измерений.

Мы можем сделать следующие предположения:

- Так как расстояния между объектами велики, и параллакс мал, мы можем аппроксимировать ошибку параллакса к самому параллаксу, то есть $\sin \pi_i \approx \pi_i$.
- Земля, Солнце и Венера расположены на одной линии, так что $r_{VT} = r_T - r_V$ (где r_v – расстояние Венера-Солнце).
- Наблюдательные точки M_1 и M_2 на Земле находятся на одном и том же меридиане, так что M_1, M_2, C и V находятся в одной плоскости (компланарны).

- Также будем считать, что эти точки лежат в одной плоскости на протяжении всего прохождения; на самом деле это не так, поскольку Земля вращается, и геометрия систем изменяется по ходу вращения.

Определим $\Delta\pi = \pi_V - \pi_S$. Так как у нас:

$$\pi_S = \frac{d}{r_T} \text{ and } \pi_V = \frac{d}{(r_T - r_V)}$$

Подстановкой можем установить,

$$\pi_V = \frac{\pi_S \cdot r_T}{(r_T - r_V)}$$

Так как $\Delta\pi = \pi_V - \pi_S$, мы можем подставить для π_v чтобы получить:

$$\Delta\pi = \pi_S \left[\frac{r_T}{(r_T - r_V)} - 1\right] = \pi_S \left[\frac{r_V}{(r_T - r_V)}\right]$$

Итак,

$$\pi_S = \Delta\pi \left[\frac{r_T}{r_V} - 1\right] = \frac{d}{r_T}$$

Перестановкой получаем расстояние от Земли до Солнца r_T во время наблюдений:

$$\boldsymbol{r_T = \frac{d}{\Delta\pi\,(r_T/r_V - 1)}} \quad \text{Уравнение [1]}$$

где $\Delta\pi$ является наблюдаемой величиной (расстояние между центрами тени Венеры на солнечной поверхности в радианах), *d* определяется из мест наблюдений (см. Приложение II), а отношение r_T / r_V расстояний Солнце-Земля и Земля-Венера может быть получено (см. Приложение III). Если мы выразим *d* в километрах, то расстояние от Земли до Солнца будет также выражено в километрах.

Наблюдаемую $\Delta\pi$ можно рассчитать двумя способами как описано ниже, в разделах 4.2 и 4.3 (на практике в разделах 5.2.1 и 5.2.2).

4.2. Метод 1. Метод “Теней”.

По этому методу, прохождение фотографируется из двух разных мест в одно и то же мгновение, с помощью одного и того же типа прибора. Затем два изображения накладываются, и вычисляется угловое расстояние $\Delta\pi$ между центрами тени Венеры. Подробную информацию об этой процедуре можно найти в разделе 5.2.1.

4.3. Метод 2. Метод "Струн".

В этом случае мы будем рассматривать всю траекторию тени, создаваемой Венерой на поверхности Солнца (рис. 2), называя линию, соединяющую центр положений тени

Венеры, струной M_1 или M_2, в зависимости от наблюдательной точки на Земле, к которой она относится.

Учитывая, что расстояние от Земли до Солнца незначительно изменяется в течение прохождения (изменение составляет лишь только 7500 км по сравнению со средним расстоянием между Землей и Солнцем в 150 млн. км), мы можем предположить, что две струны параллельны и теперь наблюдаемая, которую нужно измерить – это не расстояние между тенями Венеры, но расстояние между двумя струнами, которые образуются на поверхности Солнца во время прохождения (см. Рис. 9).

Используя теорему Пифагора, мы можем записать следующие выражения:

$$B'C = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{A_1A_2}{2}\right)^2} \qquad A'C = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{B_1B_2}{2}\right)^2}$$

Таким образом, мы можем выразить A'B' как:

$$A'B' = B'C - A'C = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{A_1A_2}{2}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{B_1B_2}{2}\right)^2}$$

Поэтому, измеряя длину струн A_1A_2, B_1B_2 а также диаметр Солнца (D), мы можем получить параллакс $\Delta\pi$ из

$$\Delta\pi = \frac{1}{2}\left[\sqrt{D^2 - (B_1B_2)^2} - \sqrt{D^2 - (A_1A_2)^2}\right]$$

5 – Расчёты прохождения Венеры 5-6 июня 2012.

5.1. Вхождение в положение.

В этом разделе мы обращаемся, в частности, к следующему прохождению Венеры, пытаясь как можно ближе подойти к ситуации, в которую мы обнаружим в июне за компьютером, наблюдая за прохождением и пытаясь произвести расчёт расстояния от Земли до Солнца из изображений, которые будут получены. Начнем с краткого описания приборов, которые будут использоваться, а также широту и долготу мест на Земле, где мы будем получать фотографии, и все другие сведения, необходимые для успешного завершения расчётов.

5.1.1. Наблюдательные площадки и описание оборудования.

Начнем с описания наблюдательных площадок, где будут получены изображения. Как описано выше, для того чтобы упростить расчёты как можно больше, мы выбрали два места на поверхности Земли на аналогичной долготе, со следующими координатами:

Кэрнс (Австралия):	Широта: −16º 55' 24.237''	Долгота: 145º 46' 25.864''
Саппоро (Япония):	Широта: 43º 3' 43.545''	Долгота: 141º 21' 15.755''

Изображения будут получены в реальном времени с помощью телескопов VIXEN (модель VMC110L), которые имеют фокусное отношение f/9.4, то есть фокусное расстояние 1035 мм для апертуры 110 мм. Такая конфигурация обеспечивает приемлемый размер изображений Солнца. Для наблюдений будет использоваться солнечный фильтр. Изображения будут регистрироваться с помощью камеры Canon 5D 21-Mpixel, подключенной к телескопу.

С помощью этого телескопа и камеры, изображение Солнца имеет размер в плоскости камеры, и, следовательно, размер1630 пикселей.

Учитывая то, что угловой размер Солнца в небе составляет около 31,5 минуты дуги, тогда размер солнца ε на изображении будет равняться:

$$Scale\ (\varepsilon) = \frac{31.5\ [minutes\ of\ arc\ (')] \cdot 60[seconds\ of\ arc\ ('')]}{1630\ pixels} = 1.16\ ''/pixel$$

Телескоп и камера будут установлены на монтировке "AstroTrack", которая очень стабильна, легко собирается и отслеживает движение солнца по всему небу.

Изображения будут регистрироваться каждые 5 минут на протяжении всего события, порядка 5 часов. После несложной обработки, они будут помещены в режиме реального времени на FTP-сервер для того чтобы можно было обеспечить легкий и свободный доступ к ним для закачивания и практики. Каждое из изображений при сохранении будет содержать в имени файла время (в UT) получения изображения.

Рис 10: Телескоп, который будет использоваться. Фото: M. A. Pío (IAC).

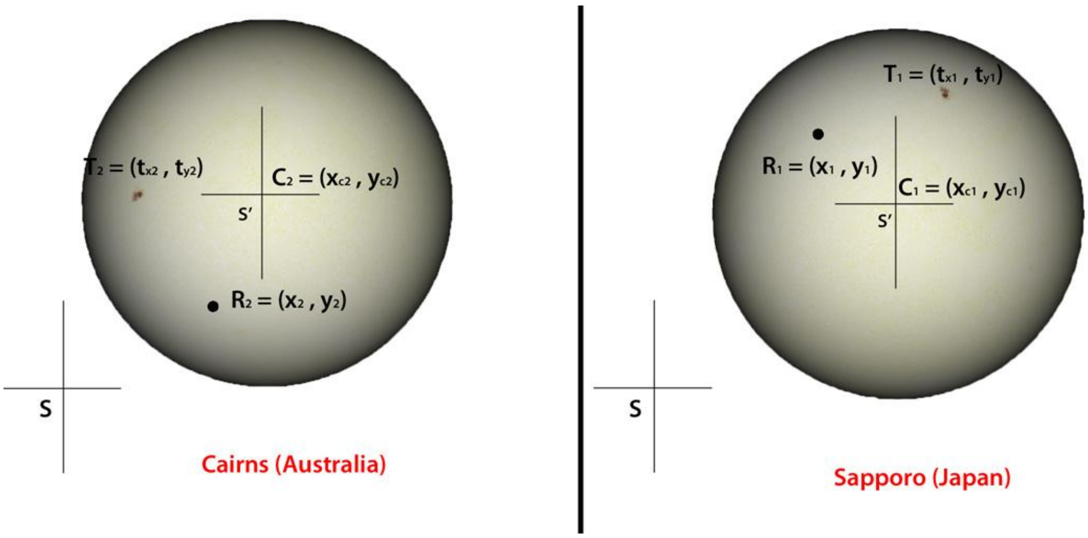
5.2. Что мы должны сделать на практике.

В разделах 5.2.1 и 5.2.2 мы объясним практические аспекты определения Δπ с помощью двух методов, описанных ранее. Если позволяет время, мы предлагаем вам применить оба метода и сравнить полученные результаты.

5.2.1. Метод 1. Метод “Теней”.

Начнем с двух снимков, сделанных в один и тот же момент всемирного времени (или как можно ближе), по одному на каждом месте. Мы должны определить расстояние между тенями Венеры.

Для того чтобы вычислить расстояние Δπ мы должны согласовать два изображения (поворот и перевод, чтобы оба изображения были в одной шкале) и произвести измерение расстояния между тенями Венеры с использованием пакета обработки изображений. Чтобы упростить этот процесс и устранить необходимость согласования изображений, мы внесли некоторые математические преобразования для определения расстояния, используя, (I) декартовы (x, y) координаты тени Венеры, (II) пятно на поверхности Солнца и (III) центры Солнца на каждом изображении. На рисунке 11 показаны наблюдения (с помощью астрономического программного обеспечения) во время прохождения (время 0:45 UT в день 6 июня 2012 г.) из двух точек наблюдения, в Кэрнсе (Австралия) и Саппоро (Япония). Обратите внимание, что расстояние, которое отделяет две тени (Δπ) будет очень мало, составляя максимум порядка 10 пикселей.



Следуя расчётам в Приложении IV, наблюдаемая Δπ определяется из выражения:

$$\Delta\pi = \sqrt[2]{\Delta\pi_x{}^2 + \Delta\pi_y{}^2}$$

где компоненты $\Delta\pi_x$ и $\Delta\pi_y$ могут быть выражены как:

$$\Delta\pi_x = (x_2 - x_{c2})\cos\theta + (y_2 - y_{c2})\sin\theta - x_1 + x_{c1}$$

$$\Delta\pi_y = -(x_2 - x_{c2})\sin\theta + (y_2 - y_{c2})\cos\theta - x_1 + x_{c1}$$

где (x_1, y_1) и (x_2, y_2) являются координатами тени Венеры на изображениях, сделанных, соответственно, в Саппоро и Кэрнс, в то время как (x_{c1},y_{c1}), (x_{c2}, y_{c2}) – это координаты центра Солнца из Саппоро и Кэрнс, соответственно, выраженные в системе координат S.

В нашем случае, в течение дня 6 июня 2012 года наблюдая из Кэрнс в Австралии, и из Саппоро в Японии, угол θ равен (см. расчёты в Приложении IV):

$$\theta = 108^{o}\ 4'\ 17.92''$$

Итак:

$$\Delta\pi = \sqrt[2]{\Delta\pi_x{}^2 + \Delta\pi_y{}^2} = 8.4\,pixels$$

Приложение I представляет очень точный метод определения величины расстояния *d* между двумя наблюдателями на Земле. В нашем случае значение *d* составляет:

$$d = 6662.9\ \text{km}$$

Вспоминая уравнение [1], нам также нужно получить соотношение между расстояниями Земля-Солнце и Венера-Солнце (r_T / r_V) в момент наблюдения.

Член Δπ в этом методе должен быть выражен в угловых секундах, поэтому вам придется использовать значение шкалы, которое будет определено в данный момент. В случае изображения, которое мы получаем с помощью астрономических программ, значение Δπ составляет 8,4 пикселя, и в то время как диаметр Солнца в пикселях составляет 715 пикселей, мы получим размер:

$$Scale\ (\varepsilon) = \frac{31.5\ [minutes\ of\ arc\ (')] \cdot 60[seconds\ of\ arc\ ('')]}{715\ pixels} = 2.643''/pixel$$

Отметим, что это справедливо только в данном случае, используя размеры из рис. 11, а в момент прохождения, размер, который мы должны использовать обозначен в разделе 5.1.1.

Поэтому мы используем r_T / r_V = 1,39759 на 0:45 UT 6 июня 2012 (значение, полученное из эфемерид на тот момент), и подставляя в уравнение [1]

$$\boldsymbol{r_T} = \frac{6662.9\ [km]}{8.4\ [pixels] \cdot \varepsilon \left[\frac{arcsecond}{pixels}\right] \cdot \left(\frac{\pi}{648000}\right) \left[\frac{rad}{arcsecond}\right] (1.39759 - 1)} = \mathbf{154.5 \cdot 10^6}\ \boldsymbol{km}$$

можно определить значение r_T, расстояние от Земли до Солнца. Вспомним, что значение Δπ должно быть выражено в радианах, отсюда и член π / 648000, который вызывает изменение единиц измерения (из секунд дуги в радианы).

5.2.2. <u>Метод 2.</u> Расчёт расстояния от Земли до Солнца методом струн.

Этот метод проще, чем предыдущий, так как нам нужно определить только длины строк или струн, которые создают путь тени на поверхности Солнца. По этой причине у нас не будет проблемы предыдущего метода, где нам нужно было обеспечить четко синхронизированные наблюдения из двух мест на Земле при съёмке изображений, для того чтобы гарантировать, что оба снимка сделаны в один и тот же момент. Тем не менее, метод струн может быть применен только когда прохождение завершено. С другой стороны, преимуществом является то, что, если во время прохождения портится погода или существуют технические проблемы, которые приводят к отсутствию некоторых изображений, мы сможем экстраполировать остальную часть траектории.

Мы должны иметь в виду, что изображения каждого пятна должны быть выровнены на протяжении всего прохождения, так как из-за вращения Земли изображение Солнца будет вращаться во время прохождения, так что траектория тени, вместо того чтобы быть прямолинейной, искривлена.

Помните, что расстояние между двумя струнами будет очень мало, так что длины обеих струн могут быть схожими.

Нам нужно чтобы, как описано выше, значение солнечного диаметра (D) и длина линий M_1 и M_2 были выражены в одних и тех же единицах.

На рисунке 12 показано представление о том, что можно увидеть с помощью этого метода и астрономического программного обеспечения.

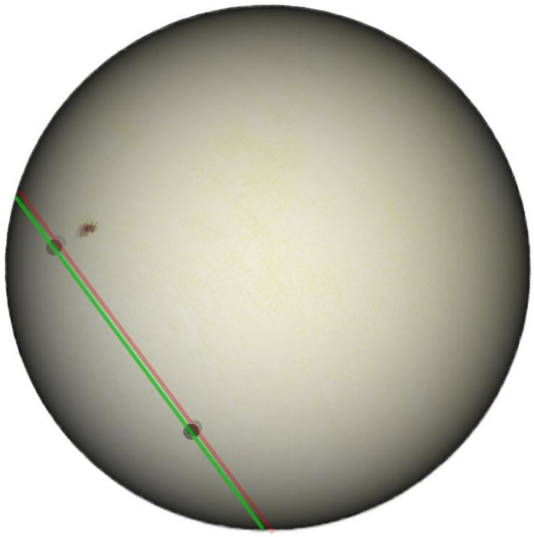


Рис.12: Изображение из астрономической программы, со смоделированным представлением струн.

Длины линий M_1 и M_2 на основе этого изображения соединяют A_1 с A_2 и B_1 с B_2, соответственно (см. Рис. 6), и могут быть измерены как в мм так и в пикселях, в зависимости от того, как производится измерение: с линейкой после печати изображения, или с помощью программного обеспечения, которое позволяет просматривать и редактировать изображения. Патентованные программы, такие как Photoshop или Corel Draw, или даже Windows Paint или такое бесплатное программное обеспечение, как Gimp могут быть использованы для решения этой задачи. В принципе, может подойти любое программное обеспечение, которое позволяет рассчитать размеры объектов в изображении.

Для изображения в нашем примере, значение диаметра Солнца D в пикселях равно 711, а струна M_1 (B_1B_2) равна 565 пикселям, тогда как струна M_2 (A_1A_2) равна 578 пикселям. Теперь нам нужно рассчитать отношение A'B', где A'B', согласно рис. 9, это расстояние между струнами напрямую связано со значением $\Delta\pi$. Таким образом, выражение, которое мы используем:

$$\Delta\pi = A'B' = \frac{1}{2}\left[\sqrt{D^2 - (B_1B_2)^2} - \sqrt{D^2 - (A_1A_2)^2}\right] = 8.79\, pixels$$

Наконец, подставляя в уравнение [1]:

$$r_T = \frac{6662.9\,[km]}{8{,}79\,[pixels] \cdot \varepsilon \left[\frac{arcsec}{pixels}\right] \cdot \left(\frac{\pi}{648000}\right)\left[\frac{rad}{arcsec}\right](1.397589 - 1)} = \mathbf{147.8 \cdot 10^6}\ \boldsymbol{km}$$

где, снова, значение r_T это расстояние от Земли до Солнца, d − расстояние между наблюдателями, определяемое в соответствии с Приложением II, ε − это шкалы описываемого значения, и отношение r_T/r_V является средним значением для прохождения.

Один факт, который следует учитывать и который мы до сих пор не обсуждали состоит в том, что значение радиус вектора, соединяющего Землю и Солнце, и радиус вектора Венеры и Солнца, меняется со временем, потому что орбиты и Земли и Венеры являются эллиптическими. Таким образом, в Методе 1, который рассматривает фиксированный момент времени (0:45 UT в примере), соотношение r_T / r_V должно быть мгновенным значением на тот момент, но в случае Метода 2, используется среднее за весе прохождение значение r_T / r_V. Тем не менее, мы видим, что оба значения мало отличаются, потому что за такой короткий срок (чуть более 5 часов прохождения), расстояние от Земли до Солнца меняется лишь незначительно (см. Приложение III).

6 – Полезные интернет-ресурсы.

- Интернет предсказания прохождения 2012 г.:

  http://www.transitofVenus.nl/details.html

- Общая информация и данные по прохождению:

  http://www.transitofVenus.org

- Безопасные методы солнечных наблюдений:

  http://www.transitofVenus.org/june2012/eye-safety

- Данные и прогнозы:

  http://eclipse.gsfc.nasa.gov/transit/Venus0412.html

- Онлайн трансляция прохождения в интернете:

  http://www.sky-live.tv

- Научные экспедиции группы Shelios по наблюдению астрономических явлений:

  http://www.shelios.com

- Описание законов Кеплера.

  http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/history/kepler.html

- Описание расчёта по методу солнечного параллакса с примерами:

  http://serviastro.am.ub.es/Twiki/bin/view/ServiAstro/CalculTerrasolapartirDeVenus и http://www.imcce.fr/vt2004/en/fiches/fiche_n05_08_eng.html

ПРИЛОЖЕНИЕ I. Детальные расчёты по Методу 1.

Определение расстояния от Земли до Солнца основано на эффекте параллакса (как показано выше), в котором Венера проецируется на разных местах на диске Солнца, а измерения проводятся из двух разных мест на Земле. Поэтому необходимо объединить наблюдения из различных мест на Земле. Чем дальше друг от друга находятся два места наблюдения, тем более актуальным является эффект перспективы и, таким образом, мы сможем получить более точное значение расстояния.

Наблюдения должны быть дополнены законами Кеплера, которые описывают орбиты планет вокруг Солнца. Эти законы были обнаружены Иоганном Кеплером (1571-1630) с использованием многих наблюдений движения планет. Закон всемирного тяготения, сформулированный Исааком Ньютоном (1642-1727), применительно к случаю двух движущихся тел вокруг общего центра масс, объясняет три эмпирических закона Кеплера.

Из двух разных мест, M_1 и M_2 (см. Рис. 13 и 8) и в то же самое время t, проекция Венеры отображается в двух различных положениях V_1 и V_2 на солнечном диске за счет параллакса.

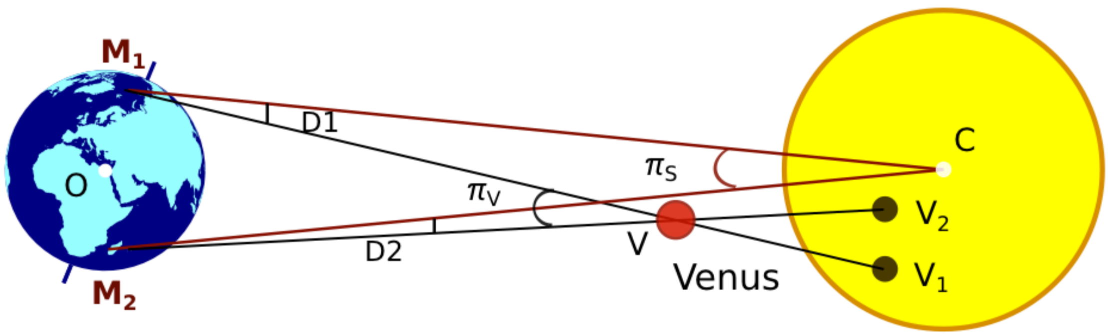


Рис. 2: Наблюдение прохождения Венеры по диску Солнца из двух различных точек M_1 и M_2 в один и тот же момент времени.

Точка O является центром Земли, C − центром Солнца и V_1 и V_2 − наблюдаемые центры проекций Венеры, как видно, соответственно, из M_1 и M_2. Углы D_1 и D_2 − угловые расстояния между центрами Венеры и Солнца, как видно, соответственно, из M_1 и M_2, т. е. углы параллакса CM_1V_1 и CM_2V_2. Подобным образом мы можем определить углы как π_V π_S и угловые расстояния между M_1 и M_2, видимые с Солнца и Венеры, соответственно, т. е. углы M_1VM_2 и M_1CM_2..

Так как четыре точки M_1, M_2, C и V не находятся в одной плоскости (в наиболее распространенном случае M_1 и M_2 не будут находиться на одном меридиане, а Земля и Венера не будут идеально выровнены), геометрия задачи будет немного сложнее. На рисунке 8 (а также рис. 13) можно увидеть, как расстояние между двумя центрами Венеры $\Delta\pi = \pi_V - \pi_S$ является (практически) единственной наблюдаемой величиной, которая позволяет вычислить расстояние до Солнца.

Практическая реализация меры $\Delta\pi$ из двух изображений в отдельности может быть сделана путем измерения положения центра Венеры в каждом из них по отношению к контрольной точке на диске Солнца (например, солнечное пятно), и сравнения этих двух измерений. Измеренные величины берутся в единицах длины, например, в миллиметрах, и должны быть преобразованы в угол, который можно получить зная видимый диаметр Солнца.

Пусть (x_1, y_1) и (x_2, y_2) – расстояния между центром диска Венеры и контрольной точкой в мм, в горизонтальном и вертикальном направлениях для каждого изображения. Расстояние между ними в угловых секундах можно получить путем умножения каждого значения x_1 и y_1 на коэффициент масштаба (ε).

$$Scale\ (\mathcal{E}) = \frac{Solar\ Apparent\ Diameter\ (arcsec)}{Sun\ Diameter\ (mm\ or\ pixels)}$$

Расстояние между центрами Венеры на двух изображениях будет:

$$\Delta\pi\ (\text{arcsec}) = [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\ ]^{1/2} \cdot \varepsilon$$

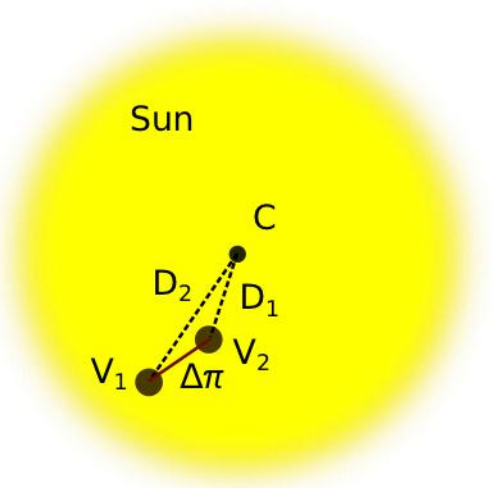


Рис. 3: Положения проекции Венеры на солнечном диске.

Предположим, что r_V и r_T это расстояния между центрами Солнца, Венеры и Земли, соответственно, в момент времени t. Так как проекция расстояния *d* между M_1 и M_2 в плоскости, перпендикулярной к OC мала по сравнению с расстояниями между Землей и Солнцем и Землей и Венерой, мы можем аппроксимировать:

$$\pi_S = d/r_T$$

$$\pi_V = d/(r_T - r_V)$$

и отсюда, мы можем получить:

$$\pi_V = \pi_S\ r_T/(r_T - r_V)$$

$$\Delta\pi = \pi_S\ (r_T/(r_T - r_V) - 1) = \pi_S\ r_V/(r_T - r_V)$$

поэтому,

$$\pi_S = d/r_T = \Delta\pi\,(r_T/r_V - 1).$$

Последняя формула показывает то, что если мы знаем угловое расстояние, $\Delta\pi$, между двумя центрами V_1 и V_2, и отношение r_T / r_V расстояний Земля-Солнце и Венера-Солнце, мы сможем определить параллакс πS, и, зная проекцию расстояния *d* между двумя точками, мы можем вычислить расстояние r_T. (Во всех этих выражениях значения π_V, π_S и $\Delta\pi$ даны в радианах. Для преобразования в угловые секунды для совместимости с уравнениями, нам нужно умножить на 648 000 и разделить на число π).

$\Delta\pi$ является наблюдаемой величиной, *d* можно определить с помощью двух наблюдений с Земли (см. Приложение II) и, следовательно, единственная переменная, необходимая для решения задачи это соотношение r_T/r_V – расстояния Земля-Солнце и Венера-Солнце.

Определение среднего расстояния.

С другой стороны, мы можем также определить среднее расстояние от Земли до Солнца (R_T) и соответствующий средний параллакс π_o, которые связаны через экваториальный радиус Земли R через:

$$\pi_o \approx R/R_T,$$

а для этого необходимо сделать некоторые дополнительные соображения.

Среднее расстояние от Земли до Солнца, R_T, также может быть определено как радиус, который был бы у орбиты Земли, если бы она была кругом с центром, совпадающим с центром эллипса, который определяет фактическую орбиту. В этом случае значение R_T совпадает со значением большой полуоси орбиты a (a = 1,000014 R_T). Таким образом, мы можем выразить значение среднего параллакса, как:

$$\pi_s = \frac{d}{r_T} = \frac{R}{R_T}\left[\frac{d}{R}\cdot\frac{R_T}{r_T}\right] = \pi_o\left[\frac{d}{R}\cdot\frac{a}{r_T}\right] \Rightarrow \pi_o = \frac{R}{d}\cdot\frac{r_T}{a}\cdot\pi_s$$

где r_T/a это отношение между мгновенным расстоянием Земля-Солнце и большой полуосью земной орбиты.

Исходя из выражения выше $\pi_o \approx R / R_T$, мы можем получить значение R_T, которое является средним значением расстояния от Земли до Солнца.

ПРИЛОЖЕНИЕ II. Определение значения *d*.

Если выразить проекцию *d* от расстояния между M_1 и M_2 в плоскости, перпендикулярной направлению от Земли до Солнца в единицах измерения экваториального радиуса Земли и расстояние Земля-Солнце в единицах среднего расстояния, получим:

$$\pi_S = [(d/R) / (r_T / R_T)]\,(R/R_T) \approx [(d/R) / (r_T / R_T)]\,\pi_o.$$

Отношение r_T / R_T может быть вычислено по первому закону Кеплера как:

$$r_T/R_T = 1 - e_T \cos E_T(t)$$

и, следовательно, нам нужно рассчитать только d/R (см. Рис. 8).

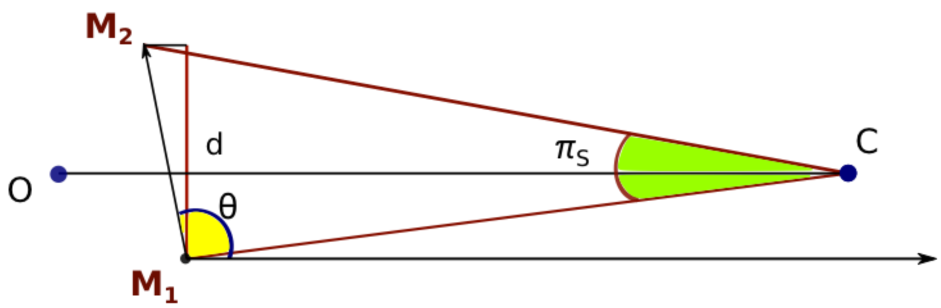


Рис. 15: Проекция расстояния между M_1 и M_2 в плоскости, перпендикулярной к направлению Земля-Солнце.

Векторным произведением между векторами M_1M_2 и OC получим значение sin θ, так как:

$$M_1M_2 \times OC = |M_1M_2|\, r_T \sin\theta.$$

Мы видим из Рис. 15 что:

$$d = |M_1M_2| \cos(90 - \theta) = |M_1M_2| \sin\theta$$

и, следовательно,

$$d = M_1M_2 \times OC / r_T.$$

Теперь нам нужно рассчитать $M_1M_2 \times OC$.

Вектор OC может быть выражен через экваториальные координаты Солнца (α,δ) на момент наблюдений как:

$$x = r_T \cos\delta \cos\alpha$$

$$y = r_T \cos\delta \sin\alpha$$

$$z = r_T \sin\delta.$$

Местоположение каждого наблюдателя может быть выражено в виде (см. Рис. 16):

$$x = R \cos \varphi \cos (\lambda + T_G)$$

$$y = R \cos \varphi \sin (\lambda + T_G)$$

$$z = R \sin \varphi,$$

где φ и λ – географические координаты (широта и долгота) наблюдателя, и $T_G = T_G(0) + 1.00273791\ t$. Момент наблюдений должен быть выражен в шкале всемирного времени (UT).

Координаты векторов M_1M_2 можно найти следующим образом:

$$X = x_1 - x_2$$

$$Y = y_1 - y_2$$

$$Z = z_1 - z_2$$

$$\overrightarrow{M_1M_2} = X\vec{\imath} + Y\vec{\jmath} + Z\vec{k}$$

$$|M_1M_2| = \sqrt[2]{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

И координаты единичного вектора c, который соединяет центр Земли с центром Солнца будут:

$$x = \cos \delta_S \cos \alpha_S$$

$$y = \cos \delta_S \sin \alpha_S$$

$$z = \sin \delta_S$$

Возвращаясь к выражению *d*, оно может быть выражено следующим образом:

$$d = \left|\overrightarrow{M_1M_2}\right| \sin\theta = \left|\overrightarrow{M_1M_2} \times \vec{c}\right| = \sqrt{(Yz - Zy)^2 + (Zx - Xz)^2 + (Xy - Yx)^2}$$

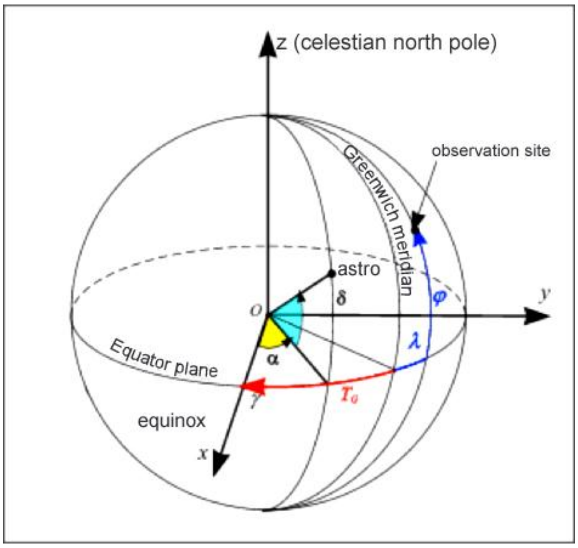


Figure 4: Положения звезды (например, Солнца) и наблюдателя на Земле в экваториальной системе координат. Фото: P. Rocher (IMCCE).

ПРИЛОЖЕНИЕ III. Законы Кеплера.

Предмет движения планет неотделим от имени Иоганна Кеплера. Одержимость Кеплера геометрией и предполагаемой гармонией Вселенной позволили ему после нескольких неудачных попыток создать три закона, которые с большой точностью описывают движение планет вокруг Солнца. Начиная с космологических воззрений Коперника, которые в то время считались скорее философскими убеждениями, чем научной теорией, и с помощью большого количества экспериментальных данных, полученных Тихо Браге, Кеплер создал этот прекрасный, хотя и полностью эмпирический свод законов.

Первый закон гласит, несмотря на первоначальное мнение автора, что планеты описывают эллиптические орбиты вокруг Солнца, которое занимает один из фокусов. В масштабах средних геометрических Кеплера, круг занимал привилегированное место, а затем, после нескольких попыток примирить наблюдения с круговыми орбитами, пришло разочарование.

1. – Первый закон: "Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце ".

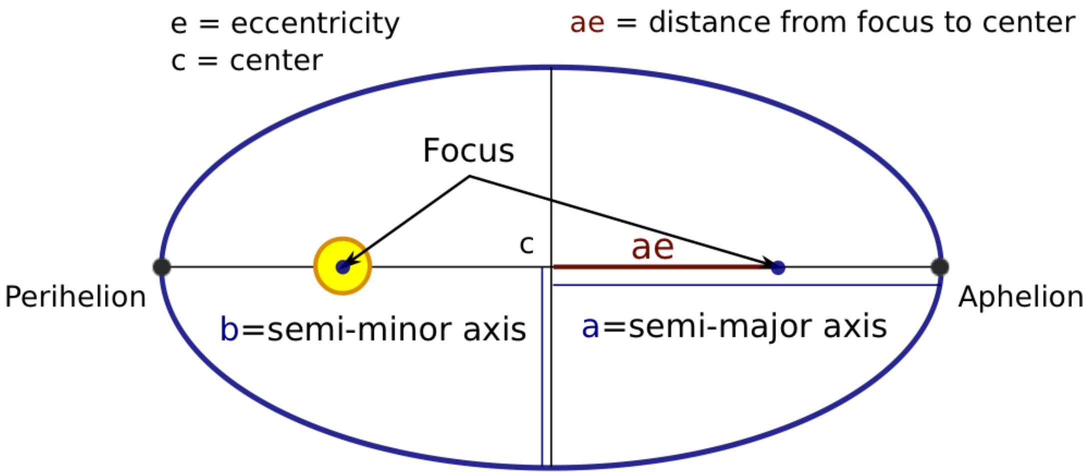


Рис. 5: Описание элементов орбиты объекта вокруг Солнца.

Эллиптические траектории обладают очень малым эксцентриситетом, так что они мало отличаются от окружности. Например, эксцентриситет орбиты Земли, e = 0,017, и с учетом расстояния от Земли до Солнца около 150 000 000 км, расстояние от Солнца (фокус) до центра эллипса ae = 2500000 км.

Второй закон говорит о площади, описываемой мнимой линией, соединяющей каждую планету с Солнцем, которая называется радиус-вектором. Кеплер обнаружил, что планеты движутся быстрее, когда они находятся ближе к Солнцу, но радиус-вектор покрывает равные площади в равные промежутки времени. (Если у планеты переход от А до Б на рисунке занимает одно то же время, что и от C до D, площади затемненных областей равны).

2. – Второй Закон: "Радиус-вектор планеты за равные промежутки времени описывает одинаковые площади ".

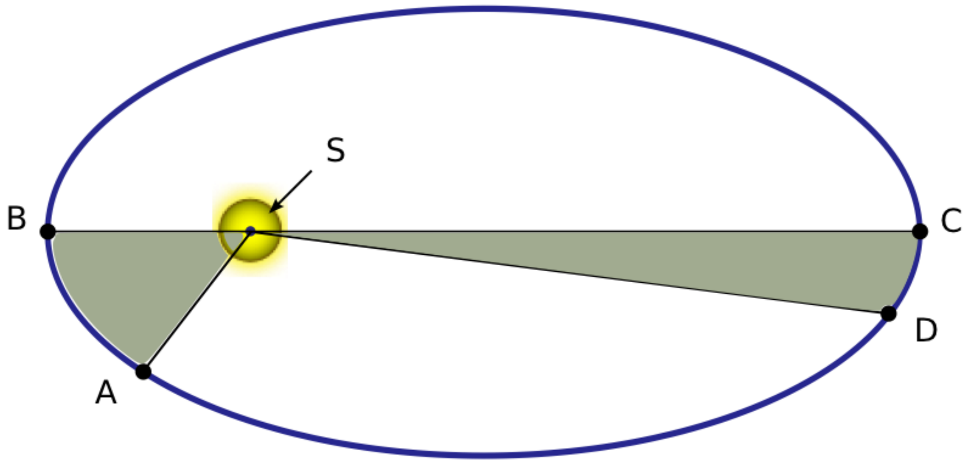


Рис. 6: Графическое представление II закона Кеплера.

Радиус-вектор r, т.е. расстояние между планетой и Солнцем (S) является переменной величиной, он находится в своём минимуме в перигелии и в максимуме в афелии. Поскольку секториальная скорость (площадь, описываемая в единицу времени) постоянна, скорость планеты по своей орбите должна быть переменной. Согласно этому закону, если площади областей CSD и ASB равны, то дуга AB будет меньше CD, указывая на то, что в перигелий планета движется медленнее. То есть, её скорость максимальна при минимальном расстоянии от Солнца и минимальна на максимальном расстоянии.

Наконец, третий закон соотносит большую полуось орбиты, R с орбитальным периодом планеты P следующим образом: R^3/P^2 = constant. Согласно этому закону, продолжительность орбитального пути планеты увеличивается с расстоянием от Солнца. Мы знаем, что "год" (время, затраченное планетой, чтобы вернуться в ту же точку своей орбиты) на Меркурии длится 88 дней (земных), 224 дня на Венере, и 365 на Земле и его продолжительность продолжает увеличиваться по мере удаления от Солнца. Эти законы также позволяют получить относительные расстояния объектов в Солнечной системе, если мы знаем их движения.

3. – Третий закон: "Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит".

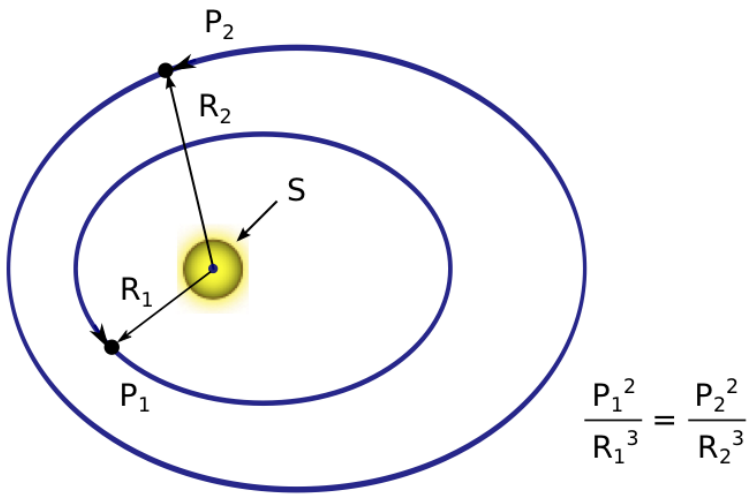


Рис. 7: Отношение периодов и радиусов орбит вокруг Солнца двух объектов, которое графически описывает III закон Кеплера.

Если R_1 и R_2 являются средними расстояниями двух планет до Солнца, например, Марса и Земли, а P_1 и P_2 – это соответствующее время обращения вокруг Солнца, тогда в соответствии с этим законом:

$$\frac{P_1^2}{P_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

где время приводится в годах, а расстояние в астрономических единицах (а.е. = 150 000 000 км).

После публикации закона Кеплером, Ньютон доказал, что в уравнении должны присутствовать массы тел, и таким образом он получил следующую формулу:

$$\frac{P_1^2\,(M+m_1)}{P_2^2\,(M+m_2)} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

где M – масса Солнца (тело находится в центре орбиты), равная массе Земли, помноженной на 330 000, а m_1 и m_2 – массы рассматриваемых тел, которые движутся по эллиптическим орбитам вокруг него. Это выражение позволяет вычислить массу планеты или спутника, если известны эго орбитальный период P и среднее расстояние до Солнца.

В целом для планет Солнечной системы только массы Юпитера и Сатурна не являются пренебрежимо малыми по отношению к массе Солнца. В связи с этим, в большинстве случаев (M + m) считается равным 1 (масса Солнца), так что выражение становится таким, что было первоначально предложено Кеплером.

Впервые стало достаточно одной геометрической кривой без добавлений или компонентов, и одного закона, чтобы предсказать положение планет. Также в первый раз предсказания стали такими же точными, как и наблюдения.

Эти эмпирические законы нашли свое физическое и математическое подтверждение в теории всемирного тяготения Ньютона, который установил физические принципы, объясняющие движения планет.

Формирование этого массива идей, начатого Коперником и завершенного в механике Ньютона, является ярким примером того, что считается научной процедурой, которую можно очень кратко охарактеризовать следующим образом: есть факт, необходимо сделать измерения и составить таблицу данных, а затем попытаться найти законы, которые бы соотнесли эти данные и, наконец, тщательно исследовать их перед тем как принимать решение о поддержке или объяснения закона. С другой стороны, новые и более точные измерения могут показать, что закон или теория неверна или приблизительна, так, что требуется новая. Закон тяготения Эйнштейна является примером этого.

Применение в нашем случае.

Орбиты Земли и Венеры вокруг Солнца немного эллиптические и, следовательно, отношение расстояний r_T/r_V не является постоянным во времени. Чтобы найти это соотношение в момент времени t наблюдений, необходимо обратиться к первому закону Кеплера, в котором говорится, что Солнце находится в одном из фокусов эллипса и, следовательно, расстояние между Солнцем и планетой r_p (t) может быть получено как:

$$r_p(t) = R_p\,(1 - e_p \cos E_p(t)),$$

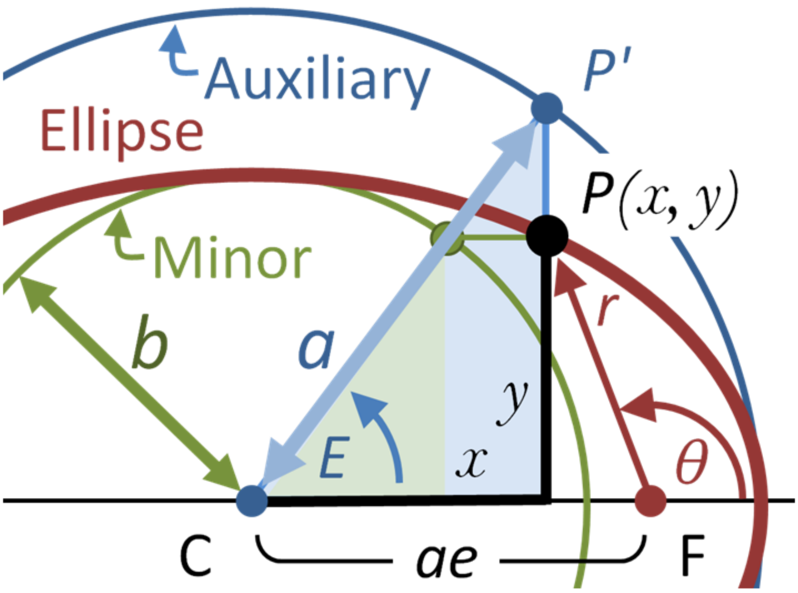


Рис. 8: Разрез эллипса, иллюстрирующий эксцентрическую (E) и реальную (θ) аномалию. Фото: Brews O'Hare.

где R_p является большой полуосью орбиты, e_p это эксцентриситет и $E_p(t)$ – эксцентрическая аномалия (угол, который измеряется от центра эллипса, который является углом между проекцией планеты на так называемом *вспомогательном круге*, и большой полуосью эллипса, см. Рис. 16) в момент времени t. Так, в соответствии с этим:

$$r_T/r_V = [R_T\,(1 - e_T \cos E_T)] / [R_V\,(1 - e_V \cos E_V)]$$

Третий закон Кеплера связывает большие полуоси орбит с периодами обращения P_p:

$$(R_T / R_V)^3 = (P_T / P_V)^2,$$

поэтому:

$$r_T/r_V = (P_T / P_V)^{2/3}\,(1 - e_T \cos E_T) / (1 - e_V \cos E_V) \qquad [2]$$

Итак, мы определили π_S и r_T, которые являются параллаксом и расстоянием от Земли до Солнца в момент наблюдения t.

ПРИЛОЖЕНИЕ IV. Расчёт вращения / перевод изображений.

Как мы говорили в пункте 5.2.1, если мы сделаем снимок Солнца из какого-то места на поверхности Земли в определенный момент времени t, и в это же самое время мы сделаем еще один снимок из другого места, которое достаточно удалено от первого, эти два изображения будут повернуты на угол θ, который напрямую зависит от расстояния между этими двумя местами на Земле. Кроме того, если калибровки телескопа не совсем одинаковы, также будет присутствовать трансляция (параллельный перенос) между двумя изображениями. Мы должны помнить, что снимки должны быть сделаны одинаковой аппаратурой, и, следовательно, иметь одинаковый масштаб.

Системы координат S и S''.

Примем две системы координат. Назовём одну S', она будет находиться в центре Солнца и другую S, которую для удобства разместим в нижнем левом углу изображения (рис. 21 и 22). По-настоящему важно то, чтобы S являлась одинаковой для обоих изображений.

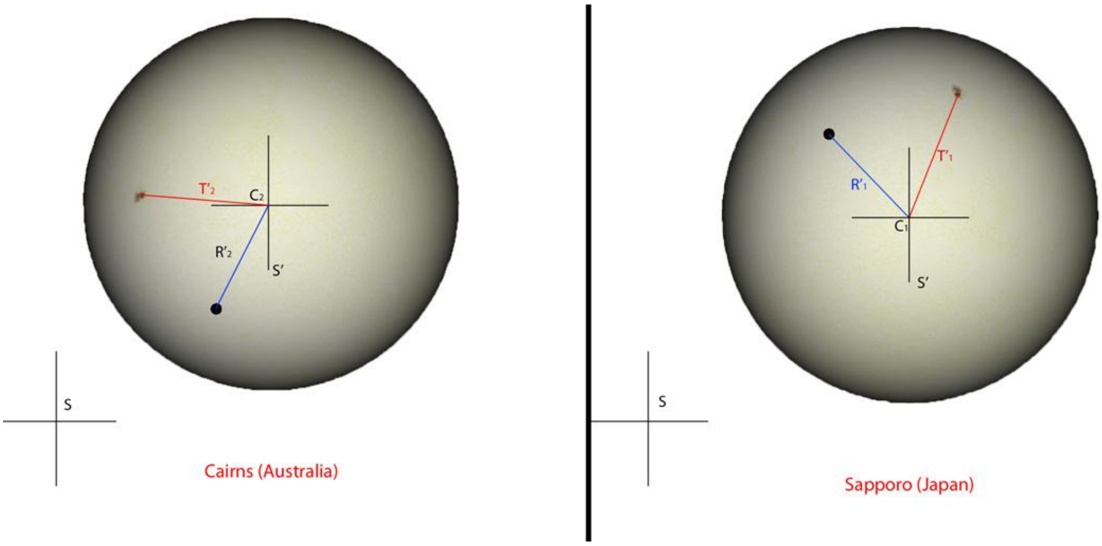


Рис. 9: Графическое представление систем координат.

Уравнения преобразования для перевода между двумя системами:

$$x'_{i1} = x_{i1} - x_{c1}\,;\; x'_{i2} = x_{i2} - x_{c2}$$

$$y'_{i1} = y_{i1} - y_{c1}\,;\; x'_{i2} = x_{i2} - x_{c2}$$

где (x_{c1}, y_{c1}), (x_{c2}, y_{c2}) – координаты центра Солнца, наблюдаемые из Саппоро и Кэрнс, соответственно, в системе координат S. (x_{i1}, y_{i1}), (x_{i2}, y_{i2}) – это координаты точки, измеренные на двух изображениях, системы S, и (x'_{i1}, y'_{i1}), (x'_{i2}, y'_{i2}) – это соответствующие координаты с помощью системы координат S' с центром на Солнце.

Измерение угла θ.

Как только у нас есть все переменные, указанные в системе координат S' с центром на Солнце, вычислим значение угла θ с помощью расчета разницы между углами, образованными вектором T'$_2$ относительно Пятна на изображении из Кэрнса и того же Пятна на изображении из Саппоро T'$_1$, через выражение (скалярное произведение):

$$\left.\begin{aligned}\overrightarrow{T_1'}\cdot\overrightarrow{T_2'} &= |T_1'|\cdot|T_2'|\cdot\cos\theta\\ \overrightarrow{T_1'}\cdot\overrightarrow{T_2'} &= t'_{x1}\cdot t'_{x1}+t'_{y1}\cdot t'_{y2}\end{aligned}\right\}\Longrightarrow \cos\theta=\frac{t'_{x1}\cdot t'_{x1}+t'_{y1}\cdot t'_{y2}}{\left(\sqrt[2]{t'^2_{x1}+t'^2_{y1}}\right)\cdot\left(\sqrt[2]{t'^2_{x2}+t'^2_{y2}}\right)}$$

Расчёт Δπ в системе координат S

Наконец, мы собираемся вычислить значение расстояния Δπ, отнесенного к системе S, ноль которого находится в левом нижнем углу изображения.

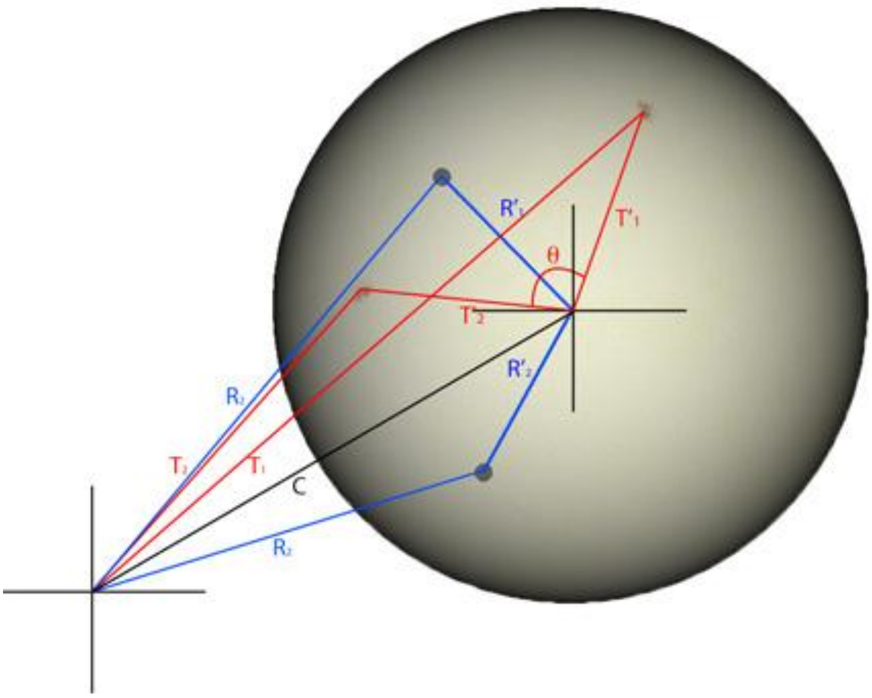


Рис. 10: Векторная диаграмма для каждой точки в соответствии с системой S' (центр Солнца) и S (левый нижний угол).

Из Рис. 22, можно выразить векторы T$_1$, T$_2$, R$_1$ и R$_2$ через систему S' с центром на Солнце, и вектор c от начала координат S c S', как:

$$\vec{T_i} = \vec{c} + \overrightarrow{T_i'} \qquad \vec{R_i} = \vec{c} + \overrightarrow{R_i'}$$

С другой стороны, выражение Δπ полученное выше, может также быть выражено и через координаты, так что общее значение составляет:

$$\Delta\pi = \sqrt[2]{\Delta\pi_x{}^2 + \Delta\pi_y{}^2}$$

Итак:

$$\Delta\pi_x = x_2'' - x_1' = x_2'' - x_1 + c_x \qquad \Delta\pi_y = y_2'' - y_1' = y_2'' - y_1 + c_y$$

где (x_2'', y_2'') – координаты тени Венеры из Кэрнса в системе отсчета S', повернутой на угол θ, и используя формулы преобразования для вращения и перевода в координаты S получится:

$$\Delta\pi_x = x_2'' - x_1' = (x_2 - x_{c2})\cos\theta + (y_2 - y_{c2})\sin\theta - x_1 + x_{c1}$$

$$\Delta\pi_y = y_2'' - y_1' = -(x_2 - x_{c2})\sin\theta + (y_2 - y_{c2})\cos\theta - x_1 + x_{c1}$$

где (x_1, y_1) и (x_2, y_2) – координаты тени Венеры в снимках из Саппоро и Кэрнса, соответственно, в то время как (x_{c1}, y_{c1}), (x_{c2}, y_{c2}) – координаты центра Солнца из Саппоро и Кэрнса, соответственно, все эти значения относятся к системе координат S.

ПРИЛОЖЕНИЕ V. ГЛОССАРИЙ.

Астрономическая единица (а.е., AU)

Астрономическая единица это единица длины, как правило, используемая астрономами для описания расстояний внутри планетных систем, таких как наша Солнечная система. Одна а.е. равна 149 597 871 км и соответствует среднему расстоянию от Земли до Солнца.

Вращение

Вращение это движение одного объекта вокруг другого

Верхнее пересечение

Пересечение, которое происходит, когда внешняя планета проходит за Солнцем и находится на противоположной стороне от Солнца от Земли.

Внешняя планета

Планета, которая находится за пределами орбиты Земли. Все планеты нашей Солнечной системы внешние, за исключением Меркурия и Венеры.

Всемирное время

Всемирное время (сокращенно UT или UTC) – это то же самое что и среднее время по Гринвичу (сокращенно GMT), т.е. среднее солнечное время на нулевом меридиане в Гринвиче, Англия (долгота ноль).

Внутренняя планета

Планета, орбита которой находится между Землей и Солнцем. Меркурий и Венера являются двумя единственными внутренними планетами в нашей солнечной системе.

Галилеевы спутники

Имя, данное четырем крупнейшим спутникам Юпитера, Ио, Европе, Каллисто и Ганимеду.

Гравитация

Гравитация – это взаимная физическая сила природы, которая заставляет два тела притягиваться друг к другу. Чем массивнее объект, тем сильнее сила тяжести.

Дифракция

Дифракция это способность волн огибать углы. Дифракция света обнаружила его волновую природу.

Долгота

Долгота на Земле это географическая координата, которая указывает на положение восток-запад точки на поверхности Земли. Это угловое измерение, как правило, выраженное в градусах, минутах и секундах. В частности, это угол между плоскостью нулевого меридиана и плоскостью, содержащей Северный полюс, Южный полюс и место нахождения наблюдателя. Если направление долготы (восток или запад) не указано, положительные значения долготы находятся к востоку от нулевого меридиана, а отрицательные значения – к западу от нулевого меридиана. Ближайший небесный аналог земной долготе – это прямое восхождение.

Затмение

Затмение – это затемнение небесного тела, вызванные положением другого тела между этим телом и источником освещения.

Качество изображений, видимость (seeing)

Термин качество изображений, или видимость в астрономии используется для описания мешающего влияния турбулентности в атмосфере Земли на входящий звездный свет.

Лимб

Внешний край видимого диска небесного тела.

Меридиан

Меридиан это воображаемая линия север-юг в небе, которая проходит через зенит наблюдателя.

Микрон

Микрон или микрометр это одна миллионная часть метра.

Нижнее пересечение

Пересечение внутренней планеты, которое происходит, когда планета выстроились непосредственно между Землей и Солнцем.

Нуклеосинтез

Нуклеосинтез это производство новых химических элементов посредством ядерных реакций. Нуклеосинтез происходит в звездах. Кроме того, этот феномен имел место вскоре после Большого Взрыва.

Орбита

Этот термин обозначает путь объекта вокруг более массивных небесных тел или общего центра масс.

Поток

Поток это мера количества энергии, выделяемой астрономическим объектом в течение определенного количества времени в определенном районе пространства.

Покрытие

Покрытие это событие, которое происходит, когда одно небесное тело и скрывает другое. Например, солнечное затмение – это покрытие Солнца Луной.

Противостояние

Планета находится в противостоянии, когда Земля находится точно между этой планетой и Солнцем.

Параллакс

Параллакс это видимое изменение в положении объектов наблюдаемых из двух разных мест. Это связано только с движением Земли, когда она вращается округ Солнца.

Парсек

Парсек это единица расстояния, которая обычно используется в астрономии и космологии, парсек равен примерно 3,262 световым годам, или 3.09×10^{16} метрам. Это расстояние, на котором звезда будет иметь параллакс 1 угловой секунды.

Периастр

Точка наибольшего сближения двух звезд, как в орбите двойной звезды. Противоположность апоастра.

Перигей

Перигей это точка на орбите Луны или другого спутника, на которой он находится ближе всего к Земле.

Перигелий

Перигелий это точка на орбите планеты или другого небесного тела, где оно находится на максимальном сближении с Солнцем. Земля находится в перигелии (Земля находится ближе всего к Солнцу) в январе.

Планета

Планета это небесное тело, вращающееся вокруг звезды или звездного остатка, которое является достаточно массивным, чтобы быть округленным под силой своей тяжести, но не достаточно массивным, чтобы вызвать термоядерный синтез и, следовательно, не светит само по себе.

Преломление

Преломление это изменение направления волны за счет изменения ее скорости.

Прохождение

Прохождением называют феномен, когда меньший астрономический объект проходит перед большим. За это время кажется что меньший объект пересекает диск большего объекта. Прохождением является также и пролет небесного тела через меридиан наблюдателя.

Разрешение (пространственное)

Пространственное разрешение это способность инструмента, установленного на телескопе различать два объекта в небе, которые разделены малым угловым расстоянием. Чем ближе два объекта, которые инструмент может различить как два отдельных объекта, тем выше пространственное разрешение.

Разрешение (спектральное или частота)

Спектральное разрешение это способность инструмента, установленного на телескопе различать два световых сигнала, которые немного отличаются по частоте. Чем ближе два сигнала по частоте и в то же время инструмент разделяет их как два отдельных компонента, тем выше спектральное разрешение.

Размытие

Так говорят, когда изображение не ясное, и кажется не очень хорошо сфокусированным. Это связано с атмосферными условиями и дифракцией телескопа.

Угловая минута (минута дуги)

Это угловая единица измерения, которая составляет 1/60 градуса, или (π / 10800) радианов. Так как один градус определяется как одна триста шестидесятая (1/360) вращения, одна минута дуги равна 1/21600 оборота.

Угловая секунда (секунда дуги)

Это угловая единица измерения, которая составляет 1/60 минуты дуги или 1 / 3600 градуса, или 1/1296000 круга, или (π / 648000) радианов.

Узел

Одна из двух точек на небесной сфере, связанная с пересечением плоскости орбиты и плоскости отсчета. Положение узла является одним из обычных элементов орбиты.

Фильтр

Фильтр представляет собой оптический прибор, который блокирует определенные типы света и пропускает другие. В астрономии фильтры используются в основном для изучения света от источника в одном определенном цвете, то есть в определенном диапазоне длин волн, что может дать информацию о химическом составе объекта.

Центр масс

Центр масс или центр тяжести тела это точка пространства, в которой считается сосредоточенной вся масса тела для различных расчётов.

Широта

Широта это угловое расстояние к северу или югу от экватора небесного объекта, в том числе Земли.

Эклиптика

Эклиптика это путь, который прокладывает Солнце для наблюдателя с Земли по небесной сфере в течение года. В самом деле, это плоскость, описываемая орбитой Земли вокруг Солнца.

Эфемериды

Эфемеридой является таблица пространственных координат небесных тел и космических аппаратов в зависимости от времени.