

**А.Г. Морозов, А.В. Хоперсков**

# **ФИЗИКА ДИСКОВ**



К 25-летию

Волгоградского государственного университета

ЮБИЛЕЙНАЯ СЕРИЯ

“ТРУДЫ УЧЕНЫХ ВолГУ”

Редакционный совет серии:

Иншаков О.В. (пред.), Сипливый Б.Н. (зам. пред.), Сгибнева О.И.,  
Воронин А.А., Лобанова Л.В., Поляков П.В., Прохвятилова О.А.,  
Пигалев А.И., Сидоров С.Г., Шамне Н.Л.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

А.Г. Морозов, А.В. Хоперсков

## ФИЗИКА ДИСКОВ

Волгоград 2005

УДК 524.6

ББК 22.63

М79

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Волгоградского государственного университета

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, проф. МГУ **А.В.Засов**;  
д-р физ.-мат.наук, ведущий науч. сотр. ГАИШ МГУ **М.Е. Прохоров**

**Морозов А.Г., Хоперсков А.В.**

М79      Физика дисков [Текст]: [монография] / А.Г. Морозов, А.В. Хоперсков; ВолГУ; предисл. А.В. Засова, М.Е. Прохорова. — Волгоград: Изд-во ВолГУ, 2005. — 423 с. — (Юбил. серия “Труды ученых ВолГУ” / редсовет серии: О.В. Иншаков (пред.) [и др.]).

ISBN 5-9669-0014-0

В книге рассматриваются физические процессы, определяющие динамику и пространственную структуру астрофизических дисков (звездных и газовых дисков галактик, аккреционных дисков вокруг компактных объектов, в протозвездных и протопланетных системах). Проводится последовательное изучение динамики малых возмущений и вопросов устойчивости для бесстолкновительных и газодинамических систем. Подробно рассматривается физика многочисленных неустойчивостей. Излагаются основные нелинейные результаты, базирующиеся на проведении численных (компьютерных) экспериментов. Обсуждаются некоторые механизмы образования спиральной структуры галактик.

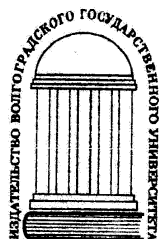
Предназначена для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

ББК 22.63

ISBN 5-9669-0014-0

© А.Г. Морозов, А.В. Хоперсков, 2005

© Издательство Волгоградского  
государственного университета, 2005



## Оглавление

|                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Предисловие</b> . . . . .                                                          | 9  |
| <b>К читателю</b> . . . . .                                                           | 10 |
| <b>1. Данные наблюдений</b> . . . . .                                                 | 14 |
| 1.1. Звездные диски плоских галактик . . . . .                                        | 14 |
| 1.1.1. Распределение поверхностной плотности . . . . .                                | 15 |
| 1.1.2. Структура диска поперек его плоскости . . . . .                                | 15 |
| 1.1.3. Вращение диска . . . . .                                                       | 16 |
| 1.1.4. Дисперсия скоростей звезд . . . . .                                            | 20 |
| 1.2. Газовые диски плоских галактик . . . . .                                         | 21 |
| 1.2.1. Распределение поверхностной плотности . . . . .                                | 21 |
| 1.2.2. Эффективная “температура” газового диска . . . . .                             | 23 |
| 1.2.3. Структура газового диска поперек его плоскости . . . . .                       | 24 |
| 1.3. Особенности крупномасштабной структуры<br>плоских галактик . . . . .             | 24 |
| 1.3.1. Спиральный узор . . . . .                                                      | 24 |
| 1.3.2. Сфероидальные подсистемы . . . . .                                             | 27 |
| 1.4. Активные галактические ядра . . . . .                                            | 30 |
| 1.5. Тесные двойные системы (ТДС) . . . . .                                           | 33 |
| 1.5.1. Звезды типа U Близнецов, или карликовые новые . . . . .                        | 35 |
| 1.5.2. Новые звезды . . . . .                                                         | 36 |
| 1.5.3. Системы с белым и красным карликами . . . . .                                  | 37 |
| 1.5.4. Диски вокруг нейтронных звезд . . . . .                                        | 38 |
| 1.5.5. Диски вокруг черных дыр . . . . .                                              | 40 |
| 1.6. Протозвезды . . . . .                                                            | 41 |
| <b>2. Динамика звездного диска</b> . . . . .                                          | 43 |
| 2.1. Равновесие . . . . .                                                             | 43 |
| 2.1.1. Исходные уравнения . . . . .                                                   | 43 |
| 2.1.2. Равновесная функция распределения звезд . . . . .                              | 45 |
| 2.2. Динамика возмущений в плоскости диска . . . . .                                  | 52 |
| 2.2.1. Постановка задачи . . . . .                                                    | 53 |
| 2.2.2. Возмущенная плотность звездного диска . . . . .                                | 54 |
| 2.2.3. Дисперсионное уравнение . . . . .                                              | 59 |
| 2.2.4. Гравитационные и градиентные неосесимметричные возмущения . . . . .            | 60 |
| 2.3. Физика гравитационной неустойчивости . . . . .                                   | 63 |
| 2.3.1. Самогравитация . . . . .                                                       | 64 |
| 2.3.2. Хаотическое движение . . . . .                                                 | 65 |
| 2.3.3. Вращение . . . . .                                                             | 66 |
| 2.3.4. Функция распределения звезд по скоростям.<br>Звездно-газовые системы . . . . . | 68 |
| 2.3.5. Конечная толщина диска . . . . .                                               | 69 |
| 2.3.6. Дифференциальность вращения . . . . .                                          | 70 |
| 2.3.7. Неоднородный диск . . . . .                                                    | 72 |
| 2.3.8. Обсуждение . . . . .                                                           | 75 |

|                                                                                                                                             |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.4. Условие гравитационной устойчивости диска . . . . .                                                                                    | 75  |
| 2.4.1. Является ли условие Тоомре достаточным для устойчивости<br>реального звездного диска? . . . . .                                      | 75  |
| 2.4.2. Критерий устойчивости неосесимметричных возмущений<br>в дифференциально вращающемся диске конечной толщины . . . . .                 | 77  |
| 2.4.3. Влияние неоднородности диска на его устойчивость . . . . .                                                                           | 78  |
| 2.4.4. Об условиях применимости критерия устойчивости . . . . .                                                                             | 79  |
| 2.4.5. Критерий устойчивости звездного диска . . . . .                                                                                      | 81  |
| 2.4.6. Характерные масштабы неоднородностей поверхностной<br>плотности и дисперсии радиальных скоростей звездных дисков . . . . .           | 82  |
| 2.5. Устойчивость диска относительно изгибных возмущений . . . . .                                                                          | 86  |
| 2.5.1. Динамика изгибных возмущений . . . . .                                                                                               | 86  |
| 2.5.2. Какой должна быть величина $z$ -дисперсии скоростей звезд? . . . . .                                                                 | 87  |
| 2.5.3. Динамика крупномасштабных изгибных возмущений диска,<br>погруженного в массивное гало . . . . .                                      | 91  |
| 2.6. Особенности формы кривых вращения галактик,<br>наблюдаемых с ребра . . . . .                                                           | 95  |
| 2.6.1. Постановка вопроса . . . . .                                                                                                         | 95  |
| 2.6.2. Модели без поглощения . . . . .                                                                                                      | 97  |
| 2.6.3. Модели с поглощением света . . . . .                                                                                                 | 99  |
| 2.6.4. Влияние хаотических движений . . . . .                                                                                               | 101 |
| 2.6.5. Модели с неоднородным распределением пыли . . . . .                                                                                  | 104 |
| <b>3. Численное моделирование звездных дисков</b> . . . . .                                                                                 | 106 |
| 3.1. Динамические модели . . . . .                                                                                                          | 106 |
| 3.1.1. Модели $N$ -тел . . . . .                                                                                                            | 107 |
| 3.1.2. Построение экспериментальных моделей плоских галактик . . . . .                                                                      | 110 |
| 3.2. Крупномасштабная структура звездных дисков . . . . .                                                                                   | 119 |
| 3.2.1. “Глобальный” критерий устойчивости . . . . .                                                                                         | 119 |
| 3.2.2. Устойчивость диска относительно возбуждения бар-моды . . . . .                                                                       | 121 |
| 3.2.3. Влияние газа на развитие бар-моды . . . . .                                                                                          | 126 |
| 3.2.4. Кинематика дисков с баром . . . . .                                                                                                  | 127 |
| 3.2.5. Центральная депрессия звездной плотности . . . . .                                                                                   | 131 |
| 3.3. Звездные диски на границе гравитационной устойчивости . . . . .                                                                        | 133 |
| 3.3.1. Проблема гравитационной устойчивости дисков<br>и критерии устойчивости . . . . .                                                     | 133 |
| 3.3.2. Параметры звездных дисков на границе устойчивости . . . . .                                                                          | 139 |
| 3.3.3. Граница гравитационной устойчивости. Влияние балджа . . . . .                                                                        | 142 |
| 3.3.4. Дифференциальность вращения как фактор,<br>повышающий порог гравитационной устойчивости . . . . .                                    | 145 |
| 3.4. Оценка массы сфероидальных подсистем<br>для выборки дисковых галактик . . . . .                                                        | 147 |
| 3.4.1. Зависимость отношения дисперсии скоростей звезд к скорости<br>вращения $c_r/V$ от относительной массы гало $\mu = M_h/M_d$ . . . . . | 147 |
| 3.4.2. Модель галактики NGC 6503 . . . . .                                                                                                  | 149 |
| 3.4.3. Оценка массы маргинально устойчивых дисков . . . . .                                                                                 | 151 |
| 3.4.4. Оценка массы гало для галактик позднего типа . . . . .                                                                               | 156 |
| 3.5. Изгибные неустойчивости звездного диска . . . . .                                                                                      | 158 |
| 3.5.1. Вертикальная структура звездных дисков<br>и изгибные неустойчивости . . . . .                                                        | 158 |
| 3.5.2. Численное моделирование изгибных неустойчивостей . . . . .                                                                           | 160 |
| 3.5.3. Результаты моделирования галактик, наблюдаемых с ребра . . . . .                                                                     | 172 |
| 3.6. Ограничения на параметры Галактики (Milky Way) . . . . .                                                                               | 175 |
| 3.6.1. Закон вращения Галактики в окрестности . . . . .                                                                                     | 176 |
| 3.6.2. Кинематика центральной области,<br>концентрированный балдж и бар . . . . .                                                           | 181 |

|                                                                                                                                         |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.6.3. Распределение вещества в диске . . . . .                                                                                         | 185        |
| 3.6.4. Кинематика старого звездного диска.<br>Эллипсоид скоростей звезд ( $c_r, c_\varphi, c_z$ ) . . . . .                             | 188        |
| 3.7. Асимметричные галактики (lopsided-галактики) . . . . .                                                                             | 190        |
| 3.7.1. Формирование изолированных lopsided-галактик . . . . .                                                                           | 191        |
| 3.7.2. Динамическая модель Большого Магелланова Облака . . . . .                                                                        | 199        |
| 3.7.3. Результаты динамического моделирования БМО . . . . .                                                                             | 204        |
| 3.8. Сложные несимметричные структуры в центре галактик . . . . .                                                                       | 208        |
| 3.8.1. Проблема двойных баров . . . . .                                                                                                 | 208        |
| 3.8.2. Распределение параметров в области двойного бара . . . . .                                                                       | 208        |
| 3.8.3. К вопросу об устойчивости двойных баров . . . . .                                                                                | 211        |
| 3.9. Релаксационные процессы в звездном диске . . . . .                                                                                 | 213        |
| 3.9.1. Рассеяние на ГМО . . . . .                                                                                                       | 213        |
| 3.9.2. Экспоненциальный профиль яркости звездных дисков . . . . .                                                                       | 216        |
| 3.10 Приливные эффекты . . . . .                                                                                                        | 217        |
| <b>4. Динамика газового диска</b> . . . . .                                                                                             | <b>219</b> |
| 4.1. Равновесные газовые диски . . . . .                                                                                                | 220        |
| 4.1.1. Модель тонкого газового диска . . . . .                                                                                          | 220        |
| 4.1.2. Квазидвумерная иерархическая модель диска . . . . .                                                                              | 225        |
| 4.1.3. Когда газовый диск можно считать тонким? . . . . .                                                                               | 226        |
| 4.2. Динамика возмущений в плоскости диска . . . . .                                                                                    | 230        |
| 4.2.1. Постановка задачи . . . . .                                                                                                      | 230        |
| 4.2.2. Дисперсионное уравнение в изэнтропическом диске . . . . .                                                                        | 233        |
| 4.2.3. Волны Россби . . . . .                                                                                                           | 236        |
| 4.3. Неустойчивости газового гравитирующего диска . . . . .                                                                             | 237        |
| 4.3.1. Условие гравитационной устойчивости газовой подсистемы . . . . .                                                                 | 237        |
| 4.3.2. Может ли условие гравитационной устойчивости дать рецепт<br>оценки поверхностной плотности газовых подсистем галактик? . . . . . | 240        |
| 4.3.3. Условие гравитационной<br>устойчивости неизэнтропического диска . . . . .                                                        | 243        |
| 4.3.4. Градиентно-энтропийная неустойчивость . . . . .                                                                                  | 247        |
| 4.3.5. Возбуждение волн Россби . . . . .                                                                                                | 249        |
| 4.4. Диссипативные эффекты . . . . .                                                                                                    | 252        |
| 4.4.1. Влияние диссипации на гравитационные и энтропийные возмущения . . . . .                                                          | 253        |
| 4.4.2. Быстрая диссипативная неустойчивость . . . . .                                                                                   | 255        |
| 4.4.3. Равновесные флуктуации в газовом диске . . . . .                                                                                 | 257        |
| 4.5. Гидродинамические неустойчивости газового диска . . . . .                                                                          | 260        |
| 4.5.1. Дисперсионное уравнение возмущений разрыва угловой скорости . . . . .                                                            | 262        |
| 4.5.2. Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца . . . . .                                                                                    | 264        |
| 4.5.3. Центробежная неустойчивость . . . . .                                                                                            | 265        |
| 4.5.4. Неустойчивость скачка скорости вращения конечной ширины . . . . .                                                                | 268        |
| 4.5.5. Скачок плотности . . . . .                                                                                                       | 274        |
| 4.5.6. Неоднородные газовые диски с двугорбыми кривыми вращения . . . . .                                                               | 275        |
| 4.5.7. Низкочастотная центробежная неустойчивость . . . . .                                                                             | 278        |
| 4.6. Газовый диск в неосесимметричном потенциале . . . . .                                                                              | 280        |
| 4.6.1. Крупномасштабные ударные волны в газовом диске . . . . .                                                                         | 280        |
| 4.6.2. Спиральная структура в дисках с баром . . . . .                                                                                  | 280        |
| 4.6.3. Эксперименты с эволюционирующей перемычкой . . . . .                                                                             | 281        |
| <b>5. Аккреционные диски</b> . . . . .                                                                                                  | <b>284</b> |
| 5.1. Осесимметричная дисковая аккреция . . . . .                                                                                        | 286        |
| 5.1.1. Диффузионное приближение . . . . .                                                                                               | 286        |
| 5.1.2. Стационарные модели . . . . .                                                                                                    | 292        |
| 5.1.3. Модели с вертикальной конвекцией . . . . .                                                                                       | 293        |

|                                                                                                          |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 5.1.4. Модели карликовых новых . . . . .                                                                 | 295        |
| 5.1.5. Автомодельные нестационарные решения . . . . .                                                    | 299        |
| 5.1.6. “Толстые” аккреционные диски . . . . .                                                            | 301        |
| 5.2. Неосесимметричная дисковая аккреция . . . . .                                                       | 305        |
| 5.2.1. Газодинамическое моделирование перетекания вещества в ТДС.<br>Условия образования диска . . . . . | 305        |
| 5.2.2. Автомодельные ударные волны . . . . .                                                             | 308        |
| 5.2.3. Спиральные ударные волны в ТДС.<br>Газодинамическое моделирование . . . . .                       | 313        |
| 5.3. Неустойчивости в аккреционных дисках . . . . .                                                      | 318        |
| 5.3.1. Неустойчивость радиационно-доминирующей области . . . . .                                         | 318        |
| 5.3.2. Резонансные неустойчивости в моделях аккреционных дисков . . . . .                                | 323        |
| 5.3.3. Неустойчивость Папалойзу–Прингла . . . . .                                                        | 335        |
| 5.3.4. Неустойчивости, обусловленные радиальной неоднородностью<br>давления и энтропии . . . . .         | 341        |
| 5.3.5. Приливная неустойчивость . . . . .                                                                | 347        |
| 5.3.6. Диссипативно-акустическая неустойчивость . . . . .                                                | 348        |
| <b>6. Замечания о природе спирального волнового узора</b> . . . . .                                      | <b>358</b> |
| 6.1. Проблемы возбуждения гравитационных волн плотности . . . . .                                        | 359        |
| 6.1.1. Механизм гравитационной неустойчивости<br>на периферии богатого газом диска . . . . .             | 359        |
| 6.1.2. Роль звездообразования . . . . .                                                                  | 364        |
| 6.1.3. Резонанс радиального потока газа<br>с гравитационной спиральной волной . . . . .                  | 366        |
| 6.1.4. Нелинейное насыщение резонансного усиления<br>спиральных волн на коротационном радиусе . . . . .  | 368        |
| 6.2. Гидродинамическая концепция образования<br>спиральной структуры . . . . .                           | 375        |
| 6.3. Сложные спиральные узоры галактик . . . . .                                                         | 378        |
| <b>Список литературы</b> . . . . .                                                                       | <b>381</b> |

## Предисловие

Книга А.Г. Морозова и А.В. Хоперскова “Физика дисков” посвящена теоретическому исследованию астрофизических дисков, которые представляются важнейшими компонентами спиральных галактик, протопланетных и протозвездных систем, тесных двойных звезд. Газовые диски окружают и сверхмассивные черные дыры в центре многих галактик. К числу фундаментальных проблем, рассматриваемых в этой книге, следует отнести проблему существования скрытой темной массы в галактиках, вопрос о механизмах отвода углового момента, обеспечивающих падение вещества на центральный объект, турбулентность в газовых дисках. Авторы излагают основные данные наблюдений, лежащие в основе классических моделей аккреционных дисков (теория Шакуры-Сюняева), звездных и газовых галактических дисков.

В монографии последовательно развивается подход, основанный на изучении устойчивости аккреционных и галактических дисков в линейном и нелинейном режимах, что приближает к пониманию природы спиральной галактической структуры, галактических баров, сложного строения центральных областей спиральных галактик, изгибов галактических дисков, нестационарности аккрецирующих систем, а в ряде случаев позволяет получать ограничения на параметры астрофизических объектов, прямое определение которых из наблюдений пока невозможно.

Бурное развитие теоретической астрофизики в последние десятилетия в немалой степени связано с возможностями численного эксперимента, и эта книга в какой-то степени восполняет отсутствие на русском языке современного систематического изложения методов построения динамических моделей и основанных на их анализе результатов в приложении к конкретным астрофизическим объектам.

Следует отметить неслучайность выхода такой книги в издательстве Волгоградского госуниверситета, поскольку в ВолГУ в течение многих лет ведутся активные астрофизические исследования, и в частности основанные на развитии методов численного моделирования бесстолкновительных систем и газодинамических течений. Книга, безусловно, представляет интерес не только для специалистов, но и для студентов и аспирантов. Электронный вариант книги был размещен на общедоступном и часто посещаемом сайте WWW.ASTRONET.RU.

Профессор Московского госуниверситета, д.ф.-м.н.

*А.В. Засов*

Ведущий научный сотрудник ГАИШ МГУ, д.ф.-м.н.

*М.Е. Прохоров*

## К читателю

Существенная часть наблюдаемого вещества во Вселенной находится в системах, по внешнему виду напоминающих диски. К ним относится большинство галактик. Но и в самих галактиках диски встречаются достаточно часто. Наблюдаются протозвезды — совсем молодые, только рождающиеся звезды, окруженные дисками. Немалая доля звезд входит в состав двойных систем, проходящих через стадию формирования газового диска вокруг одной из компонент. Планеты возникают из газопылевых дисков, которые называют протопланетными. Солнечная система, состоящая с учетом малых тел (астероидов) из огромного числа объектов, и открываемые в последние годы внешние планетные системы тоже являются дисковыми структурами. Дiskoобразные системы имеются вокруг планет — примерами могут служить кольца Сатурна, Юпитера, Нептуна, Урана. Наконец, в последнее время диски стали обнаруживать в системах, отличительной особенностью которых как раз считалось отсутствие плоских подсистем. Речь идет о наблюдениях эллиптических галактик с так называемыми “толстыми дисками”. Итак, в природе имеется целая иерархия дисков. По-видимому, впервые понятие астрофизического диска возникло в предложенной Лапласом теории образования Солнечной системы. Кольца Сатурна наблюдались еще в XVII в., а галактический диск впервые “увидел” Джинс. Именно Джинс первым понял, что Млечный Путь является плоской вращающейся звездной системой — нашей Галактикой, одной из многих.

Разумеется, физические условия в перечисленных выше системах чрезвычайно многообразны. Вещество дисков выступает в форме звезд, газовых облаков, диффузного газа, пыли; спектр температур лежит в широчайших пределах от десятков до миллионов градусов; наблюдаются магнитные поля от  $10^{-5}$  до  $10^{12}$  Гс; гравитационные поля во внутренних областях аккреционных дисков настолько велики, что требуется привлечение общей теории относительности. Дiskoобразные объекты объединяет между собой прежде всего то, что существуют они благодаря совместному действию *вращения* и *гравитации*. Диски различаются не только пространственными масштабами (от сотен километров до сотен килопарсек), но и характерными временами процессов — от долей секунд

до миллиардов лет. И несмотря на все бросающиеся в глаза различия, диски во многих случаях обнаруживают большое сходство в отношении протекающих в них физических процессов. Очень часто один и тот же физический механизм лежит в основе какого-либо явления в галактическом газовом диске и в аккреционном диске вокруг нейтронной звезды, который по размерам в триллион раз меньше. Весьма схожие процессы (близкие в некоторых случаях даже количественно) протекают в звездном диске, состоящем из практически несталкивающихся частиц-звезд, и в газовом столкновительном галактическом диске, где роль частиц играют массивные газовые облака.

Предметом нашего рассмотрения являются астрофизические объекты. Однако уже давно вместе с широким проникновением в астрофизику современных методов теоретической физики и физики плазмы астрофизика превратилась в своего рода полигон для новых теорий, методов и гипотез, ибо почти всегда во Вселенной находится объект, превосходящий самые смелые фантазии исследователей.

Хотя эта книга посвящена астрофизическим дискам, в первую очередь авторов интересовали не столько астрономические наблюдения, сколько физика явления, выяснение механизмов процессов, ответ на вопрос: почему это происходит или может происходить? Для физика-теоретика выход за атмосферу Земли открывает совершенно фантастические горизонты, в природе реализуются физические условия, превосходящие самые безумные идеи писателей-фантастов. И можно сказать, что научная фантастика безнадежно отстала от современной науки.

В конце 60-х — начале 70-х годов в теоретическую астрофизику пришли исследователи, занимавшиеся физикой плазмы. В астрофизике стали применяться понятия и методы, типичные для этой области, и прежде всего стало формироваться понимание важной и часто определяющей роли *коллективных процессов*<sup>1</sup>. Многие физические механизмы, изученные в рамках физики плазмы, непосредственно использовались для объяснения астрофизических явлений, что во многом обусловило бурное развитие астрофизики.

---

<sup>1</sup> Система, состоящая из большого числа взаимодействующих частиц, обладает коллективными свойствами, что проявляется в самосогласованном движении всех частиц, имеющем волновой характер. Волны могут обмениваться энергией и импульсом. Такого рода взаимодействия называют коллективными.

За прошедшие два десятилетия ситуация начинает меняться. И теперь все чаще результаты, полученные в астрофизике, обогащают и стимулируют другие области физики. Современная теоретическая астрофизика стала ареной, где рождаются самые современные теории, находят практическое применение самые изысканные и рафинированные математические построения. Грань между физикой и астрофизикой все больше стирается. И может быть, главной отличительной чертой астрофизики является то, что она, как правило, комплексно исследует чрезвычайно сложные объекты, имея минимум информации о них, и чтобы понять их природу, необходимо привлекать для анализа большой набор физических дисциплин.

Бурное развитие вычислительной техники последних лет привело к появлению принципиально нового мощного метода исследования физических процессов — *вычислительного эксперимента*. Численное моделирование во многих случаях оказывается единственным способом исследования физических явлений, поскольку применение аналитических методов существенно ограничивается сильной нелинейностью, многомерностью и нестационарностью систем. Разумеется, необходимо конкретизировать, что является критерием отбора материала, объединенного под названием “физика дисков”. Прежде всего речь идет о *крупномасштабной структуре* дисков, которая обусловлена *коллективными процессами*. Наиболее плодотворные исследования относятся к двум направлениям: изучение динамики малых возмущений системы (проблема устойчивости) и численные (компьютерные) эксперименты, и потому этим вопросам уделяется повышенное внимание.

В настоящее время практически все проблемы, стоящие перед теоретиками и рассматриваемые в данной монографии, не получили еще окончательного решения. Во многих случаях имеется несколько подходов, последовательная реализация которых приводит к моделям, не позволяющим ответить на все вопросы, оставаясь в рамках какой-либо одной теории. Это справедливо для спиральной структуры галактик, механизма переноса углового момента вещества в аккреционных дисках, богатейшего спектра нестационарностей в квазарах или тесных двойных системах, природы релаксационных процессов в галактиках и т. д. Поэтому трудно ожидать, что во всех на первый взгляд однотипных объектах

(например, крупномасштабные галактические спирали) действует один универсальный механизм.

Совершенно очевидно, что далеко не все явления, относящиеся к “физике дисков”, нашли отражение в данной книге. Имеются прекрасные работы, освещающие различные аспекты астрофизических дисков, и мы будем неоднократно отсылать читателя к ним. Среди авторов этих работ следует в первую очередь назвать А.М. Фридмана и В.Л. Поляченко, монография которых “Равновесие и устойчивость гравитирующих систем” (1976) [163] (см. также [420, 421]) оказала определяющее влияние на становление общего мировоззрения авторов. Не меньшую пользу получили авторы и от многолетнего и весьма плодотворного сотрудничества с В.Л. Афанасьевым, А.В. Засовым и И.Г. Шухманом. Следует отметить и совместные работы одного из авторов с М.Б. Незлиным и Е.Н. Снежкиным, показавшими в своих экспериментах на “мелкой воде” [153] плодотворность гидродинамической концепции происхождения спиральной структуры галактик. Особо хотелось бы подчеркнуть роль возникшего в середине 80-х волгоградского астрофизического “кластера” в составе И.Г. Коваленко, В.В. Леви, Е.А. Михайловой, В.В. Мусцего, Ю.М. Торгашина и авторов (а также М.А. Еремина, Д.В. Лукина и С.С. Храпова), в “котле” которого созрело немало новых идей и разработок, составивших основу настоящей монографии.

Нам хочется выразить нашу признательность А.В. Засову, Ю.В. Мусцегой, К.А. Постнову, М.Е. Прохорову, прочитавшим рукопись на разных этапах работы над ней и сделавшим ряд замечаний, благотворно повлиявших на ее качество. Большую благодарность авторы хотят выразить В.В. Мусцегому за поддержку и участие.

Особую признательность выражаем ректору Волгоградского государственного университета О.В. Иншакову. Только его настойчивость заставила авторов перевести эту книгу из интернет-формы в традиционную бумажную, которую можно, поглядывая иногда на небо, почитать и на травке.

*Александр Гаврилович Морозов  
Александр Валентинович Хоперсков*

## Глава 1

### Данные наблюдений

В главе 1 приведены основные сведения наблюдательного характера, дающие представление о различных системах, содержащих диски. В первых трех разделах рассматривается крупномасштабная структура плоских галактик; в четвертом сведения касаются только центральных областей галактик, ответственных за активность некоторых типов звездных систем. Ситуации, когда в тесных звездных двойных системах могут возникать аккрецирующие газовые диски, приведены в § 1.5. И наконец, § 1.6 посвящен протозвездным (протопланетным) дискам. Мы не ставили задачу всеобъемлющего изложения наблюдательного материала. Главная цель заключалась в том, чтобы дать представление об основных фактах, которые, с одной стороны, позволяют строить теоретические модели, а с другой — стимулируют желание понять и объяснить наблюдения. Мы не претендуем на полноту библиографии по затрагиваемым вопросам. Задача первой главы — дать представление о порядках физических величин и основных структурных особенностях реальных объектов, что позволит нам при построении теоретических моделей не очень сильно отрываться от действительности.

#### 1.1. Звездные диски плоских галактик

Большинство наблюдаемых галактик могут быть в соответствии с классификацией Хаббла отнесены к плоским. Эти галактики обладают ярким и довольно тонким вращающимся диском с теми или иными структурными особенностями (спирали, перемычки, кольца и т. п.) и сфероидальной подсистемой. Дисковая подсистема обычно состоит из довольно массивного звездного диска и существенно менее массивного газового. Приведем здесь необходимый для дальнейшего изложения (гл. 2–4, 6) краткий обзор основных характеристик подсистем плоских галактик. Более подробное изложение данных наблюдений по плоским галактикам можно найти, например, в книгах Воронцова-Вельяминова [28], Горбачевого [35], Засова [52], Ефремова [45, 47], Ходжа [202], Решетникова [178] (см. также обзор Засова [49]), а по Галактике — в книге Марочника и Сучкова [107].

### 1.1.1. Распределение поверхностной плотности

Усредненное в азимутальном направлении распределение яркости  $I(r)$  вдоль радиальной координаты в звездных дисках галактик, как правило, хорошо описывается экспоненциальным законом

$$I(r)/I(0) \simeq \exp(-r/L_\sigma), \quad (1.1)$$

где характерный радиальный масштаб  $L_\sigma$  в каждой галактике близок в разных спектральных диапазонах [403]. Поэтому обычно считают, что и распределение поверхностной плотности в звездных дисках  $\sigma_*(r)$  тоже является экспоненциальным

$$\sigma_*(r) = \sigma_0 \exp(-r/L_\sigma), \quad (1.2)$$

где  $\sigma_0 = \sigma_*(0)$  и  $L_\sigma \simeq 1 \div 6$  кпк [404, 557]. В частности, в Галактике, по данным разных авторов,  $L_\sigma \simeq 2 \div 5$  кпк и в окрестности Солнца величина поверхностной плотности составляет  $\sim 40 \div 100 \text{ М}_\odot/\text{пк}^2$  ([213, 361, 406, 408, 432, 458, 536, 736, 871], см. § 3.6). Экспоненциальный характер дисков легко обнаруживается, например, в рамках модели образования галактик из однородно вращающейся сферической системы при ее сжатии с сохранением углового момента [557, 623]. Имеются и другие, вязкие сценарии эволюции галактик, приводящие к (1.2) [473, 584].

Отклонения от закона (1.1) обычно имеют место как в центральных частях галактик размером  $r \lesssim L_\sigma$  [403], так и на их периферии. Первые обусловлены, по-видимому, наличием либо яркого балджа или линзы в центральных областях плоских галактик [329, 403], либо “дыры” в центральной части звездного диска [12, 48]<sup>1</sup>. Другое отклонение от закона (1.1) по данным фотометрии галактик, видимых с ребра, состоит в том, что в области  $r \gtrsim (3 \div 5)L_\sigma$  яркость диска убывает заметно быстрее, чем по закону (1.1). Тем самым звездные диски имеют фактически достаточно резкую границу в радиальном направлении [560]. Есть основания считать, что внешняя граница звездного диска Галактики находится на расстоянии 12–15 кпк от центра [736].

Массы звездных дисков плоских галактик лежат в пределах  $10^9 \div 10^{12} \text{ М}_\odot$  (эта величина для Галактики не превышает  $\sim 10^{11} \text{ М}_\odot$ ).

### 1.1.2. Структура диска поперек его плоскости

Объемная плотность вещества (звезд и газа)  $\rho_d(r, z)$  в дисках галактик максимальна в плоскости их симметрии ( $z = 0$ ). С удалением от

<sup>1</sup> Недостаток вещества в центральных областях звездных дисков по сравнению с законом (1.2) (“дыра” или депрессия плотности) заложен, например, в моделях Галактики [334, 380] и ряде других [12].

этой плоскости убывание плотности звездной компоненты диска  $\rho_*(r, z)$ , судя по распределению яркости вдоль  $z$ -координаты [560], удовлетворительно описывается законом

$$\rho_*(r, z) \propto \text{ch}^{-2}(z/\Delta_*), \quad (1.3)$$

где  $\Delta_*$  — эффективная полутолщина звездного диска <sup>2</sup>. Заметим, что при такой зависимости  $\rho_*(r, z)$  поверхностная плотность звездного диска  $\sigma_*(r) = 2 \Delta_* \rho_*(r, z = 0)$ . Величина  $\Delta_*$  в большинстве плоских галактик лежит, по-видимому, в пределах  $0,2 \text{ кпк} \lesssim \Delta_* \lesssim 1,0 \text{ кпк}$  и слабо зависит от радиальной координаты. В частности, аппроксимация разных данных по  $\rho_*(z)/\rho_*(0)$  в окрестности Солнца в Галактике функцией (1.3) приводит к оценке  $\Delta_{*\odot} \simeq 0,2 \div 0,6 \text{ кпк}$ . Причем, результаты, полученные COBE \setminus DIRBE и 2MASS, приводят к вертикальному масштабу диска Галактики около  $0,28 \text{ кпс}$ . Рост вертикальной шкалы с радиусом на периферии является характерной особенностью многих галактик [452, 453], включая нашу [238].

Выделяют также толстый диск, характеризующийся вертикальным масштабом  $\simeq 1,5 \text{ кпк}$ ; его объемная плотность в окрестности Солнца составляет около 2 % от плотности дисковой системы [407]. Следует сказать, что дисковую систему обычно разделяют на старый диск (звезды поздних классов) и плоскую подсистему, которая является наиболее тонкой и состоит из газа, пыли и молодых звезд.

Из сравнения характерных масштабов звездных дисков плоских галактик ( $\Delta_* \ll L_\sigma$ ) ясно, что равновесный гравитационный потенциал  $\Phi_0(r, z)$  гораздо резче изменяется в  $z$ -направлении, чем в радиальном. Поэтому в окрестности плоскости  $z = 0$  естественно полагать  $|\partial^2 \Phi_0 / \partial z^2| \gg |\partial(r \partial \Phi_0 / \partial r) / r \partial r|$  и, следовательно, уравнение Пуассона можно записать в виде  $\partial^2 \Phi_0 / \partial z^2 \simeq 4 \pi G \rho_D$ . Отсюда в простейшем приближении однородного по толщине диска следует оценка частоты колебаний звезды (или другого объекта) поперек плоскости диска

$$\omega_z \simeq \sqrt{4 \pi G \rho_D(z = 0)} = \sqrt{2 \pi G \sigma_D / \Delta_*}. \quad (1.4)$$

### 1.1.3. Вращение диска

Основным движением объектов как звездных, так и газовых дисков галактик является их вращение. Хаотические движения звезд и газовых облаков обычно характеризуются существенно меньшими скоростями, и в первом приближении ими можно пренебречь. В соответствии с этим

<sup>2</sup> Здесь мы говорим о средней по всем типам звезд величине  $\Delta_*$ . Относительно характера распределения звезд разных спектральных классов поперек плоскости диска см. в работе Бартая [13].

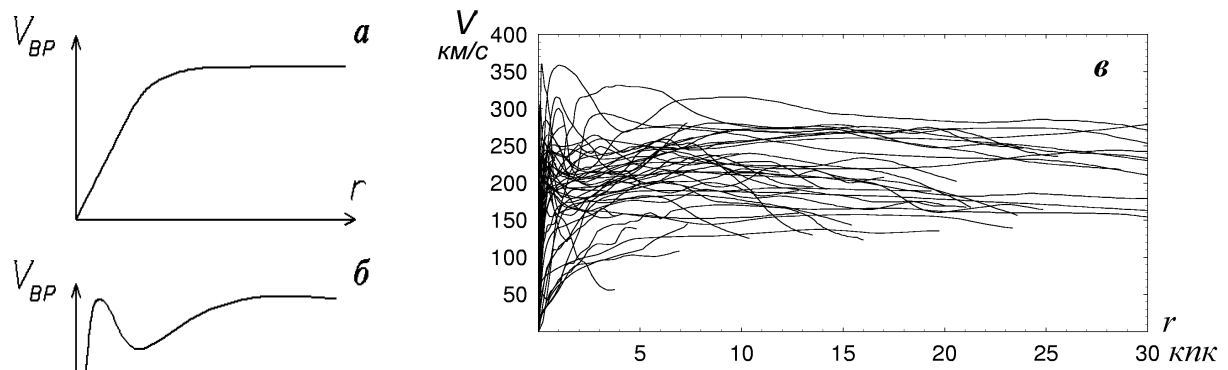


Рис. 1.1. Кривые вращения плоских галактик (схематично): *a* — одногорбая кривая; *b* — двугорбая; *в* — примеры кривых вращения для большой выборки галактик [819]

центробежная сила, приходящаяся на единицу массы на заданном расстоянии от центра диска и компенсирующая градиент общего гравитационного потенциала, оказывается практически одинаковой как для звезд, так и для газовых облаков. Поэтому скорость вращения  $V_{\text{вр}}(r)$  измеряют, как правило, по межзвездному газу. И приводимое ниже разбиение кривых вращения на два типа в равной мере применимо как к звездному, так и к газовому диску [747].

К настоящему времени опубликованы хорошие обзоры кривых вращения большого числа спиральных галактик (см., напр. [747, 748, 750]). Имеются подробные данные по кривой вращения Галактики [14, 31, 160, 201, 242, 277, 305, 812]. Из этих результатов следует, что кривые вращения плоских галактик можно разделить на два типа.

Первый из них характеризуется почти твердотельным вращением центральной части диска ( $V_{\text{вр}} \propto r$ ), с удалением от центра диска постепенно переходящим в кривую вращения типа “плато” [ $V_{\text{вр}}(r) \simeq \text{const}$ ]. На дальней периферии такого диска величина  $V_{\text{вр}}$  может медленно расти, убывать или оставаться приблизительно постоянной (M 33, NGC 157, 300, 681, 1055 и др. — см. рис. 1.1 *a*). Такие кривые вращения можно условно назвать “одногорбыми”.

Другой тип кривых вращения (в дальнейшем называемых “двугорбыми”) характерен тем, что в центральной части диска вместо пологого участка почти твердотельного вращения имеет место резкий рост  $V_{\text{вр}}(r)$  в области  $0 < r \lesssim 0,5 \div 1$  кпк, затем следует область убывания  $V_{\text{вр}}$ , после чего  $V_{\text{вр}}(r)$  вновь возрастает и выходит на плато, как и у галактик с одногорбыми кривыми вращения. Весь внутренний “горб” кривых вращения этого типа как бы накладывается на участок почти твердотельного вращения галактик с одногорбыми кривыми (см. рис. 1.1 *b*). При этом абсолютная величина  $V_{\text{вр}}$  на внутреннем горбе обычно мало отличается

от уровня  $V_{\text{вр}}$  на плато. К этому типу можно уверенно отнести кривые вращения Галактики [201, 812], галактик М31 [746], М81 [446] и многих других.

До недавнего времени почти все галактики считались обладающими одногорбыми кривыми вращения. Однако с возрастанием разрешающей способности наблюдений в ряде из них отчетливо проявилась двугорбость кривых вращения — например, в галактиках NGC 1566, 2590, 2608, 2708, 3200, 4321, 1553 и др. [158, 551, 748, 749]. Действительно, нетрудно видеть, что интервал между центром диска и внутренним горбом кривой вращения ( $0,5 \div 1$  кпк) уже на расстоянии, большем  $10 \div 20$  Мпк, виден под углом, меньшим 10 угловых секунд. По этой причине выявление внутренних горбов на кривых вращения не очень близких галактик представляет собой довольно сложную наблюдательную задачу.

В 1986–1992 гг. на 6-метровом телескопе (САО) была реализована наблюдательная программа по исследованию вращения внутренних областей спиральных галактик [5, 6, 7, 8, 60]. Среди изученных объектов, по крайней мере у половины, кривая вращения может иметь локальные экстремумы.

Причина двугорбости кривых вращения плоских галактик окончательно не ясна. Укажем, однако, два варианта объяснения этого феномена. Во-первых, концентрированное и в то же время массивное центральное образование (балдж) в не очень плотном диске создает в своей внешней части такой градиент гравитационного потенциала, в котором величина  $V_{\text{вр}}(r)$  должна убывать [62]. Если же такой балдж еще и сплюснут (типа линзы), то  $V_{\text{вр}}(r)$  может убывать быстрее, чем по кеплеровскому ( $V_{\text{вр}} \propto r^{-1/2}$ ) закону. На эту возможность впервые было указано в работе [146], а подробное ее обсуждение содержится в монографии Фридмана и Поляченко [420]. Другой вариант был предложен Засовым [48] (см. также — [12]) и состоит в том, что плотный диск с “дырой” в центральной его части позволяет создать двугорбую кривую вращения даже при относительно умеренной концентрации плотности балджа в центре.

Типичные значения максимальной скорости вращения галактик лежат в пределах  $100 \div 300$  км/с. Для Галактики эта величина составляет  $200 \div 240$  км/с (см. § 3.6).

Важнейшей особенностью подавляющего большинства галактик является неубывание кривой вращения на далекой периферии ( $r \gg 2L_\sigma$ ), где плотность вещества диска уменьшается на порядок и больше. Так, например, у Галактики не обнаруживается заметного уменьшения величины  $V_{\text{вр}}(r)$  вплоть до  $16 \div 18$  кпк ([31, 107, 740], см. п. 3.6.1), а возмож-

но, и до  $\sim 60$  кпк [242]. Этот наблюдательный факт свидетельствует о наличии массивного гало за пределами оптического радиуса галактик.

Вернемся теперь к вопросу об отклонениях движения объектов диска от чисто круговых траекторий, характеризуемых радиусом орбиты  $r = r_0 = \text{const}$  и угловой скоростью  $\Omega(r) = V_{\text{вр}}(r)/r$ . Пусть равновесный гравитационный потенциал, создаваемый распределением всего вещества галактики в ее плоскости, есть  $\Phi_0(r)$ , а орбитальный момент объекта единичной массы  $\mathcal{L} = r^2\Omega(r)$ . Тогда движение такого объекта в радиальном направлении происходит в эффективном гравитационном потенциале  $\Phi_{\text{эфф}} = \Phi_0(r) + \frac{\mathcal{L}^2}{2r^2}$  [93]. Соответствующее уравнение движения имеет вид

$$\ddot{r} = -\frac{\partial\Phi_{\text{эфф}}}{\partial r} = -\frac{\partial\Phi_0}{\partial r} + \frac{\mathcal{L}^2}{r^3}.$$

Однако в точке минимума  $\Phi_{\text{эфф}}(r)$  (круговая орбита  $r = r_0$ )

$$\left.\frac{\partial\Phi_0}{\partial r}\right|_{r=r_0} \equiv \frac{\mathcal{L}_0^2}{r_0^3} = r_0 \Omega^2(r_0).$$

Поэтому при  $|r - r_0| \ll r_0$  уравнение движения принимает вид

$$\ddot{r} = -\left[4\Omega^2 + 2r\Omega\frac{d\Omega}{dr}\right] \cdot (r - r_0),$$

откуда следует, что движение рассматриваемого объекта в радиальном направлении при малых  $|r - r_0|$  оказывается гармоническим и характеризуется частотой

$$\varkappa = 2\Omega\sqrt{1 + \frac{r}{2\Omega}\frac{d\Omega}{dr}}, \quad (1.5)$$

называемой *эпициклической*. Отметим, что в случае твердотельного вращения  $\varkappa = 2\Omega$ , для кеплеровского вращения частоты вращения и эпициклическая совпадают, а на участках кривых вращения типа “плато”  $\varkappa \simeq \sqrt{2}\Omega$ .

Интересно хотя бы в первом приближении оценить соотношение частот колебаний звезды в плоскости диска (1.5) и поперек ее плоскости (1.4). Очевидно, что в центральной части диска, где распределение вещества с учетом балджа близко к сферическому, эти частоты сравнимы. Однако на периферии галактики это не так. Действительно, внутри сферы радиусом  $R \simeq (4 \div 5)L_\sigma$  масса экспоненциального  $[\sigma_*(r) = \sigma_0 \exp(-r/L_\sigma)]$  диска равна  $M_d \simeq 2\pi\sigma_0 L_\sigma^2$  и, следовательно, по порядку величины

$$\varkappa \sim \Omega \sim (M_d G/R^3)^{1/2} \simeq (2\pi G \sigma_0 L_\sigma^2/R^3)^{1/2}$$

(в этих оценках полагаем массу сфероидальной подсистемы порядка или меньше массы диска). Тогда

$$\frac{\varkappa}{\omega_z} \simeq \left(\frac{\Delta_*}{L_\sigma}\right)^{1/2} \left(\frac{L_\sigma}{R}\right)^{3/2} \exp\left\{\frac{R}{2L_\sigma}\right\} \Big|_{R=4\div 5 L_\sigma} \simeq \left(\frac{\Delta_*}{L_\sigma}\right)^{1/2} \ll 1.$$

В частности, по данным наблюдений в окрестности Солнца в Галактике  $\varkappa/\omega_z \sim 0,3$ . Этот результат позволит нам при построении теории равновесия и устойчивости звездного диска рассматривать отношение  $\varkappa/\omega_z$  как малый параметр.

#### 1.1.4. Дисперсия скоростей звезд

Звезды в дисках плоских галактик движутся, испытывая отклонения от круговых орбит. В галактиках без бара <sup>3</sup> или вдали от него эти отклонения невелики и могут характеризоваться наличием у звезды компонент  $v_r$ ,  $v_\varphi$ ,  $v_z$  пекулярной (за вычетом вращательной  $V_{\text{вр}}(r)$ ) скорости. Распределение звезд по остаточным скоростям удовлетворительно описывается шварцшильдской функцией распределения (максвелловские распределения по каждой из компонент скоростей с различными “температурами”):

$$f(v_r, v_\varphi, v_z) \propto \exp\left\{-\frac{v_r^2}{2c_r^2} - \frac{v_\varphi^2}{2c_\varphi^2} - \frac{v_z^2}{2c_z^2}\right\}, \quad (1.6)$$

в которой дисперсии скоростей  $c_r$ ,  $c_\varphi$ ,  $c_z$  являются функциями координаты  $r$ .

В солнечной окрестности Галактики для наиболее старого звездного населения диска  $(c_r, c_\varphi, c_z) = (38, 24, 20)$  км/с [369] <sup>4</sup>. Более ранние исследования Вилена [897, 898], Огородникова и Осипкова [156] приводили к более высоким значениям дисперсии скоростей  $(c_r, c_\varphi, c_z) = (48, 29, 25)$  км/с ( $c_r/c_\varphi/c_z = 1/0,60/0,52$ ). Наблюдаемое соотношение между  $c_r$  и  $c_\varphi$  (см. также [73, 190]) близко к вытекающему из условия равновесия диска  $c_\varphi/c_r = \varkappa/2\Omega$  (см. гл. 2). Величина отношения  $c_z/c_r$  зависит от возраста звезд [190]. Для наиболее старых (возраст которых не меньше  $9 \cdot 10^9$  лет) звезд диска Галактики  $c_z/c_r \simeq 0,4$  [897]. Наблюдательные данные по молодым звездам дают  $c_z/c_r \simeq 0,7 \div 0,85$

<sup>3</sup> Бар — вытянутое овалоподобное образование в центре некоторых (SB) галактик (см. § 1.3).

<sup>4</sup> Согласно работе [898], дисперсия скоростей звезд практически не зависит от их массы, но изменяется с их возрастом. Так, для звезд моложе  $5 \cdot 10^7$  лет величина  $c_r \simeq 8 \div 10$  км/с практически не отличается от дисперсии скоростей газовых облаков, а для звезд-карликов, возраст которых близок к возрасту Галактики ( $\simeq 1 \cdot 10^{10}$  лет),  $c_r \simeq 65 \div 70$  км/с. Зависимость дисперсии скоростей звезд от их возраста удовлетворительно аппроксимируется выражением  $\hat{c} = (c_0^2 + D\tau)^{1/2}$ , где  $\hat{c} = (c_r^2 + c_\varphi^2 + c_z^2)^{1/2}$ ;  $c_0 = 10$  км/с;  $\tau$  — возраст звезды (в годах);  $D = 6 \cdot 10^{-7}$  (км/с)<sup>2</sup>/год.

[74, 75, 76]. Выделяют дополнительно толстый звездный диск, который характеризуется большими значениями дисперсии скоростей звезд. Анизотропия функции распределения (1.6) подчеркивает бесстолкновительность звездных дисков галактик [215] и, следовательно, диктует способ описания их динамики с помощью бесстолкновительного кинетического уравнения.

Как отмечалось выше, скорость вращения вещества диска существенно превышает величины остаточных скоростей звезд, характеризуемых дисперсиями  $c_r$ ,  $c_\varphi$ ,  $c_z$  (так, в окрестности Солнца  $V_{\text{вр}} \simeq 200 \div 250$  км/с). Этот факт позволит нам в дальнейшем воспользоваться эпициклическим приближением (главным порядком по малому параметру  $\zeta = c_r/V_{\text{вр}}$ ).

Из-за трудностей наблюдательного определения дисперсий скоростей звезд объем данных по радиальной зависимости величины  $c_r(r)$  за пределами солнечной окрестности Галактики и в других галактиках невелик. В целом величина дисперсии  $c_r$  убывает с удалением от центра и практически всегда убывание дисперсии с ростом  $r$  оказывается более медленным, чем для поверхностной плотности звездного диска [111]. С удалением от центра отношение  $\zeta = c_r/V_{\text{вр}}$ , как правило, уменьшается. Для плоских галактик в области  $r \gtrsim L_\sigma$  типичные значения параметра  $\zeta$  составляют  $0,1 \div 0,3$  [50, 316, 317, 318, 551, 552].

В заключение раздела упомянем о том, что удалось выделить слабые диски в экваториальной плоскости  $E$ -галактик. Светимость таких дисков составляет несколько процентов от общей светимости, и они являются достаточно толстыми (10–20 % от размера галактики) [339, 774].

## 1.2. Газовые диски плоских галактик

### 1.2.1. Распределение поверхностной плотности

Газ в плоских галактиках наблюдается в основном в виде тонкого диска, плоскость симметрии которого совпадает с плоскостью симметрии звездного диска<sup>5</sup>. Основными по массе компонентами газового диска являются атомарный и молекулярный водород, а также гелий. До недавнего времени в связи с трудностями оценки массы молекулярного водорода общая доля газа в галактиках систематически занижалась. Так, в 60-х годах считалось, что вклад газа в поверхностную плотность диска Галактики не превышает  $2 \div 5$  %, но затем эта оценка (с учетом  $\text{H}_2$ , гелия

<sup>5</sup> На периферии плоских галактик за пределами их спирального узора слой газа часто искривляется, отклоняясь от плоскости симметрии звездного диска на расстояние до нескольких килопарсек.

и уменьшения оценки плотности звезд) возросла до  $10 \div 15\%$  [761]. Относительная доля газа увеличивается при переходе от галактик ранних морфологических типов ( $S0$ ,  $Sa$ ) к объектам поздних типов ( $Sd$ ).

Усредненное в азимутальном направлении распределение поверхностной плотности в газовых дисках  $\sigma_g(r)$  обычно заметно отличается от распределения поверхностной плотности в звездных дисках в основном в центральных областях галактик. Отсылая читателя за результатами по другим галактикам к обзорам [49, 52] и к цитированным в них работам, опишем в качестве примера характер распределения  $\sigma_g(r)$  в Галактике [759, 761, 762]. В центральной части диска Галактики ( $r \lesssim 1$  кпк) поверхностная плотность газового диска (состоящего из молекулярного водорода) достигает нескольких сотен  $M_\odot/\text{пк}^2$  и резко убывает к области  $r \simeq 2 \div 4$  кпк, где  $\sigma_g \simeq 6 \div 8 M_\odot/\text{пк}^2$ . Затем следует широкое и довольно плотное ( $\sigma_g \simeq 20 \div 30 M_\odot/\text{пк}^2$ ) молекулярное кольцо в области  $r \simeq 5 \div 8$  кпк, за пределами которого (фактически начиная с  $r \simeq 6$  кпк)  $\sigma_g \propto \exp(-r/L_g)$ , где  $L_g \simeq 4$  кпк ( $\simeq L_\sigma$ ). В области  $12 \text{ кпк} \lesssim r \lesssim 15 \text{ кпк}$  величина  $\sigma_g(r)$  остается практически постоянной ( $\simeq 5 \div 6 M_\odot/\text{пк}^2$ ). Качественно аналогичный характер распределения  $\sigma_g(r)$  имеет место и в М 81 [745]. Заметим, что аналогичные молекулярные кольца наблюдаются в других спиральных галактиках на расстоянии  $3 \div 8$  кпк от центра [364, 383].

*Гигантские молекулярные облака.* Важно отметить также тот факт, что существенная доля массы газового диска Галактики (по разным оценкам  $20 \div 90\%$ ) содержится в облаках [821]. Массы отдельных облаков могут достигать величины порядка  $(2 \div 5) \cdot 10^6 M_\odot$ , а их диаметры — до  $80 \div 100$  пк. Такие объекты называют гигантскими молекулярными облаками (ГМО). Концентрация молекулярного водорода в ГМО составляет  $n \simeq 10^3 \text{ см}^{-3}$ , а температура газа всего  $T \sim 10 \div 100$  К. Средние значения диаметра и массы составляют соответственно  $d \simeq 30 \div 40$  пк и  $\simeq 5 \cdot 10^5 M_\odot$ , а их общее количество в Галактике оценивается в 4000. Нет оснований считать, что наша Галактика в этом отношении является уникальной; например, в М 31 обнаружено ГМО размером 160 пк и массой  $1,3 \cdot 10^6 M_\odot$  [340].

Общая масса ГМО в кольце  $2 < r < 10$  кпк составляет по данным [822] (и ссылки там на другие работы)  $(0,7 \div 3,9) \cdot 10^9 M_\odot$ . Однако вопрос о полном количестве газа в Галактике до конца не решен, так как имеется ряд трудностей в интерпретации наблюдений. Поскольку облака холодные ( $10 \div 100$  К), молекулы водорода не могут быть обнаружены прямо. Переходы между соседними вращательными уровнями энергии

у молекулы водорода запрещены, а чтобы молекула получила энергию, соответствующую разности между двумя вращательными уровнями, газ является недостаточно горячим. Поэтому основным источником информации являются молекулы окисла углерода, для которых переход между соседними вращательными уровнями разрешен ( $\lambda_{CO} = 2,6$  мм).

По-видимому, можно считать, что отношение массы газа в Галактике к массе звездного диска составляет  $\sim 10$  %. Обращаясь к наблюдениям других плоских галактик, можно сказать, что встречаются достаточно разнообразные ситуации: по данным [701] масса нейтрального водорода составляет около 20 % массы NGC 289 и всего 2 % массы NGC 7496. Есть основания полагать, что в некоторых галактиках поздних типов (NGC 7793, 6946, 5457, 2403) доля газа может достигать  $\sim 30$  % от массы диска [258].

Интересная особенность отмечается в работе [371]: ГМО во внешней области Галактики имеют больший размер и массу, чем облака во внутренней части Галактики. Массу молекулярного газа при  $r > 11$  кпк они оценивают в  $(1 \div 7) \cdot 10^8 M_{\odot}$ .

### 1.2.2. Эффективная “температура” газового диска

Помимо ГМО газ образует небольшие молекулярные облака ( $d \sim 10$  пк), диффузные облака нейтрального водорода HI ( $n \simeq 40$  см $^{-3}$ ,  $T \simeq 50 \div 100$  K), межоблачный газ HI ( $T \simeq (7 \div 9) \cdot 10^3$  K), области ионизованного водорода (зоны HII) и области разреженного горячего газа (корональный газ,  $T \sim 10^6$  K).

Поскольку большая часть массы газа заключена в облаках, естественно рассматривать их как своеобразные макромолекулы и определить эффективную “температуру” газового диска через дисперсию скоростей газовых облаков. Последняя по данным наблюдений в Галактике составляет  $5 \div 7$  км/с [263, 428, 761, 833]. Этот результат характеризует одномерную дисперсию скоростей  $c_g^{(1)}$ . В то же время общее распределение газовых облаков по скоростям оказывается практически изотропным — соответственно трехмерная дисперсия скоростей  $c_g^{(3)} \simeq 9 \div 12$  км/с. Последнее обстоятельство говорит о столкновительности газового диска, состоящего из “макромолекул” — газовых облаков, и, следовательно, о необходимости описания его динамики системой газодинамических уравнений.

Важно отметить еще два аспекта обсуждаемого вопроса. Во-первых, дисперсия скоростей газовых облаков, в отличие от величины  $\sigma_g$ , как правило, очень слабо зависит от радиальной координаты, оставаясь близкой к постоянной величине на большей части диска, за исключением об-

ластей интенсивного звездообразования. Так, например, в Галактике, по данным Бартона [330], характерный пространственный масштаб убывания величины  $c_g^{(1)}$  к периферии диска при аппроксимации экспоненциальным законом  $c_g^{(1)} \propto \exp(-r/L_{cg})$  составляет  $L_{cg} \simeq 16 \div 17$  кпк (ср. с  $L_g \simeq 4$  кпк [759]). Во-вторых, величина дисперсии скоростей газовых облаков слабо зависит от типа и массы галактики (см., например, данные Унвина по М31 [858] и обсуждение этого вопроса ван дер Круитом [556]), и для оценок можно, по-видимому, полагать, что в плоских галактиках  $c_g^{(3)} \simeq 8 \div 12$  км/с.

В окрестности  $r \simeq 0,4$  кпк в Галактике имеется область резкого изменения величины  $c_g^{(3)}$  от  $\simeq 20$  км/с до 8 км/с на участке протяженностью  $\simeq 0,3$  кпк. Эта особенность совпадает с областью, где имеется понижение плотности газа и где  $V_{Br}$  достигает внутреннего максимума, хотя область значительного изменения скорости существенно шире ( $0,2 \div 1,2$  кпк).

### 1.2.3. Структура газового диска поперек его плоскости

Как правило, распределение объемной плотности газа (молекул — облаков) поперек плоскости диска удовлетворительно описывается гауссовым законом [739, 761]

$$\rho_g(z) \propto \exp \left\{ -[z/(1,2 h)]^2 \right\}, \quad (1.7)$$

где  $h$  — характерная полутолщина газового диска ( $\rho_g(h)/\rho_g(0) = 1/2$ ). В связи с тем, что дисперсия скоростей газовых облаков много меньше дисперсии скоростей звезд поперек плоскости диска <sup>6</sup> (например,  $(c_g^{(1)}/c_z)_{\odot} \simeq 0,2 \div 0,3$ ), толщина газового диска тоже оказывается малой по сравнению с толщиной звездного диска. Так, в Галактике величина  $h$  составляет  $40 \div 75$  пк в довольно обширной области диска  $3 \text{ кпк} \lesssim r \lesssim 10 \text{ кпк}$  [761]. В то же время на периферии плоской галактики ( $r \gtrsim 4 \div 5 L_{\sigma}$ ), где плотность звездного диска  $\sigma_* \sim \sigma_g$ , толщина газового диска может стать довольно значительной ( $h \sim \Delta_*$ ).

## 1.3. Особенности крупномасштабной структуры плоских галактик

### 1.3.1. Спиральный узор

Уже по классификации Хаббла плоские галактики были разделены на подмножества (рис. 1.2): *SO*-галактики без каких-либо четко выраженных структур и, как правило, практически без газа; *S* — собственно

<sup>6</sup> За исключением далеких периферийных областей.

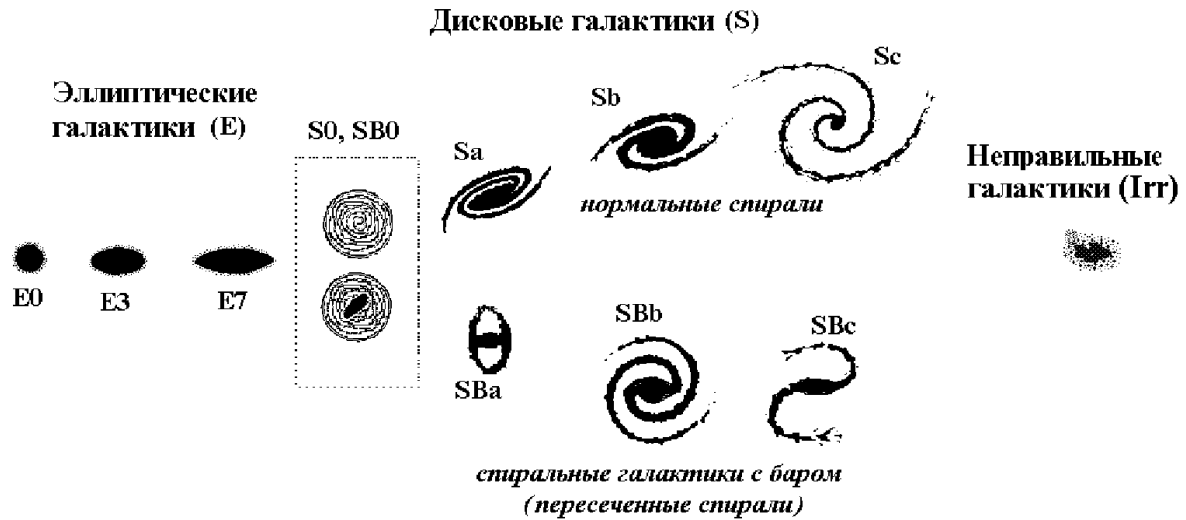


Рис. 1.2. Классификация галактик, основанная на камертонной диаграмме Хаббла. Галактики S0 обладают плоской компонентой без спиральных ветвей

спиральные галактики и *SB* — спиральные галактики с перемычками, в которых два спиральных рукава отходят почти под прямым углом от вращающейся в центре галактики перемычки (бара).

Геометрия спиральных структур поражает своим многообразием. В обычных спиральных галактиках (типа *S*) чаще всего обнаруживают два глобальных спиральных рукава — как, например, у М 51, М 74, М 81, М 100, М 106, NGC 2997. Однако нередки и галактики с многочисленными спиральными сегментами (например, М 33, NGC 5055 — см. в книге Воронцова-Вельяминова [28]), NGC 4414, многоярусные спирали с различным числом рукавов в различных областях диска по радиусу (NGC 1232, 157), галактики с ветвлением спиральных рукавов (NGC 151, 1288, 2997, 4725, 4736, 5033, 6946, 7412 и др.), с существованием плотного газового кольца, наложенного на спиральную структуру (NGC 1024, 2223, 3124, 3344, 7329 и др.), с наличием спиральной структуры в центральной области бара (NGC 1512) и т. д. У NGC 4622 наблюдается редкая двухъярусная структура, у которой закрутка внешних и внутренних ветвей не совпадает.

По внешнему виду наиболее естественно разделять галактические спиральные структуры на два основных типа. К первому следует относить симметричные относительно центра длинные рукава, образующие *глобальный* спиральный узор, занимающий практически всю галактику<sup>7</sup>. Во вторую группу можно объединять *фрагментарные* спиральные структуры, представляющие собой клочковатые, геометрически неправильные волокнистые образования — короткие обрывки рукавов, кото-

<sup>7</sup> Такой спиральный узор называют grand design.

рые не создают регулярного спирального узора<sup>8</sup>. По данным наблюдений фрагментарных галактик существенно больше, чем галактик с регулярной структурой [45]. Хотя четкое разграничение между ними провести непросто.

По современным представлениям в большинстве случаев механизмы образования глобального и фрагментарного спиральных узоров имеют разную природу. Первый обусловлен глобальной спиральной волной плотности, распространяющейся по галактическому диску. Во втором случае основной причиной является растягивание областей звездообразования за счет дифференциального галактического вращения в обрывки спиральных рукавов. Важным фактором представляется также возможное распространение процесса звездообразования на соседние области. Следует иметь в виду, что возможно сосуществование в одной галактике регулярного и фрагментарного спиральных узоров.

Как видим, спиральная структура галактик чрезвычайно разнообразна, и трудно ожидать наличия единого физического механизма образования спиралей. Отдельные флукулентные спирали могут иметь волновую природу, часть обусловлена приливным взаимодействием. Регулярные галактики весьма сильно различаются своими характеристиками: присутствием газа, наличием спутников и/или бара, кривой вращения, активностью ядер и т. д. Даже у одной и той же галактики одновременно может действовать несколько факторов, приводящих к реально наблюдаемой спиральной структуре.

По-видимому, почти у всех спиральных галактик спиральные ветви являются отстающими — концы таких спиралей ориентированы противоположно направлению вращения вещества диска [159]. Форму спиральных ветвей пытались аппроксимировать как логарифмическими [363], так и архимедовыми [70] спиралями. Угловая протяженность подавляющего большинства спиральных ветвей меньше  $2\pi$  [70]. Возможно, лидирующие спиральные ветви могут возникать в тесных парах при движении спутника против собственного вращения галактики [848].

Хорошо различим спиральный узор в галактиках, видимых практически “плашмя”. С уменьшением угла наклона плоскости галактики к лучу зрения определение параметров спиральной структуры становится более трудной задачей. Особую сложность представляет выявление геометрических параметров спирального узора Галактики. Было общепринято считать, что она является спиральной галактикой без перемычки. С середины 90-х годов появились основания для сомнений в справедливости

<sup>8</sup> Их также называют флукулентными спиралями (floculent).

ности этой точки зрения. Анализ прежде всего кинематики газа в центральной области не исключает наличия бара в Галактике ([308], § 3.6).

Как правило, контраст яркости (а следовательно, и плотности) спирального узора галактик по старым звездам диска (в красной области спектра) невелик — в пределах от нескольких процентов до  $30 \div 40\%$  от осесимметричного фона<sup>9</sup>. Но по газу перепад плотности от спирального рукава к межу рукавному пространству достигает обычно величины порядка усредненной в азимутальном направлении плотности газового диска (не считая области вблизи фронта волны сжатия, где скачок плотности значительно выше). Молодые звезды ранних спектральных классов (с высокотемпературной поверхностью) концентрируются к спиральным ветвям и как наиболее яркие фактически и высвечивают спиральный узор на общем фоне диска. В целом эти факты говорят о важной роли газовых подсистем и процессов звездообразования в создании спирального узора галактик.

### 1.3.2. Сфероидальные подсистемы

Как уже отмечалось выше, плоские галактики обладают и сферической подсистемой, объемная плотность которой убывает с удалением от центра галактики (при этом обычно выделяют внутренний балдж, звездное гало и темное гало). Дисперсия скоростей звезд этой подсистемы сравнима с их круговой скоростью [406]. Обычно именно по этому признаку их и выделяют из общего диска звезд в солнечной окрестности Галактики, относя звезды с малыми радиальными скоростями к населению диска. По данным [651], дисперсия звезд гало в Галактике  $(c_r, c_\theta, c_\varphi) = (133 \pm 8, 98 \pm 13, 94 \pm 6)$  км/с.

Прямое определение объемной плотности звезд сфероидальной подсистемы Галактики, а следовательно и ее массы, затруднено в связи с тем, что большая, по-видимому, часть звезд этой подсистемы обладает низкой светимостью. Так, по оценкам Шмидта [771], масса звезд сфероидальной подсистемы  $M_h$  в сфере с радиусом солнечной орбиты не превышает 2–6 % от массы звездного диска в той же области. С другой стороны, в [649] сделан вывод о том, что в сфере радиуса солнечной орбиты на долю диска приходится не более половины полной массы Галактики  $M_h/M_d(r < R_\odot) \gtrsim 1$ , а по оценкам Вольтера [902],  $M_h/M_d(r < R_\odot) \gtrsim 3$ . В модели, построенной в работе [465], принято, что в пределах 15 кпк масса сфероидальных компонент мала по сравнению с массой плоских,

<sup>9</sup> В некоторых редко встречающихся галактиках ранних типов с крайне низким содержанием газа видны только слабоконтрастные спиральные ветви по старым звездам [899]. В галактиках с баром может наблюдаться весьма мощная (до 50 %) волна плотности в старом населении диска [45].

но корона дает основной вклад на больших расстояниях от центра.

Дополнительным аргументом в пользу довольно массивных сфероидальных подсистем плоских галактик служит и вид их кривых вращения на периферии диска. Если бы массы сфероидальных подсистем были пренебрежимо малы по сравнению с массой дисков в пределах оптического радиуса, то на периферии таких галактик величина  $V_{\text{вр}}(r)$  заметно убывала бы, как у NGC 157 [753]. Количество таких галактик, однако, чрезвычайно мало [49]. В гораздо большем числе плоских галактик на периферии их дисков (в области  $r \gtrsim 4 \div 5 L_\sigma$ , где звездный диск фактически исчезает)  $V_{\text{вр}}(r) \simeq \text{const}$  или даже несколько возрастает с удалением от центра галактики [160, 748, 749, 750]. Ясно, что этот факт требует наличия довольно обширных и массивных сфероидальных подсистем в плоских галактиках. Так, например, у спиральной галактики низкой светимости NGC 5585 в пределах измеренной кривой вращения ( $r \lesssim 7L_\sigma \simeq 10$  кпк) масса темного гало должна составлять  $\simeq 90\%$  полной массы системы [356]. В работе [258] построены модели 48 конкретных спиральных галактик. Из них только 15 не содержат гало. В двадцати трех случаях гало маломассивное ( $0,2 < M_h/M_d < 1$ ), и 10 моделей включают массивные сфероидальные подсистемы ( $M_h/M_d \geq 1$ ).

Имеется и ряд других указаний на существование массивных сферических подсистем вокруг плоских галактик, которые легко объясняют динамическое поведение дисков. Так, например, в отсутствие гало при низкой дисперсии скоростей звезд диска развивается бароподобная структура в центре, однако не все галактики с динамически холодным диском относятся к типу *SB*; отношение величины дисперсии звезд к круговой скорости  $c_r/V_{\text{вр}}$  обратно пропорционально отношению  $M_h/M_d$ , и для объяснения наблюдаемых значений  $c_r/V_{\text{вр}}$  необходимо считать  $M_h \sim M_d$ . Условием длительного существования области пониженной плотности (депрессии, см. п. 1.1.1) в центральной части диска также может выступать массивная сфероидальная подсистема. Наблюдаемые с ребра тонкие галактики с отношением осей  $b/a \leq 0,1$  имеют такую геометрическую толщину, которая может быть объяснена только при наличии темного массивного гало [53]. Подробнее вышеперечисленные эффекты обсуждаются в главе 3.

Обнаруженные не так давно рентгеновские короны галактик<sup>10</sup>, существенно превышающие видимые размеры систем, связаны с горячим газом ( $T \sim 10^7$  К). Для гравитационного удержания газа, накапливающегося в процессе эволюции системы, необходима дополнительная мас-

<sup>10</sup> В основном у эллиптических галактик, но есть и у спиральных.

сивная компонента (темная масса), излучение которой не наблюдается.

Совершенно удивительная галактика A0136-0801 имеет газовое кольцо на расстоянии приблизительно трех радиусов звездного диска, которое расположено в плоскости, перпендикулярной диску, и при этом оно вращается в своей плоскости симметрии со скоростью вращения периферии звездного диска. Этот феномен не только указывает на наличие темной подсистемы, но и свидетельствует о сферической симметрии распределения вещества в невидимой короне. О похожей картине в NGC 2787 сообщает Шостак [799], только кольцо находится на расстоянии двух оптических размеров галактики (20 кпк) и расположено под углом к плоскости галактики. Совокупность наблюдений позволяет предположить для этой системы отношение  $M_h/M_d \simeq 4$  в пределах 22 кпк. Скорости вращения полярных колец и дисков для трех *SO* галактик NGC 2685, A 0136-0801, NGC 4650A оказываются близкими друг к другу  $V_{ring}/V_{disk} = 0,97 \pm 0,08$  [896]. Кинематика этих систем свидетельствует в пользу достаточно массивного сфероидального гало.

Непонятно, что представляет собой это темное вещество вокруг галактик. Разумеется, недостатка в предположениях нет. Но все они пока еще относятся к разряду гипотез. Скажем, современная теория звездообразования и эволюции звезд не позволяет рассчитывать, что суммарная масса нейтронных звезд, ушедших из диска после распада проэволюционировавших тесных двойных звездных систем, может превышать несколько процентов от величины  $M_d$ . Весьма популярна гипотеза о том, что темное вещество состоит из элементарных частиц. Возможно, что массивное гало состоит просто из звезд-карликов малой светимости, но не ясно, почему их там так много.

Имеются и свидетельства против невидимых сильно протяженных массивных оболочек вокруг галактик (корон). Дело в том, что у двойных галактик статистическим путем можно определить массы компонент по относительным лучевым скоростям. По отдельности массы  $M_d$  и светимости  $L_d$  плоских галактик могут различаться от объекта к объекту на несколько порядков. Но отношение  $f = M_d/L_d$  для одиночных галактик заключено в небольшом интервале значений ( $f \simeq 2 \div 10_{\odot}/L_{\odot}$ )<sup>11</sup>. Распространяя это и на двойные галактики, можно посмотреть, имеется ли превышение массы, вычисленной по относительному движению, над массой, определенной по светимости. Караченцев [71] отмечает, что примерно до середины 70-х годов считалось общепринятым наличие избытка вириальной массы, и это расценивалось даже как универсальная

<sup>11</sup> В среднем у Sa-галактик  $f = 6,2$ ; у Sb — 4,5; у Sc — 2,6.

закономерность мира галактик. Однако в настоящее время имеются существенные сомнения в этом. И по заключению Караченцева [71] данные наблюдений свидетельствуют против предположения о существовании вокруг двойных галактик массивных невидимых сильно протяженных корон. Но, по-видимому, делать однозначные выводы о наличии скрытой массы в двойных системах еще рано [650].

*Балдж.* У многих плоских галактик имеется ярко выраженное шарообразное утолщение в центре — балдж, размеры которого малы по сравнению с диском ( $R_B \lesssim L_\sigma$  и часто  $R_B \ll L_\sigma$ ). Балдж состоит прежде всего из звезд и прекрасно виден. Общая масса балджа  $M_b$  незначительна по сравнению с общей массой диска  $M_d$  у  $Sb$ -,  $Sc$ -галактик и может быть весьма ощутимой у некоторых  $Sa$ -галактик. Так, например, по данным [399], у NGC 4450  $M_b/M_d \simeq 2,7$ . Форма балджа удовлетворительно представляется сплюснутым эллипсоидом вращения. По степени сплюснутости наблюдаются как практически сферические, так и сильно-сплюснутые балджи — линзы (с отношением полуосей вплоть до  $\simeq 1/6$ ).

*Бар.* Примерно у половины спиральных галактик в центральной области находится яркая сильновытянутая овалоподобная твердотельно вращающаяся перемычка (бар). Такие звездные системы называют пересеченными (SB) спиральными галактиками. Длины больших полуосей баров составляют  $\sim 1 \div 5$  кпк. Весьма часто бары содержат много газа и пыли, которые участвуют в достаточно сложном некруговом движении.

#### 1.4. Активные галактические ядра

Среди наблюдаемых галактик имеется небольшая группа, которую выделяет чрезвычайная активность (нестационарность) галактических ядер — центральных областей галактик размером не более  $1 \div 10$  пк. Галактики с нестационарными ядрами обычно подразделяют на четыре типа: сейфертовские галактики, радиогалактики, лацертиды, квазары. Активность ядер проявляется прежде всего в генерации мощного излучения, которое вносит заметный вклад в общую светимость системы или даже полностью определяет ее в случае квазаров. Излучение в основном является нетепловым, и часто светимость объектов определяется не видимым светом, а радио-, ИК-, УФ-, X-диапазонами. Другой особенностью являются малые времена нестационарностей  $\tau$  (типичные значения  $\tau \sim 10^5 \div 10^6$  с), что позволяет оценить линейный размер источника  $l \lesssim c\tau \simeq 3 \cdot 10^{15} \div 3 \cdot 10^{16}$  см ( $c$  — скорость света). Таким образом, активные ядра являются компактными объектами, они имеют очень высокую плотность энергии, которая в видимом свете соответствует эффективной

температуре источника  $\lesssim 10^{12}$  К.

*Сейфертовские галактики* являются обычно спиральными галактиками типа *Sa* и *Sb*, чаще объектами с баром ( $\sim 70$  %). Спектр сейфертовских галактик состоит из яркой непрерывной составляющей, а также широких и узких линий. Ядра сейфертовских галактик одни из самых мощных ( $10^{39} \div 10^{45}$  эрг/с) источников нетеплового излучения с непрерывным спектром в диапазоне от  $10^{12}$  до  $10^{22}$  Гц. В рентгеновском диапазоне светимость может достигать  $10^{42} \div 10^{45}$  эрг/с. По отношению к нормальным спиральным галактикам сейфертовские составляют  $\sim 1$  %, последнее позволяет предположить, что продолжительность активной фазы ядра составляет не менее  $10^8$  лет.

Наблюдается быстрая переменность излучения. Скажем, у сейфертовской галактики NGC 4151 характерные времена изменения светимости составляют  $(1 \div 10) \cdot 10^5$  с для различных областей спектра [103, 573]. Рентгеновские наблюдения сейфертовской галактики IC 4329 показали переменность на временном интервале  $\sim 2 \cdot 10^4$  с с амплитудой  $\sim 12$  % [811]. А у MCG 6-30-15 изменения рентгеновского потока имеют квазисинусоидальный характер с глубиной модуляции  $40 \div 50$  % и характерным периодом  $\sim 1500$  с [716]. У NGC 6814 изменения излучения в рентгеновском диапазоне происходят всего за сто секунд [844].

Имеющиеся широкие эмиссионные линии свидетельствуют о движении газа с большими скоростями (см. обзор [151]).

Отметим, что более половины сейфертовских галактик находится в кратных системах [333]. Сравнительный анализ центральных областей сейфертовских и нормальных галактик дает в среднем для активных ядер более голубой цвет, что естественно связывать с повышенной интенсивностью звездообразования во внутренних областях сейфертовских галактик [59]. Наблюдения некоторых нормальных спиральных галактик (в том числе Галактики — см. ниже) свидетельствуют о наличии у них слабой ядерной активности. Очевидно, существует плавный переход между “нормальными” и сейфертовскими галактиками.

*Радиогалактики.* Мощность радиоизлучения нормальных галактик ниже мощности их оптического излучения. Радиогалактиками называют обычно объекты, у которых радиосветимость сравнима с оптической светимостью. Мощность радиоизлучения составляет у них  $\sim 10^{42} \div 10^{44}$  эрг/с, и их относят к гигантским эллиптическим (типа *E*), реже к неправильным (*Ir*), как, например, M 82.

Карты распределения радиояркости свидетельствуют, что в радиогалактиках (за исключением находящихся в богатых скоплениях) обыч-

но имеются два излучающих облака (“радиоуши”). Эти облака, как правило, находятся на расстоянии  $10 \div 500$  кпк от галактики, далеко за пределами ее звездной составляющей. В настоящее время практически общепринято, что радиоисточники образуются в результате выделения энергии в ядре галактики, которое сопровождается выбросом струй плазмы с релятивистскими скоростями в двух противоположных направлениях. По-видимому, важную роль при этом играет биполярный характер магнитного поля ядра галактики. На это указывают обнаруженные по синхротронному излучению у некоторых радиогалактик *струи* (jets).

*Лацертиды* (по объекту BL Lacertae) являются немногочисленной группой галактик (обнаружено не более сотни). Их отличительный признак: наблюдается точечный источник, характеризующийся оптической переменностью с большой амплитудой (до 100 раз), переменным радиоизлучением и заметной поляризацией излучения. Чисто непрерывный спектр без эмиссионных линий является типичным для обычных эллиптических галактик. Характерные времена переменности излучения, составляющие недели и месяцы, позволяют оценить размер излучающей области у данных объектов в  $\sim 10^{16} \div 10^{17}$  см.

*Квazarы.* Характерными особенностями квазаров наряду со светимостью  $\sim 10^{46} \div 10^{47}$  эрг/с являются их быстрая переменность и большая удаленность. Оценки их размера дают значения  $\gtrsim 3 \cdot 10^{15}$  см. Один из самых ярких среди известных квазаров SS 0014+81 имеет абсолютную светимость, почти в  $10^5$  раз превышающую светимость Галактики [33]. Список Хьюита и Бербиджа [483] содержит 3594 квазизвездных объекта, 353 из них являются переменными. Квазары представляют собой более масштабную форму сейфертовских галактик, когда сама галактика просто не видна на фоне активного ядра, которое определяет энергетику всего объекта. В единичных случаях удается вокруг близких квазаров выявить следы соответствующей галактики (например, [309, 315]).

*Сверхмассивные черные дыры (СЧД).* Одной из наиболее распространенных в настоящее время моделей, объясняющих активность ядер галактик и квазаров, является дисковая аккреция вещества на сверхмассивные черные дыры с массой от  $10^5$  до  $10^9 M_{\odot}$  (например, [22, 27, 359, 726]). Таким образом, наблюдаемая светимость (до  $10^{47}$  эрг/с) и компактность легко объясняются, если предположить, что в аккреционный диск поступает в год  $10 M_{\odot}$  вещества, которое затем аккрецирует (падает) на черную дыру с массой  $\sim 10^9 M_{\odot}$ . Некоторые спектральные особенности излучения активных ядер свидетельствуют о дисковой аккреции на массивную черную дыру. К таковым можно отнести избыток

мягкого рентгеновского излучения в области  $\lesssim 1$  кэВ, который связывают с хвостом УФ-излучения аккреционного диска [717]. Данные о дисперсии скоростей звезд  $s$  в области  $r \lesssim 1 \div 10$  пк являются прямым свидетельством существования СЧД у многих галактик [217]. Зависимость  $s(r)$  дает оценки массы СЧД для разных галактик в интервале  $M_{BH} = 10^6 \div 6 \cdot 10^9 M_\odot$  [602, 855]. Число обнаруженных СЧД составляет несколько десятков [217], но не исключено, что в центре большинства галактик находятся достаточно массивные ЧД.

*Центр Галактики.* Ядро нашей Галактики также проявляет признаки активности, однако светимость центральной области ( $\lesssim 1$  кпк) не превосходит, по-видимому,  $10^{42}$  эрг/с. В этой области находится вращающийся газовый диск радиусом  $\simeq 600$  пк и массой  $\simeq 2 \cdot 10^7 M_\odot$ . Во внутренней области ( $r \lesssim 150$  пк) водород ионизован и имеются дискретные источники теплового излучения размером  $\sim 10$  пк и массой  $\sim 10^3 \div 10^4 M_\odot$ . Темп звездообразования весьма высок. Динамику газа в самом центре Галактики можно объяснить наличием массивной ( $\gtrsim 10^6 M_\odot$ ) черной дыры. Присутствие СЧД в нашей Галактике можно считать доказанным, учитывая прямые наблюдения за движением звезд в самом центре по кеплеровским орбитам.

Согласно распространенной точке зрения, несомненная активность (хотя и слабая в настоящее время) центра Галактики свидетельствует о том, что наша Галактика прошла  $\sim 10^7$  лет назад сейфертовскую стадию в своей эволюции.

Как видим, активность галактических ядер во многом определяется наличием газа. Необходим механизм доставки газа в центр Галактики (см. подробнее п. 4.6.3). Радиальное движение вещества может быть связано с неосесимметричным потенциалом (баром), гравитационной неустойчивостью газа в ядре. Немаловажным источником газа может являться разрушение звезд.

## 1.5. Тесные двойные системы (ТДС)

Наиболее эффективно процесс аккреции может происходить в двойных системах<sup>12</sup>, когда одна из звезд превращается в компактный релятивистский объект (белый карлик, нейтронную звезду, черную дыру), а другая заполняет свою область Роша [175]. В настоящее время считается, что такие системы обязательно образуются на определенных ста-

<sup>12</sup> Первым на это обратил внимание Я.Б. Зельдович [66].

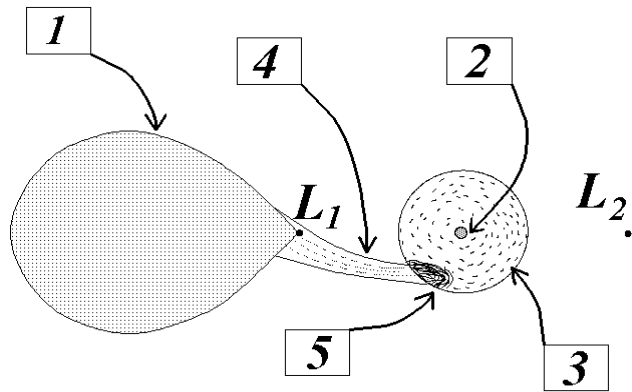


Рис. 1.3. Схематичное изображение структуры тесной двойной системы в режиме дисковой аккреции: 1 — оптическая звезда; 2 — компактная звезда; 3 — газовый диск; 4 — струя; 5 — яркое (горячее) пятно

дих эволюции достаточно близких массивных двойных систем<sup>13</sup> [175, 720]. Через внутреннюю точку Лагранжа ( $L_1$ ) вещество покидает нормальную оптическую звезду и оказывается в области Роша компактного объекта. Благодаря наличию углового момента газ не падает сразу, а образуется вращающееся вокруг релятивистской звезды кольцо, которое при наличии эффективных механизмов переноса момента может расплываться в аккреционный диск (АД). Газовая струя, истекающая из оптической звезды через внутреннюю точку Лагранжа, ударяет в диск с выделением большого количества энергии. Эта область АД наблюдается как *яркое пятно* (*bright spot* или *hot spot*). Схематично структура такого рода аккрецирующих систем изображена на рис. 1.3.

Как известно, компактные объекты имеют следующие радиусы [222]:

- 1) для черной дыры  $R_{BH} = R_g = 2GM_1/c^2$ ;
- 2) для нейтронных звезд  $R_{NS} \simeq (1 \div 2) \cdot 10^6$  см;
- 3) радиусы белых карликов примерно в 100 раз меньше радиуса Солнца  $R_{WD} \simeq 7 \cdot 10^8$  см.

Если релятивистская звезда не обладает магнитным полем, то можно считать, что внутренняя граница АД  $r_1$  простирается до поверхности звезды. Магнитное поле может разрушать АД на расстояниях, существенно превышающих радиус аккрецирующего объекта. По данным [718, 856, 893], магнитные поля у нейтронных звезд могут достигать  $(2 \div 6) \cdot 10^{12}$  Гс. Еще Прингл и Рис [720] заметили, что диск должен разрушаться магнитным полем на расстояниях порядка альвеновского радиуса  $r_1 \sim 10^8 \div 10^9$  см.

Значения радиуса внешней границы аккреционных дисков  $R$  определяются параметрами двойной системы, прежде всего орбитальным периодом  $P$  и массой оптической звезды  $M_2$ , темпом потери ее массы, а также процессами, происходящими в АД [719]. Вследствие большого

<sup>13</sup> При употреблении термина “тесная двойная система” обычно подразумевается наличие обмена масс между компонентами.

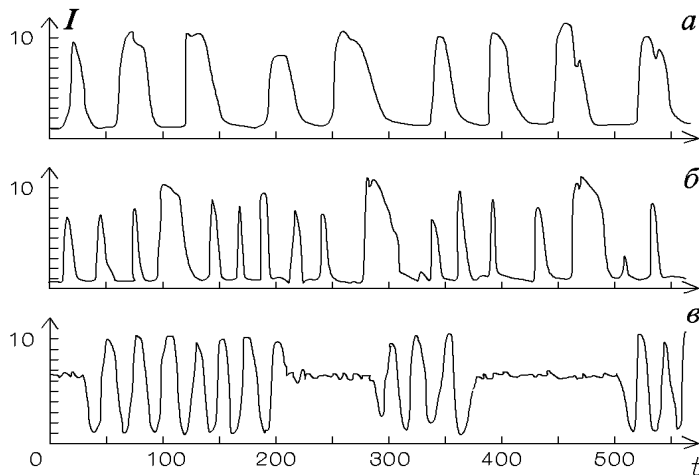


Рис. 1.4. Визуальные кривые блеска карликовых новых различных типов ( $I$  — интенсивность в произвольных единицах):  $a$  — звезды типа SS Лебедя;  $b$  — звезды типа SU Большой Медведицы;  $v$  — звезды типа Z Жирафа

различия физических условий в тесных двойных системах встречаются любые ситуации, и аккреционный диск может занимать почти всю полость Роша компактного объекта. Расстояния между компонентами могут лежать в широких пределах  $0,2 \lesssim a/R_{\odot} \lesssim 2000$ .

Наблюдаемые проявления ТДС весьма разнообразны, прежде всего потому, что различные объекты сильно отличаются друг от друга по своим физическим условиям. И, естественно, построить сколько-нибудь универсальную модель АД невозможно. Поэтому мы ниже кратко опишем, исходя из данных наблюдений, некоторые типы ТДС, в которых весьма вероятно наличие газовых дисков, и они могут быть ответственны за некоторые наблюдаемые особенности.

#### 1.5.1. Звезды типа U Близнецов, или карликовые новые

Отличительной особенностью данных объектов является квазипериодическая вспышечная активность с характерными временами  $T_U$ , существенно превышающими орбитальный период  $P$ . В настоящее время известно более 300 объектов данного типа [33]. Карликовые новые (звезды типа  $U$  Близнецов) обычно различаются по своим фотометрическим характеристикам.

— Объекты типа *SS Лебедя* (типичные представители U-Gem, SS Cyg, BV Cen, RU Peg, VY Aqr, SS Aur, T Leo, VZ Aquarii и др.). Отличаются достаточно длительными интервалами покоя между вспышками (рис. 1.4  $a$ ). Продолжительность цикла у объектов типа SS Aur может быть различной: приблизительно 43 дня у VZ Aquarii, 57 дней у SS Aur, 103 дня у U-Gem, 558 дней у EX Hya.

— Отличительной особенностью вспышек у объектов типа *SU Большой Медведицы* (TU Men, YZ Cnc, SU UMa, VW Hyi, HT Cas и др.) является то, что кроме обычных максимумов блеска через 3–10 циклов наблюдаются так называемые сверхмаксимумы, отличающиеся более вы-

соким блеском и продолжительностью (рис. 1.4 б). Обзор звезд типа SU UMa дан Харлесом [341].

— У звезд типа *Z Жирафа* время покоя сравнимо со временем вспышки. Средняя длина цикла составляет 9–40 суток. Но иногда возникают продолжительные интервалы времени, в течение которых активность отсутствует (рис. 1.4 в).

Часто выделяют подгруппу карликовых новых, отличающуюся большой амплитудой вспышек (6–9 звездных величин), их называют звездами типа WZ Sge. Несмотря на количественные отличия, между звездами типа WZ Стрелы и типа SU Большой Медведицы нет принципиальных различий, и карликовые новые типа WZ Sge являются предельным случаем звезд типа SU UMa [680].

Вне больших вспышек фотометрическое поведение звезд типа U Блинецов является очень сложным. Выделяют как нерегулярные флуктуации блеска, так и периодические, обусловленные орбитальным движением. Следует заметить также, что нет строгой корреляции между продолжительностью квазипериодических циклов  $T_U$ , амплитудой переменности блеска и орбитальным периодом  $P$ .

Помимо наблюдаемого нестационарного поведения светимости у некоторых карликовых новых удалось проследить динамику внешнего радиуса диска  $R$  во время вспышки. Так, например, у U-Gem в неактивном состоянии (между вспышками) величина  $R$  составляет  $0,3a$ , увеличиваясь до  $R \simeq 0,4a$  во время вспышки и затем возвращаясь к исходному значению. Весьма похоже ведет себя Z Cha и OY Car [352, 353, 679, 876]. Об интересной детали в поведении  $R(t)$  сообщает О’Донахью [679] — в самом начале вспышки происходит резкое кратковременное уменьшение величины  $R$  (диск сжимается) и только затем происходит увеличение размера диска.

### 1.5.2. Новые звезды

Для новых звезд характерно быстрое увеличение блеска (на 6–13 звездных величин), яркое состояние держится несколько суток, после чего начинается спад, длящийся обычно несколько недель<sup>14</sup>. В соответствии с характерными временами кривой блеска новой обычно различают четыре типа:

1) На — быстрые новые. Подъем блеска очень крутой (за  $\lesssim 5 \cdot 10^5$  с). После достижения максимума уменьшение блеска на  $3^m$  происходит не дольше, чем за  $10^7$  с.

<sup>14</sup> В книге [33] приведен пример с RT Ser, у которой уменьшение на  $4,5^m$  произошло за 27 лет.

- 2) Nb — медленные новые. Спад блеска на  $3^m$  занимает больше 100 сут.
- 3) Nc — очень медленные новые. К этой группе относится, например, упомянутая выше RT Ser.
- 4) Nr — повторные новые, у которых наблюдаются повторные вспышки, разделенные десятками лет.

Распространено мнение, что все новые в конечном счете являются повторными.

Обычно через несколько лет после максимума блеска вокруг новой звезды наблюдается газовая оболочка, расширяющаяся со скоростью  $\sim 100 \div 1000$  км/с. Массы оболочек оцениваются в  $10^{28} \div 10^{29}$  г. Все это свидетельствует о том, что на звезде произошел сильный взрыв, в результате которого система теряет  $0,001 \div 0,01$  % своей массы и излучает энергию  $\sim 10^{45}$  эрг.

### 1.5.3. Системы с белым и красным карликами

Непосредственно из наблюдений в большинстве случаев не удастся доказать двойственность катаклизмических переменных (к которым относятся в том числе карликовые новые и новые), и сложные кривые блеска были поняты на основе следующих модельных представлений. Новые звезды и карликовые новые являются маломассивными системами, состоящими из белого карлика (первичная компонента) и красной звезды с  $M_2 \lesssim M_\odot$ , которая заполняет свою критическую полость Роша и при этом теряет массу через внутреннюю точку Лагранжа  $L_1$  (см. рис. 1.3). Ввиду сохранения момента количества движения вокруг компактного объекта образуется АД. Вклад первичного компонента в непрерывный спектр системы очень мал. Проявления вторичного компонента в спектре связаны в основном с абсорбционными линиями. Основной вклад в непрерывный спектр и эмиссионные линии дают диск и яркое пятно. Скорость движения вещества в струе  $v$  может достигать нескольких сотен км/с, а темп перетекания вещества  $\dot{M} \lesssim 10^{-8} \div 10^{-7} M_\odot/\text{год}$ , тем самым для  $v = 300$  км/с нетрудно оценить светимость яркого пятна  $L_{bs} = \dot{M} v^2/2 \simeq 3 \cdot 10^{33}$  эрг/с  $\lesssim L_\odot$ . В результате аккреции в стационарном случае половина потенциальной энергии переходит в тепловую и затем излучается. Естественно, для катаклизмических переменных стационарная модель дает оценку значения светимости АД сверху. В неактивном состоянии  $L_{AD} \ll \dot{M} G M_1/2r_1 \simeq 100L_\odot$ , но можно считать  $L_{AD} \sim L_\odot$ , в то время как светимость карликов много меньше величины  $L_\odot$ .

Одной из наблюдаемых особенностей у новых и карликовых новых

звезд являются колебания блеска в минимуме (неактивном состоянии). Выявлены четыре составные такой переменности. С диском и/или ярким пятном связаны, по-видимому, быстрые нерегулярные мерцания (*rapid flickering*) с характерным временем  $\sim 10 \div 10^4$  с. Мерцания полностью исчезают во время затмения пятна и внутренних частей АД оптической звездой [33, 511, 616]. У объектов со слабым потоком вещества доминирует яркое пятно, это отчетливо видно у U-Gem [666]. Напротив, у объектов с сильным потоком вещества, что типично для новых (UX UMa), доминирует диск [737].

Интересной особенностью катаклизмических переменных является то, что у объектов гало амплитуда вспышки больше и орбитальные периоды короче, чем в галактическом диске [496, 497].

#### 1.5.4. Диски вокруг нейтронных звезд

Остановимся кратко на аккреторах — замагниченных нейтронных звездах, находящихся на стадии аккреции. Речь идет о рентгеновских пульсарах (источниках пульсирующего рентгеновского излучения) и рентгеновских барстерах (источниках переменного непериодического излучения). У рентгеновских источников наблюдается сложное временное поведение блеска: выделяют периодические, квазипериодические и случайные изменения. Причины их весьма разнообразны, и требуется специальный анализ для каждого объекта [100].

*Рентгеновские пульсары.* Известно несколько десятков рентгеновских пульсаров, среди которых встречаются системы как с массивными ОВ-звездами, так и с красными карликами и гигантами. Первичной компонентой является вращающаяся нейтронная звезда с сильным магнитным полем  $\sim 10^8 \div 10^{12}$  Гс (см. обзор [656]), у Her X-1 величина магнитного поля достигает  $\simeq 3 \cdot 10^{12}$  Гс [888]. Конвективные движения и быстрое вращение во время образования нейтронной звезды могут приводить к появлению полей вплоть до  $10^{15}$  Гс. Такие объекты называли магнитарами и данные наблюдений за источниками SGR 1806-20, SGR 1900+14, ХТЕ J1810-197 указывают на столь мощное магнитное поле [504].

Отличительной особенностью рентгеновских пульсаров является переменное периодическое рентгеновское излучение с характерными временами  $0,7 \div 10^3$  с (наиболее типичны значения  $\gtrsim 100$  с). Практически общепринято, что переменность излучения связана с мощными магнитными полями. Наблюдается и долгопериодическая переменность, которая, например, у Кентавра X-3 свидетельствует о том, что оптическая звезда заполняет свою критическую полость Роша. Светимость рентгеновских

пульсаров составляет  $10^{33} \div 10^{39}$  эрг/с, для чего необходим темп аккреции  $10^{-13} \div 10^{-7} M_{\odot}/\text{год}$ . И если в случае сверхгигантов истечение в виде квазисферического звездного ветра обеспечивает наблюдаемые светимости, то в системах с  $Be$ - и маломассивными звездами истекающее вещество образует аккреционный диск.

Другим наблюдаемым фактом, указывающим на существование АД, является ускорение вращения нейтронной звезды со временем. Этот эффект наблюдается у большинства рентгеновских пульсаров и может быть объяснен тем, что в режиме дисковой аккреции вещество, попадая в магнитосферу, передает ей свой момент количества движения.

*Рентгеновские барстеры.* Для рентгеновских барстеров характерна вспышечная активность в рентгеновском диапазоне ( $\lesssim 1$  кэВ). Обнаружено около сотни барстеров. Наблюдаются вспышки типа I, повторяющиеся с интервалами в несколько часов, и более быстрые вспышки типа II<sup>15</sup>. Светимость барстеров во время вспышки составляет  $\sim 10^{38}$  эрг/с, а полная энергия, излучаемая за это время в рентгеновском диапазоне,  $\sim 10^{39}$  эрг. Между вспышками рентгеновские барстеры являются медленно меняющимися рентгеновскими источниками со средней светимостью  $\sim 10^{36} \div 10^{37}$  эрг/с. Вся совокупность данных свидетельствует о том, что причина вспышек связана с ядерными взрывами вещества, накопившегося между вспышками на поверхности нейтронной звезды в результате аккреции. У большинства рентгеновских барстеров отсутствуют затмения и яркие оптические двойники, что говорит в пользу того, что оптические звезды являются маломассивными красными карликами ( $M_1 \gg M_2$ ), заполнившими полость Роша, так что аккреция идет в дисковом режиме. Таким образом, излучение барстеров между вспышками обусловлено существованием “стационарного” аккреционного диска. Наблюдаемое излучение рентгеновских барстеров не испытывает строго периодических пульсаций, что можно объяснить малостью магнитных полей нейтронных звезд ( $B_0 \ll 10^8$  Гс). В такой ситуации АД может достигать поверхности звезды [590].

Вспышки типа II могут быть объяснены выделением энергии при аккреции вещества на нейтронную звезду с магнитным полем вблизи поверхности  $B_0 \sim 10^8$  Гс, когда вещество порциями проникает внутрь магнитосферы за счет развития какой-либо неустойчивости на границе магнитного поля и аккрецирующей плазмы [456].

*Квазипериодические осцилляции (КПО).* В галактическом балдже наблюдаются рентгеновские источники без вспышечной активности, но

<sup>15</sup> Впрочем, пока известен только один “Быстрый барстер” МХВ 1730—335 с характерным временем повторения  $6 \div 450$  с.

обнаруживающие квазипериодические осцилляции (КПО) рентгеновского потока с характерными частотами  $\nu = 1 \div 40$  Гц. КПО, открытые рентгеновским спутником EXOSAT [546], в большом количестве наблюдаются на ИСЗ Ginga [702, 704]. КПО наблюдаются и в рентгеновских спектрах некоторых рентгеновских пульсаров, причем на низких частотах, например у X 1627-673, которая является маломассивной двойной системой,  $\nu = 0,04$  Гц [796], а также у источников с ультрамягким рентгеновским спектром, у кандидатов в черные дыры (по сообщениям [377], у LMC X-1  $\nu = 0,08$  Гц). Наличие квазипериодических осцилляций у кандидатов в черные дыры свидетельствует о том, что КПО связаны с процессами во внутренних частях АД и не зависят от твердой поверхности звезды или ее магнитного поля. Однако это справедливо, если природа у КПО для всех объектов едина.

Современная классификация КПО основана на двухцветной рентгеновской диаграмме, где четко различаются так называемые горизонтальная ветка, нормальная и вспыхивающая ветви, образующие характерный Z-образный рисунок. Часто у одного источника выделяют несколько гармоник. Мощность, частота центроида и ширина пика в спектре мощности сильно зависят от интенсивности источника.

#### 1.5.5. Диски вокруг черных дыр

Список кандидатов в черные дыры постоянно пополняется, в то же время новые наблюдения иногда приводят к снятию подозрений в отношении некоторых объектов. Наиболее надежны следующие кандидаты в черные дыры: A 0620-00, Cyg X-1, LMC X-3, LMC X-1, SS 433 [216, 217], имеются и другие кандидаты. Примечательной особенностью является то, что масса оптической звезды в A 0620-00 не превышает  $0,7 M_{\odot}$ . А это довод в пользу наличия аккреционного диска вокруг релятивистского компонента, поскольку мощность звездного ветра у маломассивных звезд невелика. По свидетельству [522], эмиссионные линии имеют характерные для АД двухпиковые профили. Наблюдаемая асимметрия может быть связана с ярким пятном на краю диска. Однако в этом случае диск должен иметь размеры, близкие к критической полости Роша, что не типично для маломассивных двойных систем.

Пожалуй, объект SS 433 наиболее известен благодаря своим релятивистским биполярным струям. Открытие оптических затмений в системе SS 433 позволило сделать вывод, что данный объект является ТДС, состоящей из массивной ( $M_2 \simeq 5 \div 10 M_{\odot}$ ) ОВ-звезды и релятивистского объекта ( $M_1 > 4 M_{\odot}$ ), окруженного ярким, оптически толстым для

рентгеновского излучения прецессирующим аккреционным диском [342, 603, 604, 836].

Объект Лебедь X-1 (Cyg X-1) является наиболее “старым” кандидатом в черные дыры (см. обзоры [217, 603, 677]). Интервал временной переменности огромен: от  $10^{-2}$  с до  $10^7$  с. В рентгеновском диапазоне у источника Cyg X-1 наблюдаются переходы из “спокойного” в “возбужденное” состояние. В первом режиме излучается в основном жесткая рентгеновская компонента ( $\sim 100$  кэВ). Время пребывания в “возбужденном” состоянии — около месяца. При этом появляется интенсивная мягкая спектральная компонента в полосе 3–6 кэВ, а полная светимость возрастает примерно в два раза. Наблюдаемый рентгеновский спектр удовлетворительно моделируется излучением от АД [793, 850]. В то же время приемлемого объяснения причины переходов из “спокойного” в “возбужденное” состояние пока нет. Длительность процессов, по-видимому, означает, что они связаны с переносом вещества по АД.

Переменность излучения является общим свойством компактных звездных рентгеновских источников. Однако хаотическое постоянное изменение в досекундных интервалах наблюдается у немногих: Cyg X-1, GX 339-4, Cir X-1. Возможно, эти источники являются АД вокруг черных дыр. Такое временное поведение обычно объясняют вращающимися в самых внутренних областях АД ( $r \sim R_g$ ) неоднородностями [791]. Обнаружение КПО у ЛМС X-1 свидетельствует также о наличии аккреционного диска в системе (см. п. 1.5.4).

## 1.6. Протозвезды

Звезды рождаются из газопылевых облаков. Если среда первоначально обладает моментом количества движения, то в процессе сжатия может возникать диск. Без него трудно представить механизм образования достаточно тесных двойных звезд и планетных систем. Наблюдения протозвезд (звезды типа Т Тау) подтверждают наличие газовых дисков вокруг центрального объекта [331, 462, 593, 654]. Однако о физических условиях и структуре наблюдаемых дисков известно пока еще недостаточно.

Статистическая обработка наблюдений подтверждает наличие затмения и освещения звезд околозвездными дисками [537]. Получены прямые изображения дисков у молодых звезд при помощи ПЗС-приемников [278]. Однако основные сведения об околозвездных пылевых дисках дают поляризационные и ИК-наблюдения, поскольку основным

источником ИК-излучения является околозвездная пыль, имеющая температуру  $(3 \div 15) \cdot 10^3$  К [346]. По данным [449], у  $\beta$  Pic диск простирается до 650 а. е., а его толщина составляет  $48 \div 65$  а. е. Пылевой диск вокруг HL Tau имеет диаметр порядка 270 а. е. [283]. Наблюдения объекта SS V13, включающего выброс, указывают на наличие достаточно массивного диска ( $\lesssim 12 M_{\odot}$ ) [758]. Наряду с массивными дисками диаметром  $0,001 \div 0,1$  пк наблюдаются существенно менее массивные диски. Обзор наблюдаемых данных, указывающих на присутствие газопылевых протопланетных дисков вокруг некоторых молодых звезд, дан Рудницким [180]. Имеется большое число свидетельств существования аккреционных дисков у звезд типа Т Тау.

Косвенным свидетельством наличия дисков являются биполярные струи (jets): по-видимому, АД играют важную роль в формировании струй у молодых звезд. Объекты со струями являются звездами типа Т Тау с дисками, либо менее маломассивными протозвездами с мощными пылевыми оболочками и развитым процессом аккреции. Наблюдаемые свойства биполярного истечения вещества из молодых звезд обсуждаются в работах [331, 654, 655]. Массивные диски служат источником вещества, аккрецирующего на звездное ядро. По мнению Сато [764], многие наблюдения молодых звезд от невидимых в оптике ИК-источников до звезд типа Т Тау удовлетворительно объясняются в рамках эволюции околозвездного газопылевого диска.

Хотя процесс образования планетной системы из протопланетного диска еще весьма далек от окончательного понимания, сам факт существования протопланетных дисков под сомнение поставить трудно. В настоящее время все существующие модели образования Солнечной системы исходят из идеи о коллапсе газопылевого облака с образованием Солнца и протопланетного диска [327].

Более мелкомасштабными объектами в иерархии астрофизических дисков являются планетные кольца (Сатурн, Юпитер, Уран, Нептун). Данные наблюдений и подробное рассмотрение физики планетных колец можно найти в монографии Горькавого и Фридмана [36].

## Глава 2

### Динамика звездного диска

Основным объектом исследования в настоящей главе является звездный диск, представляющий, как правило, наиболее яркую и впечатляющую своими структурными особенностями подсистему спиральных галактик. В § 2.1 мы построим довольно простую самосогласованную модель неоднородного дифференциально вращающегося горячего звездного диска конечной толщины. Затем в § 2.2 выведем уравнение, описывающее в рамках построенной модели дисперсионные свойства неосесимметричных возмущений малой амплитуды в плоскости звездного диска и изучим ветви его колебаний. Влияние различных факторов на устойчивость гравитирующих дисков рассмотрим на качественном уровне в § 2.3. В следующем параграфе мы определим условия устойчивости звездного диска, учитывающие худшую стабилизируемость неосесимметричных возмущений по сравнению с осесимметричными. И наконец, последний § 2.5 посвящен исследованию устойчивости звездного диска относительно изгибных возмущений и формулированию соответствующих условий устойчивости. Во всей этой главе мы будем последовательно проводить сравнение полученных результатов и предсказаний теории с данными наблюдений, краткий обзор которых приведен в главе 1. Отметим также, что вопросы происхождения спирального узора галактик в этой главе практически не затрагиваются, поскольку им посвящена глава 6. Основные результаты, полученные методом численного эксперимента, будут обсуждаться в главе 3.

### 2.1. Равновесие

#### 2.1.1. Исходные уравнения

Характерное время, в течение которого параметры движения отдельной звезды могут заметно измениться благодаря парному гравитационному взаимодействию с другими звездами в дисках плоских галактик, намного больше времени существования этих систем [215]. Поэтому структуру и динамику звездных дисков галактик с хорошей точностью

можно описывать с помощью бесстолкновительного кинетического уравнения. В декартовых координатах это уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{V} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} - \vec{\nabla} \Phi \frac{\partial f}{\partial \vec{V}} = 0, \quad (2.1)$$

где  $f(t, \vec{r}, \vec{V})$  — функция распределения звезд в шестимерном фазовом (координатно-скоростном) пространстве,  $\Phi(\vec{r}, t)$  — гравитационный потенциал. Подчеркнем, что векторную форму мы использовали исключительно для краткости записи, и при переходе к другой системе координат вид уравнения (2.1) изменится <sup>1</sup>.

Звездные диски галактик в значительной мере обладают осевой симметрией, что является естественным следствием их вращения. По этой причине для решения многих проблем динамики звездного диска удобно пользоваться уравнением (2.1), записанным в цилиндрических координатах  $r, \varphi, z$  [163]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + V_r \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial f}{\partial z} + \left( \frac{V_\varphi^2}{r} - \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \frac{\partial f}{\partial V_r} - \\ - \left( \frac{V_r V_\varphi}{r} + \frac{\partial \Phi}{r \partial \varphi} \right) \frac{\partial f}{\partial V_\varphi} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial V_z} = 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Уравнение (2.2) могло бы полностью описывать динамику звездного диска, если бы был задан гравитационный потенциал  $\Phi(t, r, \varphi, z)$ . Величина последнего определяется распределениями пространственных плотностей всех подсистем галактики — в основном звезд диска  $\rho_*(t, \vec{r})$ , сферoidalной  $\rho_h(t, \vec{r})$  и плоской газовой  $\rho_g(t, \vec{r})$ . В объеме, занятом звездным диском, величина  $\rho_h$  мала по сравнению с  $\rho_*$ , даже если масса диска сравнима с массой гало (см. п. 1.3.2). Поэтому, интересуясь динамикой звездного диска, можно в первом приближении потенциал гало  $\Phi_h$  считать внешним, не зависящим от времени.

В осесимметричных задачах или системах без газа <sup>2</sup> гравитационный потенциал, определяющий динамику звездного диска, практически можно считать самосогласованным, и тем самым связать величины  $\Phi$  и  $f$  через объемную плотность звездного диска  $\rho_*$  уравнением Пуассона

$$\Delta \Phi \equiv \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{r^2 \partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 4 \pi G \rho_*, \quad (2.3)$$

где  $G$  — гравитационная постоянная, а величины  $\rho_*$  и  $f$  связаны очевидным соотношением

<sup>1</sup> Относительно построения кинетического уравнения в произвольной ортогональной системе координат см. в монографии Поляченко и Фридмана [163].

<sup>2</sup> О роли газа см. гл. 4 и 6.

$$\rho_*(\vec{r}, t) = \int f(\vec{r}, \vec{V}, t) d\vec{V}. \quad (2.4)$$

Выше уже упоминалась относительная малость амплитуд неосесимметричных возмущений плотности звездного диска. Кроме того, если отвлечься от упомянутых особенностей, распределения различных величин в дисках практически не изменяются в течение временных промежутков порядка нескольких оборотов диска. И тем самым функцию распределения звезд диска можно представить в виде суммы стационарной осесимметричной  $f_0(r, z, V_r, V_\varphi, V_z)$  и “возмущенной”  $f_1(t, r, \varphi, z, V_r, V_\varphi, V_z)$  компонент.

Как уже отмечалось в обзоре наблюдательных данных (см. § 1.1), основным движением звезд в диске является их вращение вокруг оси симметрии плоской галактики. В соответствии с этим удобно выделить угловую скорость вращения диска

$$\Omega(r, z) = \int V_\varphi f_0 d\vec{V} / r \int f_0 d\vec{V} \quad (2.5)$$

и ввести остаточную скорость  $\vec{v}$  соотношениями

$$v_r = V_r, \quad v_\varphi = V_\varphi - r \Omega, \quad v_z = V_z. \quad (2.6)$$

Нетрудно видеть, что такое преобразование приведет исходное кинетическое уравнение (2.2) к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \left( \Omega + \frac{v_\varphi}{r} \right) \frac{\partial f}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \left( \frac{v_\varphi^2}{r} + 2 \Omega v_\varphi + \Omega^2 r - \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \frac{\partial f}{\partial v_r} - \\ - \left( \frac{v_r v_\varphi}{r} + \frac{\varkappa^2}{2 \Omega} v_r + v_z r \frac{\partial \Omega}{\partial z} + \frac{\partial \Phi}{r \partial \varphi} \right) \frac{\partial f}{\partial v_\varphi} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial v_z} = 0, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где  $\varkappa = 2 \Omega \sqrt{1 + r d\Omega / 2 \Omega dr}$  — эпициклическая частота (частота малых колебаний звезд диска в радиальном направлении — см. § 1.1).

### 2.1.2. Равновесная функция распределения звезд

Равновесная (стационарная и осесимметричная) компонента функции распределения звезд диска, согласно (2.7), должна удовлетворять уравнению

$$\begin{aligned} v_r \frac{\partial f_0}{\partial r} + v_z \frac{\partial f_0}{\partial z} + \left( \frac{v_\varphi^2}{r} + 2 \Omega v_\varphi + \Omega^2 r - \frac{\partial \Phi_0}{\partial r} \right) \frac{\partial f_0}{\partial v_r} - \\ - \left( \frac{v_r v_\varphi}{r} + \frac{\varkappa^2}{2 \Omega} v_r + v_z r \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) \frac{\partial f_0}{\partial v_\varphi} - \frac{\partial \Phi_0}{\partial z} \frac{\partial f_0}{\partial v_z} = 0, \end{aligned} \quad (2.8)$$

где  $\Phi_0 = \Phi_0(r, z)$  — стационарная осесимметричная часть гравитационного потенциала, описываемая уравнением Пуассона

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Phi_0}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial z^2} = 4\pi G \rho_{*0} = 4\pi G \int f_0 d\vec{v}. \quad (2.9)$$

Система уравнений (2.8), (2.9) самосогласованна, и в соответствии с приведенными выше замечаниями может служить для определения функций  $f_0$  и  $\Phi_0$ . Она довольно сложна, и для дальнейшего продвижения в решении поставленной нами задачи необходимо использовать приближения, основанием для применения которых должны быть данные наблюдений.

Из этих данных в первую очередь следует, что характерная полутолщина звездного диска  $\Delta_*$  много меньше его радиуса  $R$ . Это означает, что в уравнении (2.9)  $|\partial^2 \Phi_0 / \partial z^2| \gg |\partial(r \partial \Phi_0 / \partial r) / r \partial r|$  и в простейшем приближении однородного по толщине диска из (2.9) вытекает оценка частоты колебаний звезд поперек плоскости диска [см. (1.4)]:

$$\omega_z \simeq \sqrt{4\pi G \rho_{*0}(z=0)} = \sqrt{2\pi G \sigma_{*0} / \Delta_*}, \quad (2.10)$$

где  $\sigma_{*0}(r) = 2\Delta_* \rho_{*0}(r, z=0)$  — равновесная поверхностная плотность звездного диска. Очевидно, что для заданного значения  $\sigma_{*0}$  величина  $\omega_z \rightarrow \infty$  при  $\Delta_* \rightarrow 0$ . В этом же пределе частота колебаний звезд в плоскости диска  $\varkappa$  остается конечной величиной [865]. Поэтому в теории, изучающей структуру достаточно тонких звездных дисков, появляется малый параметр (см. п. 1.1.2)

$$\varepsilon = \varkappa / \omega_z \ll 1. \quad (2.11)$$

Из приведенных выше рассуждений следует, что амплитуда колебаний звезд поперек плоскости диска есть величина порядка  $\Delta_* \sim \varepsilon^2 r$ , а  $z$ -компонента их скорости  $v_z \sim \omega_z \Delta_* \sim V_\varphi \varepsilon^1$ . Поэтому в уравнении (2.8) операторы  $\partial / \partial z \sim \Delta_*^{-1} \sim \varepsilon^{-2} / r$  и  $\partial / \partial v_z \sim (\omega_z \Delta_*)^{-1} \sim \varepsilon^{-1} / V_\varphi$ . С другой стороны, используя уравнения движения отдельной звезды поперек плоскости диска, видим:  $\partial \Phi_0 / \partial z = dv_z / dt \sim \omega_z v_z \sim \varepsilon^0 V_\varphi^2 / r$ . Поэтому связанная с  $z$ -движением звезд часть кинетического уравнения (2.8) имеет вид

$$\hat{\mathcal{L}} f_0 \equiv v_z \frac{\partial f_0}{\partial z} - \frac{\partial \Phi_0}{\partial z} \frac{\partial f_0}{\partial v_z} \sim \omega_z f_0 = \varepsilon^{-1} \varkappa f_0. \quad (2.12)$$

Из данных наблюдений также следует (см. § 1.1), что характерные дисперсии  $c_r, c_\varphi, c_z$  компонент остаточных скоростей звезд [см. (2.6)] малы по сравнению со скоростью вращения  $V = r \Omega$  звезд диска вокруг центра масс галактики:

$$c/V \ll 1, \quad (2.13)$$

где  $c = \max\{c_i\}$ ,  $i = r, \varphi, z$ . Малая величина этого параметра означает, что  $v_\varphi^2/r \ll 2\Omega|v_\varphi|$ ;  $|v_r v_\varphi/r| \ll (\varkappa^2/2\Omega)|v_r|$  и, следовательно, членами  $v_\varphi^2 \partial f_0 / r \partial v_r \lesssim c f_0 / r$  и  $v_r v_\varphi \partial f_0 / r \partial v_\varphi \lesssim c f_0 / r$  в уравнении (2.8) можно пренебречь. Приближение, в котором указанными членами пренебрегают, называется *эпициклическим*<sup>3</sup>. Членом  $v_r \partial f_0 / \partial r \sim c f_0 / L$  мы пренебрегать не будем, поскольку характерные масштабы  $L$  радиальной неоднородности параметров диска за пределами его центральной части малы по сравнению с расстоянием до центра диска [403].

Приближение, определяемое неравенством (2.13), дает основание заключить, что равновесие диска в радиальном направлении обусловлено балансом центробежной и равновесной гравитационной сил

$$\Omega^2 r - \frac{\partial \Phi_0}{\partial r} = 0 \quad (2.14)$$

с точностью до членов  $\lesssim c^2/L \ll \Omega^2 r$ .

Из приведенной выше оценки  $\partial \Phi_0 / \partial z \propto \varepsilon^0$  следует, что зависящая от  $z$  часть  $\delta \Phi_0$  равновесного гравитационного потенциала  $\delta \Phi_0 \propto \varepsilon^2$ . Именно эта величина и определяет порядок по параметру  $\varepsilon$  зависящей от  $z$ -координаты компоненты угловой скорости вращения диска. Действительно, так как полная  $\Omega(r, z) = \Omega_0(r) + \delta \Omega(r, z)$ , где  $\delta \Omega(r, z = 0) = 0$ , из условия равновесия диска (2.14) получим

$$\delta \Omega \simeq \frac{\partial \delta \Phi_0}{2 r \Omega_0 \partial r} \propto \varepsilon^2, \quad (2.15)$$

и, следовательно,

$$v_r r \frac{\partial \Omega}{\partial z} \frac{\partial f_0}{\partial v_\varphi} \propto \varepsilon f_0. \quad (2.16)$$

За вычетом этого вклада и  $\hat{\mathcal{L}} f_0$  [см. (2.12)], оставшаяся совокупность членов в (2.8) есть

$$\hat{D}_0 f_0 \equiv v_r \frac{\partial f_0}{\partial r} + 2 \Omega v_\varphi \frac{\partial f_0}{\partial v_r} - \frac{\varkappa^2}{2 \Omega} v_r \frac{\partial f_0}{\partial v_\varphi} \sim \varkappa f_0 \propto \varepsilon f_0. \quad (2.17)$$

Полученные результаты, оценивающие согласно (2.12), (2.16), (2.17) порядки членов кинетического уравнения по малому параметру  $\varepsilon$ , позволяют перейти к решению поставленной нами задачи определения  $f_0$  и  $\Phi_0$  методом последовательных приближений. Для реализации этой возможности заметим, что из элементарной оценки  $\partial^2 \Phi_0 / \partial z^2 \propto \varepsilon^{-2}$  следует  $\rho_{*0} \propto \varepsilon^{-2}$  и, значит,  $f_0 \propto \varepsilon^{-3}$ . Поэтому разложения искомых функций  $f_0$  и  $\Phi_0$  в ряды по степеням параметра  $\varepsilon$  должны иметь вид

<sup>3</sup> Подробнее см. п. 1.1.3, 2.2.2.

$$f_0 = f_{0,-3} + f_{0,-2} + f_{0,-1} + \dots, \quad \Phi_0 = \Phi_{0,0}(r) + \Phi_{0,2}(r, z) + \Phi_{0,4}(r, z) + \dots, \quad (2.18)$$

где  $f_{0,n} \propto \varepsilon^n$ ;  $\Phi_{0,n} \propto \varepsilon^n$ . Разложение  $\Phi_0(r, z)$  по четным степеням  $\varepsilon$  обусловлено тем, что его зависимость от  $z$  определяется только параметром толщины диска  $\Delta_* \propto \varepsilon^2$ . Это утверждение справедливо и для  $\rho_{*0}(r, z)$ , но необязательно должно выполняться для  $f_0(r, z, \vec{v})$ .

Подставим разложения (2.18) в исходную систему уравнений (2.8), (2.9). Тогда в двух главных порядках по параметру  $\varepsilon$  получим:

$$\hat{\mathcal{L}}_0 f_{0,-3} = 0, \quad (2.19)$$

$$\hat{\mathcal{L}}_0 f_{0,-2} + \hat{D}_0 f_{0,-3} = 0, \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_{0,2}}{\partial z^2} = 4\pi G \rho_{*0,-2}, \quad (2.21)$$

где

$$\hat{\mathcal{L}}_0 = v_z \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial \Phi_{0,2}}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (2.22)$$

Если бы проекция траектории звезды на плоскость  $z = 0$  представляла собой окружность, то благодаря стационарности и осесимметричности равновесного состояния диска величина

$$E_z = \frac{v_z^2}{2} + \Phi_0(r, z) - \Phi_{0,0}(r) \quad (2.23)$$

была бы интегралом движения. Реально же радиальная координата звезды является медленно меняющимся (в связи с тем, что  $\varepsilon = \varkappa/\omega_z \ll 1$ ) параметром. Поэтому приближенно сохраняющейся величиной должен быть адиабатический инвариант  $J = \text{const } E_z/\omega_z$  [93], и для решения приведенной выше системы уравнений удобно перейти от переменных  $z, v_z$  к переменным типа действие-угол  $J, w$  [865]:

$$J = \oint v_z dz, \quad w = \int_0^z dz'/v_z. \quad (2.24)$$

В этих переменных система (2.19), (2.20) примет вид:

$$\hat{\mathcal{L}}_0 f_{0,-3} \equiv \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial w} = 0, \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial f_{0,-2}}{\partial w} + \hat{D}_0 f_{0,-3} = 0. \quad (2.26)$$

Отсюда видно, что  $f_{0,-3}$  не зависит от переменной  $w$ . Поскольку определение  $f_{0,-3}$  является нашей задачей, проинтегрируем (2.25) по полному периоду изменения величины  $w$ . В результате получим

$$v_r \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial r} + 2\Omega v_\varphi \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial v_r} - \frac{\varkappa^2}{2\Omega} v_r \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial v_\varphi} = 0. \quad (2.27)$$

Перейдем теперь к переменным  $r_0, v_\perp, \alpha$ , связанным с величинами  $r, v_r, v_\varphi$  соотношениями:

$$v_r = v_\perp \cos \alpha; \quad v_\varphi = v_\perp \frac{\varpi}{2\Omega} \sin \alpha; \quad r = r_0 - \frac{v_\perp}{\varpi} \sin \alpha, \quad (2.28)$$

$$v_\perp = \sqrt{v_r^2 + \left(\frac{2\Omega v_\varphi}{\varpi}\right)^2}; \quad r_0 = r + \frac{2\Omega}{\varpi^2} v_\varphi; \quad \alpha = \arctg\left(\frac{2\Omega v_\varphi}{\varpi v_r}\right). \quad (2.29)$$

Как будет видно из содержания следующего раздела, величина  $v_\perp$  имеет смысл амплитуды радиальной скорости звезды,  $r_0$  представляет собой радиус круговой орбиты центра эпицикла звезды, а величина  $\alpha$  является фазой движения звезды по эпициклу. Поскольку в рамках используемого нами эпициклического приближения  $|(r - r_0)/r_0| \sim c/V \ll 1$ , то в (2.28), (2.29) следует полагать  $\Omega = \Omega(r_0)$ ,  $\varpi = \varpi(r_0)$ . Нетрудно видеть, что в новых переменных (2.29) уравнение (2.25) приобретает вид

$$-\varpi \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial \alpha} = 0. \quad (2.30)$$

С учетом уравнения (2.25), следует искать равновесная функция распределения звезд

$$f_{0,-3} = f_0(r_0, v_\perp, J). \quad (2.31)$$

Это означает, что в рамках используемых нами приближений (эпициклического и главного порядка по параметру  $\varepsilon$ ) величины  $r_0, v_\perp, J$  являются интегралами движения.

Конкретный вид этой функции должен быть определен на основании дополнительных данных. Непосредственно построить функцию распределения  $f_0$ , исходя из наблюдений, в настоящее время представляется возможным только в солнечной окрестности Галактики. Неравенство дисперсий скоростей звезд Галактики в трех взаимно перпендикулярных направлениях является непреложным наблюдательным фактом (см. п. 1.1.4). Имеется ряд аналитических аппроксимаций наблюдаемых распределений скоростей звезд, которые согласуются с наблюдениями только в ограниченных интервалах скоростей (обзор литературы дан Шацовой [223]). Наиболее известно распределение Шварцшильда, которое представляет собой анизотропное максвелловское:

$$f(\vec{v}) = A \exp \left\{ -\frac{v_r^2}{2c_r^2} - \frac{v_\varphi^2}{2c_\varphi^2} - \frac{v_z^2}{2c_z^2} \right\}. \quad (2.32)$$

Были предприняты большие усилия для того, чтобы, с одной стороны, обосновать этот закон теоретически [595, 801], а с другой — устранить противоречия с наблюдениями путем увеличения числа и точности наблюдений. В итоге можно сказать, что лишь для малых и средних скоростей звезд удастся получить удовлетворительное согласие закона (2.32) с

наблюдениями. Для области больших скоростей расхождения существенны [223]. Однако, несмотря на наличие определенных трудностей прежде всего теоретического плана, закон Шварцшильда является наиболее популярным в звездной астрономии. Ниже нами будет использоваться распределение в форме (2.32)<sup>4</sup>. В соответствии с этим полагаем

$$f_{0,-3} = A(r_0) \exp \left\{ -v_{\perp}^2 / 2 c_r^2(r_0) - J / \tau(r_0) c_z^2(r_0) \right\}, \quad (2.33)$$

где  $\tau = 2\pi / \omega_z$ , параметры  $c_r(r_0)$ ,  $c_z(r_0)$  имеют очевидный смысл дисперсий скоростей звезд в радиальном и перпендикулярном к плоскости диска направлениях соответственно, а из (2.29) нетрудно видеть, что роль дисперсии скоростей звезд в азимутальном направлении  $c_{\varphi}$  играет величина

$$c_{\varphi}(r_0) = \frac{\mathfrak{x}(r_0)}{2\Omega(r_0)} c_r(r_0). \quad (2.34)$$

Это соотношение между  $c_r$  и  $c_{\varphi}$  с хорошей точностью соответствует имеющимся данным астрономических наблюдений [73, 190].

Вычислим равновесное распределение объемной плотности в диске. Для этого проинтегрируем (2.33) по пространству скоростей

$$\begin{aligned} \rho_{*0}(r, z) &= \int f_{0,-3} dv_r dv_{\varphi} dv_z = \frac{\mathfrak{x}}{2\Omega} \int f_{0,-3} v_{\perp} dv_{\perp} d\alpha dv_z = \\ &= \rho_{*0}(r_0, z=0) \cdot \exp \left\{ -[\Phi_0(r_0, z) - \Phi_{0,0}(r_0)] / c_z^2(r_0) \right\}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

где

$$\rho_{*0}(r_0, z=0) = (2\pi)^{3/2} c_r^2 c_z A \frac{\mathfrak{x}}{2\Omega} = (2\pi)^{3/2} c_r c_{\varphi} c_z A, \quad (2.36)$$

$A$  — размерная константа [см. (2.33)]. Положим теперь, что

$$\Phi_0(r_0, z) - \Phi_{0,0}(r_0) \simeq \Phi_{0,2}(r_0, z) = -c_z^2 \ln \{ F(r_0, z) \}. \quad (2.37)$$

Тогда уравнение Пуассона (2.21) в главном порядке по малому параметру  $\varepsilon$  переходит в уравнение, определяющее функцию  $F(r_0, z)$ :

$$\frac{d^2 F}{dz^2} - \frac{1}{F} \left( \frac{dF}{dz} \right)^2 + \frac{4\pi G \rho_{*0}(r_0, z=0)}{c_z^2} F^2 = 0. \quad (2.38)$$

Нетрудно видеть, что убывающее при  $|z| \rightarrow \infty$  решение этого уравнения имеет вид

$$F(r_0, z) = \text{ch}^{-2} \{ z / \Delta_*(r_0) \}, \quad (2.39)$$

где параметр

$$\Delta_*(r_0) = \sqrt{c_z^2(r_0) / 2\pi G \rho_{*0}(r_0, z=0)} = \frac{c_z^2(r_0)}{\pi G \sigma_{*0}(r_0)} \quad (2.40)$$

---

<sup>4</sup> Анализ влияния возможного отклонения функции распределения звезд по остаточным скоростям от анизотропного максвелловского на гравитационную устойчивость звездного диска проведен в п. 2.3.4.

имеет очевидный смысл характерной полутолщины звездного диска, а величина

$$\sigma_{*0}(r_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{*0}(r_0, z) dz = 2 \Delta_*(r_0) \rho_{*0}(r_0, z=0) \quad (2.41)$$

представляет собой равновесную поверхностную плотность звездного диска.

Суммируем полученные результаты. Равновесная функция распределения звезд в главном порядке по малому параметру  $\varepsilon = \varkappa/\omega_z \ll 1$  и в эпициклическом приближении, определяемом неравенством (2.13), имеет вид

$$f_0 = \frac{\rho_{*0}(r_0, z)}{(2\pi)^{3/2} c_r(r_0) c_\varphi(r_0) c_z(r_0)} \exp\left\{-\frac{v_r^2}{2 c_r^2(r_0)} - \frac{v_\varphi^2}{2 c_\varphi^2(r_0)} - \frac{v_z^2}{2 c_z^2(r_0)}\right\}, \quad (2.42)$$

где

$$\rho_{*0}(r_0, z) = \frac{\sigma_{*0}(r_0)}{2 \Delta_*(r_0)} \operatorname{ch}^{-2}\left(\frac{z}{\Delta_*(r_0)}\right), \quad (2.43)$$

а распределение равновесного гравитационного потенциала поперек плоскости диска описывается соотношением

$$\Phi_0(r_0, z) = \Phi_0(r_0, z=0) + 2\pi G \sigma_{*0}(r_0) \Delta_*(r_0) \ln\left\{\operatorname{ch}\left(\frac{z}{\Delta_*(r_0)}\right)\right\}. \quad (2.44)$$

Как видно из (2.42)–(2.44), равновесие диска определяется распределениями следующих параметров:  $\Omega(r_0)$ ,  $\varkappa(r_0)$ ,  $c_r(r_0)$ ,  $c_\varphi(r_0)$ ,  $c_z(r_0)$ ,  $\sigma_{*0}(r_0)$ ,  $\Delta_*(r_0)$ . Однако не все из них независимы. Так, величина  $\varkappa(r_0)$  однозначно определяется через угловую скорость  $\Omega(r_0)$  соотношением (1.5), а параметры  $c_r$ ,  $c_\varphi$ , а также  $c_z$ ,  $\sigma_{*0}$ ,  $\Delta_*$  связаны уравнениями (2.34) и (2.40) соответственно. Еще одну связь между равновесными параметрами звездного диска могло бы дать уравнение (2.14), если бы масса диска в плоских галактиках всегда была много больше массы сфероидальных подсистем. В этом случае мы могли бы связать  $\Phi_{0,0}(r_0, 0)$  [а через уравнение Пуассона и  $\sigma_{*0}(r_0)$ ] с угловой скоростью вращения диска  $\Omega(r_0)$ . К сожалению, упомянутое условие не выполняется, и поэтому в рамках развитой выше теории имеются четыре независимых параметра, описывающих звездный диск. Как будет видно из дальнейшего, еще две связи между равновесными параметрами звездного диска можно, в принципе, получить из условий его маргинальной <sup>5</sup> устойчивости относительно изгибных возмущений и возмущений в его плоскости. Тогда независимыми и, следовательно, требующими определения из данных наблюдений останутся лишь два параметра. Одним из них обычно полагают уверенно наблюдаемую угловую скорость вращения диска  $\Omega$ . Другим может быть либо одна из дисперсий скоростей звезд ( $c_r, c_\varphi, c_z$ ) в диске, либо

<sup>5</sup> То есть находящейся на границе устойчивости.

его поверхностная плотность  $\sigma_{*0}$ . Величина последней из наблюдений уверенно не определяется, однако из данных по многоцветной фотометрии звездных дисков известно, что  $\sigma_{*0} \propto \exp\{-r/L_\sigma\}$  за пределами центральной ( $r \gtrsim L_\sigma$ ) части диска [403, 557].

В этом разделе мы, следуя Вандервоорту [865], построили довольно простую модель звездного диска. Более сложные модели структуры диска поперек его плоскости можно найти, например, в упоминавшейся уже работе Вандервоорта и работе Бакола [266]. В последней, в частности, учтен вклад объемной плотности звезд сфероидальной подсистемы (см. также работу [140]). Мы их, однако, описывать не будем. Во-первых, потому, что довольно тонкие детали моделей весьма трудно сравнивать с данными наблюдений. Во-вторых, потому, что задача построения теории устойчивости этих моделей звездных дисков относительно как изгибных возмущений, так и возмущений в их плоскости пока не решена, и тем самым целостного понимания динамики звездного диска в рамках таких моделей не возникает.

## 2.2. Динамика возмущений в плоскости диска

В предыдущем разделе построена модель стационарного равновесного звездного диска. Отклонения параметров диска (функции распределения, потенциала и др.) от равновесных значений будем называть *возмущениями* той или иной величины. Предположение о малой величине амплитуд отклонений от равновесного состояния весьма привлекательно для теоретического рассмотрения, поскольку исчезает одна из главных проблем при решении кинетического уравнения — его нелинейность. Изучение возможных пространственных структур на фоне осесимметричного стационарного состояния весьма популярно. В то же время для реальных систем предположение о малой величине амплитуд возмущений часто нарушается. Достижения в построении нелинейных моделей (речь не идет о численных, см. гл. 3) невелики. Однако линейный подход позволяет весьма успешно решать классическую задачу об устойчивости равновесной системы, отвечая на вопрос о причинах роста со временем тех или иных первоначально сколь угодно малых по амплитуде возмущений. В основе анализа линейной устойчивости лежит дисперсионное уравнение, определяющее временную динамику малых возмущений в зависимости от их пространственной структуры. Из-за стационарности исходного диска возмущения пропорциональны  $e^{-i\omega t}$  и будущее системы определяется наличием и знаком мнимой части частоты  $\omega$  (инкрементом). Рост со временем амплитуды в случае  $\text{Im}(\omega) > 0$  свидетельствует

о неустойчивости системы.

В данном параграфе мы получим дисперсионное уравнение, учитывающее неоднородность распределения равновесных параметров звездного диска.

### 2.2.1. Постановка задачи

Следуя Вандервоорту [866], получим кинетическое уравнение, описывающее динамику возмущений малой амплитуды в плоскости тонкого звездного диска. Для этого представим полные функции распределения звезд и гравитационный потенциал диска в виде суммы равновесных  $(f_0, \Phi_0)$  и возмущенных  $(f_1, \Phi_1)$  величин:

$$f = f_0 + f_1, \quad |f_1| \ll |f_0|, \quad \Phi = \Phi_0 + \Phi_1, \quad |\Phi_1| \ll |\Phi_0|. \quad (2.45)$$

Линеаризованное по возмущенным величинам  $f_1, \Phi_1$  кинетическое уравнение (2.7) в эпициклическом приближении имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial t} + v_r \frac{\partial f_1}{\partial r} + \left( \Omega + \frac{v_\varphi}{r} \right) \frac{\partial f_1}{\partial \varphi} + 2\Omega v_\varphi \frac{\partial f_1}{\partial v_r} - \left( \frac{\varpi^2}{2\Omega} v_r + v_z r \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) \frac{\partial f_1}{\partial v_\varphi} + \\ + v_z \frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{\partial \Phi_0}{\partial z} \frac{\partial f_1}{\partial v_z} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} \frac{\partial f_0}{\partial v_r} + \frac{\partial \Phi_1}{r \partial \varphi} \frac{\partial f_0}{\partial v_\varphi} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \frac{\partial f_0}{\partial v_z}. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Для вычисления возмущенных величин  $f_1, \Phi_1$  так же, как и при определении  $f_0, \Phi_0$ , будем использовать приближение диска малой толщины ( $\varpi \ll \omega_z$ ). Очевидно, что, как и равновесная  $\sigma_{*0}$ , величина возмущенной поверхностной плотности  $\sigma_{*1} \propto \varepsilon^0$ . Поэтому возмущенная объемная плотность  $\rho_{*1} \sim \sigma_{*1}/\Delta_* \propto \varepsilon^{-2}$ ,  $f_1 \propto \varepsilon^{-3}$  и зависящая от  $z$ -координаты часть  $\delta\Phi_1$  возмущенного гравитационного потенциала пропорциональна  $\varepsilon^2$ . В соответствии с этим разложим  $f_1, \Phi_1$  в ряды по степеням малого параметра  $\varepsilon$  (ср. с (2.18)):

$$f_1 = f_{1,-3} + f_{1,-2} + \dots, \quad \Phi_1 = \Phi_{1,0}(r, \varphi) + \Phi_{1,2}(r, \varphi) + \dots, \quad (2.47)$$

где  $f_{1,n} \propto \varepsilon^n$  и  $\Phi_{1,n} \propto \varepsilon^n$ . Тогда в рамках двух главных порядков по параметру  $\varepsilon$  уравнение (2.46) может быть расщеплено на систему двух уравнений

$$\hat{\mathcal{L}}_0 f_{1,-3} = \frac{\partial \Phi_{1,2}}{\partial z} \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial v_z} \equiv \delta \hat{\mathcal{L}} f_{0,-3}, \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{1,-3}}{\partial t} + \left( \Omega + \frac{v_\varphi}{r} \right) \frac{\partial f_{1,-3}}{\partial \varphi} + \hat{\mathcal{D}}_0 f_{1,-3} + \hat{\mathcal{L}}_0 f_{1,-2} = \\ = \frac{\partial \Phi_{1,0}}{\partial r} \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial v_r} + \frac{\partial \Phi_{1,0}}{r \partial \varphi} \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial v_\varphi} + \delta \hat{\mathcal{L}}_0 f_{0,-2}, \end{aligned} \quad (2.49)$$

где операторы  $\hat{\mathcal{L}}_0$  и  $\hat{\mathcal{D}}_0$  определены соотношениями (2.22) и (2.17) соответственно.

Для решения этой системы так же, как и в п. 2.1.2, перейдем к переменным действие-угол  $J, w$  (2.24). Поскольку  $J = \tau E_z$ , где  $\tau = \oint dz/v_z$ , то

$$\delta \hat{\mathcal{L}} = \tau \frac{\partial \Phi_{1,2}}{\partial w} \frac{\partial}{\partial J} \quad (2.50)$$

и уравнение (2.48) приобретает вид

$$\frac{\partial f_{1,-3}}{\partial w} = \tau \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial J} \frac{\partial \Phi_{1,2}}{\partial w}. \quad (2.51)$$

Общее решение этого уравнения в случае, если равновесная функция распределения  $f_{0,-3}$  определена соотношением (2.42), можно записать в виде

$$f_{1,-3} = (\langle \Phi_{1,2} \rangle - \Phi_{1,2}) \frac{f_{0,-3}}{c_z^2} + g_1(t, r, \varphi, v_r, v_\varphi, J), \quad (2.52)$$

где символ  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение по фазе  $z$ -движения:

$$\langle Q \rangle = \frac{1}{\tau} \oint Q \frac{dz}{v_z}. \quad (2.53)$$

Для определения величины  $g_1 = \langle f_{1,-3} \rangle$  усредним (2.49) по фазе  $z$ -движения в соответствии с правилом (2.53). В результате получим

$$\begin{aligned} \frac{dg_1}{dt} &\equiv \frac{\partial g_1}{\partial t} + v_r \frac{\partial g_1}{\partial r} + \left( \Omega + \frac{v_\varphi}{r} \right) \frac{\partial g_1}{\partial \varphi} + 2 \Omega v_\varphi \frac{\partial g_1}{\partial v_r} - \frac{\varkappa^2}{2 \Omega} v_r \frac{\partial g_1}{\partial v_\varphi} = \\ &= \frac{\partial \langle \Phi_{1,0} \rangle}{\partial r} \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial v_r} + \frac{\partial \langle \Phi_{1,0} \rangle}{r \partial \varphi} \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial v_\varphi}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Структура этого уравнения не описывает эффекты, связанные с движением звезд по  $z$ -координате. Тем самым удастся сформулировать один из этапов решения задачи как задачу определения возмущенной функции распределения  $g_1$  в модели тонкого ( $\Delta_* \rightarrow 0$ ) звездного диска. Соответствующее вычисление величины  $g_1$ , а затем и возмущенной объемной плотности диска конечной толщины проведено в следующем пункте.

### 2.2.2. Возмущенная плотность звездного диска

Уравнение (2.54) является линейным дифференциальным уравнением в частных производных. Его характеристики, определяющие невозмущенные траектории звезд в плоскости диска, описываются уравнениями:

$$\frac{dr}{dt} = v_r, \quad \frac{d\varphi}{dt} = \Omega(r) + \frac{v_\varphi}{r}; \quad \frac{dv_r}{dt} = 2 \Omega(r) v_\varphi, \quad \frac{dv_\varphi}{dt} = -\frac{\varkappa^2(r)}{2 \Omega(r)} v_r. \quad (2.55)$$

В рамках эпициклического приближения решение этих уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} v_r &= v_{\perp} \cos(\alpha), & v_{\varphi} &= v_{\perp} \frac{\mathfrak{a}}{2\Omega} \sin(\alpha), \\ r &= r_0 - \frac{v_{\perp}}{\mathfrak{a}} \sin(\alpha), & \varphi &= \Omega t + \frac{v_{\perp}}{r} \frac{2\Omega}{\mathfrak{a}^2} \cos(\alpha), \end{aligned} \quad (2.56)$$

где  $r_0$ ,  $v_{\perp}$  — постоянные интегрирования,  $\Omega = \Omega(r_0)$ ,  $\mathfrak{a} = \mathfrak{a}(r_0)$ ,  $\alpha = \alpha_0 - \mathfrak{a}t$  — фаза движения звезды по эпициклической траектории ( $\alpha_0$  — начальная фаза). Из (2.56) нетрудно видеть, что невозмущенное движение звезды в эпициклическом приближении представляет собой движение по эллипсу (эпициклу), одна из полуосей которого, ориентированная на центр диска, равна  $v_{\perp}/\mathfrak{a}$ , а другая, ориентированная в азимутальном направлении, равна  $2\Omega v_{\perp}/\mathfrak{a}^2$ . Центр этого эллипса (эпицикла) движется вокруг центра диска по круговой орбите радиусом  $r_0$  с угловой скоростью  $\Omega(r_0)$ .

Для вычисления возмущенной функции распределения  $g_1$  запишем уравнение (2.54) в виде, удобном для применения в дальнейшем метода интегрирования по траекториям [112]:

$$\begin{aligned} g_1(t) &= \int_{-\infty}^t dt' \left\{ \frac{2\Omega}{\mathfrak{a}^2} \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial I_2} \frac{\partial \langle \Phi_{1,0}(t') \rangle}{r_0 \partial \varphi(t')} + \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial I_1} \times \right. \\ &\times \left[ v_r(t') \frac{\partial \langle \Phi_{1,0}(t') \rangle}{\partial r(t')} + \frac{4\Omega^2}{\mathfrak{a}^2} v_{\varphi}(t') \frac{\partial \langle \Phi_{1,0}(t') \rangle}{r_0 \partial \varphi(t')} \right] \Big\}, \end{aligned} \quad (2.57)$$

где  $I_1 = v_{\perp}^2/2$ ;  $I_2 = r_0$  — интегралы движения звезды в плоскости диска в эпициклическом приближении и учтено, что [см. (2.29)]

$$\frac{\partial f_{0,-3}}{\partial v_r} = v_r \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial I_1}, \quad (2.58)$$

$$\frac{\partial f_{0,-3}}{\partial v_{\varphi}} = \frac{4\Omega^2}{\mathfrak{a}^2} v_{\varphi} \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial I_1} + \frac{2\Omega}{\mathfrak{a}^2} \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial I_2}. \quad (2.59)$$

Представление  $g_1(t)$  в виде (2.57) предполагает, что возмущение включается в момент времени  $t = -\infty$  с амплитудой пренебрежимо малой по сравнению с ее уровнем в момент времени  $t$ .

Коэффициенты уравнения (2.54) в связи со стационарностью и осесимметричностью равновесного состояния диска не зависят явно от времени и азимутальной координаты. Это позволяет представить зависимость возмущенных величин  $f_1$ ,  $\Phi_1$  от времени  $t$  и угла  $\varphi$  в экспоненциальном виде  $f_1, \Phi_1 \propto \exp\{-i\omega t + im\varphi\}$ , где  $\omega$  — частота возмущений,  $m = 0, 1, 2, \dots$  — номер моды по азимуту,  $k_{\varphi} = m/r$  — азимутальное число. Такое представление, в частности, означает, что предполагавшийся

выше при переходе от (2.54) к (2.57) рост амплитуды возмущений во времени эквивалентен наличию у частоты  $\omega$  малой положительной мнимой части — инкремента.

В радиальном направлении равновесный звездный диск неоднороден. Однако мы можем ограничиться рассмотрением коротковолновых в этом направлении возмущений — таких, характерный масштаб изменения которых мал по сравнению с минимальным масштабом радиальной неоднородности диска. Роль последнего в галактиках за пределами их центральных областей обычно играет величина  $L_\sigma = |d \ln(\sigma_{*0})/dr|^{-1}$ . Для изучения свойств таких возмущений используют ВКБ-приближение, в котором радиальная зависимость возмущенных величин полагается  $\propto \exp(ik_r r)$ , где  $k_r^{-1}$  — упоминавшийся выше характерный масштаб изменения возмущенных величин в радиальном направлении ( $k_r$  — радиальное волновое число). Таким образом, сформулированное выше условие применимости ВКБ-приближения можно записать в виде <sup>6</sup>

$$k_r L_\sigma \gg 1. \quad (2.60)$$

Такой подход позволяет преобразовать все дифференциальные операторы в подынтегральном выражении в (2.57) в алгебраические и тем самым связать величины  $\omega$ ,  $m$ ,  $k_r$  алгебраическим уравнением

$$F(\omega, k_r, m) = 0, \quad (2.61)$$

обычно называемым дисперсионным. Результаты его решения можно трактовать следующим образом. Возмущения, характеризуемые конкретными  $m$ ,  $k_r$ , эволюционируют по закону  $\exp\{-i\omega t\}$ , где  $\omega = \omega(m, k_r)$  — вообще говоря, комплексная величина. И если корни  $\omega$  дисперсионного уравнения (2.61) при некоторых значениях  $m$ ,  $k_r$  таковы, что  $\text{Im}(\omega) > 0$ , то амплитуда таких возмущений экспоненциально растет со временем (вообще говоря, необязательно в каждой точке пространства). Заметим также, что, зная решения (2.61), мы в общем случае можем изучать и эволюцию произвольных возмущений, если в начальный момент времени нам будет известен фурье-спектр такого возмущения в  $m - k_r$ -пространстве.

---

<sup>6</sup> В ряде работ в рамках различных моделей гравитирующего диска было показано, что ВКБ-приближение дает результаты, весьма близкие к точным, и для крупномасштабных мод. Так, например, по Калнайсу [524], ВКБ-решение уравнения Пуассона для моды  $m = 2$ ,  $k_r L \simeq 1$  отличается от точного не более, чем на 2 %, а в работе [147] точные значения частот колебаний диска практически совпадают с вычисленными в коротковолновом приближении вплоть до самых крупномасштабных мод включительно. Поэтому использование ВКБ-приближения вполне может приводить к результатам удовлетворительной точности вплоть до  $k_r L_\sigma \simeq 1$ . Это, однако, заведомо не относится к окрестностям динамических резонансов таких мод, где  $(\text{Re} \omega - m\Omega)^2 \simeq n^2 \alpha^2$ ,  $n = \pm 0, 1, 2, \dots$  — см. ниже (2.66).

Для дальнейшего важно отметить, что мы не связываем решение рассматриваемой здесь задачи изучения динамики малых возмущений в звездном диске с исследованием поведения каких-либо глобальных структурных особенностей диска (например, спирального узора). Поэтому в отличие от подхода Лина и Шу [585, 586] не будем пренебрегать в (2.54) и (2.57) возмущенными азимутальными силами. Такой подход позволяет нам изучить дисперсионные свойства неосесимметричных возмущений в неоднородном звездном диске и получить условие его устойчивости относительно неосесимметричных возмущений в его плоскости [126, 128].

Вычислим фазу возмущений  $m\varphi + k_r r$ . Для этого перейдем в двумерном пространстве волновых векторов  $(k_r, k_\varphi)$  к величинам

$$\tilde{k} = \sqrt{k_r^2 + \left(\frac{2\Omega}{\varepsilon} k_\varphi\right)^2}, \quad \beta = \arctg \left\{ \frac{2\Omega k_\varphi}{\varepsilon k_r} \right\}; \quad (2.62)$$

здесь  $k_\varphi = m/r_0$ . Тогда с помощью уравнений (2.56), описывающих невозмущенные траектории звезд, нетрудно получить

$$k_r r(t) + m\varphi(t) = m\Omega t + \tilde{k} \left[ r_0 \cos(\beta) - \frac{v_\perp}{\varepsilon} \sin(\alpha - \beta) \right]. \quad (2.63)$$

Используя этот результат, приводим (2.57) к виду

$$g_1 = i\tilde{k} \langle \Phi_{1,0} \rangle \int_{-\infty}^t dt' \left\{ v_\perp \cos(\alpha' - \beta) \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial I_1} + \frac{\sin(\beta)}{\varepsilon} \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial I_2} \right\} \times \\ \times \exp\{i\hat{\omega}(t - t') + i\xi[\sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha' - \beta)]\}, \quad (2.64)$$

где  $\hat{\omega} = \omega - m\Omega(r)$ ;  $\xi = \tilde{k}v_\perp/\varepsilon$ ;  $\alpha' = \alpha(t') = \alpha + \varepsilon(t - t')$ . Затем с помощью разложения производящей функции [38]

$$\exp\{i\xi \sin(\delta)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\xi) \exp\{in\delta\} \quad (2.65)$$

в ряд по функциям Бесселя первого рода  $J_n(\xi)$  интегрируем (2.64) по времени  $t'$ . В результате получаем

$$g_1 = -\langle \Phi_{1,0} \rangle \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(\xi)}{\hat{\omega} - n\varepsilon} \exp[i\xi \sin(\alpha - \beta) - in(\alpha - \beta)] \times \\ \times \left\{ n\varepsilon \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial I_1} + \frac{\tilde{k} \sin(\beta)}{\varepsilon} \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial I_2} \right\}. \quad (2.66)$$

Объемная плотность диска, создаваемая возмущенной функцией распределения (2.52) с определяемой по (2.66) величиной  $g_1(t)$ , может быть получена интегрированием последней по пространству скоростей. В

случае равновесного диска [см. (2.42)] эта операция с учетом разложения (2.65) приводит к следующему выражению:

$$\begin{aligned} \rho_1 = \int f_{1,-3} dv_r dv_\varphi dv_z = \frac{\rho_{*0}(r_0, z)}{\sqrt{2\pi}c_z} \int_{-\infty}^{\infty} (\langle \Phi_{1,0} \rangle - \Phi_{1,0}) \times \\ \times \exp\{-v_z^2/2c_z^2\} dv_z - \frac{2\pi a}{2\Omega} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dv_z \int_0^{\infty} dI_1 \frac{J_n^2(\xi)}{\hat{\omega} - n a} \langle \Phi_{1,0} \rangle \times \\ \times \left\{ n a \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial I_1} + \frac{\tilde{k} \sin(\beta)}{a} \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial I_2} \right\}. \end{aligned} \quad (2.67)$$

Поляченко и Фридман [163] показали, что возмущения в плоскости диска, исследованию свойств которых и посвящен этот раздел, в рамках линейной теории в модели тонкого диска отщепляются от изгибных (мембранных) колебаний диска. В последних локальная поверхностная плотность не возмущается, а возмущения объемной плотности имеют “дипольный” вид. Поэтому при описании свойств возмущений в плоскости диска в выражении (2.67) необходимо отбросить члены, не дающие вклада в возмущенную поверхностную плотность:

$$\sigma_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_1 dz. \quad (2.68)$$

Нетрудно видеть, что именно первый член в (2.67) не дает вклада в  $\sigma_1$ . Действительно, интегрируя по  $z$ -координате с учетом (2.43) величину  $\rho_{*0}(r_0, z) \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{1,0} \exp\{-v_z^2/2c_z^2\} dv_z$ , получим

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{*0}(r_0, z) dz \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{1,0} \exp\{-v_z^2/2c_z^2\} dv_z = \rho_{*0}(r_0, 0) \times \\ \times \int_0^{\infty} dE_z \oint dw \Phi_{1,0} \exp(-E_z/c_z^2) \equiv \rho_{*0}(r_0, 0) \int_0^{\infty} dE_z \langle \Phi_{1,0} \rangle \\ \times \oint dw \exp\left(\frac{-E_z}{c_z^2}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{*0}(r_0, z) dz \int_{-\infty}^{\infty} \langle \Phi_{1,0} \rangle \exp\left(-\frac{v_z^2}{2c_z^2}\right) dv_z. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Для вычисления возмущенной объемной плотности, обусловленной вторым членом в (2.67), используем конкретный вид равновесной функции распределения звезд  $f_{0,-3}$  (2.42). Кроме того, в соответствии с данными наблюдений (см. § 1.1), показывающими, что характерные толщины звездных дисков галактик слабо меняются вдоль радиальной координаты, будем считать  $\Delta_*(r_0) = \text{const}$ . В этом случае с учетом (2.40) имеем три независимых параметра звездного диска, в качестве которых выберем величины  $\sigma_{*0}$ ,  $\Omega$ ,  $c_r$ . Тогда из (2.33) следует:

$$\frac{\partial f_{0,-3}}{\partial I_1} = -\frac{f_{0,-3}}{c_r^2}, \quad (2.70)$$

$$\frac{\partial f_{0,-3}}{\partial I_2} = f_{0,-3} \frac{\partial \ln(2\Omega/\mathfrak{a})}{\partial r_0} + \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial \sigma_{*0}} \frac{d\sigma_{*0}}{dr} + \frac{\partial f_{0,-3}}{\partial c_r^2} \frac{dc_r^2}{dr_0}. \quad (2.71)$$

Интегрируя затем (2.68) по  $I_1$ ,  $v_z$  и отбрасывая в соответствии со сказанным выше члены, не дающие вклада в возмущенную поверхностную плотность диска, получим

$$\begin{aligned} \rho_1 = & -\frac{\sigma_{*0}\Phi_{1,0}}{2\Delta_*c_r^2\text{ch}^2(z/\Delta_*)} \left\{ 1 - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\hat{\omega}}{\hat{\omega} - n\mathfrak{a}} \times \right. \\ & \times \left[ 1 - \frac{\omega_*}{\hat{\omega}} \left( 1 + \xi + 2\eta \tilde{z} \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \right) \right] I_n(\tilde{z}) \exp\{-\tilde{z}\} \Big\}, \end{aligned} \quad (2.72)$$

где  $\tilde{z} = \tilde{k}^2 c_r^2 / \mathfrak{a}^2$ ;  $I_n(\tilde{z})$  — модифицированные функции Бесселя первого рода,

$$\omega_* = \frac{\tilde{k} \sin(\beta)}{\mathfrak{a}} c_r^2 \frac{\partial \ln(\sigma_{*0})}{\partial r_0}, \quad (2.73)$$

$$\xi = \frac{\partial \ln(2\Omega/\mathfrak{a})}{\partial \ln(\sigma_{*0})}, \quad \eta = \frac{\partial \ln(c_r)}{\partial \ln(\sigma_{*0})} \quad (2.74)$$

и учтено, что [38]:  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(x) e^{-x} = 1$ .

### 2.2.3. Дисперсионное уравнение

Возмущения плотности диска  $\rho_1$  приводят к возмущениям гравитационного потенциала  $\Phi_1$ , и связь между этими величинами определяется уравнением Пуассона [см. (2.3)]:

$$\frac{\partial}{r \partial r} \left( r \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \Phi_1}{r^2 \partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} = 4\pi G \rho_1. \quad (2.75)$$

В рассматриваемом нами ВКБ-приближении это уравнение для гармоник возмущенного потенциала, характеризуемых волновым числом  $k = \sqrt{k_r^2 + m^2/r^2}$ , приобретает вид

$$\frac{\partial^2 \Phi_{1,0}}{\partial z^2} - k^2 \Phi_{1,0} = -\frac{\hat{\mu} \Phi_{1,0}}{\Delta_*^2 \text{ch}^2(z/\Delta_*)}, \quad (2.76)$$

где величина  $\hat{\mu}$  определяется из (2.72) и тождества

$$\rho_1 \equiv -\frac{\hat{\mu} \Phi_{1,0}}{4\pi G \Delta_*^2 \text{ch}^2(z/\Delta_*)}. \quad (2.77)$$

Уравнение (2.76) похоже на уравнение Шредингера, описывающее движение частицы в потенциальной яме  $U = -U_0/\text{ch}^2(z/\Delta_*)$  вдоль  $z$ - координаты [89]. Однако для (2.76) задача поставлена несколько по-иному: для фиксированного значения “энергии” ( $-k^2$ ) необходимо найти

“глубину потенциальной ямы” ( $\hat{\mu}/\Delta_*^2$ ), в которой может существовать заданный “уровень энергии” ( $-k^2$ ). Нетрудно видеть, что минимальная глубина такой ямы определяется безузловой в  $z$ -направлении собственной функцией

$$\Phi_{1,0} = \text{const} \cdot \text{ch}^{-k\Delta_*}(z/\Delta_*), \quad (2.78)$$

а соответствующее ей значение “глубины ямы” — соотношением <sup>7</sup>

$$\frac{\hat{\mu}}{\Delta_*^2} = (1 + k \Delta_*) \frac{k}{\Delta_*}. \quad (2.79)$$

Используя затем этот результат и определение  $\hat{\mu}$  по (2.72), (2.77), получаем искомое дисперсионное уравнение, описывающее динамику возмущений в звездном диске с волновым вектором, лежащим в его плоскости:

$$\begin{aligned} \frac{k c_r^2 (1 + k \Delta_*)}{2 \pi G \sigma_{*0}} &= 1 - \left[ 1 - \frac{\omega_*}{\hat{\omega}} \left( 1 + \xi + 2 \eta \tilde{z} \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \right) \right] \times \\ &\times \left( I_0(\tilde{z}) \exp(-\tilde{z}) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{\omega}^2 I_n(\tilde{z}) \exp(-\tilde{z})}{\hat{\omega}^2 - n^2 \mathfrak{a}^2} \right). \end{aligned} \quad (2.80)$$

Нетрудно видеть, что это дисперсионное уравнение в пределе осесимметричных ( $m = 0$  и, следовательно,  $\omega_* \equiv 0$ ) возмущений в модели тонкого ( $\Delta_* = 0$ ) диска тождественно совпадает с дисперсионным уравнением Лина и Шу [586] (см. также в монографиях Фридмана и Поляченко [163, 420]).

#### 2.2.4. Гравитационные и градиентные неосесимметричные возмущения

Исследуем дисперсионные свойства возмущений, описываемых уравнением (2.80), частота которых в системе отсчета, вращающейся вместе с веществом диска, меньше эпициклической ( $|\hat{\omega}| < \mathfrak{a}$ ). Для приближенного вычисления этих частот в (2.80) можно опустить члены ряда с  $n \geq 2$ . Упрощенное таким образом дисперсионное уравнение приобретает вид

$$\begin{aligned} k k_T \rho^2 (1 + k \Delta_*) &= 1 - \left[ 1 - \frac{\omega_*}{\hat{\omega}} \left( 1 + \xi + 2 \eta \tilde{z} \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \right) \right] \times \\ &\times \left[ a(\tilde{z}) + 2 \frac{\hat{\omega}^2}{\hat{\omega}^2 - \mathfrak{a}^2} b(\tilde{z}) \right], \end{aligned} \quad (2.81)$$

где  $a(\tilde{z}) = I_0(\tilde{z}) e^{-\tilde{z}}$ ;  $b(\tilde{z}) = I_1(\tilde{z}) e^{-\tilde{z}}$ ;  $\rho = c_r/\mathfrak{a}$ ;  $k_T = \mathfrak{a}^2/2 \pi G \sigma_{*0}$ .

Если рассматривать только осесимметричные возмущения ( $m = 0$  и, следовательно,  $\omega_* = 0$ ), то (2.81) описывает две гравитационные

<sup>7</sup> Примесь “ям большей глубины”, для четных по  $z$ -координате собственных функций  $\Phi_{1,0}$ , согласно [866] уменьшает величину  $\mu/k\Delta_*$  в области  $0 \leq k\Delta_* \leq 1$  не более, чем на 2 %.

(джинсовские) ветви колебаний звездного диска, частоты которых различаются знаком:

$$\hat{\omega}^2 = \mathfrak{a}^2 \frac{1 - a(k^2 \rho^2) - k k_T \rho^2 (1 + k \Delta_*)}{1 - a(k^2 \rho^2) - 2b(k^2 \rho^2) - k k_T \rho^2 (1 + k \Delta_*)}. \quad (2.82)$$

В приближении тонкого ( $\Delta_* = 0$ ) диска Тоомре было показано, что такие возмущения устойчивы [ $\text{Im}(\hat{\omega}) = 0$ ] при выполнении условия

$$c_r \geq c_T = \frac{3,36 G \sigma_{*0}}{\mathfrak{a}}. \quad (2.83)$$

В тонком диске, обладающем дисперсией радиальных скоростей  $c_r \equiv c_T$ , радиальный масштаб маргинально устойчивых осесимметричных возмущений может быть определен из соотношения

$$k_r = k_0 = 0,974 \mathfrak{a} / c_T. \quad (2.84)$$

Учет стабилизирующего влияния конечной толщины звездного диска, предварительный анализ которого был проведен еще в работе Тоомре [851], показывает, что в рамках модели (2.42) такой диск устойчив при выполнении условия [866]

$$c_r \geq c_{TV} \simeq c_T (1 + 0,974 \Delta_* \mathfrak{a} / c_T)^{-1}. \quad (2.85)$$

Перейдем к изучению спектра неосесимметричных возмущений. Предварительно заметим, что  $|\omega_* / \mathfrak{a}| \sim k_\varphi \rho^2 / L_\sigma \lesssim (k \rho)^2 / k L_\sigma$ . С учетом того, что для наиболее близких к порогу неустойчивости возмущений в маргинально устойчивом по Тоомре–Вандервоорту диске  $k \rho \sim 1$ , а также условия (2.60) это означает, что для таких возмущений

$$|\omega_* / \mathfrak{a}| \ll 1. \quad (2.86)$$

В длинноволновой части спектра ( $k < k_T$ ) в маргинально устойчивом по Тоомре диске условие (2.86) тоже выполняется и, следовательно, эффекты неоднородности диска малы. В этом пределе законы дисперсии двух гравитационных ветвей колебаний звездного диска согласно (2.81) имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_{1,2} = & \pm \mathfrak{a} [1 - \tilde{k}^2 / k k_T (1 + k \Delta_*)]^{1/2} + \\ & + \frac{\omega_* \tilde{k}^2 [1 + \xi + 2\eta - (1 + \xi) / k k_T \rho^2 (1 + k \Delta_*)]}{2 k k_T (1 + k \Delta_* - \tilde{k}^2 / k k_T)}. \end{aligned} \quad (2.87)$$

Кроме этих ветвей дисперсионное уравнение (2.81) предсказывает существование еще одной — градиентной ветви<sup>8</sup> неосесимметричных возму-

<sup>8</sup> Термин “градиентная” обусловлен тем, что в однородном по  $c_r$  и  $\sigma_*$  диске эта ветвь колебаний вырождается ( $\hat{\omega}_3 = 0$ ).

щений, закон дисперсии которой имеет вид

$$\hat{\omega}_3 \simeq \omega_* \frac{[1 + \xi - \tilde{k}^2 \rho^2 (1 + \xi + 2\eta)]}{k k_T \rho^2 (1 + k \Delta_* - \tilde{k}^2 / k k_T)}. \quad (2.88)$$

По порядку величины в длинноволновой ( $k < k_T$ ) области  $|\hat{\omega}_{1,2}| \sim \varepsilon$ ;  $|\hat{\omega}_3| \lesssim \varepsilon / k_T L \ll \varepsilon$ .

В коротковолновой же части спектра ( $k \gg k_T$ ), используя асимптотику модифицированных функций Бесселя, из (2.81) получим

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_{1,2} \simeq \pm \varepsilon \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi} \tilde{z}} \frac{2}{[k k_T \rho^2 (1 + k \Delta_*) - 1] + 3} \right\}^{1/2} + \\ + \frac{\hat{\omega}_3 \sqrt{2\pi} \tilde{z} [k k_T \rho^2 (1 + k \Delta_*) - 1]}{\sqrt{2\pi} \tilde{z} [k k_T \rho^2 (1 + k \Delta_*) - 1] + 3}, \end{aligned} \quad (2.89)$$

$$\hat{\omega}_3 \simeq \frac{\omega_* (1 + \xi - \eta)}{\sqrt{2\pi} \tilde{z} [k k_T \rho^2 (1 + k \Delta_*) - 1] + 1}. \quad (2.90)$$

В этой области длин волн тоже  $|\hat{\omega}_{1,2}| \sim \varepsilon$ ;  $|\hat{\omega}_3| \lesssim \varepsilon / k_T L k \rho \ll \varepsilon$ .

Таким образом, как в длинноволновой, так и в коротковолновой частях спектра градиентная ветвь  $\hat{\omega}_3$  является низкочастотной и хорошо отделена от гравитационных ветвей. Все три ветви в этих частях спектра оказываются устойчивыми в маргинально устойчивом относительно осесимметричных возмущений диске.

Иной результат получается в промежуточной области длин волн  $\tilde{z} \sim 1$ . Чтобы продемонстрировать это, рассмотрим простую модель тонкого ( $\Delta_* = 0$ ) твердотельно вращающегося ( $\varepsilon \equiv 2\Omega$ ) неоднородного диска, в котором  $c_r \equiv c_T$  (тем самым масштабы неоднородностей  $\sigma_{*0}$  и  $c_r$  одинаковы и, следовательно,  $\eta = \partial \ln c_r / \partial \ln \sigma_{*0} = 1$ ). В малой окрестности  $q = (k - k_0) c_T / \varepsilon$  маргинально устойчивых по Тоомре возмущений с  $k = k_0$  [см. (2.84)] дисперсионное уравнение (2.81) принимает вид

$$\begin{aligned} x^3 + 1,4\nu x^2(1 - 1,111q - 0,473q^2) - 0,121q^2x + \\ + 0,097\nu(1 + 9,65q - 24,4q^2) = 0, \end{aligned} \quad (2.91)$$

где  $x = \hat{\omega} / \varepsilon$ ;  $\nu = (c_T / \varepsilon L_\sigma) \sin(\Theta)$ ;  $\sin(\Theta) = m / kr$ , а величина  $\sigma_{*0}$  в соответствии с данными наблюдений полагалась убывающей к периферии диска. В (2.91) мы ограничились разложением членов уравнения (2.81) в ряды по степеням  $q$  до второй включительно, имея в виду кроме вычисления частот колебаний диска определить еще и тип неустойчивости.

Полагаем диск слабонеоднородным:  $\nu \ll 1$ . Тогда в главном порядке по  $\nu$  из (2.91) для частот колебаний диска следует:

$$\hat{\omega}_{1,3} \simeq 0,23 \nu^{1/3} \varepsilon (1 + 3,22q - 18,3q^2)(1 + O(\nu^{2/3}) \pm i\sqrt{3}), \quad (2.92)$$

$$\hat{\omega}_2 \simeq -0,46 \nu^{1/3} \varkappa (1 + 3,22 q - 18,3 q^2) + O(\nu^{2/3}). \quad (2.93)$$

Неустойчивость рассматриваемой модели в области джинсовских длин волн ( $k = k_0$ ) очевидна. В чем же ее причина?

Известно, что в маргинально устойчивом по Тоомре диске в окрестности точки  $k = k_0$  частоты обеих гравитационных ветвей осесимметричных возмущений пропорциональны  $(k - k_0)^2$ . Ясно, что в некоторой малой (в силу  $|\omega_*| \ll \varkappa$ ) окрестности  $k = k_0$  частота градиентных возмущений окажется сравнимой с частотой одной из гравитационных ветвей неосесимметричных возмущений. Тогда взаимодействие этих ветвей, искажая спектры возмущений, приведет к неустойчивости неосесимметричных возмущений. Таким образом, причиной гравитационно-градиентной неустойчивости (2.92) является неоднородность диска. Природа же этой неустойчивости, очевидно, гравитационная.

Гравитационно-градиентная неустойчивость принадлежит к типу “абсолютных”, то есть таких, при возбуждении которых амплитуда возмущений растет в каждой точке пространства, движущейся вместе с веществом диска. Действительно, неустойчивость является “абсолютной”, а не “конвективной” (в этом случае неустойчивое возмущение сносится течением так быстро, что в каждой точке пространства возмущения со временем стремятся к нулю), если выполняется условие [67]

$$U_{gr}^2 \equiv \left( \frac{\partial \text{Re}(\hat{\omega})}{\partial k} \right)^2 < U^2 = 2 \text{Im}(\hat{\omega}) \frac{\hat{\alpha}^2 + \hat{\beta}^2}{\hat{\alpha}}, \quad (2.94)$$

где  $\hat{\alpha} = -\partial^2 \text{Im}(\hat{\omega}) / \partial k^2$ ;  $\hat{\beta} = \partial^2 \text{Re}(\hat{\omega}) / \partial k^2$ . Нетрудно видеть, что для возмущений с  $k = k_0$  ( $q \equiv 0$ )  $U_{gr} \simeq 0,75 \nu^{1/3} c_T$  и  $U \simeq 4 \nu^{1/3} c_T$ . Тем самым условие (2.94) для гравитационно-градиентной неустойчивости выполняется.

Впервые градиентная ветвь была получена Хантером [500] в модели холодного ( $c_r \equiv 0$ ) гравитирующего диска. Описанные здесь результаты относятся к достаточно горячему ( $c_r \simeq c_T$ ) бесстолкновительному диску. Тем не менее результат Хантера вытекает из дисперсионного уравнения (2.80) при выполнении цепочки неравенств  $k_T \rho \ll k \rho \ll 1$  (в реальных системах  $k_T \rho \sim 1$ ).

## 2.3. Физика гравитационной неустойчивости

Главным “возмутителем спокойствия” в изучаемых нами дисках является гравитация. Гравитационное взаимодействие между разными частями системы (часто говорят “самогравитация”) сжимает вещество, оно

стремится упасть само на себя. Этот процесс называют гравитационной или джинсовской неустойчивостью. Он приводит к перераспределению массы — в одной области плотность растет, в другой по необходимости уменьшается. Ряд факторов противостоит самогравитации, другие помогают ей. Прежде чем перейти в следующих разделах к строгому изложению, обсудим физику гравитационной неустойчивости, попытаемся качественно понять, как различные свойства системы влияют на стремление самогравитации “сжать вещество в точку”. Джинсовская неустойчивость обладает схожими чертами в звездном и газовом дисках, поэтому мы рассмотрим здесь и газовую систему (см. подробнее гл. 4), тем более, что она для анализа проще. При этом нагляднее проявятся и различия между ними и выяснится, какое влияние на гравитационную устойчивость звездного диска может оказать газовая подсистема. Для нас сейчас все отличие газа от звезд заключается в столкновительности первого, тем самым он описывается уравнениями газодинамики.

Все формулы данного раздела будут получены в последующем, поэтому сейчас укажем только основные приближения, в рамках которых они получены. Это эпициклическое приближение (см. (2.13)), диск считается тонким (см. (2.11)), возмущения лежат в плоскости диска и являются коротковолновыми (см. (2.60)). Отметим, что все приведенные здесь соотношения для звездного диска вытекают из дисперсионного уравнения (2.80), а для газового — из (4.95). Индексы “\*”, “ $g$ ” указывают соответственно на принадлежность величины к звездному или газовому диску. Для составления всестороннего понимания механизма гравитационной неустойчивости рекомендуем также обратиться к монографиям Поляченко и Фридмана [163, 420], Рольфса [739], Саслау [181].

### 2.3.1. Самогравитация

Пренебрежем влиянием всех факторов, кроме самогравитации, то есть рассмотрим плоский холодный<sup>9</sup> бесконечно тонкий гравитирующий слой<sup>10</sup>. В такой модели при сжатии не возникает противодействующей силы. Вещество, ускоряясь, падает на область повышенной плотности, все более увеличивая величину плотности и тем самым силу притяжения. Развивается гравитационная неустойчивость (коллапс), частота возмущений которой является чисто мнимой

$$\omega_*^2 = \omega_g^2 = -2 \pi G \sigma_0 k, \quad (2.95)$$

<sup>9</sup> “Температура” звездной системы характеризуется квадратами дисперсий скоростей звезд ( $c_r$ ,  $c_\varphi$ ,  $c_z$ ), а газа — скорости звука  $c_s$ .

<sup>10</sup> Строго говоря, в этом случае система нестационарна.

$\text{Re}(\omega) \equiv 0$ , то есть, как и следовало ожидать, из-за отсутствия возвращающей силы колебательного процесса нет. Причем для холодных систем нет различия между бесстолкновительной и газодинамической средами. Вещество падает само на себя для любых начальных возмущений, но наиболее быстро растут мелкомасштабные (большие  $k$ ), и этим гравитирующий слой отличается от однородной во всех направлениях среды плотности  $\rho_0$ , для которой  $\omega^2 = -4\pi G \rho_0$ . Последнюю формулу легко понять на следующем примере. Если в начальный момент времени расстояние между двумя одинаковыми неподвижными относительно друг друга гравитационно взаимодействующими телами равно  $a$ , то через время  $t_0 = \pi/2(a^3/2mG)^{1/2}$  частицы столкнутся (это значение легко получить из третьего закона Кеплера). Принимая для оценок среднюю плотность такой системы  $\rho_0 = 2m/(\frac{4}{3}\pi a^3)$ , получаем  $t_0 \simeq 1/\sqrt{G\rho_0}$ . Мнимая часть частоты (инкремент) обратна характерному времени роста возмущений и по порядку величины  $\text{Im}(\omega) \sim 1/t_0 \sim \sqrt{G\rho_0}$ .

Ниже мы будем последовательно включать в рассмотрение учет хаотического движения частиц, вращения диска, различных неоднородностей равновесных величин и т. п. Некоторые факторы делают диск более неустойчивым (увеличивают инкремент), и их естественно называть дестабилизирующими. Другие приводят к уменьшению инкремента вплоть до стабилизации гравитационной неустойчивости.

### 2.3.2. Хаотическое движение

Как хорошо известно, если рассмотренные выше две гравитационно взаимодействующие частицы обладают моментом количества движения (первоначально движутся не вдоль одной прямой), то такое относительное “случайное” движение может предотвратить столкновение. При переходе к системе с большим количеством частиц роль этих случайных движений выполняет тепловое движение (“температура”), и оно работает против гравитационного сгущивания. Если возникает область повышенной плотности размером  $\lambda \sim 1/k$ , то звезды за счет случайного движения могут покинуть опасную зону, уменьшить плотность в ней и тем самым остановить падение окружающего вещества. Условием устойчивости является превышение типичной скорости звезды  $c_r$  над характерной скоростью гравитационного падения  $\sim \lambda/t_0 \sim \sqrt{G\sigma_0/k}$ , что приводит к требованию  $k \gtrsim G\sigma_0/c_r^2$ . Естественно, малое по размеру возмущение легче стабилизируется хаотическим движением. В случае газа аналогичную оценку можно получить из условия равенства характерного времени гравитационного падения и времени прохождения через область разме-

ром  $\lambda \sim 1/k$  звуковой волны в газе. При возникновении сжатия начинает распространяться звуковая волна. Если характерное время гравитационного нарастания  $t_0$  превышает период колебаний  $\tau = 2\pi/\omega = 2\pi/k c_s$ , то возмущения устойчивы: на быстро движущуюся волну вещество падать не успевает. Опираясь на эту оценку, можно попытаться обобщить (2.95) на случай конечных значений  $c_s$ :

$$\omega_g^2 = c_s^2 k^2 - 2\pi G \sigma_{g0} k. \quad (2.96)$$

Как видим, случайное движение частиц может стабилизировать короткие волны (из (2.96) для газа  $k > 2\pi G \sigma_{g0}/c_s^2$ ), но бессильно против длинных.

### 2.3.3. Вращение

Учет вращения трансформирует плоский слой в собственно диск и делает устойчивыми длинноволновые осесимметричные ( $k = k_r$ ) возмущения. Это легко понять из следующих рассуждений. Если область размером  $\lambda \sim 1/k$  твердотельно вращающегося с угловой скоростью  $\Omega$  однородного диска сжать на  $\Delta r \ll \lambda$ , то в силу закона сохранения момента импульса вещество на радиусе  $(R - \Delta r)$  будет вращаться с  $\Omega' = \Omega R^2/(R - \Delta r)^2$ . В результате появляется возвращающая центробежная сила  $(R - \Delta r) \Omega'^2 - (R - \Delta r) \Omega^2 \simeq 4\Omega^2 \Delta r$  с точностью до малого  $\Delta r/\lambda$ . Если мы сравним ее с дополнительной гравитационной силой притяжения, связанной со сжатием диска  $\pi G \sigma_0 \lambda^2 (1/(\lambda - \Delta r)^2 - 1/\lambda^2) \simeq -2\pi G \sigma_0 \Delta r/\lambda$ , то увидим, что устойчивы будут только крупномасштабные возмущения  $\lambda \sim 1/k \gtrsim \pi G \sigma_0 / 2\Omega^2$ . Дисперсионное соотношение для звуковых волн во вращающейся среде имеет вид  $\omega^2 = 4\Omega^2 + k^2 c_s^2$  (первое слагаемое описывает эпициклические колебания), и уравнения (2.95), (2.96) можно обобщить:

$$\omega_g^2 = \varkappa^2 - 2\pi G \sigma_{g0} k + k^2 c_s^2 \quad (2.97)$$

( $\varkappa = 2\Omega$  в случае твердотельного вращения). Если пренебречь хаотическим движением ( $c_s = 0$ ), то условие устойчивости  $\omega^2 \geq 0$  приводит нас к полученному выше ограничению на волновое число. Уравнение (2.97) удобно записать в безразмерном виде:  $\nu_g^2 \equiv \omega_g^2/\varkappa^2 = 1 - 2K + Q_g^2 K^2$  ( $K = k/k_0$ ,  $Q_g = c_s/c_0$ ,  $k_0 = \varkappa^2/\pi G \sigma_{g0}$ ,  $c_0 = \pi G \sigma_{g0}/\varkappa$ ). Как мы выяснили, длинные волны стабилизирует вращение, а короткие — хаотическое движение частиц. Условия

$$\nu_g^2 = 0, \quad \frac{d\nu_g^2}{dK} = 0 \quad (2.98)$$

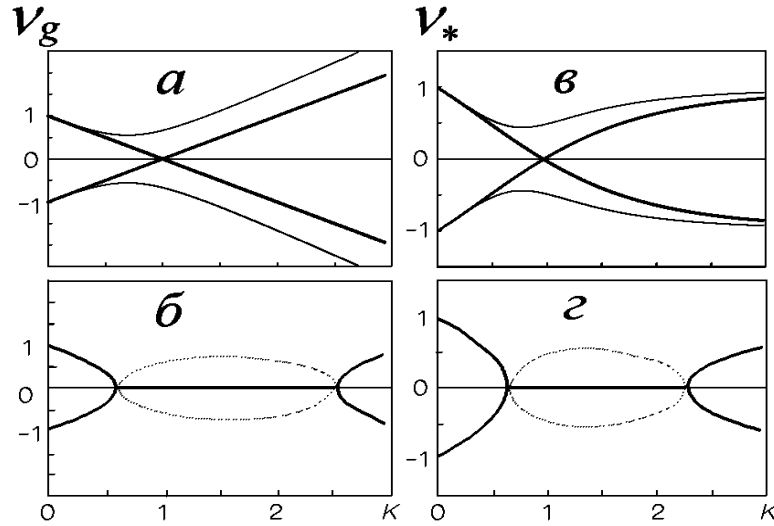


Рис. 2.1. Зависимость частоты джинсовских колебаний  $\nu = \omega/\varepsilon$  от безразмерного волнового числа  $K$ . Для газового диска: *a* — тонкая линия —  $Q_g = 1,2$ , жирная —  $Q_g = 1$ ; *б* — для случая  $Q_g = 0,8$  сплошная линия —  $\text{Re}(\omega)$ , пунктирная —  $\text{Im}(\omega)$ . На *в-г* аналогичные зависимости для звездного диска

определяют границу устойчивости. Решение системы (2.98) не вызывает затруднений, и  $K = 1$ ,  $Q_g = 1$ . На рис. 2.1 *a* показаны дисперсионные кривые для достаточно горячих ( $Q_g = 1,2$ ; 1) и, следовательно, устойчивых дисков. Две джинсовские ветви симметричны относительно оси абсцисс. В случае  $Q_g = 1$  диск находится на границе устойчивости. Если уменьшить значение этого параметра ( $Q_g < 1$ ), то возмущения с  $k \simeq k_0$  окажутся неустойчивыми (рис. 2.1 *б*). Минимум функции  $\nu_g^2(K)$  определяет наиболее неустойчивые волновые числа, для которых  $k = k_0/Q_g^2$ . Как видим, значение единственного параметра  $Q_g$  полностью определяет устойчивость модели. Условие  $Q_g = 1$  разграничивает гравитационно устойчивые и неустойчивые системы.

Хотя для бесстолкновительного звездного диска дисперсионное уравнение имеет более сложный вид, условие устойчивости мало отличается от случая газового диска. На рис. 2.1 *в, г* показаны две джинсовские ветви в области  $\omega \leq \varepsilon$ <sup>11</sup>. Они аналогичны гравитационным ветвям газового диска (рис. 2.1 *a, б*), но их поведение различается в области малых длин волн. Различие связано с особенностями хаотического движения в столкновительной и бесстолкновительной системах. В первой возникают звуковые волны, во второй для мелкомасштабных возмущений случайное движение не приводит к волновому процессу, и закон дисперсии определяется вращением  $\omega \simeq \pm \varepsilon$ . Как мы знаем, в системе отсчета, вращающейся с угловой скоростью  $\Omega$ , траектория движения звезды в модели твердотельно вращающегося диска представляет собой окружность с характерным эпициклическим радиусом  $\rho = c_r/\varepsilon$  (см. п. 1.1.3). Поэтому только возмущения с  $k \simeq 1/\rho$  испытывают значительное влияние случайного движения звезд.

<sup>11</sup> В бесстолкновительном диске имеются и высокочастотные колебания с  $\omega \simeq \pm n\varepsilon$ ,  $n = 2, 3, \dots$  [см. (2.80)]. По крайней мере, в однородном диске они не влияют на гравитационную устойчивость.

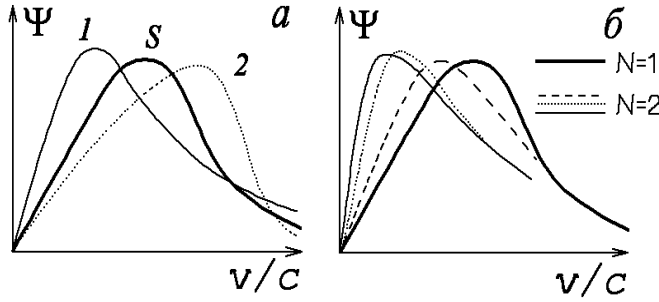


Рис. 2.2. Функции распределения длины вектора скорости  $\Psi = v f(\vec{v})$ : а — шварцшильдовская (s), с избытком медленных звезд (1), с избытком горячих звезд (2); б — для многокомпонентного диска при различных  $\alpha = \sigma_2/\sigma_1$  и  $\beta = c_2/c_1$

В случае бесстолкновительного диска роль параметра  $c_0$  играет параметр Тоомре  $c_T = 3,36 G \sigma_{*0}/\mathfrak{a}$  [851], и для устойчивости необходимо  $Q_* = c_r/c_T \geq 1$ . Волновое число удобно нормировать на величину  $1/\rho_T$  ( $\rho_T = c_T/\mathfrak{a}$  — эписциклический радиус при  $c_r = c_T$ ). Тогда на границе устойчивости ( $\omega_* = 0$ ,  $Q_* = 1$ ) находятся волны с  $K \equiv k \rho_T = 0,974$  (см. рис. 2.1 в). При  $Q_* < 1$ , как и в случае газового диска, возмущения с  $K \simeq 1$  оказываются абсолютно неустойчивыми, поскольку для них  $\text{Re}(\omega) \equiv 0$  (рис. 2.1 г). Заметим, что поскольку в галактиках  $\sigma_{g0}/\sigma_{*0} \ll 1$ , то  $k_0 \rho_T \gg 1$ .

#### 2.3.4. Функция распределения звезд по скоростям.

##### Звездно-газовые системы

Устойчивость звездных и газовых дисков определяется значениями параметров  $c_0 = \pi G \sigma_{g0}/\mathfrak{a}$  и  $c_T = 3,36 G \sigma_{*0}/\mathfrak{a}$  соответственно, которые формально совпадают с точностью до числового коэффициента. Замена  $\pi$  на 3,36 обусловлена бесстолкновительностью системы и конкретным выбором функции распределения звезд по скоростям  $f(\vec{v})$  (2.32). Как уже упоминалось, функция вида (2.32) описывает реальные распределения скоростей звезд приближенно [30, 107, 223, 224]. Связано это со звездообразованием, усиливающимся при прохождении спиральной волны плотности, бесстолкновительностью системы в смысле звездно-звездного взаимодействия (проблема релаксации и начальных условий) и, как следствие, с дискретностью звездного населения по кинематике. Построение функции распределения  $f(\vec{v})$  непосредственно из наблюдений в солнечной окрестности Галактики дает систематическое отклонение от (2.32) [223, 224]. Как и ранее, считаем диск бесконечно тонким и однородным. По определению, функция распределения удовлетворяет условиям:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\vec{v}) dv_{\varphi} dv_r = \sigma_{*0}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_r^2 f(\vec{v}) dv_{\varphi} dv_r = \sigma_{*0} c_r^2. \quad (2.99)$$

Одну и ту же дисперсию скоростей можно создать различным распределением скоростей. Обсудим, как могут повлиять возможные отклонения функции распределения от шварцшильдовской  $f_s$  (2.32). На рис. 2.2 а

изображены два качественно разных случая, различающихся избытком медленных звезд  $f_1$  и их недостатком  $f_2$  в сравнении с функцией  $f_s$ . Во всех трех случаях величина  $c_r$  по (2.99) одна и та же. Для гравитационной устойчивости модели с  $f_1$ , чтобы стабилизировать подсистему медленных частиц, требуется в целом сильнее разогреть систему, то есть минимально необходимая для устойчивости дисперсия скоростей  $c$  должна превышать  $c_T$ . В случае с  $f_2$  для устойчивости будет достаточно  $c < c_T$ .

Звездное население дисков плоских галактик можно разбить на  $N$  подсистем, каждая из которых характеризуется своей поверхностной плотностью  $\sigma_j$  и дисперсией  $c_j$ , так что в силу (2.99)

$$\sum_{j=1}^N \sigma_j = \sigma_{*0}, \quad \sum_{j=1}^N \sigma_j c_j^2 = \sigma_{*0} c_r^2. \quad (2.100)$$

Предположим, что каждая подсистема описывается шварцшильдовским распределением  $f_j = \frac{\sigma_j}{2\pi c_j^2} \exp(-v^2/2c_j^2)$ . На рис. 2.2 б показаны функции распределения длины вектора скорости  $\Psi = v f(\vec{v})$  для  $N = 1$ ,  $N = 2$  при различных отношениях  $\sigma_1/\sigma_2$  и  $c_1/c_2$ . Под холодной и маломассивной подсистемой ( $\sigma_2 < \sigma_1$  и  $c_2 < c_1$ ) можно понимать молодые звезды. Для гравитационной стабилизации такой модели необходимо в целом сильнее разогреть систему  $Q_* = c_r/c_T > 1$ . Очевидно, что при  $N > 1$  любое соотношение наборов  $\sigma_j$ ,  $c_j$  (естественно, удовлетворяющих условиям (2.100)) дает более неустойчивый диск по сравнению с  $N = 1$ , поскольку в таких моделях всегда имеется избыток холодных звезд. Расчеты с наблюдаемой функцией распределения скоростей звезд вблизи Солнца говорят о том, что поправка эта невелика и составляет не более 15 %.

В рамках обсуждаемого здесь подхода рассмотрим звездно-газовый диск. Характерная скорость газовых облаков  $c_s$  существенно меньше дисперсии скоростей звезд  $c_r$ . Кроме того,  $\sigma_{g0} < \sigma_{*0}$ . С этой точки зрения учет газовой подсистемы эквивалентен наличию молодых звезд, что, как мы видели, является дестабилизирующим фактором (см. подробнее п. 6.1.1).

### 2.3.5. Конечная толщина диска

Чтобы ответить на принципиальный вопрос о том, является ли конечная толщина диска  $2\Delta_*$  стабилизирующим или дестабилизирующим фактором, обратимся к уравнению (2.95) и запишем его в виде  $\omega_*^2 = -4\pi G \rho_0 k \Delta_*$ , где средняя плотность  $\rho_0 = \sigma_{*0}/2\Delta_*$ . Естественно,

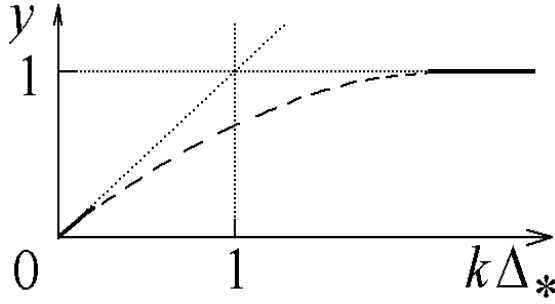


Рис. 2.3. К вопросу о влиянии толщины диска на гравитационную устойчивость системы. Здесь  $y = -\omega^2/4\pi G\rho_0$

оно справедливо только в пределе  $k\Delta_* \rightarrow 0$ . Мы показали в п. 2.3.1, что в обратном пределе  $k\Delta_* \gg 1$  справедливо  $\omega_*^2 = -4\pi G\rho_0$ . Как видно из рис. 2.3, следует ожидать стабилизирующего влияния толщины диска на его гравитационную устойчивость. Действительно, величина  $\Delta_*$  и поверхностная плотность  $\sigma_{*0}$  входят в дисперсионное уравнение (2.80) только в комбинации  $\sigma_{*0}/(1 + k\Delta_*)$ , что уменьшает инкремент при  $k\Delta_* > 0$ . Поскольку наиболее неустойчивые возмущения обладают  $k = 0,974/\rho_T$ , можно обобщить критерий устойчивости звездного диска с учетом  $\Delta_*$  и записать

$$Q_* = \frac{c_r}{c_T} \geq \frac{1}{1 + 0,974 \Delta_* \bar{\omega}/c_T}. \quad (2.101)$$

Аналогичные рассуждения справедливы для газового диска конечной толщины  $2h$ :  $Q_g \geq 1/(1 + hk_0)$ .

### 2.3.6. Дифференциальность вращения

Выше рассматривались осесимметричные колебания  $k = k_r$ , что оправданно для однородного твердотельно вращающегося диска, поскольку учет неосесимметричных возмущений  $[\propto \exp\{im\varphi + ik_r r - i\omega t\}]$  приводит только к доплеровскому сдвигу частоты  $\omega \rightarrow \hat{\omega} \equiv \omega - m\Omega$  и не сказывается на устойчивости. В дифференциально вращающемся диске с  $\Omega(r)$  осесимметричные возмущения описываются дисперсионным уравнением (2.97) для  $\bar{\omega}^2 = 4\Omega^2 + r d\Omega^2/dr$ . Существенное другое. Зависимость угловой скорости от  $r$  приводит к тому, что более неустойчивыми становятся неосесимметричные (“косые”) возмущения ( $k_\varphi = m/r \neq 0$ ). Рассмотрим физику этого эффекта отдельно для звездного и газового дисков.

При построении равновесной модели звездного диска в п. 2.1.2 мы получили  $c_\varphi/c_r = \bar{\omega}/2\Omega = (1 + r d\Omega/2\Omega dr)^{1/2}$ , и для угловой скорости вращения  $\Omega$ , убывающей с радиусом, выполняется  $c_\varphi < c_r$ . С учетом дифференциальности вращения, траектория движения звезды становится эллипсом с характерными масштабами осей  $a_r = c_r/\bar{\omega}$  и  $a_\varphi = 2\Omega a_r/\bar{\omega} > a_r$  (рис. 2.4). При движении по эллипсу в среднем ско-

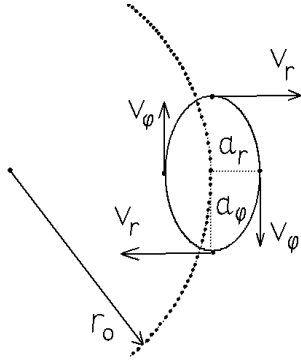


Рис. 2.4. К вопросу об устойчивости дифференциально вращающегося звездного диска

рость звезды в азимутальном направлении меньше, чем в радиальном, и неосесимметричные возмущения (в пределе “спицеобразные”) труднее подавить по сравнению с осесимметричными. Дисперсия азимутальных скоростей определяет упругость среды для косых возмущений, и для подавления гравитационной неустойчивости необходимо в  $2\Omega/\varkappa$  раз сильнее разогреть диск. Таким образом, устойчивость определяется меньшей из величин  $c_r$  и  $c_\varphi$ :

$$Q_* \geq \frac{2\Omega}{\varkappa} = \sqrt{\frac{2}{2-n}}, \quad (2.102)$$

где  $\Omega \propto r^{-n}$ .

Рассмотрим газовый диск. Из-за столкновительности “макромолекулы” газа не движутся по эпициклам, и давление является изотропным в радиальном и азимутальном направлениях. Дестабилизирующее влияние дифференциальности вращения связано с действием двух факторов. Во-первых, меняется закон дисперсии неосесимметричных звуковых волн (2.97). Этот эффект связан с действием силы Кориолиса. Косые возмущения вызывают радиальную компоненту силы Кориолиса, причем в первом порядке по дифференциальности вращения она не зависит от знака  $k_\varphi$ ; поэтому в дисперсионное уравнение должна входить величина  $k_\varphi^2$ . Вычисления дают

$$\hat{\omega}_g^2 = \varkappa^2 + \left(k^2 c_s^2 - 2\pi G \sigma_g k\right) \left(1 - 2s^2 \frac{r}{\varkappa^2} \frac{d\Omega^2}{dr}\right), \quad (2.103)$$

где  $s = k_\varphi/k$ ,  $k^2 = k_r^2 + k_\varphi^2$ . Инкремент неустойчивости растет с  $s^2$ , однако, строго говоря, по условиям вывода уравнение (2.103) неприменимо для возмущений с  $s^2 = 1$ . В приложении к реальным галактикам формальная подстановка  $s^2 = 1$  приводит к неопределенности  $\lesssim 25\text{--}30\%$ . Если принять для оценок  $s \rightarrow 1$ , то с учетом (2.103) условие устойчивости примет вид

$$Q_g = \frac{c_s}{c_0} = \sqrt{\frac{2+n}{2-n}}. \quad (2.104)$$

Для плоской кривой вращения ( $n = 1$ ) имеем  $Q_g = \sqrt{3}$  (аналогичный результат получен в работе [174]). Оба условия (2.102) и (2.104) при  $n \rightarrow 2$

дают бесконечно большие значения параметра  $Q$ , что связано с неустойчивостью круговых орбит для закона с  $n \geq 2$ . Эта неустойчивость обусловлена видом внешнего потенциала, не связана с самогравитацией и не может быть подавлена температурой. Следует сказать, что для систем с  $n \gtrsim 1$  из-за нарушения условий, положенных в основу получения данных критериев, погрешность этих формул может быть существенной<sup>12</sup>.

Имеется еще один дестабилизирующий фактор, связанный с дифференциальностью вращения, однако рассмотрение его более естественно провести в следующем пункте.

### 2.3.7. Неоднородный диск

Под неоднородностью диска мы будем понимать зависимость поверхностной плотности и/или дисперсии скоростей (скорости звука для газового диска) от радиальной координаты. В однородной системе имеются две джинсовские ветви колебаний (см. рис. 2.1). Неоднородность диска (или дифференциальность вращения) приводит к появлению еще одной ветви колебаний, ее называют градиентной. Волновой вектор  $\vec{k}$  для этого типа колебаний должен быть направлен под углом к градиенту равновесной величины. Как правило, чем более косые возмущения, тем больше частота колебаний. Градиентные волны обусловлены дополнительной “упругостью” неоднородной среды. Известно множество примеров проявления таких колебаний в самых разных областях физики.

*Поверхностные гравитационные волны* на поверхности раздела двух сред (ПГВ) — наиболее известный тип волн, связанный с неоднородностью системы, которая вызвана вертикальной силой тяжести  $g$ . Для несжимаемых жидкостей с плотностью  $\rho_{01}$  и  $\rho_{02}$  закон дисперсии имеет вид  $\omega^2 = k_{\perp} g (\rho_{02} - \rho_{01}) / (\rho_{02} + \rho_{01})$ .

*Внутренние гравитационные волны* (ВГВ) могут распространяться в океане или атмосфере Земли из-за неоднородности в вертикальном направлении объемной плотности вещества  $\rho_0(z)$ . Для них

$$\omega^2 = -g \frac{d \ln(\rho_0)}{dz} \frac{k_{\perp}^2}{k_{\perp}^2 + k_z^2}.$$

ПГВ и ВГВ являются поперечными (или сдвиговыми). Сдвиговая упругость среды возникает из-за неоднородности архимедовой силы в вертикальном направлении, и такие волны не могут распространяться вдоль  $z$ -координаты.

<sup>12</sup> К сожалению, эти трудности носят принципиальный характер. Выходом из этого положения может служить сравнение с контрольными численными экспериментами (см. гл. 3), в которых неоднородные системы выходят на границу устойчивости, и при необходимости корректировка критериев устойчивости такого типа.

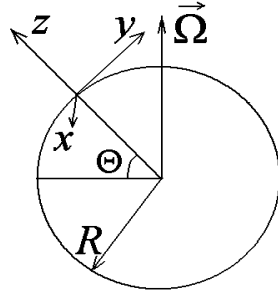


Рис. 2.5. К вопросу о волнах Россби

Гравитационно-гироскопические волны (ГГВ) являются примером крупномасштабных возмущений в океане постоянной глубины  $h$  с учетом вращения планеты с угловой скоростью  $\vec{\Omega}$ . Дисперсионное уравнение для них имеет вид  $\omega^2 = k_{\perp}^2 c^2 + 4\Omega_z^2$ , здесь  $c^2 = gh$ . Из условия равновесия  $g = -dp/\rho dz$ .

Волны Россби связаны с изменением  $\Omega_z = \Omega \sin \Theta$  вдоль географической широты (рис. 2.5):  $\omega_R = -\frac{2k_x \Omega_y}{R(k_{\perp}^2 + 1/r_R^2)}$ , где  $r_R = c/2\Omega_z$ ,  $\Omega_y = d\Omega_z/d\Theta$ . Возвращающей силой является сила Кориолиса.

Все эти примеры хорошо известны и легко наблюдаются в природе. Огромное количество волн градиентного типа получено при изучении физики плазмы (их часто называют желобковыми, диффузионными). Таким образом, наличие в неоднородных астрофизических дисках градиентных ветвей колебаний представляется естественным.

Рассмотрение механизма дестабилизирующего влияния неоднородности для звездного и газового дисков дает качественно похожие картины. На основе вышеперечисленных примеров видно, что частота коротковолновых градиентных колебаний приближенно равна  $c/L$  ( $c$  — характерная скорость хаотических движений,  $L$  — характерный масштаб неоднородности), то есть они являются низкочастотными,  $|\hat{\omega}| \ll \omega$ . Если в какой-то области длин волн две ветви колебаний имеют близкие друг другу вещественные частоты, то возможно возникновение между ними “слабой связи” с появлением  $\text{Im}(\omega) > 0$ , то есть неустойчивости (см., например, [97]). В случае гравитационно устойчивого диска с  $Q \gg 1$  джинсовские и градиентная ветвь отделены друг от друга (рис. 2.6 а). При уменьшении параметра  $Q$  частота гравитационных ветвей уменьшается, и при некоторых  $Q$  в случае  $d\sigma/dr < 0$  отрицательная джинсовская ветвь начинает взаимодействовать с градиентной, в результате вместо двух действительных частот появляется два комплексно-сопряженных (рис. 2.6 б). Решение с  $\text{Im}(\hat{\omega}) > 0$  соответствует гравитационно-градиентной неустойчивости. Градиентная ветвь может при определенных условиях взаимодействовать и/или с положительной джинсовской (рис. 2.6 в). Градиентные колебания могут быть обуслов-

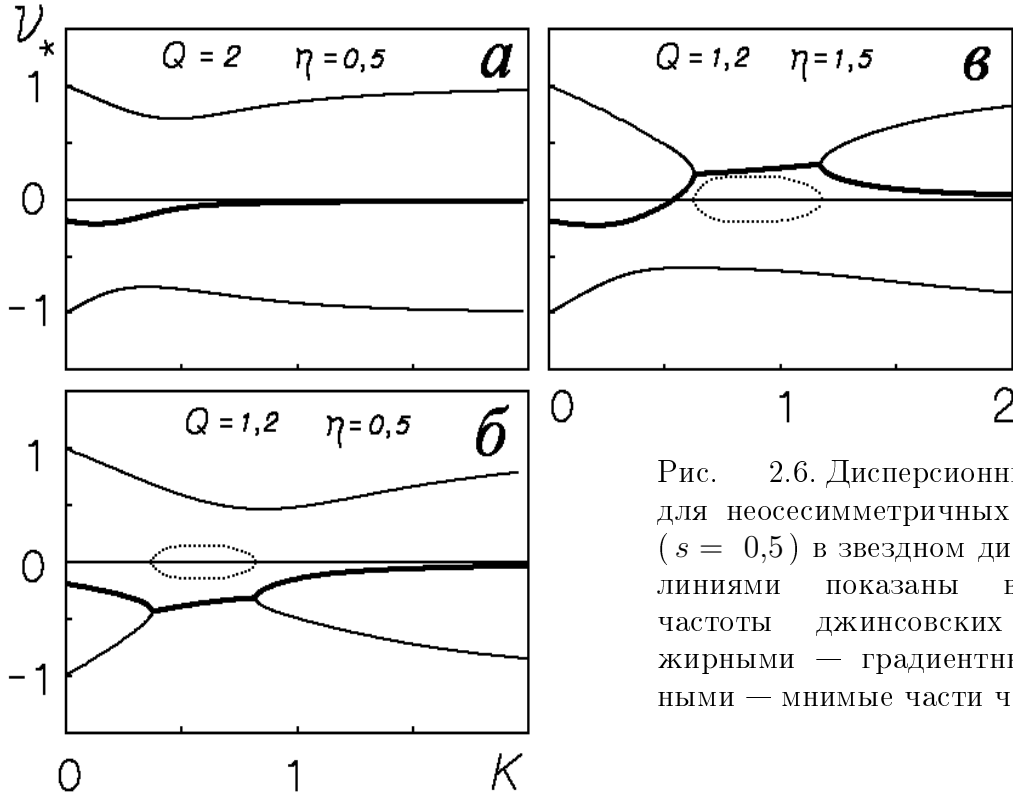


Рис. 2.6. Дисперсионные кривые для неосесимметричных возмущений ( $s = 0,5$ ) в звездном диске. Тонкими линиями показаны вещественные частоты джинсовских колебаний, жирными — градиентные, пунктирными — мнимые части частот

лены не только неоднородностью, но и дифференциальным вращением. Это ярко видно на приведенном выше примере волн Россби для газа.

Для газового диска при типичных условиях дестабилизация системы за счет эффектов взаимодействия градиентной и джинсовских колебаний невелика. Условие (2.104) принимает вид

$$Q_g \geq \sqrt{\frac{2+n}{2-n}} \left\{ 1 + 0,6 \left| 2 \sqrt{\frac{2}{2-n}} \left( \frac{n}{k_0 r} + \frac{d \ln(\sigma_{g0})}{k_0 dr} \right) \right|^{2/3} \right\}, \quad (2.105)$$

и при типичных значениях параметров поправка не превышает 10 %.

Для звездного диска с учетом всех рассмотренных нами факторов запишем аналогичное условие

$$Q_* \geq \frac{N}{1 + 0,974 \delta / N^2} \left\{ 1 + 1,07 \left| N \frac{d \ln(\sigma_{*0})}{k_T dr} (1 + \xi - 1,086 \eta) \right|^{2/3} \right\}, \quad (2.106)$$

где  $N = 2\Omega/\varpi = \sqrt{2/(2-n)}$ ,  $\eta = L_\sigma/L_c = d \ln(c_r)/d \ln(\sigma_{*0})$ ,  $\delta = \Delta_*/\rho_T$ ,  $\xi = d \ln(2\Omega/\varpi)/d \ln(\sigma_{*0})$ . Неоднородность в звездном диске вносит эффект более существенный, чем в газовом диске.

В заключение отметим, что в газовом диске может существовать еще одна ветвь колебаний — энтропийная. В модели с равновесной энтропией  $s_0(p_0, \sigma_0) = \text{const}$  частота этих колебаний  $\hat{\omega} = 0$ . Если  $ds_0/dr \neq 0$ , то это приводит к новой энтропийной ветви колебаний. Естественно, она относится к градиентному типу и является низкочастотной. Ее взаимо-

действие с джинсовскими ветвями вносит дополнительное дестабилизирующее влияние.

### 2.3.8. Обсуждение

Гравитационная устойчивость плоских систем относительно мелко-масштабных возмущений определяется действием разнообразных факторов. Примечательно, что критерий локальной устойчивости можно записать в виде достаточно простого условия  $Q \geq Q_{\text{крит}}$  [см. (2.105), (2.106)]. Значение параметра  $Q_{\text{крит}}$  является ключевым для рассматриваемой проблемы. Совместное действие самогравитации, вращения и хаотического движения частиц требует  $Q_{\text{крит}} = 1$ . Конечная толщина диска уменьшает это значение, а зависимости равновесных величин от радиальной координаты в целом приводят к  $Q_{\text{крит}} > 1$ . Для примера рассмотрим солнечную окрестность звездного диска Галактики. Для оценок примем:  $\sigma_{*0} = 60 M_{\odot} / \text{пк}^2$ ,  $\Omega = 25 \text{ км/с кпк}$ ,  $\Omega \propto r^{-1}$ ,  $\Delta_* = 300 \text{ пк}$ ,  $L_{\sigma} = 3 \text{ кпк}$ ,  $L_c = 7 \text{ кпк}$  и, следовательно,  $N = \sqrt{2}$ ,  $\eta = 0,4$ ,  $\rho_T / L_{\sigma} = 0,23$ ,  $\xi = 0$ ,  $c_{T\odot} = 22 \text{ км/с}$ . Подставляя значения этих параметров в (2.106), получим  $Q_* \simeq 1,6$ .

## 2.4. Условие гравитационной устойчивости диска

### 2.4.1. Является ли условие Тоомре достаточным для устойчивости реального звездного диска?

Из приведенных выше результатов следует, что для устойчивости звездного диска величина дисперсии радиальных скоростей звезд должна превышать некоторое критическое значение. Впервые минимально необходимую для устойчивости тонкого ( $\Delta_* = 0$ ) диска относительно осесимметричных возмущений величину  $(c_r)_{\text{min}}$  (см. (2.83)) вычислил Тоомре [851]. Позднее Вандервоортом [866] эта величина была скорректирована с учетом конечной толщины диска  $(c_r)_{\text{min}} \simeq c_{TV}$  (2.85). Данные наблюдений [156, 897] показывают, что в окрестности Солнца  $c_r > c_{TV}$ , поэтому следует ожидать, что условие устойчивости (2.85) является *необходимым*.

Однако начатые в 70-х годах численные эксперименты [129, 130, 379, 487, 488, 629, 630, 631, 634, 685, 782] показывают, что звездные диски с начальным значением  $c_r \simeq c_{TV} < c_T$  за промежуток времени порядка всего лишь одного-двух оборотов диска разогреваются до состояния с  $c_r \gtrsim (1,5 \div 2,5) c_T$ . Эти результаты подтверждают необходимость условия устойчивости звездного диска (2.85), но указывают на его недо-

статочность. Поэтому обнаруженный в численных экспериментах “разогрев” диска в соответствии с принципом Ле-Шателье (см. в книге [90]) естественно трактовать как результат эволюции неустойчивой системы к устойчивому состоянию. Следовательно, необходимо понять природу неустойчивости, приводящей к такому разогреву.

Для выяснения этого вопроса в первую очередь отметим, что равновесный бесстолкновительный диск анизотропен — его “упругость” в азимутальном направлении, характеризуемая величиной  $c_\varphi$ , меньше радиальной “упругости”:  $c_\varphi = (\varpi/2\Omega) c_r < c_r$ , и это является дестабилизирующим фактором. Поэтому если мы, в отличие от Тоомре [851] и Вандервоорта [866], исследовавших динамику только осесимметричных возмущений, изучим поведение неосесимметричных возмущений, то следует ожидать, что для их стабилизации величина  $c_\varphi$  должна будет достичь значения, близкого к  $c_{TV}$ . С учетом связи (2.34) это означает, что величина  $(c_r)_{\min}$  должна быть близка к  $(2\Omega/\varpi) c_{TV}$  [503].

Природа второго дестабилизирующего звездный диск фактора обусловлена, очевидно, гравитационно-градиентной неустойчивостью, интенсивность которой возрастает с ростом степени неосесимметричности возмущений. Эта неустойчивость, как будет показано ниже, тоже может быть подавлена при увеличении дисперсии радиальных скоростей звезд.

Таким образом, следует надеяться, что необходимое и достаточное условие устойчивости неоднородного дифференциально вращающегося звездного диска может быть получено как условие отсутствия комплексных корней у дисперсионного уравнения (2.80) для неосесимметричных возмущений. Такое условие в пределе однородного твердотельно вращающегося диска должно естественным образом переходить в условие (2.85).

Отметим также, что качественно эффект худшей стабилизации неосесимметричных возмущений был известен и раньше [146, 163, 420, 525] из исследования устойчивости моделей звездных дисков с квадратичным потенциалом. Однако в таких моделях градиенты плотности и дисперсии скоростей звезд жестко связаны между собой и с другими параметрами диска, а вращение твердотельно. Искусственность подобных моделей подчеркивается и тем фактом, что даже невращающийся диск, то есть диск, равновесие которого поддерживается только градиентом “давления” (плотности и дисперсии скоростей звезд), оказывается гравитационно неустойчивым относительно осесимметричных возмущений. По этой причине применимость моделей дисков с квадратичным потенциалом к реальным галактикам весьма проблематична. В то же

время упомянутые в начале пункта численные эксперименты, да и сам факт существования плоских галактик, говорят о том, что вращающийся звездный диск может быть устойчивым, и для этого в нем везде (кроме центральной части диска) должно быть  $c_r \simeq 1,5 \div 2,5 c_T$ . Модель звездного диска (2.86)–(2.88) хорошо согласуется с данными наблюдений и поэтому попытаемся получить условие его устойчивости из соответствующего этой модели дисперсионного уравнения (2.80).

#### 2.4.2. Критерий устойчивости неосесимметричных возмущений в дифференциально вращающемся диске конечной толщины

Граница устойчивости звездного диска в соответствии с приведенными выше оценками частот градиентных возмущений должна лежать в области частот  $|\hat{\omega}|^2 \ll \alpha^2$ . Поэтому естественно использовать упрощенное дисперсионное уравнение (2.81). Рассмотрим сначала модель однородного ( $\partial\sigma_{*0}/\partial r = 0$ ,  $\partial c_r/\partial r = 0$ ) диска, вращающегося с угловой скоростью, степенным образом зависящей от радиальной координаты:  $\Omega \propto r^{-n}$ ,  $n = \text{const} > 0$ . В этом случае  $\xi = 0$ ,  $\omega_* = 0$ . Тем самым из рассмотрения исключаются градиентная ветвь и связанные с ней эффекты. Уравнение (2.81) в такой модели приобретает вид

$$\frac{\hat{\omega}^2}{\alpha^2} = \frac{1 - \sqrt{z} k_T \rho (1 + \sqrt{z} \Delta_*/\rho) - a(\tilde{z})}{1 - \sqrt{z} k_T \rho (1 + \sqrt{z} \Delta_*/\rho) - a(\tilde{z}) - b(\tilde{z})}, \quad (2.107)$$

где  $z = k^2 \rho^2$ ;  $\tilde{z} = \tilde{k}^2 \rho^2 = z(1 + h)$ ;  $h = \left(\frac{4\Omega^2}{\alpha^2} - 1\right) \cdot \sin^2 \Theta = \frac{n \sin^2 \Theta}{2 - n}$ ;  $\rho = c_r/\alpha$ .

Граница устойчивости возмущений с заданным  $\sin \Theta = m/kr$  определяется из (2.107) соотношениями  $\hat{\omega}^2 = 0$ ;  $d\hat{\omega}^2/dk = 0$  [ $\hat{\omega}^2 = 0$  в минимуме дисперсионной кривой  $\hat{\omega}^2 = \hat{\omega}^2(k)$ ], что эквивалентно системе уравнений:

$$1 - \sqrt{z} k_T \rho (1 + \sqrt{z} \Delta_*/\rho) - a(\tilde{z}) = 0, \quad (2.108)$$

$$2\sqrt{z} [b(\tilde{z}) - a(\tilde{z})](1 + h) + k_T \rho (1 + 2\sqrt{z} \Delta_*/\rho) = 0. \quad (2.109)$$

Решим сначала эту систему уравнений в модели тонкого ( $\Delta_* = 0$ ) диска. Нетрудно видеть, что для устойчивости возмущений с заданным  $\sin \Theta = m/kr$  необходимо выполнение условия [ср. с (2.83)]

$$c_r \geq c_{r \min_1} = c_T (1 + h)^{1/2}, \quad (2.110)$$

и в случае  $c_r = c_{r \min}$  длина волны маргинально устойчивых возмущений определяется соотношением [ср. (2.84)]

$$k = k_1 = 0,974 \left( \frac{\alpha}{c_{r \min_1}} \right) (1 + h)^{-1/2} = k_0 (1 + h)^{-1}. \quad (2.111)$$

Как и ожидалось, неосесимметричные возмущения в дифференциально вращающемся диске оказываются менее устойчивыми, чем осесимметричные. Помимо этого из (2.111) следует, что граница маргинальной устойчивости сдвигается в длинноволновую область с ростом степени неосесимметричности возмущений.

Перейдем теперь к диску конечной толщины. Согласно данным наблюдений (см. п. 1.1.4), (2.40), (2.83), отношение  $(\Delta_*/\rho) \sim (c_z/c_r)^2 \ll 1$ . Поэтому найдем поправку к (2.110), (2.111), связанную с конечностью отношения  $\Delta_*/\rho$  в первом порядке по этой величине. В результате из (2.108), (2.109) получаем [ср. с (2.85)]

$$\begin{aligned} c_r &\geq c_{r_{\min}} = c_T(1+h)^{1/2} \left[ 1 - \frac{0,974 \Delta_*/\rho}{(1+h)^{1/2}} \right] \simeq \\ &\simeq c_T(1+h)^{1/2} [1 + 0,974 \Delta_* \varkappa / c_T(1+h)]^{-1}, \end{aligned} \quad (2.112)$$

и при  $c_r = c_{r_{\min}}$  согласно (2.112) длина волны маргинально устойчивых возмущений характеризуется значением

$$k \simeq \frac{k_0}{(1+h)} [1 + 0,2 \Delta_* \varkappa / c_T(1+h)]. \quad (2.113)$$

Видно, что неосесимметричные возмущения, как и осесимметричные, стабилизируются конечной толщиной диска, хотя степень этой стабилизации меньше, чем в случае осесимметричных возмущений.

### 2.4.3. Влияние неоднородности диска на его устойчивость

Определим теперь влияние неоднородности поверхностной плотности на величину минимально необходимой дисперсии радиальных скоростей звезд для устойчивости неосесимметричных возмущений с заданным  $m/kr$  и на длину волны маргинально устойчивых возмущений (учет  $\eta \neq 0$  см. в п. 2.4.5). В качестве начального приближения используем модель тонкого дифференциально вращающегося диска — см. (2.110), (2.111), считая, что влияние его малой толщины уже определено мультипликативными формфакторами в (2.112), (2.113). В этом случае в окрестности минимума дисперсионной кривой гравитационных возмущений ( $k \simeq k_0$ ) существенно влияние градиентной ветви (см. п. 2.2.4). Поэтому условие устойчивости такого диска должно вытекать из условия отсутствия комплексных корней у кубического по  $\hat{\omega}$  дисперсионного уравнения (2.81). Запишем это уравнение в виде  $\hat{\omega}^3 + s(k)\hat{\omega}^2 + p(k)\hat{\omega} + q(k) = 0$  и линейным преобразованием  $y = \hat{\omega} + s(k)/3$  приведем к виду  $y^3 + \hat{p}(k)y + \hat{q}(k) = 0$ . Тогда диск будет устойчив относительно таких возмущений, для которых

$D(k) = (\hat{p}/3)^3 + (\hat{q}/2)^2 \leq 0$ . При  $c_r \simeq c_T$  как в длинноволновой ( $k \ll k_T$ ), так и в коротковолновой ( $k \gg k_T$ ) частях спектра заведомо  $D(k) < 0$  [см. (2.87)–(2.90)]. В промежуточной же области может быть и  $D(k) > 0$ . Таким образом,  $D(k)$ , будучи выпуклой кверху функцией, будет достигать своего максимального значения где-то в окрестности  $k\rho \sim 1$ . Отсюда ясно, что у (2.81) исчезнут комплексные корни при любых  $k\rho$ , как только будет выполняться условие  $D(k) = 0$  для тех возмущений, для которых  $dD(k)/dk = 0$ . Из системы этих двух уравнений могут быть вычислены  $(c_r)_{\min}$  для заданного типа возмущений и длина волны маргинально устойчивых возмущений.

Вычисления проводим в главном порядке по малому параметру

$$\nu = \frac{2\Omega}{\alpha k_T} \sin \Theta \frac{\partial \ln(\sigma_{*0})}{\partial r}. \quad (2.114)$$

Тогда из уравнений  $D(k) = 0$ ;  $dD(k)/dk = 0$  получаем критерий устойчивости

$$c_r \geq c_{r_{\min}} \simeq c_T(1+h)^{1/2}(1+1,07\nu^{2/3}) \quad (2.115)$$

и величину  $k$  для маргинально устойчивых возмущений

$$k = k_0(1 - 0,72\nu^{2/3})/(1+h). \quad (2.116)$$

По этим результатам из (2.81) нетрудно вычислить и частоту маргинально устойчивых возмущений

$$\hat{\omega} \simeq 0,673 \alpha \nu^{1/3} + O(\nu). \quad (2.117)$$

#### 2.4.4. Об условиях применимости критерия устойчивости

Обсудим условия применимости критерия устойчивости бесстолкновительных звездных дисков, вытекающего из дисперсионного уравнения (2.80).

Величина минимально необходимой для устойчивости дисперсии радиальных скоростей звезд возрастает с увеличением  $|\sin \Theta|$  [ $(\sin \Theta = m/kr$ , см. (2.115)]. Можно вычислить максимальное ее значение, равное  $c_{r_{\min}}(\sin \Theta = 1) = c_*$ , и полагать, что устойчивость диска относительно произвольных возмущений имеет место при  $c_r \geq c_*$ . Но в этом случае необходимо учитывать влияние двух факторов. Во-первых, дисперсионное уравнение (2.80) получено в рамках ВКБ-приближения. Даже если дойти до границы применимости ВКБ-приближения (см. сноску в п. 2.2.2), то  $(\sin \Theta)_{\max} \leq m/\sqrt{m^2 + (r/L_\sigma)^2} < 1$ . Граница устойчивости диска лежит в области  $k \sim 1/\rho$ , поэтому для  $(m/r) \gg k_r$  величина  $(m/r) \lesssim k \sim 1/\rho$  и тем самым  $(\sin \Theta)_{\max} \lesssim 1/\sqrt{1 + (\rho/L_\sigma)^2} < 1$

(в окрестности Солнца  $\rho/L_\sigma \sim 1/3$ ). Во-вторых, существует более серьезное ограничение, обусловленное дифференциальностью вращения диска. Действительно, величина  $\hat{\omega} = \omega - m\Omega(r)$  изменяется вдоль радиальной координаты. И необходимо, естественно, считать, что изменение  $|\hat{\omega}|$  на масштабе, характеризующем изменение возмущения вдоль радиальной координаты, должно быть мало по сравнению с  $|\hat{\omega}|$ :

$$\left| \frac{d\hat{\omega}}{k_r dr} \right| \ll |\hat{\omega}|. \quad (2.118)$$

Будем рассматривать маргинально устойчивые возмущения, используя для оценок (2.117). Предполагаем закон вращения  $\Omega \sim r^{-n}$ , тогда условие (2.118) примет вид

$$\frac{n m \Omega}{k_r r} \ll 0,673 \alpha \left| \frac{2\Omega}{\alpha} \frac{m}{k r} \frac{1}{k_T L_\sigma} \right|^{1/3}. \quad (2.119)$$

Переформулируем (2.119) как условие на величину  $n$ , определяющую степень дифференциальности вращения диска:

$$n \ll n_{\max} = 1,35 \left( \frac{\pi G \sigma_{*0}}{2 \Omega^2 L_\sigma} \right)^{1/3} \frac{(1 - \sin^2 \Theta)^{1/2}}{(\sin \Theta)^{2/3}}. \quad (2.120)$$

Из (2.120) следует, что для возмущений с  $\sin(\Theta) = 1 - \varepsilon$  при  $\varepsilon \ll 1$

$$n_{\max} \simeq 1,9 \left( \frac{\pi G \sigma_{*0}}{2 \Omega^2 L_\sigma} \right)^{1/3} \varepsilon^{1/2} \sim \varepsilon^{1/2}. \quad (2.121)$$

Предположим теперь, что используем критерий устойчивости диска в пределе  $\sin(\Theta) = 1$ . Оценим относительное изменение величины  $c_{r\min}$  при замене  $s = \sin(\Theta) = 1$  на  $s = 1 - \varepsilon$ . Поскольку (2.117) и вытекающее из него (2.120) получены в главном порядке по параметру  $\nu$ , то для оценки упомянутой величины необходимо пользоваться критерием, не учитывающим неоднородности диска (2.110). Тогда для относительного изменения  $c_{r\min}$  имеем

$$\Pi_{th} = \frac{c_{r\min}(s=1) - c_{r\min}(s=1-\varepsilon)}{c_{r\min}(s=1) + c_{r\min}(s=1-\varepsilon)} = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{n}{2}(1-s^2)}}{1 + \sqrt{1 - \frac{n}{2}(1-s^2)}} \simeq \frac{n\varepsilon}{4} \quad (2.122)$$

и согласованное с (2.121)  $\Pi_{th} \sim \varepsilon^{3/2}$  или  $n_{\max} \sim (\Pi_{th})^{1/3}$ . Как видим, при малой  $\Pi_{th}$  величина  $n_{\max}$  может оказаться достаточно большой.

С другой стороны, величина дисперсии радиальных скоростей звезд определяется из наблюдений тоже с некоторой погрешностью

$$\Pi = \left( \frac{c_{r\max} - c_{r\min}}{c_{r\max} + c_{r\min}} \right)_{\text{набл}} \ll 1. \quad (2.123)$$

И, по-видимому, разумно требовать от теории, чтобы погрешность вычисляемых в ней величин не превышала значение погрешности их определения из наблюдений. Потребуем поэтому, чтобы определяемая (2.122) величина

$$\Pi_{th} = \Pi. \quad (2.124)$$

Выражая из этого соотношения  $\sin(\Theta)$  как функцию  $\Pi$  и подставляя в (2.120), получим уравнение для величины  $n_{\max}$ :

$$n_{\max} = 1,54 \left( \frac{\pi G \sigma_{*0}}{2 \Omega^2 L_\sigma} \right)^{2/9} \frac{(4\Pi)^{1/3}/(1+\Pi)^{2/3}}{\left\{ 1 - 2 \left[ 1 - \left\{ \frac{1-\Pi}{1+\Pi} \right\}^2 \right] / n_{\max} \right\}^{2/9}}. \quad (2.125)$$

Для примера приведем решения (2.125) для значений параметров  $\sigma_{*0} = 80 \text{ М}_\odot / \text{пк}^2$ ,  $\Omega = 25 \text{ км/с/кпк}$ ,  $L_\sigma = 4 \text{ кпк}$ :

$$n_{\max}(\Pi = 0,05) \simeq 0,73; \quad n_{\max}(\Pi = 0,1) \simeq 1; \quad n_{\max}(\Pi = 0,15) \simeq 1,2.$$

Эти решения достаточно типичны, поскольку для дисков, вращающихся с  $V \simeq \text{const}$  ( $n \simeq 1$ ), величина  $\pi G \sigma_{*0}/(2 \Omega^2 L_\sigma) \simeq c_T/(\varpi L_\sigma) = \rho_T/L_\sigma$  изменяется, по-видимому, в не слишком широких пределах:  $\rho_T/L_\sigma \simeq 0,15 \div 0,5$  (в солнечной окрестности  $\rho_T/L_\sigma \sim 0,2$ ), а зависимость  $n_{\max}$  от  $\rho_T/L_\sigma$  довольно слабая. В то же время погрешность, характеризующая разбросом данных наблюдений, по величине  $c_r$  только в окрестности Солнца меньше 10 %, а для других галактик может превышать 20 ÷ 25 % (см., например, [65, 316, 317, 318], § 3.4). Поэтому для большинства звездных дисков плоских галактик ( $n \lesssim 1$ ) критерий устойчивости неосесимметричных возмущений в пределе  $\sin \Theta = 1$  на основе уравнения (2.80) может быть использован для оценки необходимой для устойчивости звездного диска дисперсии радиальных скоростей его звезд.

#### 2.4.5. Критерий устойчивости звездного диска

Получим теперь общее условие устойчивости звездного диска с учетом градиента дисперсии скоростей звезд ( $\eta \neq 0$ ) и возможного отклонения дифференциального вращения диска от степенного закона ( $\xi \neq 0$ ). Вычисления в этом случае аналогичны приведенным в п. 2.4.3. Учитывая также влияние конечной толщины диска, описываемое соотношением (2.112), приходим к следующему результату:

$$c_r \gtrsim \frac{c_T(1+h)^{1/2}}{1 + 0,974 \frac{\Delta_* \varpi}{c_T(1+h)}} \cdot \left\{ 1 + 1,07 \nu^{2/3} |1 + \xi - 1,086 \eta|^{2/3} \right\}. \quad (2.126)$$

Если теперь в соответствии со сказанным выше положить в (2.126)  $\sin(\Theta) = 1$ , то для определения верхней границы, необходимой для

устойчивости звездного диска дисперсии радиальных скоростей звезд, получаем следующую оценку [128]:

$$\begin{aligned} \sup \{c_{r_{min}}\} \simeq c_* = c_T \left( \frac{2\Omega}{\varpi} \right) \left[ 1 + 0,974 \frac{\Delta_* \varpi}{c_T} \left( \frac{\varpi}{2\Omega} \right)^2 \right]^{-1} \times \\ \times \left\{ 1 + 1,07 \left| \frac{2\Omega}{\varpi k_T} \frac{d \ln \sigma_{*0}}{dr} (1 + \xi - 1,086 \eta) \right|^{2/3} \right\}. \end{aligned} \quad (2.127)$$

Этот результат, как и результаты Тоомре (2.83) и Вандервоорта (2.85), является локальным и применим лишь в тех областях диска, где выполняются исходные приближения — эпициклическое и малости параметра  $\varpi/\omega_z$  (очевидно, что в центральных областях звездных дисков оценка (2.127) может не выполняться). Отметим также, что вычисление  $c_*$  с необходимостью должно быть итеративным, поскольку величина  $c_r$  входит и в правую часть равенства (через  $\eta = d \ln c_r / d \ln \sigma_{*0}$ ).

Результаты проверки оценки (2.127) в численных экспериментах и для некоторых построенных моделей Галактики обсуждаются в главе 3.

#### 2.4.6. Характерные масштабы неоднородностей поверхностной плотности и дисперсии радиальных скоростей звездных дисков

При обсуждении критерия устойчивости Тоомре–Вандервоорта (см. п. 2.3.1) уже упоминалось о численных экспериментах с моделями звездных дисков. Эти эксперименты (см. также гл. 3), в частности, показывают, что в процессе эволюции к стационарному состоянию в таких моделях происходит перераспределение равновесных поверхностной плотности  $\sigma_{*0}$  и скорости вращения  $V_{\text{вр}}(r)$  и “разогрев” дисков до состояния, в котором экспериментальное значение  $c_r$  оказывается близким к  $c_*(r)$  по (2.127). В то же время величина  $c_*(r)$  зависит не только от локальных значений  $\sigma_{*0}(r)$ ,  $\Omega(r)$ , но и от их градиентов, а также от величины градиента  $c_r(r)$ . Поэтому можно ожидать, что в процессе эволюции в маргинально устойчивое состояние в звездном диске распределения параметров станут такими, что величина  $c_*(r)$  будет близка к минимально возможной. Проанализируем с этой точки зрения дисперсионные свойства ветвей колебаний звездного диска и условие его гравитационной устойчивости.

Как мы выяснили выше, дестабилизирующее влияние радиальной неоднородности параметров диска обусловлено двумя факторами. Во-первых, в стационарном звездном диске для дисперсии азимутальных скоростей звезд имеем  $c_\varphi = [\varpi/2\Omega] c_r < c_r$  [163], и, следовательно, для стабилизации предельно неосесимметричных возмущений из-за меньшей,

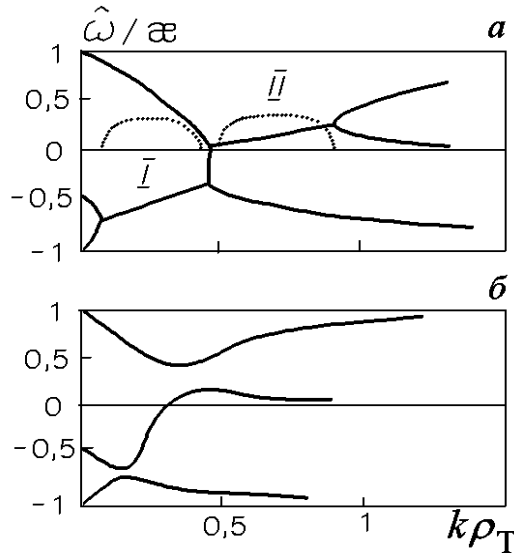


Рис. 2.7. Ветви неосесимметричных возмущений в модели звездного диска, характеризуемого параметрами:  $\eta = 1,1$ ;  $\Delta_*/\rho_T = 0,3$ ;  $\rho_T \sin \Theta/L_\sigma = 0,18$ . *a* — при  $c_r = 1,2 c_T$  имеем неустойчивый диск, на что указывает наличие  $\text{Im } \hat{\omega} > 0$ ; *б* — при  $c_r = 2,06 c_T$  диск стабилизируется. Сплошной линией показана  $\text{Re}(\hat{\omega}/\alpha)$ , пунктирной —  $\text{Im}(\hat{\omega}/\alpha)$

чем радиальная, азимутальной “упругости” диска величина  $c_r$  должна быть в  $(2\Omega/\alpha) > 1$  раз больше, чем  $c_T$ . Во-вторых, дисперсионное уравнение (2.80) в области частот  $|\hat{\omega}| \leq \alpha$  описывает три ветви колебаний в плоскости диска: две гравитационные и одну градиентную. Градиентная ветвь обусловлена наличием неоднородности дисперсии радиальных скоростей звезд или неоднородности поверхностной плотности диска, либо и тем, и другим. Дополнительная дестабилизация возмущений в неоднородном диске связана с возникновением “взаимодействия” между градиентной и гравитационными ветвями в случае недостаточно горячего ( $c_r \simeq c_T$ ) звездного диска. Ниже будем полагать закон вращения степенным  $\Omega \sim r^{-n}$  с  $n = \text{const}$  ( $\xi \equiv 0$ ). Дисперсионные кривые в области частот  $|\hat{\omega}| \leq \alpha$  в диске с  $c_r \simeq c_T$  изображены на рисунках 2.6, 2.7.

В то же время с ростом “температуры” диска (увеличением параметра  $c_r$ ) абсолютная величина частоты гравитационных возмущений в области  $k \lesssim 2k_T$  растет, и при некотором  $c_r = c_* > c_T$  “слабая связь” градиентной и гравитационных ветвей исчезает. Это и приводит к стабилизации гравитационно-градиентной неустойчивости диска (см. рис. 2.7 б). Как видно из рис. 2.7 а, в недостаточно горячем ( $c_r < c_*$ ) звездном диске в пространстве волновых чисел могут существовать две области неустойчивости. Этот эффект обусловлен следующим обстоятельством. Закон дисперсии градиентной ветви колебаний диска, близкого к границе устойчивости, в области длин волн  $k \lesssim k_T$  запишем в виде

$$\hat{\omega}_3 \simeq -\frac{2k_\varphi \Omega (1 - \tilde{z}(1 + 2\eta))}{k k_T |L_\sigma| (1 + k \Delta_* - \tilde{z}/k k_T \rho^2 + 3\tilde{z}^2/4 k k_T \rho^2)}. \quad (2.128)$$

Отсюда видно, что в длинноволновом пределе ( $k \ll k_T$ ) частота градиентной ветви отрицательна, а в области длин волн  $\tilde{z} > 1/(1 + 2\eta)$  — положительна. Таким образом, градиентные возмущения могут взаимодействовать как с отрицательной, так и с положительной джинсовскими

ветвями колебаний звездного диска (см. рис. 2.7).

Если параметры диска таковы, что  $\eta = L_\sigma/L_c = 0$  ( $c_r = \text{const}$ ), то существует лишь одна область неустойчивости в  $\vec{k}$ -пространстве. При  $\eta \neq 0$  могут существовать две области неустойчивости в  $\vec{k}$ -пространстве. И в зависимости от параметра  $\eta$  с ростом величины  $c_r$  одна из них исчезает при меньших значениях  $c_r$ , а другая — при больших. В дисках с  $0 < \eta = L_\sigma/L_c \lesssim 1$  неустойчивость в области II подавляется при меньших значениях  $c_r$ , чем неустойчивость в области I. Если же в звездном диске  $\eta \gtrsim 1$ , то при меньших значениях  $c_r$  подавляется неустойчивость в области I. В дисках с  $\eta = \eta_{crit} \simeq 1$  обе области неустойчивости исчезают практически при одном и том же значении величины  $c_r$  (рис. 2.7 б). Точное значение  $\eta_{crit}$ , вычисленное из полного дисперсионного уравнения (2.80), слабо зависит от параметров диска [141].

Итак, функция  $c_*(L_\sigma/L_c)$  в случае  $|\xi| \ll 1$  достигает своего минимума при  $\eta = d \ln c_r / d \ln \sigma_{*0} = L_\sigma/L_c \simeq 1$ . Казалось бы, в каждой точке  $r$  звездному диску “выгодно” иметь близкие значения  $L_\sigma$  и  $L_c$ . Но этот вывод основывается на локальном анализе при фиксированном  $r$ , и, таким образом, одновременное выполнение двух условий — диск маргинально устойчив и параметр  $\eta = \text{const} \simeq 1$  — в общем случае не может реализоваться для достаточно протяженной области.

Выясним, к чему приводит требование, чтобы *весь* диск (за исключением центральных областей) обладал минимально возможной для устойчивости дисперсией радиальных скоростей звезд [111]. Ограничиваясь качественным рассмотрением, воспользуемся для анализа критерием устойчивости (2.127), записанным в форме

$$c_r \geq c_* = N D c_T \left\{ 1 + 1,07 |1,87 N \frac{c_T}{\varkappa} \left( \frac{d \ln \sigma_{*0}}{dr} - 1,09 \frac{d \ln c_r}{dr} \right)|^{2/3} \right\}, \quad (2.129)$$

где  $N = 2\Omega/\varkappa$ ,  $D = (1 + 0,974 \varkappa \Delta_*/(N^2 c_T))^{-1}$ . Будем рассматривать (2.129) как дифференциальное уравнение для функции  $c_*(r) = c_r(r)$ , считая зависимости  $\sigma_{*0}(r)$ ,  $\Omega(r)$  известными. В соответствии с этим перепишем (2.129) в виде

$$\frac{dc_*}{dr} = \frac{c_*}{1,09} \left\{ \frac{d\sigma_{*0}}{\sigma_{*0} dr} + \gamma \right\}, \quad \gamma = \pm \frac{\varkappa}{1,87 N c_T} \left( \frac{c_*/N D c_T - 1}{1,07} \right)^{3/2}. \quad (2.130)$$

Как нетрудно видеть из (2.129), величина  $c_*$  достигает минимального значения при  $\eta = \eta_{crit} = 0,91$ , и в этом случае с необходимостью  $\gamma = 0$ . Для реальных плоских галактик хорошей аппроксимацией является зависимость  $\sigma_{*0} \sim \exp(-r/|L_\sigma|)$  с  $L_\sigma = \text{const}$ . Таким образом, условие  $\eta = \eta_{crit} \simeq 1$  требует  $c_r \sim \exp(-r/|L_c|)$  с  $L_c \simeq L_\sigma$ . Однако в этом

случае для произвольных  $r$  не может выполняться условие  $\gamma = 0$ . А при  $\gamma \neq 0$  в зависимости от знака “+” или “−” в (2.130) величина  $\eta$  становится соответственно больше или меньше  $\eta_{crit}$ .

Численное интегрирование уравнения (2.130) приводит к следующему результату: ограниченные решения уравнения (2.130) возможны только при знаке “−”, то есть  $\gamma < 0$ . Таким образом, хотя параметр  $\eta$  может зависеть от радиальной координаты, но  $\eta < \eta_{crit} \simeq 1$ .

*Наблюдения.* Величины  $\Omega(r)$  и  $L_\sigma$  (но не сама плотность) определяются из наблюдений достаточно уверенно. Для ряда галактик определены дисперсии радиальных скоростей в нескольких точках (для определения величины  $L_c$  достаточно двух) по радиальной координате. Поэтому представляет интерес проверить для этих объектов выполнение условия  $\gamma < 0$ , которое эквивалентно

$$\eta < \eta_{crit} = 0,91. \quad (2.131)$$

Для солнечной окрестности Галактики разброс значений параметров  $L_\sigma$ ,  $L_c$  достаточно велик:  $L_c = -10$  кпк,  $\eta = 0,22$  [676];  $L_\sigma = -(2,2 \div 4,5)$  кпк (§ 1.1, 3.6);  $L_c = -(8,7 \div 10,5)$  кпк [384, 867];  $L_c = -(6,8 \div 9,4)$  кпк [667]. Крайние оценки дают  $\eta = 0,21 \div 0,73$ . Условие (2.131) выполняется и для всех 11 галактик, рассмотренных в работе [111], причем для них  $0,2 \leq \eta \leq 0,9$ .

Следует отметить, что если в звездном диске существенную роль играют какие-либо процессы, приводящие к нагреву диска, то система обладает запасом устойчивости ( $Q_* = c_r/c_* > 1$ ), и, таким образом, условие (2.131) может нарушаться. Чтобы установить величину  $Q_*$  из наблюдений, необходимо независимое определение плотности вещества звездного диска, что является непростой задачей.

При проведении численных экспериментов по моделированию бесстолкновительного звездного диска можно определять радиальные зависимости равновесных параметров  $c_r(r)$ ,  $\sigma_{*0}(r)$ ,  $\Omega(r)$ ,  $\Delta_*(r)$  и таким образом вычислять характерные масштабы неоднородностей этих величин (гл. 3). Результаты этих работ также подтверждают, что вне центральных областей характерный масштаб неоднородности поверхностной плотности не превышает по величине характерный масштаб неоднородности дисперсии радиальных скоростей звезд ( $\eta = L_\sigma/L_c \lesssim 1$ ). Как мы увидели выше, этот результат можно объяснить, исходя из требования, чтобы весь диск находился на границе гравитационной устойчивости.

Интересно также отметить, что в модели Галактики Рольфса и Крейчмана [741] по результатам вычисления  $c_*(r)$  величина  $\eta_\odot \simeq 0,4$ , а в модели Калдвелла и Острайкера [334]  $\eta_\odot \simeq 0,9$ .

## 2.5. Устойчивость диска относительно изгибных возмущений

### 2.5.1. Динамика изгибных возмущений

В предыдущих разделах были изучены динамика возмущений в плоскости звездного диска и вытекающие из требования устойчивости таких возмущений ограничения на параметры диска. В этом разделе мы остановимся на другом типе возмущений — изгибающих плоскость звездного диска — и соответственно найдем те ограничения на параметры диска и системы в целом, которые вытекают из условия устойчивости таких возмущений.

Впервые, по-видимому, динамика изгибных (мембранных) колебаний в моделях холодных тонких дисков была рассмотрена в работе Хантера и Тоомре [501]. Это исследование имело целью объяснение наблюдаемого в ряде изолированных галактик крупномасштабного искривления периферии их дисков. Еще одна проблема, для решения которой необходимо изучение динамики изгибных возмущений, связана с задачей объяснения существенного различия толщин и  $z$ -дисперсий скоростей объектов звездного и газового дисков в плоских галактиках.

Однако исследованные Хантером и Тоомре [501] модели холодных тонких дисков оказались устойчивыми относительно изгибных возмущений (подробное изложение теории этого вопроса см. в книге Фридмана и Поляченко [420]). В [362] было показано, что для решения упомянутых выше проблем необходимо изучать динамику изгибных возмущений в моделях дисков, горячих в их плоскости.

Очевидно, что такие локальные параметры, как  $z$ -дисперсия скоростей звезд и толщина диска, должны определяться из условия устойчивости возмущений, масштабы которых малы по сравнению с его толщиной. Соответствующее ВКБ-дисперсионное уравнение изгибных возмущений в простейшей модели однородного тонкого невращающегося звездного слоя можно записать в виде [605]

$$\omega^2 = k^2 c_{\parallel}^2 - 2\pi G \sigma_{*0} k, \quad (2.132)$$

где  $\omega$  — частота возмущений,  $k$  — их волновое число,  $c_{\parallel}$  — дисперсия скоростей звезд в плоскости слоя. Неустойчивость, очевидно, имеет место для возмущений с длиной волны  $\lambda < c_{\parallel}^2 / G \sigma_{*0}$  ( $k > 2\pi G \sigma_{*0} / c_{\parallel}^2$ ). Используя связь (2.40) полутолщины диска  $\Delta_*$  с величинами  $\sigma_{*0}$  и  $c_z$ , нетрудно записать условие устойчивости в виде

$$(c_z / c_{\parallel}) > \sqrt{k \Delta_* / 2}. \quad (2.133)$$

С другой стороны, изгибные возмущения, масштабы которых малы по

сравнению с толщиной диска, также должны быть устойчивыми [362]. Это означает, что существует минимально необходимая для устойчивости диска величина отношения  $c_z/c_{\parallel}$ . Поскольку же дисперсия радиальных скоростей звезд ограничена снизу условием гравитационной устойчивости диска, то и величина  $z$ -дисперсии скоростей звезд и связанная с ней толщина диска не могут быть сколь угодно малыми. Определению максимального значения анизотропии  $\alpha = c_{\parallel}/c_z$  в распределении скоростей звезд, обусловленного требованием устойчивости диска относительно изгибных возмущений, посвящен п. 2.5.2.

Динамика крупномасштабных изгибных возмущений, охватывающих весь диск, должна, очевидно, изучаться с учетом вращения и структуры диска в целом. Такое исследование для ряда моделей тонких дисков [164] показало, что наиболее крупномасштабные моды могут быть неустойчивыми, если равновесие дисков в радиальном направлении обеспечивается в основном давлением, а не вращением. С уменьшением вклада давления в условие равновесия наиболее крупномасштабные моды стабилизируются, а более коротковолновые остаются неустойчивыми. Этот результат вместе с дисперсионным уравнением (2.132) показывает, что неустойчивость изгибных возмущений диска в некотором смысле является дополнительной к гравитационной неустойчивости возмущений в плоскости диска. Действительно, гравитация дестабилизирует возмущения в плоскости диска и стабилизирует изгибные; давление оказывается стабилизирующим фактором для возмущений в плоскости диска и дестабилизирующим для изгибных. Поэтому можно было бы ожидать, что самые крупномасштабные изгибные моды будут, в отличие от возмущений в плоскости диска (см. гл. 3), дестабилизироваться достаточно массивной сфероидальной подсистемой. Обсуждению этого вопроса посвящен п. 2.5.3.

### 2.5.2. Какой должна быть величина $z$ -дисперсии скоростей звезд?

Определим, следуя Поляченко и Шухману [172], максимальную анизотропию  $\alpha = c_{\parallel}/c_z$  скоростей в звездном диске. Поскольку вращение существенно только для возмущений, масштабы которых сравнимы с радиусом диска, исходим из простой модели бесстолкновительного невращающегося плоского слоя конечной толщины [2], описываемой функцией распределения

$$f(z, \vec{v}) = \frac{\rho_0}{\pi \omega_z \Delta} \mathbf{F}(v_x, v_y) \left[ 1 - \frac{z^2}{\Delta^2} - \frac{v_z^2}{\omega_z^2 \Delta^2} \right]^{-1/2}, \quad (2.134)$$

где  $\rho_0$  – плотность,  $\Delta$  – полутолщина слоя,  $\omega_z = (4\pi G \rho_0)^{1/2}$ , а  $\mathbf{F}(v_x, v_y)$

может быть произвольной функцией своих аргументов.

Считаем возмущения длинноволновыми в том смысле, что характерный масштаб возмущения в плоскости слоя велик по сравнению с его полутолщиной ( $k\Delta \ll 1$ ). Однако параметр  $k c_{\parallel}/\omega_z \simeq k \Delta \alpha$  не предполагаем малым. Ориентируем ось  $x$  вдоль направления волнового вектора. Тогда зависимость  $\mathbf{F}(v_x, v_y)$  от  $v_y$  в невращающемся слое становится несущественной и задача сводится к двумерной.

Представим функцию распределения по  $v_x$  в виде суперпозиции потоков

$$\mathbf{F}(v_x) = \int \mathbf{F}(v_0) \delta(v_x - v_0) dv_0 \quad (2.135)$$

и рассмотрим сначала один поток со скоростью  $v_0$  и плотностью  $\delta\rho_0 = \rho_0 \mathbf{F}(v_0) dv_0$ . Возмущенную функцию распределения для этого потока ищем в виде

$$\begin{aligned} \tilde{f} = & \frac{\rho_0}{\pi \omega_z \Delta} \left( 1 - \frac{z^2}{\Delta^2} - \frac{v_z^2}{\omega_z^2 \Delta^2} - \chi \right)^{-1/2} \delta(v_x - v_0) + \\ & + \frac{\rho_0}{\pi \omega_z \Delta} \left( 1 - \frac{z^2}{\Delta^2} - \frac{v_z^2}{\omega_z^2 \Delta^2} \right)^{-1/2} B \delta'(v_x - v_0). \end{aligned} \quad (2.136)$$

Подстановка этого выражения в линеаризованное кинетическое уравнение приводит к следующим уравнениям для функций  $\chi$ ,  $B$ :

$$\frac{d\chi}{dt} = 2 i k B [1 - z^2/\Delta^2 - v_z^2/(\omega_z^2 \Delta^2)] + \frac{2 v_z}{\omega_z^2 \Delta^2} \frac{\partial \Phi_1}{\partial z}, \quad (2.137)$$

$$\frac{dB}{dt} = i k \Phi_1, \quad (2.138)$$

где  $\Phi_1 \propto \exp\{-i\omega t + ikx\}$  — возмущенный гравитационный потенциал и

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial x} + v_z \frac{\partial}{\partial z} - \omega_z^2 z \frac{\partial}{\partial v_z}. \quad (2.139)$$

Оценивая соотношение величин  $B$  и  $\Phi_1$  из (2.138), нетрудно видеть, что первый в правой части (2.137) член в пределе  $k\Delta \ll 1$  мал по сравнению со вторым (их отношение порядка  $k^2 \Delta^2 \ll 1$ ) и, следовательно, может быть опущен. Легко также проверить, что в этом пределе для изгибных возмущений локальная плотность не возмущается ( $\rho_1 = 0$ ) и поэтому следует положить  $\Phi_1 = \beta z$ . Тогда из (2.137) получаем

$$\chi = \frac{2 \beta z}{\Delta^2 (\omega_z^2 - \hat{\omega}^2)}, \quad (2.140)$$

где  $\hat{\omega} = \omega - kv_0$ . В (2.140) опущено слагаемое, пропорциональное  $v_z$ , как не дающее вклада ни в смещение границы слоя, ни в его объемную плотность.

Смещение границы слоя  $\xi$  определяем из условия

$$\left(1 - \frac{z^2}{\Delta^2} - \frac{v_z^2}{\omega_z^2 \Delta^2} - \chi\right) \Big|_{z=\Delta, v_z=0} = 0.$$

Отсюда следует

$$\xi|_{z=\Delta} = -\frac{1}{2} \chi \Delta = -\frac{\beta}{\omega_z^2 - \hat{\omega}^2}. \quad (2.141)$$

Вычислим теперь соответствующее (2.141) возмущение гравитационного потенциала. Для этого сошьем решения уравнения

$$\frac{d^2 \Phi_1}{dz^2} - k^2 \Phi_1 = 0$$

при  $z = \Delta$  в соответствии с граничными условиями

$$\Phi_1|_{z=\Delta+0} - \Phi_1|_{z=\Delta-0} = 0, \quad (2.142)$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \Big|_{z=\Delta+0} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \Big|_{z=\Delta-0} = \omega_z^2 \xi|_{z=\Delta}. \quad (2.143)$$

Отсюда с точностью до членов порядка  $k\Delta \ll 1$  включительно получаем дисперсионное уравнение для рассматриваемого потока

$$1 + k \Delta = \frac{\omega_z^2}{\omega_z^2 - \hat{\omega}^2}. \quad (2.144)$$

Суммируя это выражение по всем потокам, приходим к искомому дисперсионному уравнению:

$$1 + k \Delta + \omega_z^2 \int \frac{\mathbf{F}(v_x) dv_x}{(\omega - kv_x)^2 - \omega_z^2} = 0. \quad (2.145)$$

Для конкретных вычислений исходим из шварцшильдской функции распределения  $\mathbf{F}(v_x) = (2\pi c_x^2)^{-1/2} \exp\{-v_x^2/2c_x^2\}$ . В этом случае дисперсионное уравнение (2.145) приводится к виду

$$\frac{i\sqrt{\pi}\omega_z}{kc_x} \left\{ \mathbf{W}\left(\frac{\omega - \omega_z}{\sqrt{2}kc_x}\right) - \mathbf{W}\left(\frac{\omega + \omega_z}{\sqrt{2}kc_x}\right) \right\} = 2\sqrt{2}(1 + k\Delta), \quad (2.146)$$

где  $\mathbf{W}(x)$  — функция Крампа [194]. Дисперсию скоростей в  $z$ -направлении определим следующим образом. Давление по  $z$  равно  $p = \rho_0 \langle v_z^2 \rangle = \rho_0 \omega_z^2 \Delta^2 (1 - z^2/\Delta^2)/2$ , так что температура  $T_z = \omega_z^2 \Delta^2 (1 - z^2/\Delta^2)/2$ . Усредняя эту величину по толщине слоя, получим  $c_z = \sqrt{\langle T_z \rangle} = \omega_z \Delta / \sqrt{3}$ . Поэтому для анизотропии в распределении звезд по скоростям имеем

$$\alpha = \frac{c_{\parallel}}{c_z} = \frac{c_{\parallel} \sqrt{3}}{\omega_z \Delta}. \quad (2.147)$$

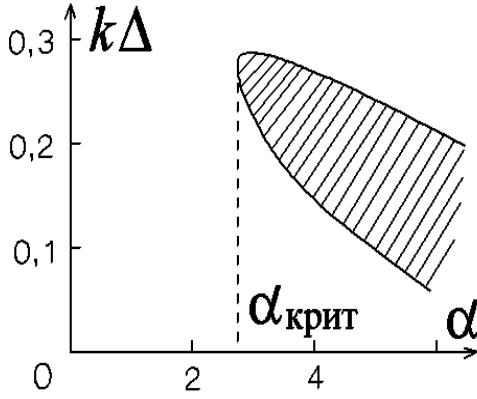


Рис. 2.8. Область шланговой неустойчивости (заштрихована) на плоскости параметров  $\alpha = c_{\parallel}/c_z$  и  $k\Delta$

При  $\min(|\omega - \omega_z|, |\omega + \omega_z|) \gg kc_{\parallel}$  из (2.146) можно получить упрощенное дисперсионное уравнение (2.132). Из него следует, что шланговая<sup>13</sup> (анизотропная) неустойчивость изгибных возмущений слоя имеет место при  $k\Delta > 3/\alpha^2$ . В то же время возмущения, характерный масштаб которых мал по сравнению с толщиной слоя, должны быть устойчивы, и, следовательно, область неустойчивости должна быть ограничена со стороны “больших”  $k\Delta$ . Для точного определения границ этой области положим в (2.146)  $\omega = 0$ . Получающееся уравнение может быть приведено к виду

$$1 + k\Delta = 2AF_D(A), \quad (2.148)$$

где  $A = \sqrt{3/2}/k\Delta\alpha$ ;  $F_D(A) = \int_0^A \exp(t^2 - A^2)dt$  — интеграл Досона. Нетрудно видеть, что при  $\alpha \gg 1$  уравнение (2.148) имеет два решения,  $k_1\Delta \simeq 3/\alpha^2$  и  $k_2\Delta \simeq 1,4/\alpha$ . Таким образом, область неустойчивых длин волн в пределе  $\alpha \gg 1$  ограничена полосой  $k_1 \lesssim k \lesssim k_2$ . С уменьшением параметра  $\alpha$  эта область сужается и, как показывает численное решение (2.148), исчезает при  $\alpha < \alpha_{crit} \simeq 2,70$  (рис. 2.8). В приложении к галактикам следует, очевидно, считать  $\alpha = c_{\parallel}/c_z \equiv c_r/c_z$ , поскольку  $c_r > c_{\varphi}$ . Это означает, что звездные диски плоских галактик должны быть устойчивы при

$$c_z \gtrsim c_{z_{crit}} \simeq 0,37 c_r. \quad (2.149)$$

Данные наблюдений в околосолнечной окрестности Галактики не противоречат оценке (2.149) — согласно [73, 190, 897] в среднем по не слишком молодым звездам  $c_z/c_r \simeq 0,5$ . Таким образом, в солнечной окрестности Галактики звездный диск устойчив (согласно (2.149) — с запасом) относительно изгибных возмущений промежуточных масштабов  $1/R \ll k \ll 1/\Delta$  ( $R$  — радиус диска Галактики). То же самое можно, по-видимому, утверждать и в отношении звездных дисков других плоских галактик [317, 316, 559]. Обсуждение результатов численных экспериментов можно найти в § 3.9. Результаты вычисления  $(c_z/c_r)_{crit} \simeq 0,29$  с

<sup>13</sup> Термин, обычно употребляемый в физике плазмы и гидродинамике.

учетом вертикальной неоднородности диска получены S. Araki и обсуждаются в [621].

### 2.5.3. Динамика крупномасштабных изгибных возмущений диска, погруженного в массивное гало

Для изучения динамики захватывающих весь диск плоской галактики крупномасштабных изгибных мод необходимо, очевидно, учитывать структуру диска и окружающей его сферической подсистемы в целом. Аналитическое решение такой задачи возможно только на достаточно простых моделях, и в этом разделе мы опишем первые результаты такого типа исследований [173].

Представим модель галактики в виде двухосного твердотельно вращающегося звездного эллипсоида однородной плотности с полуосями  $a$ ,  $c$  ( $a > c$ ), погруженного в протяженное однородное сферическое гало. Равновесный гравитационный потенциал внутри эллипсоида (модели диска)

$$\Phi_0 = \frac{\Omega^2}{2}(x^2 + y^2) + \frac{\omega_0^2}{2}z^2, \quad (2.150)$$

где  $\Omega^2 = GM_h/a^3 + \Omega_d^2$ ;  $\omega_0^2 = \omega_h^2 + \omega_d^2$ ;  $M_h$  — масса гало в области  $r < a$ , а величины  $\omega_h$ ,  $\Omega_d$ ,  $\omega_d$  зависят от плотности, отношения полуосей эллипсоида и отношения масс подсистем (явные выражения для них можно найти в монографии Фридмана и Поляченко [420]). Ограничимся изучением динамики трех наиболее крупномасштабных мод:

а)  $m = 0$  (“купол”)

$$\Phi_1 = z [A z^2 + B(x^2 + y^2) + D]; \quad (2.151)$$

б)  $m = 1$  (“сомбреро”)

$$\Phi_1 = z(x + iy) [A z^2 + B(x^2 + y^2)]; \quad (2.152)$$

в)  $m = 2$  (“седло”)

$$\Phi_1 = A z(x + iy)^2, \quad (2.153)$$

где  $\Phi_1$  — возмущение гравитационного потенциала, а коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $D$  зависят только от времени (названия “купол”, “сомбреро” и “седло” обусловлены формой возмущения плоскости симметрии эллипсоида).

Эти моды интересны прежде всего как наиболее крупномасштабные и потому, как правило, самые опасные с точки зрения потери устойчивости. Кроме того, следует ожидать, что поведение подобных мод, захватывающих целиком всю систему, определяется небольшим числом ее “глобальных” параметров. Это означает, что исследование устойчивости

рассматриваемой модели относительно возбуждения перечисленных выше мод не потребует конкретизации функции распределения — достаточно лишь будет знать несколько главных ее моментов. Для рассматриваемой модели однородного эллипсоида выражения для линейных и квадратичных по скоростям моментов определяются однозначно, если только предположить изотропию в распределении скоростей в плоскости вращения. Упомянутые моменты имеют вид

$$\begin{aligned} \langle v_r \rangle = \langle v_z \rangle = 0, \quad \langle v_\varphi \rangle = \gamma \Omega r, \quad \langle v_z^2 \rangle = \frac{\omega_0^2 c^2}{2} (1 - r^2/a^2 - z^2/c^2), \\ \langle v_r^2 \rangle = \langle (v_\varphi - \langle v_\varphi \rangle)^2 \rangle = \frac{a^2 \Omega^2}{2} (1 - \gamma^2) (1 - r^2/a^2 - z^2/c^2). \end{aligned} \quad (2.154)$$

Из этих выражений ясно, что исследуемая нами модель описывается тремя “глобальными” параметрами: отношением полуосей эллипсоида  $c/a$ ; отношением масс гало и диска (эллипсоида)  $\mu = M_h/M_d$  и параметром  $\gamma$ , равным отношению угловой скорости вращения горячего эллипсоида к угловой скорости вращения холодного эллипсоида [таким образом, величина  $\gamma^2$  определяет вклад вращения в радиальное равновесие эллипсоида, а  $(1 - \gamma^2)$  — вклад “давления” ( $0 \leq \gamma \leq 1$ )].

Метод исследования устойчивости стандартен [2, 163, 420]. Сначала из уравнений для лагранжевых смещений  $x, y, z$  эти величины выражаются через возмущенный потенциал  $\Phi_1$ . Затем вычисляются возмущения плотности и нормальное смещение границы эллипсоида. Решая затем уравнение Пуассона и сравнивая получившийся потенциал с исходным (2.151)–(2.153), приходим к системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов, входящих в выражение для возмущенного потенциала. Приравнявая, наконец, нулю определитель такой системы, получаем искомое дисперсионное уравнение.

Дисперсионные уравнения для указанных выше мод (2.151) ÷ (2.153) решались численно (они довольно громоздки и здесь не приводятся). Результаты их решения приведены на рис. 2.9 а–в, соответствующих различным значениям параметра  $\mu = M_h/M_d$ . Из этих рисунков видно, что в дисковом пределе ( $c/a \rightarrow 0$ ) каждая из мод неустойчива при достаточно большой дисперсии скоростей звезд (области под кривыми). С увеличением “толщины” эллипсоида область неустойчивости по параметру  $\gamma^2$  сначала растет (т.е. неустойчивыми становятся все более “холодные” системы), а затем довольно быстро исчезает.

Заметим, что резкий спад кривых — границ областей неустойчивости на рис. 2.9 происходит при такой сплюснутости эллипсоида  $c/a$ , для которой в используемой однородной модели имеются резонансы между частотами колебаний звезд поперек плоскости эллипсоида и в плоскости

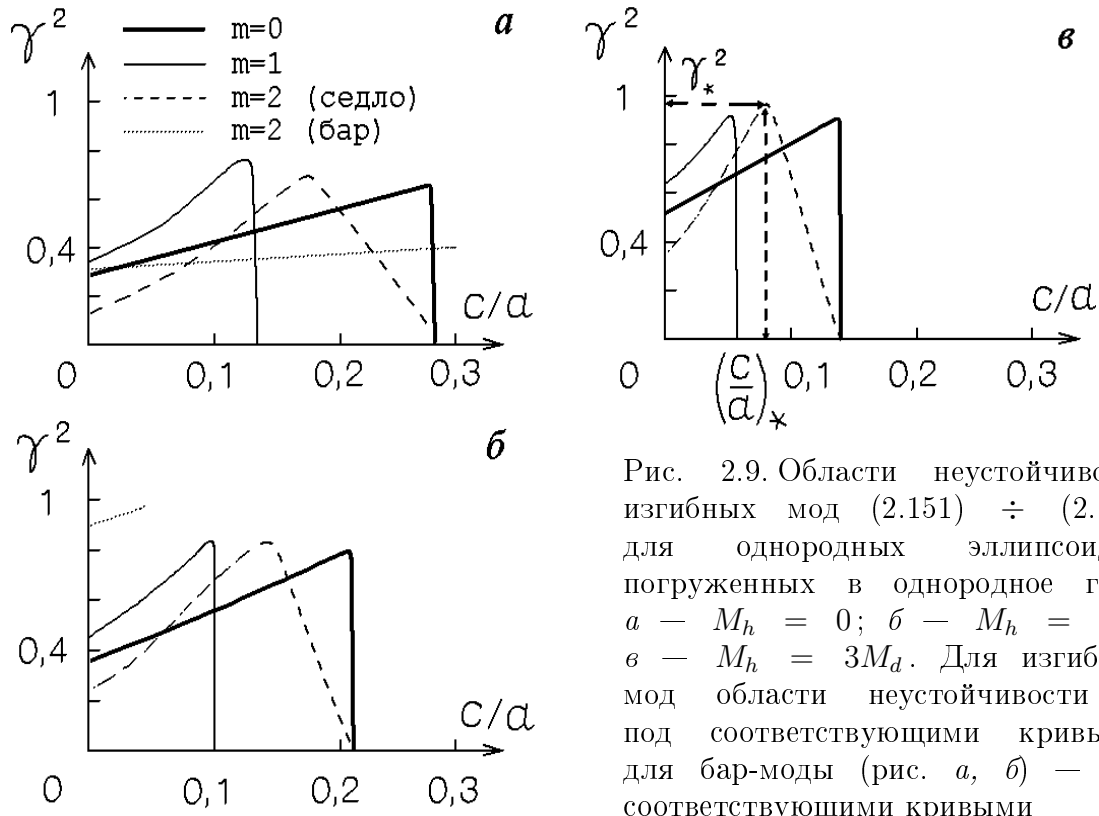


Рис. 2.9. Области неустойчивости изгибных мод (2.151) ÷ (2.153) для однородных эллипсоидов, погруженных в однородное гало: а —  $M_h = 0$ ; б —  $M_h = M_d$ ; в —  $M_h = 3M_d$ . Для изгибных мод области неустойчивости — под соответствующими кривыми; для бар-моды (рис. а, б) — над соответствующими кривыми

его вращения. Для мод  $m = 0$  и  $m = 2$  есть резонанс  $\omega_0 = 2\Omega$ , а для моды  $m = 1$  — резонанс  $\omega_0 = 3\Omega$ . Столь сильное влияние этих резонансов связано, очевидно, с идеализацией модели. Для реальных дифференциально вращающихся систем эти кривые будут иметь более гладкий вид.

Как видно из рис. 2.9, мода  $m = 2$  (“седло”) сравнительно мало подвержена влиянию резонанса. Существенно, однако, что именно эта мода обладает самой большой областью неустойчивости по  $\gamma^2$  при  $M_h \gtrsim M_d$ . Важно также отметить, что с увеличением массы гало область неустойчивости по параметру сплюснутости эллипсоида  $c/a$  сужается (неустойчивыми остаются только сильно сплюснутые системы). Однако для моды  $m = 2$  даже при очень больших значениях массы гало ( $M_h \simeq 13M_d$ ) эллипсоид неустойчив вплоть до  $c/a \simeq 1/15$ , то есть значений, характерных для плоских подсистем спиральных галактик. Тем самым можно говорить о выделенности седлообразной моды среди других мод изгибного типа. Заметим, что аналогичное положение имеет место и для возмущений, не изгибающих плоскость диска — здесь тоже оказывается выделенной бароподобная мода  $m = 2$ .

В целом наиболее важным результатом является обнаружение зависимости положения границ областей неустойчивости от массы гало: при достаточно большой массе гало неустойчивыми могут стать системы с малой дисперсией скоростей в плоскости эллипсоида [с малым  $(1 - \gamma^2)$ ]. В этом и состоит дестабилизирующая роль гало.

В то же время с ростом массы гало необходимая для гравитационной устойчивости диска дисперсия скоростей звезд в его плоскости убывает:  $c_r/V_{\text{Вр}} \simeq (1 + \mu)/2$  (см. гл. 3 и рис. 3.20). Поэтому может оказаться, что дестабилизирующая (по отношению к крупномасштабным изгибным возмущениям) роль массивного гало не проявится. Исследуем этот вопрос подробнее [56, 57, 627].

Предположим, что звездный диск обладает запасом гравитационной устойчивости  $Q_*$ , который мы определим как отношение наблюдаемой  $c_r$  к получаемой в численных экспериментах  $c_{re}$  (полагаем, что  $c_{re}$  соответствует границе гравитационной устойчивости). Тогда везде за пределами центральной части диска

$$\frac{c_r}{V_{\text{Вр}}} \simeq \frac{Q_*}{2(1 + \mu)}. \quad (2.155)$$

С другой стороны, в рамках исследованной Поляченко и Шухманом [173] модели в плоскости  $z = 0$  [см. (2.154)] имеем

$$\frac{c_r}{V_{\text{Вр}}} \simeq \frac{1}{\sqrt{2}\gamma x} [(1 - \gamma^2)(1 - x^2)]^{1/2}, \quad (2.156)$$

где  $x = r/a$ . Сравнивая эти выражения, получим

$$Q_* \simeq \left\{ 2(1 + \mu)^2 \left( \frac{1 - x^2}{x^2} \right) \left( \frac{1 - \gamma^2}{\gamma^2} \right) \right\}^{1/2}. \quad (2.157)$$

Состояние с  $Q_* = 1$  физически выделено — оно соответствует границе гравитационной устойчивости. Предположим теперь, что диск находится в состоянии, соответствующем наивысшей точке границы неустойчивости по отношению к самой опасной (при  $\mu \gtrsim 1$ ) изгибной моде  $m = 2$ . Это означает, что  $\gamma^2 = \gamma_*^2(\mu)$  (см. рис. 2.9), и тогда согласно (2.157)  $Q_*(\mu, x, \gamma) = \hat{Q}_*(\mu, x)$ . Результат вычисления этой величины может быть как больше, так и меньше единицы. Пусть, например,  $\hat{Q}_*(\gamma_*^2, x) > 1$ . Чтобы понять, что это означает, заметим, что определяемая (2.157) величина  $Q_*(\gamma, \mu, x)$  при фиксированных  $\mu, x$  является монотонно убывающей функцией параметра  $\gamma$ :  $(\partial Q_*/\partial \gamma)_{\mu, x} < 0$ . Тогда в галактиках с  $Q_* \simeq 1$  будет, очевидно,  $\gamma^2 > \gamma_*^2$ . И наоборот, если  $\hat{Q}_* < 1$ , то в дисках галактик с  $Q_* \simeq 1$  будет  $\gamma^2 > \gamma_*^2$ . В первом случае диск будет обладать некоторым запасом устойчивости по отношению к самой опасной изгибной моде  $m = 2$ , во втором — неустойчив относительно этой моды. Таким образом, если в результате вычислений окажется  $\hat{Q}_*(\gamma_*^2(\mu), x) > 1$ , то неустойчивость изгибных мод маргинально гравитационно устойчивого диска подавлена.

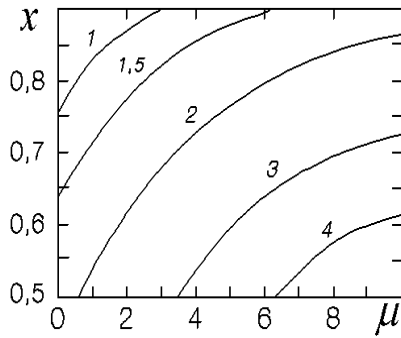


Рис. 2.10. Изолинии параметра  $\hat{Q}_*(\mu, x)$  в плоскости  $x = r/a$ ;  $\mu = M_h/M_d$ . В области  $\hat{Q}_* > 1$  наиболее опасная изгибная мода  $m = 2$  (“седло”) устойчива

Результаты вычислений величины  $\hat{Q}_*(\gamma_*^2(\mu), x)$  приведены на рис. 2.10 [заметим, что в рамках рассматриваемой модели параметр  $\gamma_*^2(\mu)$  (см. рис. 2.9) выходит при  $\mu \gg 1$  на асимптотическое значение  $\gamma_*^2 = 0,96$ ]. Видно, что неустойчивыми оказываются только периферийные области систем с малым  $\mu$ . В системах же с  $\mu \gg 1$  крупномасштабные изгибные моды оказываются застabilизированными [области, близкие к периферии эллипсоида ( $x \gtrsim 0,9$ ), не изучались, поскольку в рамках рассматриваемой модели в противоречие с данными наблюдений они слишком холодны:  $c_r = 0$  при  $x \rightarrow 1$ ]. Таким образом, следует ожидать, что в галактиках с достаточно массивным гало неустойчивость крупномасштабных изгибных мод не будет проявляться.

## 2.6. Особенности формы кривых вращения галактик, наблюдаемых с ребра

Рассмотрим некоторые особенности кинематики галактик, наблюдаемых с ребра (edge-on), с учетом влияния эффектов проекции, внутреннего поглощения и дисперсии скоростей газа или звезд на измеряемую кривую вращения галактик.

### 2.6.1. Постановка вопроса

Для спиральных галактик, диски которых наблюдаются с ребра, вопрос о построении кривой вращения является нетривиальным из-за двух осложняющих факторов: эффекта проекции и эффекта внутреннего поглощения. Оба эффекта зависят как от формы кривой вращения, так и от распределения источников излучения и поглощающей среды в галактике. Отличительной особенностью кривых вращения, а точнее — одномерных распределений лучевой скорости по диску, является протяженная область “твердотельного” вращения (монотонного роста скорости). Почти линейный рост лучевой скорости до больших расстояний от центра отмечался еще в первых работах по определению кинематики галактик с тонкими дисками [445]. Эти авторы, по-видимому, первыми обратили внимание на то, что твердотельная часть кривой вращения в

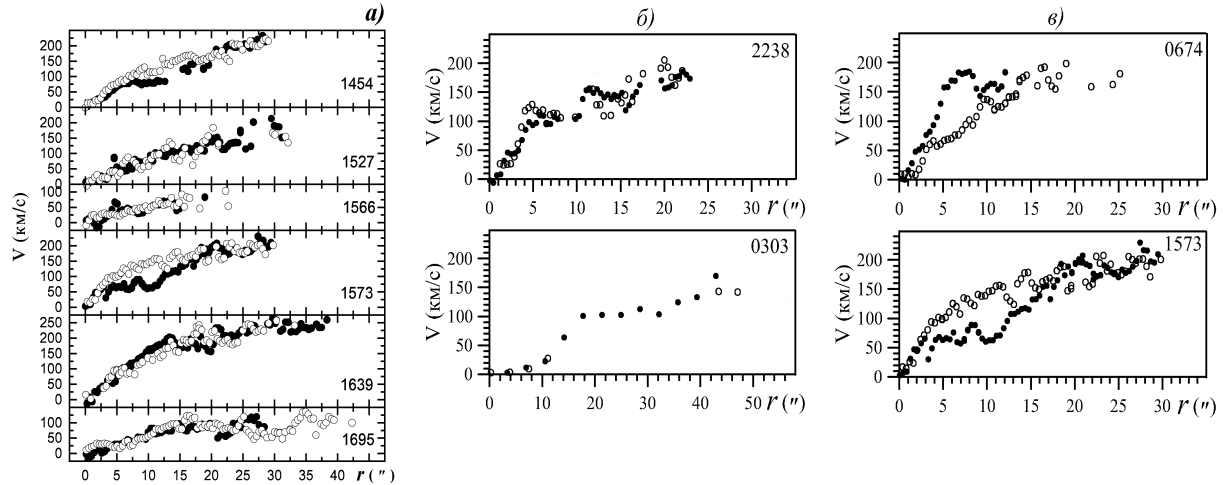


Рис. 2.11. Примеры наблюдаемых кривых вращения для галактик, видимых с ребра: *a* — типичный вид кривых вращения; *б* — примеры галактик со “ступенькой” на кривой вращения; *в* — примеры галактик с сильно различающимися распределениями измеренных скоростей по разные стороны от центра. Черные кружки соответствуют удаляющейся стороне галактики, светлые — приближающейся (по работам [72, 105, 106]). Указан номер галактики в каталоге FGC [531]

галактиках, видимых с ребра, может являться артефактом, и что эффекты неоднородного распределения пыли требуют проведения огибающей линии, ограничивающей сверху положение точек на диаграмме “радиус — измеренная скорость вращения”.

Позднее проведенное сравнение формы кривой вращения во внутренней области галактик со степенью наклона диска к лучу зрения показало, что градиент измеряемой скорости вращения во внутренней области галактики действительно ниже у сильно наклоненных дисков, и этот эффект сильнее проявляется для галактик высокой светимости, обладающих в среднем более сильным внутренним поглощением [444].

Более 300 кривых вращения для галактик, наблюдаемых с ребра (из каталога плоских галактик FGC [531]), было получено на 6-м телескопе САО РАН (см. [599] и ссылки в этой работе). Результаты измерений подтвердили, что подавляющее большинство этих галактик имеют очень протяженный “твердотельный” участок, иногда простирающийся до внешней границы измеряемой кривой, хотя имеются и исключения [104, 105, 106]. Как пример, на рис. 2.11 *a* показано несколько достаточно типичных кривых вращения для галактик по работе [105]. Рисунки 2.11 *б, в* иллюстрируют более редко встречающиеся особенности кривых, которые обсуждаются ниже (в п. 2.6.4). В связи с интерпретацией кривых вращения возникает вопрос — как влияют различные эффекты на измеряемые скорости вращения таких галактик, и можно ли непосредственно из наблюдений получить действительную кривую вращения галактики и оценку максимальной скорости вращения дисков? Для осесимметричных моделей галактик с заданными кривыми вращения рас-

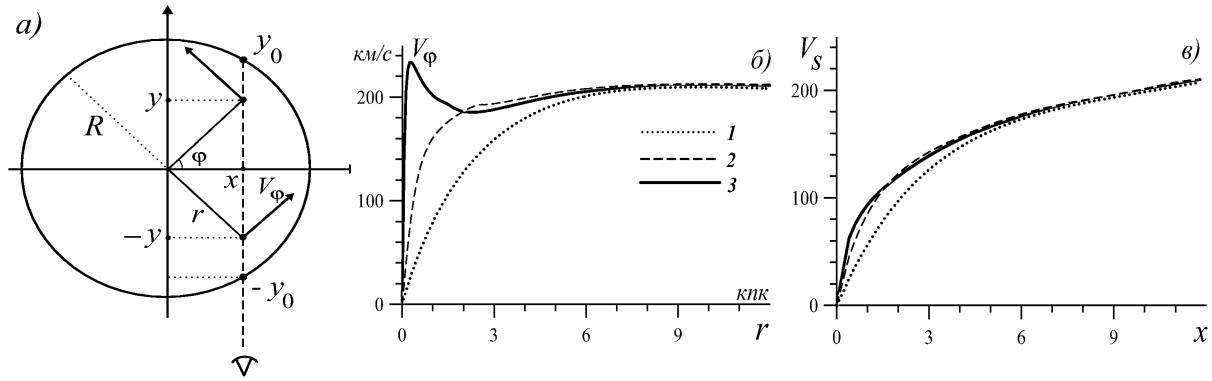


Рис. 2.12. а) к вопросу об определении скорости вращения диска с радиусом  $R$ , наблюдаемого с ребра. В точке  $A = (x, y)$  диск имеет скорость вращения  $V_\phi$ . Интегрирование проводится от  $-y_0$  до  $y_0$ ; б) три типа рассмотренных кривых вращения  $V_\phi$ ; в) распределение лучевой скорости относительно центра галактики вдоль ее большой оси  $V_s(x)$  для кривых вращения, показанных на рис. 2.12 б, без учета внутреннего поглощения

считаем распределения лучевой скорости  $V_s(x)$  вдоль большой оси диска, видимого с ребра, следуя [64].

### 2.6.2. Модели без поглощения

Случай с малым внутренним поглощением может реально относиться к измерениям скорости вращения в радиодиапазоне, либо в галактиках с очень низким содержанием межзвездной среды, либо же к измерениям скоростей внешней зоны с низкой оптической толщиной  $\tau$ .

При отсутствии внутреннего поглощения максимальные значения доплеровского компонента скорости вращения относятся к областям, находящимся на диаметре галактики, перпендикулярном лучу зрения (условно будем называть его большой осью галактики). Поэтому оценки максимальной скорости источников на данном расстоянии от центра должны представлять собой (с точностью до значения дисперсии скоростей) действительную скорость кругового вращения. Однако это значение скорости в общем случае не обязательно будет соответствовать центру тяжести (барицентру) профиля линии, поскольку его положение зависит от распределения не только скорости, но и объемной светимости вдоль луча зрения.

Будем считать, что скорость вращения диска, как и его яркость в спектральной линии, используемой для измерения скоростей, распределены осесимметрично. Обозначим объемную светимость в линии через  $S(r)$ . Пусть ось  $x$  соответствует большой оси галактики, а ось  $y$  направлена вдоль луча зрения (рис. 2.12 а). Тогда средняя скорость, взвешенная по удельной светимости вдоль луча зрения, определяется выражением

$$V_s(x) = \frac{\int_{-y_0}^{y_0} S(r) V_\varphi(r) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy}{\int_{-y_0}^{y_0} S(r) dy}, \quad (2.158)$$

здесь  $R$  — радиус диска,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ , а предел интегрирования  $y_0 = \sqrt{R^2 - x^2}$ . Ввиду осевой симметрии моделей ниже будем считать расстояние от центра диска в проекции  $x$  всегда положительным.

Запишем также формулы для наблюдаемой вдоль луча зрения дисперсии скоростей. При больших значениях угла наклона галактики  $i$  ( $i \rightarrow 90^\circ$ ) помимо эффекта, связанного с интегрированием вдоль луча зрения, что дает:

$$c_\ell = \frac{\int_{-y_0}^{y_0} \sqrt{c_r^2 \sin^2 \varphi + c_\varphi^2 \cos^2 \varphi} \varrho(r) dy}{\int_{-y_0}^{y_0} \varrho(r) dy}, \quad (2.159)$$

имеется второй фактор, связанный с влиянием пространственной неоднородности скорости вращения:

$$c_V^2 = \frac{\int_{-y_0}^{y_0} (V_s(r) - V_y)^2 \varrho(r) dy}{\int_{-y_0}^{y_0} \varrho(r) dy}, \quad (2.160)$$

где  $V_y$  — проекция скорости на ось  $y$  в точке  $(x, y)$  (см. рис. 2.12 а).

Рассмотрим, как действительная форма кривой вращения  $V_\varphi(r)$  и особенности распределения вещества в диске влияют на зависимость  $V_s(x)$  (наблюдаемую кривую вращения).

Пусть объемная светимость диска в линии  $S(r)$ , по которой оценивается скорость, уменьшается с  $r$  по экспоненциальному закону  $S(r) = S_0 \cdot \exp(-r/L)$ , где  $L$  — радиальная шкала изменения яркости диска в эмиссионной линии, а в случае определения скоростей по абсорбционным линиям — радиальная шкала звездного диска. Примем для определенности  $R = 4L$ . На расстояниях  $r > R$  вклад диска в наблюдаемый профиль линии будем считать равным нулю. Для иллюстрации ограничимся рассмотрением трех типов кривых вращения, формы которых различаются во внутренней области диска ( $r \lesssim 2L$ ) (рис. 2.12 б):

1) Кривая вращения  $V_{\varphi 1}$ , характерная для галактик без массивного балджа (точечная линия на рис. 2.12 б).

2) Кривая второго типа  $V_{\varphi 2}$ , реализующаяся в случае маломассивного балджа, ответственного за более крутой градиент скорости во внутренней области галактики (штриховая линия на рис. 2.12 б). Область “твёрдотельного” вращения мала.

3) Кривая  $V_{\varphi 3}$  с околядерным максимумом скорости вращения (сплошная линия на рис. 2.12 б), который отражает существование массивного

концентрированного балджа.

Во всех случаях кривая вращения выходит на плато на больших  $r$ . На рис. 2.12*в* изображены радиальные зависимости скорости диска вдоль луча зрения  $V_s(x)$ , вычисленные по формуле (2.158), для трех рассматриваемых типов кривых вращения при отсутствии поглощения. Как видим, во всех случаях во всем диске наблюдается значительная недооценка скорости вращения, особенно в центральной области. При этом различие между 2-м и 3-м типами кривых практически исчезает, а недооценка скорости вращения оказывается наибольшей для кривой вращения  $V_{\varphi 3}$ . Только на самом краю диска имеет место примерное равенство  $V_s \simeq V_{\varphi}$ . Поскольку кривые изменения скорости  $V_s(x)$  очень слабо зависят от реальной формы кривой вращения  $V_{\varphi}(r)$ , они не позволяют восстановить распределение массы в галактике [64].

### 2.6.3. Модели с поглощением света

При прохождении излучения сквозь вещество диска вклад от более далеких областей галактики оказывается меньшим, чем от расположенных ближе к наблюдателю. Для света, распространяющегося в диске под малым углом к его плоскости, галактики, содержащие пыль, практически непрозрачны. Поэтому можно считать, что от наиболее удаленной зоны излучение не доходит до наблюдателя. Излучение средней области, на которую приходятся максимальные значения проекции скорости вращения на луч зрения, существенно ослаблено, причем чем ближе к центру системы, тем сильнее влияние поглощения. В результате в центральной области галактики  $x \lesssim R/2$  основной вклад в излучение дает ближайшая зона, в которой скорость вдоль луча зрения невелика. С учетом поглощения выражение (2.158) принимает вид:

$$V_s(x) = \frac{\int_{-y_0}^{y_0} S(r) \exp(-\tau(x, y)) V_{\varphi}(r) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy}{\int_{-y_0}^{y_0} S(r) \exp(-\tau(x, y)) dy}, \quad (2.161)$$

где величина  $\tau(x, y)$ , характеризующая оптическую толщину в расчете на отрезок единичной длины в плоскости диска, определяется функцией распределения пыли  $f_{dust}(x, y)$ :

$$\tau = \int_{y_0}^y f_{dust}(x, \xi) d\xi, \quad (2.162)$$

здесь  $\xi$  — координата в направлении  $y$ .

Ограничимся осесимметричным экспоненциальным распределением пыли

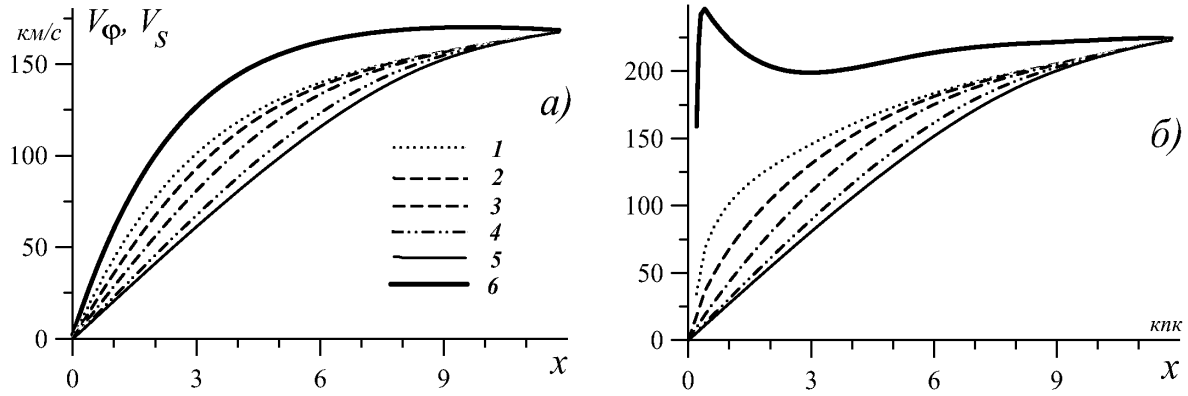


Рис. 2.13. Расчет распределения лучевой скорости  $V_s(x)$  с учетом поглощения для радиальной шкалы распределения пыли  $L = L_d = 3$  кпк: а) зависимости  $V_\phi(r)$  (модель без балджа) и  $V_s(x)$  при различных значениях оптической толщины на  $r = 3$  кпк:  $\tau_0 = 0$  (кривая 1),  $\tau_0 = 0,37$  кпк $^{-1}$  (кривая 2),  $\tau_0 = 0,73$  кпк $^{-1}$  (кривая 3),  $\tau_0 = 1,46$  кпк $^{-1}$  (кривая 4),  $\tau_0 = 2,2$  кпк $^{-1}$  (кривая 5); б) — то же — для кривой вращения 3-го типа (см. рис. 2.12. б)

$$f_{dust}(x, \xi) = \alpha_d \cdot \exp \left( - \frac{\sqrt{x^2 + \xi^2}}{L_d} \right), \quad (2.163)$$

где  $L_d$  — радиальная шкала распределения поглощающей среды, а  $\alpha_d$  — нормировочный параметр. Следуя распределению плотности пыли, функция  $\tau$  убывает с расстоянием от центра и обращается в ноль на  $r = R$ . Определим параметр  $\tau_0(x)$  как оптическую толщину в расчете на единицу длины (1 кпк) на большой оси галактики на расстоянии  $r = x$  от центра. Эта величина, будучи пропорциональной  $f_{dust}$ , отражает плотность поглощающей среды на данном расстоянии  $x$ . Варьирование параметра  $\alpha_d$  в пределах от 0 до 6 соответствует изменению оптической толщины  $\tau_0$  на расстоянии  $x = 3$  кпк от 0 до 2,2 кпк $^{-1}$ . Степень непрозрачности, выраженная в единицах  $\tau$  кпк $^{-1}$ , примерно соответствует ослаблению в звездных величинах на 1 кпк.

На рис. 2.13 показаны результаты расчетов по формуле (2.161) с учетом (2.162), (2.163) для радиальных шкал распределения яркости эмиссии и плотности пыли  $L = 3$  кпк и  $L_d = 3$  кпк соответственно, при различных значениях параметра  $\tau_0$ . Во всех случаях поглощение сильно уменьшает скорость  $V_s(x)$  — за исключением внешней, относительно прозрачной, области галактики. Вследствие этого происходит “спрямление” наблюдаемой кривой вращения, так что в сильно запыленном диске практически линейный рост  $V_s(x)$  может прослеживаться вплоть до внешней границы диска независимо от реальной формы кривой вращения (см. рис. 2.13). Наличие “кольца” и центральной “дыры” в распределении газа еще более усиливают указанную особенность хода кривой  $V_s(x)$  в моделях с поглощением [64].

### 2.6.4. Влияние хаотических движений

В рассмотренных выше моделях считалось, что дисперсия скоростей источников излучения равна нулю, имеется только регулярное вращение. Учтем теперь остаточные скорости, которые будем характеризовать значениями дисперсии радиальных  $c_r$  и азимутальных  $c_\varphi$  скоростей. Если кривая вращения оценивается по звездным спектрам, то в соответствии с наблюдениями (см., например, [321]) можно считать, что как  $c_r$ , так и  $c_\varphi$  уменьшаются с удалением от центра. Для  $c_r$  примем простое выражение  $c_r = c_{r0} \exp(-r/L_c)$ . Радиальная шкала дисперсии скоростей  $L_c$ , как правило, существенно превышает шкалу изменения плотности  $L$  [111]. Функцию распределения по скоростям выберем в виде (см. (3.16))

$$F(v_r, v_\varphi) = F_0 \cdot \exp \left\{ -\frac{(V_\varphi - v_\varphi)^2}{2c_\varphi^2} - \frac{v_r^2}{2c_r^2} \right\}, \quad (2.164)$$

$c_r, c_\varphi$  — дисперсии скоростей соответственно для случайных компонент скорости  $v_r$  и  $v_\varphi$ . Профиль спектральной линии, отражающий изменение скорости вдоль луча зрения, при фиксированном значении наблюдаемого расстояния от центра диска галактики  $x$  будет определяться выражением:

$$I(v_y, x) = I_0 \int_{-y_0}^{y_0} S(x, y) \exp(-\tau) F(x, y, v_y) dy, \quad (2.165)$$

где  $I_0$  — нормировочная постоянная, а  $\tau$  определяется интегралом (2.162).

Рассмотрим отдельно влияние описанных выше факторов на наблюдаемые кривые вращения динамически горячей (звездный диск) и холодной (газовый диск) подсистем для галактик, наблюдаемых с ребра. Для газового диска  $c_r/V^{max} \ll 1$  ( $V^{max}$  — максимальная скорость вращения), и распределение скоростей является изотропным ( $c_r = c_\varphi$ ). На рис. 2.14 показаны профили скорости (доплеровские профили линии)  $I(V) = I(v_y, x)$  на различных расстояниях  $x$  от центра диска. В отсутствии пыли (рис. 2.14 а) профили сильно различаются для различных значений  $x$ . При этом характерной особенностью профилей является их асимметрия, а для центральной области (кривые 1–3 на рис. 2.14 а) — наличие двух максимумов или длинного крыла со “ступенькой” вместо второго максимума (кривые 4–7). Первый максимум (на больших скоростях) обусловлен быстрым вращением вещества в области  $|\varphi| \ll 1$  вблизи “большой оси” (см. рис. 2.12 а). Второй максимум или “ступенька” (в области меньших скоростей) связаны с двумя факторами: с наличием остаточных скоростей, но в большей степени с сильным уменьшением проекции  $V_\varphi$  на луч зрения при  $|\varphi| > \pi/4$ .

В сильнозапыленном диске ситуация качественно меняется (рисунки 2.14 б). Все профили  $I(V)$  в центральной области обладают только

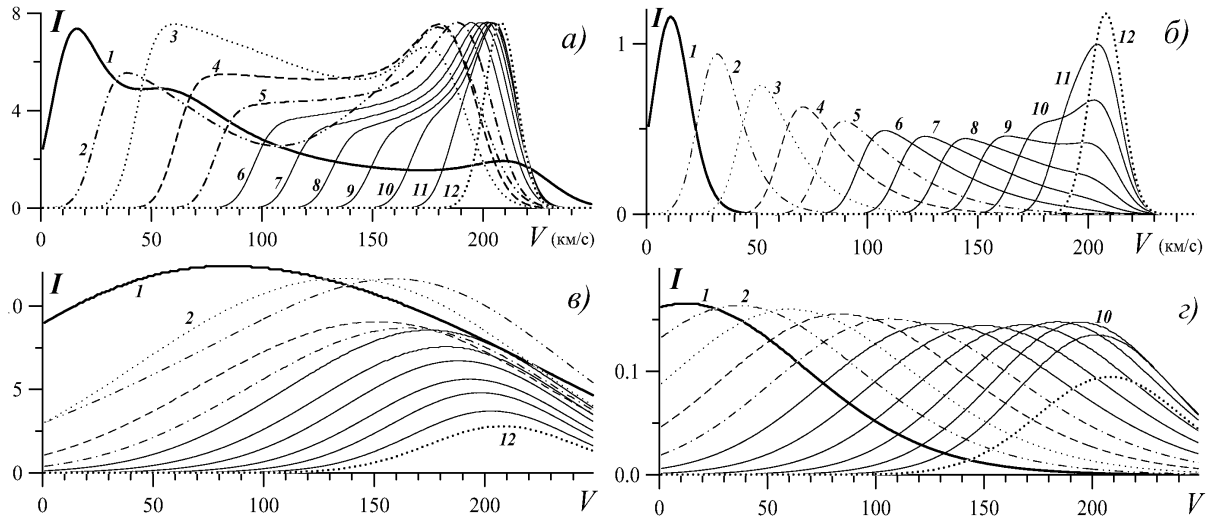


Рис. 2.14. а) – профили спектральной линии  $I(V)$  для различных расстояний от центра галактики для модели *газового* диска с дисперсией скоростей  $c_r(0) = 15$  км/с и радиальной шкалой  $L_c = 9$  кпк (без учета поглощения). Функции  $I(V)$  нормированы произвольно. Диск разбит на 12 зон, числа указывают номер зоны в порядке удаления от центра диска; б) – то же – для модели *сильнозапыленного* диска с  $\tau_0 = 2,2$  кпк $^{-1}$ ; в) – то же – для модели *звездного* диска с  $c_r(0) = 100$  км/с,  $L_c = 3$  кпк без поглощения; г) – то же – для модели *сильнозапыленного звездного* диска с  $\tau_0 = 2,2$  кпк $^{-1}$

одним максимумом (из двух максимумов, имевших место в предыдущем случае, остается лишь соответствующий более низкой скорости). Максимум на более высокой скорости возникает лишь в том случае, когда поглощение достаточно мало, чтобы позволить наблюдать области вблизи большой оси на данном расстоянии  $x$ .

Для звездного диска дисперсия скоростей выше, чем для газа. Для осесимметричной модели справедливо соотношение (2.34). В случае звездного диска с дисперсией радиальных скоростей звезд в центре  $c_r(0)/V_{\max} = 0,5$  распределения  $I(V)$  (где  $I(V)$  берется по модулю, поскольку речь идет об абсорбционных линиях) приведены на рис. 2.14 в, г. И в этом случае, как и в случае эмиссионного газа, при наличии поглощения максимальные значения  $I(V)$  смещаются в область меньших скоростей.

Сложная форма профилей линии приводит к различию в оценках лучевой скорости по измерению длин волн, соответствующих максимуму интенсивности, и длин волн барицентра линии. На рис. 2.15 показаны зависимости  $V_\varphi(r)$  и  $V_s(x)$ , построенные по положению максимумов у профилей  $I(V)$ , приведенных на рис. 2.14. В соответствии со сказанным выше, при наличии двух максимумов выбирался тот, который связан с более высокой скоростью. В модели для газового диска без поглощения (рис. 2.14 а) при таком способе оценки скорости различие между реальной скоростью вращения  $V_\varphi$  и  $V_s(x)$  (кривая 1 и 2 на рис. 2.15)) ока-

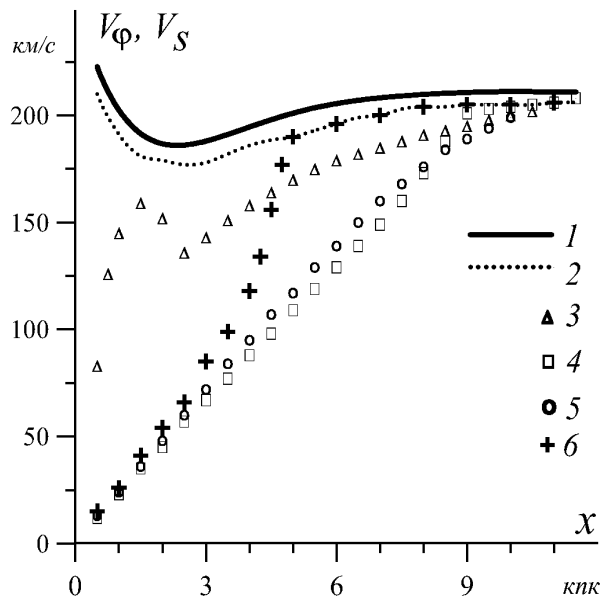


Рис. 2.15. Заданная кривая вращения галактики ( $V_\phi(r)$ , кривая 1) в сравнении с “измеряемыми” скоростями вращения  $V_s(x)$ , построенными по максимумам функции  $I(V)$  (см. текст) для следующих моделей: 2 — модель газового диска без поглощения; 3 — модель звездного диска без поглощения; 4 — модель газового диска с сильным поглощением ( $\tau_0 = 2,2 \text{ кпк}^{-1}$ ); 5 — модель звездного диска с сильным поглощением ( $\tau_0 = 2,2 \text{ кпк}^{-1}$ ); 6 — модель газового диска со слабым поглощением ( $\tau_0 = 0,73 \text{ кпк}^{-1}$ ). Во всех случаях радиальная шкала распределения газа и пыли принята равной 3 кпк, а величина  $\tau_0$  относится к 3 кпк

зывается малой, и для рассматриваемого случая не превышает 7 % (см. рис. 2.15).

Для звездного населения с большой дисперсией скоростей  $c_r(0)/V_{max} = 0,5$  разность  $V_\phi - V_s(x)$  существенно выше, однако и в этом случае наличие внутреннего максимума на кривой вращения хорошо прослеживается (кривая 3), хотя его амплитуда заметно меньше.

Таким образом, подход, основанный на определении максимума  $I(V)$ , дает более правильный результат при построении кривой вращения, чем рассмотренный в п. 2.6.3 способ средневзвешенного значения лучевой скорости, определяемой по барицентру спектральной линии. К сожалению, в реальных галактиках профили линии могут быть искажены неоднородным распределением эмиссионных областей и поглощающей среды. Однако асимметрия профиля, если таковая присутствует, вполне может быть измерена и принята во внимание при оценке скорости.

В сильно запыленном диске и для газового и для звездного населения зависимости  $V_s(x)$ , найденные двумя методами, мало различаются (кривые 4 и 5 на рис. 2.15). В обоих случаях получаемая кривая  $V_s(x)$  не дает правильного представления о форме действительной кривой вращения во внутренней области диска.

Наиболее интересен промежуточный случай, когда в центральной области галактики поглощение сильно (профиль линии имеет только один максимум — на малых скоростях), а, начиная с некоторого значения  $x$ , существенный вклад в излучение дают области вблизи большой оси, ответственные за появление максимума с высоким значением лучевой скорости. В этом случае кривая вращения, построенная по положению максимумов в профилях линии, обнаруживает резкий “скачок”

— от скоростей, существенно меньших скорости вращения, к скоростям, близким к последней (кривая *б* на рис. 2.15). Чем меньше поглощение в галактике, тем ближе к центру осуществляется этот переход. Варьируя значения  $\tau_0$ , можно получить, что подъем измеряемой скорости вращения происходит на таком радиусе  $r$ , на котором поглощение падает ниже 0,3 — 0,5 зв. величины на кпк. Заметим, что подобная ступенька на кривой вращения действительно наблюдается у ряда галактик, видимых с ребра (см. пример на рис. 2.11 б).

Заметим, что в некоторых галактиках, наблюдаемых с ребра, кривые изменения лучевых скоростей  $V_s(x)$ , в отличие от ожидаемого, не демонстрируют твердотельного вращения. В этих галактиках центральная область отличается высоким градиентом лучевой скорости (см. рис. 2.11 в). Такое поведение указывает либо на очень низкое содержание пыли в галактике, либо (что более вероятно) на существенное отличие угла наклона диска от  $i = 90^\circ$ . Отличия на несколько градусов может быть достаточно, чтобы эффекты проекции и внутреннего поглощения стали несущественными (точная оценка угла, при котором это имеет место, зависит от толщины диска и пространственного распределения как источников, так и поглощающей среды). Отметим, что влияние эффекта проекции зависит не только от угла наклона диска  $i$ , но и от ширины щели спектрографа. Так, если щель ориентирована вдоль большой оси галактики и ее ширина сопоставима с видимой толщиной диска (точнее — с размером малой оси эллипса, который ограничивает измеряемую область диска), то диск будет восприниматься как наблюдаемый с ребра, даже если угол его наклона отличается от  $90^\circ$ .

Расчеты, описанные здесь, относятся к кривой вращения  $V_{\varphi,3}$  (см. рис. 2.12 б). Для случаев  $V_{\varphi,2}$  или  $V_{\varphi,1}$  основные выводы сохраняют свою силу.

### 2.6.5. Модели с неоднородным распределением пыли

Как показывают наблюдения, распределение пыли по диску галактик часто носит сильно несимметричный и неоднородный характер на мелких масштабах ( $\ll L$ ). Для иллюстрации рассмотрим модель, в которой поглощающие области распределены “пятнами”, раскиданными случайным образом по диску. Концентрация пыли в  $i$ -м облаке ( $i = 1, \dots, m$ ) с координатами центра  $(x_d^{(i)}, y_d^{(i)})$  будем характеризовать величиной  $\tau^{(i)}$ , которая подчиняется закону (2.163). Размеры облаков  $l_d^{(i)}$  в рассматриваемой модели задавались случайно из интервала  $0,1L \leq l_d^{(i)} \leq 0,5L$ .

На рис. 2.16 показана радиальная зависимость скорости  $V_s(x)$  в модели с  $m = 50$ ,  $\tau_0 = 2,2$  (кривые 3 и 4). Очевидно, что разброс точек или неровная форма кривой  $V_s(x)$ , несимметричной относительно

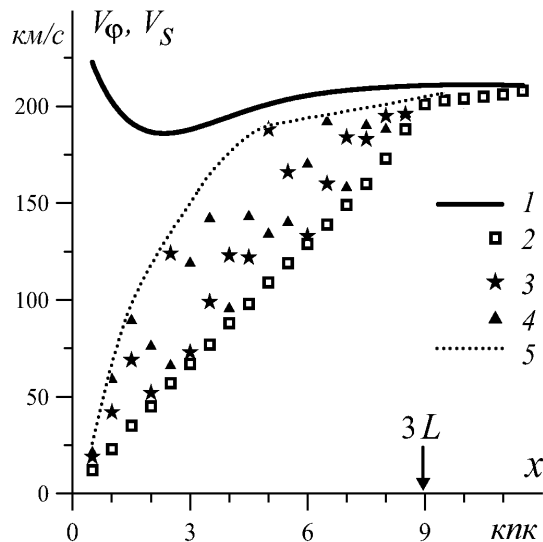


Рис. 2.16. Радиальные зависимости действительной скорости вращения для модельной галактики ( $V_\varphi$ , кривая 1) и “измеряемых” значений скорости для галактики, видимой “с ребра” (то же, что и на рис. 2.15) для следующих моделей: 2 — газовый диск с сильным поглощением и “гладким” распределением пыли; 3 и 4 — диск с теми же параметрами и хаотическим распределением поглощающих областей для двух сторон диска; 5 — аппроксимационная кривая

центра галактики, является результатом существования случайно расположенных коридоров прозрачности, позволяющих на некоторых направлениях наблюдать области в глубине диска. Амплитуда вариации скорости может быть значительной, и для получения кривой вращения следует провести верхнюю огибающую точек на диаграмме  $V_s(x)$ , но и в этом случае форма кривой может быть прослежена лишь приблизительно [445]. Если средняя плотность пыли достаточно мала, так что мы наблюдаем на различных расстояниях  $x$  области, лежащие вблизи большой оси, то такая процедура действительно дает возможность получить кривую вращения. Однако это скорее относится к внешним областям галактики, где  $\tau_0$  мало. В рассматриваемой модели даже огибающая точек на диаграмме  $V_s - r$  (штриховая линия на рис. 2.16) оказывается далекой от заданной формы кривой вращения.

Другой эффект, создаваемый неоднородностью в распределении пыли, естественно ожидать для галактик с развитой спиральной структурой. Определенная ориентация спиральных ветвей, к которым концентрируется межзвездная среда, приводит к различной прозрачности диска по разные стороны от центра. Там, где спиральная ветвь находится на стороне галактики, обращенной к наблюдателю, луч зрения проникает в диск на меньшую глубину, что уменьшает оценку скорости вращения. Это приводит к тому, что измеряемые кривые  $V_s(x)$  оказываются несимметричными относительно центра. Подобные случаи действительно наблюдаются (см. рис. 2.11 в). Более близкой к действительной форме кривой вращения следует считать кривую, проведенную по более высоким значениям измеренных скоростей [64].

Заметим, что все наблюдаемые кривые вращения (зависимости  $V_s(x)$ ) на больших  $x$  выходят на “плато”, соответствующее заданной скорости вращения модельной галактики. Следовательно, измеряемые максимальные скорости вращения дисков, наблюдаемых с ребра, должны мало отличаться от действительных.

## Глава 3

### Численное моделирование звездных дисков

#### 3.1. Динамические модели

Методов прямого лабораторного моделирования коллективных процессов в непрерывной или дискретной гравитирующей среде пока не существует. Вряд ли они будут разработаны и в обозримом будущем. Но появление достаточно мощных ЭВМ открыло уникальную возможность численного моделирования таких явлений и тем самым создало своеобразную экспериментальную базу для физики коллективных процессов в гравитирующих системах. В приложении к плоским галактикам такое моделирование может иметь целью определение темпа коллективных релаксационных процессов и направления эволюционных изменений тех или иных параметров диска, выяснение пространственной структуры квазистационарных плоских галактик и отдельных их подсистем, а также изучение тех процессов, которые могли бы привести к образованию таких наблюдаемых структур, как спиральные узоры, бары, особенности во взаимодействующих галактиках и т. п.

Практически устоявшимся термином для обозначения численного моделирования гравитирующих  $N$ -тел (как, впрочем, и газодинамических систем) стало словосочетание “*численный (или компьютерный) эксперимент*”. Численный эксперимент в последние годы становится одним из основных инструментов в руках теоретиков при изучении динамики звездных систем. Наблюдается буквально золотая лихорадка, характеризующаяся экспоненциальным ростом числа публикаций (рис. 3.1). В то же время, поскольку число нерешенных еще задач существенно

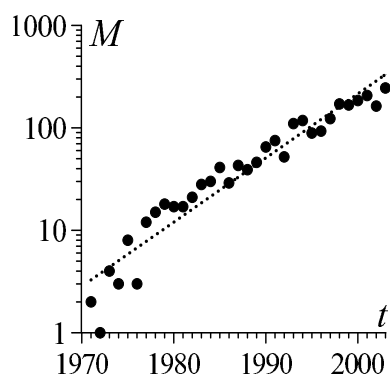


Рис. 3.1. Число публикаций по физике галактик и космологии, в которых полученные результаты в существенной мере основаны на моделях  $N$ -тел. Пунктирная линия соответствует закону  $\propto \exp(t/7 \text{ лет})$

больше рассмотренных, то в основе полученных результатов лежит обычно небольшая серия расчетов одной группы исследователей. Как представляется, имеется насущная необходимость повторения полученных ранее результатов, чтобы с большим доверием к ним относиться, как это и принято в экспериментальной физике.

В следующем пункте рассмотрим основные численные методы вычисления гравитационной силы (или потенциала) от заданного распределения массы.

### 3.1.1. Модели $N$ -тел

1) В основе *прямого метода* ( $PP$  = “частица–частица”) лежит учет гравитационного взаимодействия всех частиц друг с другом [203, 685]. Такой метод представляется наиболее простым для понимания и реализации и, самое главное, обеспечивает при прочих равных условиях наилучшую точность вычисления гравитационной силы, однако он требует и наибольших машинных ресурсов, поскольку каждая частица взаимодействует с каждой. Поэтому такой подход можно использовать в качестве “модели-теста”, проверяя с его помощью наиболее важные принципиальные результаты.

В моделях такого типа число частиц, как правило, не превышает значений <sup>1</sup>  $N \lesssim 10^4$ . Число арифметических действий, необходимых для интегрирования одного временного шага в рамках модели  $PP$ , равно  $10 \cdot N^2 - N$ . Нетрудно оценить, что при использовании ЭВМ, для которой необходима 1 мкс на выполнение одной операции, при  $N = 10^3$  на один временной шаг (а всего их требуется, как правило, несколько тысяч) затрачивается 10 с, а при  $N = 10^5$  больше суток!

Преимущество модели этого типа связано с возможностью определять силы с такой же точностью, что и арифметическая точность ЭВМ, и именно в экспериментах с такими моделями получен ряд важных результатов [108, 129, 130, 207, 226, 681, 685, 879, 880 и др.].

2) *Группа методов под условным названием “частицы в сетке”* ( $PM$  = Particle–Mesh), включая различные модификации (Cloud–in–Cell, Triangular-Shaped-Cloud,  $P^3M$ ). Для них характерно использование быстрого Фурье-преобразования для решения уравнения Пуассона. Алгоритмы различаются способами вычисления сил от ближних и дальних частиц [11, 203, 629].

<sup>1</sup> В моделях  $PP$  при “измерении” макроскопических (в том числе и локальных) параметров диска, приходящего в состояние, близкое к стационарному, используют усреднение по промежуткам времени порядка нескольких десятков временных шагов ( $n \simeq 20 \div 50$ ). Это эффективно увеличивает число участвующих в эксперименте частиц в  $n$  раз.

Конфигурационное пространство и, в ряде случаев, пространство скоростей разбиваются на ячейки, в которых и локализуются частицы. Непосредственно в модели  $PM$  взаимодействие частиц, находящихся внутри одной и той же ячейки, не учитывается, а взаимодействие частиц, находящихся в различных ячейках, моделируется ньютоновскими гравитационными силами, вычисляемыми, как правило, по координатам центров ячеек. Тем самым осуществляется полное “выключение” гравитационного взаимодействия на расстояниях, меньших размера ячейки (масштаб “обрезания” потенциала равен размеру ячейки). Поскольку число ячеек  $N_M$  много меньше  $N$ , получается выигрыш в скорости расчета. Модели этого типа подробно описаны в работах [301, 486, 487, 488, 629, 630, 632, 722] и в ряде других.

Учет взаимодействия между центрами пространственных ячеек при большом числе частиц в каждой ячейке обычно осуществляется с использованием дискретного аналога теоремы о свертке и алгоритма быстрого преобразования Фурье.

Предложены модели (“частица–частица–частица–сетка”= $P^3M$ ), которые отчасти соединяют быстроту расчета метода  $PM$  и учет близкодействующих сил, как в моделях  $PP$ . В их основе лежит расщепление действующих между частицами сил на быстро меняющуюся короткодействующую часть и медленно меняющуюся дальнодействующую.

3) Предложен ряд схем ( $PM^2$  = Particle-Multiple-Mesh [436],  $NGPM$  = Nested-Grid Particle-Mesh [831]), в которых используют несколько сеток с разным шагом, причем структура сеток динамически меняется со временем с учетом перераспределения вещества в расчетной области [620]. Такой подход позволяет получать выигрыш в количестве операций. Сюда можно отнести и *иерархические* схемы, в частности, различные версии TREEcode, например, TREEcode (Top Down) [275, 276] с учетом усовершенствований [641].

Система сеток располагается в порядке подробности от наиболее мелких, где учитываются наиболее близкодействующие силы, которые учитываются достаточно точно, ко все более крупномасштабным, на которых учитываются дальнодействующие силы. Другими словами, производится регуляризация подсистем на разных уровнях иерархии. Алгоритм требует порядка  $N \cdot \ln N$  вычислений на каждом временном шаге интегрирования.

TREEcode (Bottom Up) отличается от TREEcode (Top Down) направлением прохода граф-дерева от ближайших частиц ко все более укрупненным блокам [518, 641]. Такой подход позволяет вести расчет

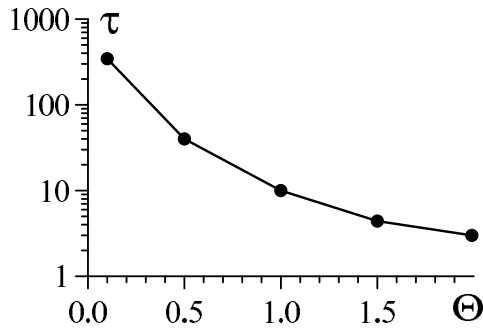


Рис. 3.2. Зависимость времени вычисления одного шага интегрирования  $\tau$  (условные единицы) от параметра  $\Theta$  при прочих равных условиях

с разным временным шагом  $\Delta t$  для различных частиц. Выбирая для частиц, которые находятся в области больших градиентов полей, меньшие значения  $\Delta t$  (но кратные максимальному значению  $\Delta t^{max}$ ), удастся повысить точность вычислений. Алгоритм TREEcode (Bottom Up) наиболее эффективен при моделировании систем, где роль парных сближений (включая тесные двойные звезды) является важной. Данный алгоритм является более сложным для реализации, но он дает возможность изучать столкновительные системы типа шаровых скоплений.

Фактически, единственным свободным параметром, определяющим точность вычисления сил в методе TREEcode, является угол раствора  $\Theta$ . С уменьшением  $\Theta$  точность увеличивается, однако время вычисления одного шага интегрирования по времени нелинейно зависит от значения  $\Theta$  (рис. 3.2). Проведенный нами анализ подтверждает вывод [477], что при изучении галактик приемлемым выбором является  $\Theta \lesssim 0,6 \div 1$ . При моделировании крупномасштабных структур можно принять  $\Theta = 1$ , в случае рассмотрения сильно неоднородных на малых масштабах распределений необходимо задавать  $\Theta = 0,5$ .

Достаточно детальное описание метода с некоторыми модификациями дано в работе [518]. Сравнение с известными модельными результатами показало хорошее соответствие, а также подтвердило преимущества, связанные с затратами машинного времени. TREE-модели позволяют изучать сложные системы, включающие три взаимодействующие компоненты: звездный и газовый диски, “живое” гало [470, 798]. Введение в практику иерархических схем фактически подводит нас к естественному пределу в построении численных методов [480]. В последние годы развитие пошло по пути создания *специализированных компьютеров* для численного решения гравитационной задачи  $N$ -тел (например, GRAPE), в которых вычисление взаимодействия между телами реализовано аппаратно [533, 839]. Непосредственное моделирование на такого рода компьютерах говорит об их больших возможностях [600].

Сравнительный обзор различных методов численного моделирования  $N$  гравитирующих тел можно найти, например, в [203, 451, 778].

Дальнейшим развитием TREEcode можно считать *FMM* (=Fast Multipole Method) алгоритмы, в которых используются разные мультипольные разложения поля для далеких и близких областей [451, 641]. Потенциал в заданной точке берется в виде ряда мультипольного разложения, что более экономно по сравнению с вычислением силы с заданной точностью. Увеличивая число членов в разложении, можно получать сколь угодно точные решения в ущерб, разумеется, времени вычислений.

Предложены алгоритмы, объединяющие TREEcode и *PM*-схемы [376], что позволяет уменьшить время расчета за счет точности, однако эти методы недостаточно апробированы.

Одной из важнейших проблем моделей  $N$ -тел в приложении к динамике галактик является влияние шума из-за малости числа частиц по сравнению с числом звезд. Стандартным способом уменьшения шума и обеспечения бесстолкновительности является “обрезание” Ньютоновского потенциала на малых расстояниях [368, 742, 743]. Для снижения роли шума начинают развиваться специальные методы Wavelets, позволяющие существенно ослабить этот эффект [744].

При моделировании полной галактики, состоящей из  $N_* \simeq 10^{10} \div 10^{12}$  звезд, необходимо создать бесстолкновительную систему. Время двойного соударения в трехмерной системе равно [215]

$$T_c = \frac{v_*^3}{8\pi n G^2 m_*^2 H \ln(R v_*^2 / 2 G m_*)}, \quad (3.1)$$

где  $n$  – объемная концентрация звезд;  $m_*$  – масса звезды;  $v_*$  – относительная скорость;  $R$  – размер системы;  $H \simeq 0,4$  – геометрический фактор. Для галактик, за исключением самых центральных областей, время  $T_c$  превышает возраст звездных систем. Поскольку  $m_* \propto N_*^{-1}$  и  $n \propto N_*$ , то выполняется пропорциональность  $T_c \propto N_*$ . В силу того, что  $N \ll N_*$ , частицами при моделировании галактик являются “макрозвезды” с массой, превышающей в  $N_*/N$  раз массу реальных звезд<sup>2</sup>. И для обеспечения бесстолкновительности системы возникает необходимость в вышеупомянутом “обрезании” потенциала.

### 3.1.2. Построение экспериментальных моделей плоских галактик

Опишем достаточно простую модель дисковой галактики, основанную на численном интегрировании уравнений движения  $N$  гравитационно взаимодействующих частиц с учетом внешнего поля, которое обусловлено заданным распределением вещества в балдже и гало. Считаем,

<sup>2</sup> Рассеянные звездные и шаровые скопления содержат соответственно  $\sim 10^2$  и  $10^4 \div 10^6$  звезд, и метод *PP* наиболее активно используется для моделирования этих систем.

что параметры сфероидальной подсистемы стационарны — плотность материи в балдже  $\varrho_b$  и гало  $\varrho_h$  не меняются в процессе эволюции диска. Такую модель будем называть динамической моделью.

Динамика гравитирующих  $N$ -тел описывается системой уравнений

$$\frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \sum_j^N \vec{f}_{ij} + \vec{F}_s \quad (i = 1, \dots, N), \quad (3.2)$$

где радиус-вектор  $\vec{r}_i(t)$  определяет положение  $i$ -й частицы;  $\vec{f}_{ij}$  — сила взаимодействия между  $i$ -й и  $j$ -й частицами ( $i \neq j$ ); сила  $\vec{F}_s = \vec{F}_b + \vec{F}_h$  обусловлена сфероидальной подсистемой балдж/гало.

Воспользуемся пространственным распределением объемной плотности в гало в виде

$$\varrho_h(\xi) = \frac{\varrho_{h0}}{(1 + \xi^2/a^2)^k}, \quad (3.3)$$

где  $\xi = |\vec{r}| = \sqrt{r^2 + z^2}$  — радиальная сферическая координата. Выбор  $k = 1$  (так называемое квазиизотермическое гало) обеспечивает плоскую круговую скорость вращения  $V_c = \text{const}$  в области преобладания гало. С увеличением  $k$  возрастает относительная концентрация сферической компоненты к центру, что оказывает влияние, сходное с влиянием балджа.

Распределение вещества в гало (3.3) при  $k = 1$  с центральной плотностью  $\varrho_{h0} = M_h / \{4\pi a^3 [R/a - \arctg(R/a)]\}$  дает для силы

$$\vec{F}_h(\vec{r}) = -\frac{4\pi G a^3 \varrho_{h0}}{\xi^2} \left\{ \frac{\xi}{a} - \arctg\left(\frac{\xi}{a}\right) \right\} \frac{\vec{r}}{\xi} \quad (3.4)$$

и определяется пространственной шкалой  $a$  и массой  $M_h$  внутри сферы  $\xi < R$ .

Для описания распределения плотности в сферическом балдже используем модель Кинга:

$$\varrho_b = \begin{cases} \varrho_{b0} / [1 + (\xi/b)^2]^{3/2}, & \xi \leq r_b^{\max} \\ 0, & \xi > r_b^{\max}, \end{cases} \quad (3.5)$$

для которой величина

$$M_b = 4\pi b^3 \varrho_{b0} \left\{ \ln \left[ r_b^{\max}/b + \sqrt{1 + (r_b^{\max}/b)^2} \right] - \frac{r_b^{\max}/b}{\sqrt{1 + (r_b^{\max}/b)^2}} \right\} \quad (3.6)$$

является массой балджа. Внутри  $\xi \leq r_b^{\max}$  для гравитационной силы имеем:

$$\vec{F}_b = -\frac{4\pi G b^3 \varrho_{b0}}{\xi^2} \left\{ \ln \left( \frac{\xi}{b} + \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{b^2}} \right) - \frac{\xi/b}{\sqrt{1 + \xi^2/b^2}} \right\} \frac{\vec{r}}{\xi}. \quad (3.7)$$

Очевидно, в области  $\xi > r_b^{\max}$  в случае (3.5) выполняется  $\vec{F}_b = -GM_b\vec{r}/\xi^3$ . Для  $\xi > r_b^{\max}$  рассматривалось обобщение закона (3.5) линейным или экспоненциальным (мы не приводим громоздкие формулы для этого случая) усечением с характерной шкалой  $L_b$ . Таким образом, масса балджа  $M_b$  конечна, а масса гало  $M_h(r)$  в соответствии с (3.3) увеличивается с ростом радиуса. У балджа в качестве подсистемы в некоторых моделях будем выделять ядро, плотность в котором  $\rho_c(\xi)$  также определяется законом (3.5) со шкалой  $b_n < r_n^{\max} \ll b$ .

Динамическая модель должна адекватно описывать ньютоновское взаимодействие между частицами и обеспечивать *бесстолкновительность* системы. Последнее достигается модификацией гравитационной силы на малых расстояниях, для чего вводится радиус обрезания потенциала  $r_c$  между любыми двумя взаимодействующими частицами  $i$  и  $j$ . Вопрос об оптимальном выборе радиуса обрезания и числа частиц неоднократно обсуждался в литературе (см., например, [261, 742, 743, 823] и ссылки в этих работах). Следует подчеркнуть, что обрезание потенциала — единственная возможность обеспечить бесстолкновительность моделей галактик в рамках задачи  $N$ -тел. Если даже величина  $r_c$  не фигурирует явно в численной схеме, как в случае  $PM$ -алгоритма (распространена точка зрения, что метод не содержит радиуса обрезания), она присутствует неявно — ее роль играет характерный размер ячейки.

Простая модель Пламмера для потенциала

$$\Phi_{ij} = -G \frac{m_i m_j}{\sqrt{r_{ij}^2 + r_c^2}}, \quad (3.8)$$

где  $r_{ij}$  — расстояние между двумя частицами;  $r_c$  — радиус обрезания, решает проблему обеспечения бесстолкновительности (рис. 3.8). Использование сплайн-ядра для сглаживания силы тяготения дает преимущество по сравнению с (3.8), поскольку вне заданного радиуса ( $r > 2r_c$ ) сила в этом случае в точности совпадает с Ньютоновской [576]. При фиксированном числе частиц  $N$  всегда можно выбрать значение  $r_c$ , обеспечивающее бесстолкновительность модели. Но для уменьшения погрешности, связанной с изменением потенциала взаимодействия между частицами на малых расстояниях, их число должно быть достаточно велико.

Поверхностную плотность диска будем характеризовать шкалой  $L$ , которая определяет экспоненциальный закон 1.2, и в этом случае для массы диска имеем  $M_d = 2\pi L^2 \sigma_0$ , причем примерно 95 % массы диска сосредоточено внутри  $r \leq 4L$ . Относительная масса гало рассчитывается внутри определенного радиуса  $\mu(r) = M_h(r)/M_d$ .

При расчетах удобно выбрать систему единиц, в которой  $G = 1$ ,

$R = 4L = 1$ , масса диска  $M_d = 1$ . Массу гало  $M_h$  внутри радиуса  $\xi \leq 4L$  будем нормировать на массу диска  $\mu \equiv M_h/M_d$ . В этой системе единиц один период вращения диска по внешнему краю лежит в пределах  $T_0 \sim 3 \div 4$  для значений  $\mu = 1 \div 4$ . Типичные значения скорости вращения —  $V \sim 1 \div 2$ , дисперсии радиальных скоростей —  $c_r \lesssim 1$ , на периферии диска  $c_r \ll 1$ .

Опишем процедуру задания начального распределения плотности вдоль  $z$ -координаты и остаточных скоростей равновесного диска. Для задания частицам в начальный момент времени координат и скоростей удобно использовать сетку в цилиндрической системе координат. Координаты частицы внутри ячейки определяем с помощью трехкратного применения генератора случайных чисел. Выбрав закон изменения поверхностной плотности  $\sigma_*(r)$ , разобьем диск на достаточно узкие кольца шириной  $\Delta r$  и по заданному  $\sigma_*(r)$  вычислим число частиц  $n_i$ , попадающих в  $k$ -е кольцо. Так, в “стандартной” модели Острайкера и Пиблса [685]  $\sigma_*(r) \propto r^{-1}$  и число  $n_i = N \Delta r / R$ , а в модели экспоненциального диска [ $\sigma_* \propto \exp(-r/L)$ ] число частиц в кольце равно

$$n_i = \frac{N \exp(-i \Delta r / L)}{1 - (1 + 1/L) \exp(-1/L)} \left\{ (1 + (i-1) \frac{\Delta r}{L}) (\exp(\frac{\Delta r}{L}) - 1) - \frac{\Delta r}{L} \right\}, \quad (3.9)$$

где  $r_i = (i - 1/2) \Delta r$  — средний радиус кольца ( $i = 1, 2, \dots$ ),  $R = 1$ .

Каждое кольцо разделим на  $n_i$  равных частей в азимутальном направлении и в каждую полученную таким образом ячейку поместим частицу. Координаты частицы внутри ячейки естественно определить с помощью двукратного применения генератора случайных чисел (один раз — в радиальном направлении, второй — в азимутальном), сопоставляя интервал изменения случайных чисел (обычно —  $[0, 1]$ ) с шириной кольца  $\Delta r$  и шириной сектора  $r_i \Delta \varphi = 2\pi r_i / n_i$ . После этого в каждом кольце вычисляем среднюю по  $n_i$  частицам радиальную гравитационную силу  $F_{ri}$ , действующую на каждую частицу со стороны всех остальных частиц диска и статического гало (см. ниже). И всем частицам рассматриваемого кольца придаем азимутальную скорость  $V_i^{(1)} = (r_i F_{ri})^{1/2}$ . Ясно, что приготовленный таким образом диск является хотя и равновесным, но “холодным” и, следовательно, подверженным сильной гравитационной неустойчивости.

Вертикальная структура диска определяется уравнениями [77]:

$$\frac{\partial (\varrho c_z^2)}{\partial z} + \frac{\partial (r \varrho \alpha_{rz})}{r \partial r} = - \frac{\partial \Phi}{\partial z} \varrho, \quad \frac{\partial}{r \partial r} \left( r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 4\pi G (\varrho + \varrho_s), \quad (3.10)$$

где  $\varrho$  и  $\varrho_s$  — соответственно объемная плотность вещества в дисковой и сфероидальной подсистемах;  $c_z$  — дисперсия вертикальных скоростей;

$\alpha_{rz} = \langle uw \rangle$ ; скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение скоростей и  $\alpha_{rz}$  обусловлено хаотическими составляющими радиальной скорости  $u$  и вертикальной  $w$ . Исключая потенциал  $\Phi$  в уравнениях (3.10), вводя круговую скорость

$$V_c(r) \equiv \sqrt{r \left( \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \Big|_{z=0}}, \quad (3.11)$$

для заданных величин  $c_z$ ,  $\alpha_{rz}$  можно перейти от системы дифференциальных уравнений в частных производных к приближенному уравнению для объемной плотности диска  $\varrho(z)$  в форме обыкновенного дифференциального уравнения (считаем все производные по  $r$  известными):

$$\varrho \frac{d}{dz} \left( c_z^2 \frac{d\varrho}{dz} \right) - c_z^2 \left( \frac{d\varrho}{dz} \right)^2 + \varrho^2 \frac{d^2 c_z^2}{dz^2} + 4\pi G \varrho^2 (\varrho + E + \varrho_s(z)) + \varrho^2 \frac{d}{dz} \frac{E_\alpha}{\varrho} = 0, \quad (3.12)$$

$$E = -\frac{1}{4\pi G r} \frac{\partial V_c^2}{\partial r}, \quad E_\alpha = \frac{\partial(r\varrho\alpha_{rz})}{r \partial r},$$

которое совместно с условиями  $\varrho(z=0) = \varrho_0$ ,  $d\varrho(0)/dz = 0$ ,  $\int_{-\infty}^{\infty} \varrho(z; r) dz = \sigma(r)$  для заданного распределения поверхностной плотности  $\sigma$  определяет вертикальную структуру диска на фиксированном радиусе  $r$ . Для  $c_z = \text{const}$  и  $\alpha_{rz} = 0$  уравнение совпадает с рассмотренным в [266]. Третье слагаемое в (3.12) в случае слабой вертикальной неоднородности  $c_z$  мало по сравнению с первыми двумя. В центре диска слагаемое  $E$  может давать большую погрешность в оценке плотности, и на практике следует принимать  $E(r \rightarrow 0) \rightarrow 0$ . При заданных  $\varrho_s(z, r)$ ,  $c_z(z, r)$  и  $\sigma(r)$  определяются  $\varrho_0$  и  $\varrho(z)$  по (3.12). После того, как найден закон распределения плотности вдоль  $z$ -координаты, частицы размещаются вдоль вертикальной оси на заданной сетке  $z_k = k \Delta z$  ( $k = -K, \dots, K$ ). В  $k$ -ю ячейку помещаются частицы в пропорции  $\sigma_k/\sigma$ , где  $\sigma_k = \int_{z_{k-1}}^{z_k} \varrho(z) dz$ .

Уравнение (3.12) имеет приближенный характер, поскольку введенная соотношением (3.11) величина  $V_c$  не зависит от  $z$ -координаты. В исходном уравнении (3.10) слагаемое  $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)$  в общем случае зависит от  $z$ -координаты. Поэтому при переходе к  $V_c$  зависимость от вертикальной координаты теряется и далее величина  $E$  (см. (3.12)) считается, что не зависит от  $z$  (но параметрически зависит от  $r$ ). Используемое приближение есть плата за переход от дифференциальных уравнений в частных производных (3.10) к обыкновенному дифференциальному уравнению (3.12). Нетрудно оценить, что относительная погрешность имеет порядок  $(h/r)^2$  ( $h$  — вертикальная шкала диска).

Строго говоря, построенный таким образом диск не является равновесным. Отсутствие точного равновесия в вертикальном направлении играет роль небольшого дополнительного начального возмущения при изучении начальных неустойчивых состояний, которые эволюционируют к новому стационарному состоянию диска.

В случае  $\partial c_z / \partial z = 0$ ,  $\varrho_s = 0$ ,  $V_c = \text{const}$ ,  $E_\alpha = 0$  решением уравнения (3.12) является

$$\varrho(z) = \frac{\sigma}{2z_0} \text{ch}^{-2}(z/z_0) \quad (3.13)$$

с характерной вертикальной шкалой  $z_0 = \sqrt{c_z^2 / 2\pi G \varrho(0)} = c_z^2 / \pi G \sigma$ . Закон (3.13) наряду с экспоненциальным

$$\varrho(z) = \varrho(0) \cdot \exp(-z/h_{exp}) \quad (3.14)$$

часто используется для аппроксимации наблюдаемых профилей яркости для галактик, наблюдаемых с ребра<sup>3</sup> [453, 560, 561]. На больших расстояниях от плоскости  $z = 0$  эти законы имеют одну асимптотику, и в этом случае  $z_0 \simeq 2h_{exp} \simeq 2h_{ch}$ .

Полутолщину диска в численных моделях удобно характеризовать величиной

$$\Delta^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (z - \langle z \rangle)^2 \varrho(z) dz}{\int_{-\infty}^{\infty} \varrho(z) dz}, \quad (3.15)$$

где  $\langle \dots \rangle$  — усреднение по  $z$ . Определение параметра  $\Delta$  в соответствии с (3.15) всего на 10 % отличается от полутолщины диска  $z_0$ , которая входит в закон вертикальной плотности (3.13). В работе [825] предложено определять вертикальную шкалу по медиане.

Начальная функция распределения по скоростям является шварцшильдовской, и представляет собой анизотропное максвелловское распределение:

$$f(u, v, w) = A \cdot \exp \left\{ -\frac{u^2}{2c_r^2} - \frac{(v - r\Omega)^2}{2c_\varphi^2} - \frac{w^2}{2c_z^2} \right\}, \quad (3.16)$$

где  $\{u, v, w\}$  — компоненты скорости частиц в цилиндрической системе координат.

Средняя тангенциальная скорость точек для начального состояния модели находится из уравнения Джинса в предположении отсутствия систематического радиального движения, осесимметричности и симметрии относительно плоскости  $z = 0$  [862]:

$$V^2 = (\langle v \rangle)^2 = V_c^2 + c_r^2 \left\{ 1 - \frac{c_\varphi^2}{c_r^2} + \frac{r}{\varrho c_r^2} \frac{\partial(\varrho c_r^2)}{\partial r} + \frac{r}{c_r^2} \frac{\partial \alpha_{rz}}{\partial z} \right\}, \quad (3.17)$$

<sup>3</sup> Для ряда галактик привлекается зависимость  $\varrho \propto \text{ch}^{-1}(z/h_{ch})$  [452].

где круговую скорость  $V_c$  в плоскости  $z = 0$  определяют распределения вещества в трех основных компонентах: диске, балдже и гало. В результате имеем

$$V_c = \sqrt{(V_c^{disc})^2 + (V_c^{bulge})^2 + (V_c^{halo})^2}, \quad (3.18)$$

где  $V_c^{disc}$ ,  $V_c^{bulge}$ ,  $V_c^{halo}$  — соответствующий вклад в круговую скорость от отдельных компонент. При задании начального состояния модели можно принять  $\langle u \rangle = 0$ ,  $\langle w \rangle = 0$ , а скорость вращения  $V \equiv \langle v \rangle$  задавать в соответствии с (3.17). Таким образом, в начальный момент времени имеется баланс радиальных и вертикальных сил, и диск начинает эволюцию с состояния, близкого к равновесному. В начальный момент времени диск имеет конечную “температуру”, которая определяется тремя функциями  $c_r(r)$ ,  $c_\varphi(r)$ ,  $c_z(r)$ . Конкретный вид этих зависимостей диктуется постановкой задачи.

Частицам рассматриваемой ячейки придаем азимутальную скорость, равную круговой (3.11). В результате получаем холодный диск. На следующем этапе, исходя из заданных величин  $c_r$ ,  $c_\varphi$ ,  $c_z$ , генерируем случайные скорости частиц в соответствии с распределением (3.16). Наконец, с учетом (3.17), уточняем скорость вращения в зависимости от конечной толщины и теплового разброса скоростей. На заключительном этапе корректируем положения частиц и их скорости так, чтобы центр масс и кинематический центр совпадали с центром координат <sup>4</sup>.

Отличительной особенностью звездных *бесстолкновительных* дисков является *анизотропия* дисперсий скоростей звезд:  $c_r \neq c_\varphi \neq c_z$  [420], причем  $c_r > c_\varphi > c_z$ . Дисперсии компонент остаточных скоростей звезд  $c_{r,\varphi,z}$  малы по сравнению со скоростью вращения звезд диска  $V$ , кроме центральных областей  $r \leq L$ , где возможно  $c_r > V$  <sup>5</sup>. Поэтому при осесимметричном распределении вещества справедливо *эпициклическое* приближение, когда равновесие диска в радиальном направлении обусловлено прежде всего балансом центробежной и гравитационной сил с точностью до слагаемых  $\sim (c_r/V)^2$  (см. (3.17)). При вращении частиц на радиусе  $r$  с учетом эпициклического движения имеем связь между  $c_\varphi$  и  $c_r$ :

$$c_r = \frac{2\Omega}{\varkappa} \cdot c_\varphi \quad \text{или} \quad Q_c \equiv \frac{\varkappa(r)}{2\Omega(r)} \frac{c_r(r)}{c_\varphi(r)} = 1, \quad (3.19)$$

где  $\varkappa = 2\Omega\sqrt{1 + r d\Omega/2\Omega dr}$  — эпициклическая частота. Следует подчеркнуть, что в динамических моделях условие (3.19) выполняется для угловой скорости вращения частиц  $\Omega = V/r$ , а не для круговой скорости

<sup>4</sup> Последняя процедура важна в моделях с не очень большим числом частиц  $N \lesssim 10^4$ , и ее роль уменьшается с ростом  $N$ .

<sup>5</sup> В самом центре ( $r \ll L$ ) всегда  $c_r \gg V$ .

(3.11). Выполнение  $Q_c = 1$  является необходимым условием бесстолкновительности динамических моделей.

В результате выполнения всех этих процедур получаем модель “горячего” звездного диска конечной толщины, в которой необходимо еще скорректировать координаты частиц и их скорости таким образом, чтобы центр масс системы частиц в ходе эксперимента оставался в начале координат.

При постановке экспериментов, в которых помимо диска плоской галактики моделируется и ее сферическая подсистема (гало), необходимо учесть, что дисперсия скоростей звезд гало значительно превышает дисперсию скоростей звезд диска ([406, 651], гл. 1). В то же время величина возмущений плотности всякой подсистемы обратно пропорциональна квадрату ее дисперсии скоростей ([586], п. 2.2.2). Поэтому в процессе эволюции диска, не меняющей существенно распределение масс в нем, гало можно считать невозмущающимся и моделировать потенциалом  $\Phi_h(r)$ , действующим на звезды диска.

*Взаимодействие частиц в диске.* Взаимодействие частиц друг с другом должно, очевидно, моделировать основные свойства звездного диска как бесстолкновительной гравитирующей системы. Конструктивное в экспериментальном плане определение бесстолкновительности диска можно сформулировать следующим образом: сила, действующая на данную частицу со стороны всех остальных частиц диска, должна быть заметно больше силы, действующей на ту же частицу со стороны ее ближайшей соседки. Это определение естественным образом приводит к необходимости “обрезания” гравитационного взаимодействия частиц на малых расстояниях, что использовалось во всех численных экспериментах. Для оценки величины соответствующего параметра определим “радиус взаимодействия”  $r_{\text{вз}}$  соотношением

$$M_d(r)/r^2 = m/r_{\text{вз}}^2, \quad (3.20)$$

где  $m = 1/N$  — масса частицы;  $M_d(r)$  — масса диска в сфере радиусом  $r$ . Для экспоненциального диска

$$\frac{r_{\text{вз}}}{L} = \frac{(r/L)}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1 - (1 + R/L) \exp\{-R/L\}}{1 - (1 + r/L) \exp\{-r/L\}}}. \quad (3.21)$$

По данным наблюдений, в дисках галактик  $L/R \simeq 0,2 \div 0,3$  [560] и в этом случае зависимость  $r_{\text{вз}}$  от радиальной координаты слабо отличается от линейной. Так, при  $L = 0,25 R$  соотношение (3.21) в области  $r < R$  можно аппроксимировать функцией  $r_{\text{вз}} \simeq \frac{L}{\sqrt{N}} \left\{ 1,24 + 0,67 \frac{r}{L} \right\}$ .

Предположим теперь, что “обрезание” гравитационного взаимодействия на малых расстояниях мы осуществляем, вычисляя силу, действующую на  $i$ -ю частицу со стороны  $j$ -й частицы, следующим образом [685]:

$$\vec{f}_{i,j} = \frac{1}{N^2} \frac{(\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{\{(\vec{r}_j - \vec{r}_i)^2 + r_c^2\}^{3/2}}, \quad (3.22)$$

где  $r_c$  — радиус “обрезания” взаимодействия. Конкретный выбор  $r_c$  зависит, очевидно, от целей эксперимента. Так, при изучении формирования бар-моды в центральной части диска Острайкером и Пиблсом было найдено оптимальное значение  $r_c \simeq 0,05$  при малом  $N = 150 \div 500$ . Чем более мелкомасштабные структуры изучаются, тем меньше должен быть  $r_c$ , сохраняя, однако, бесстолкновительность системы. Приемлемым в экспериментальном плане является  $r_c \simeq (1 \div 3) r_{\text{вз}}$ . Важно отметить, что полагать величину  $r_c$  зависящей от радиальной координаты в конкретном эксперименте нельзя, поскольку в этом случае энергия системы не будет интегралом движения.

Наглядную информацию при изучении спиральных и бароподобных структур дает фурье-анализ поверхностной плотности в координатах  $\varphi$  и  $\ln(r)$ . Уровень неосесимметричности радиально неоднородного распределения вещества в диске в каждый момент времени удобно характеризовать амплитудой фурье-гармоник [781]

$$A(t; p, m) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \exp \left\{ i [m\varphi_j(t) + p \ln(r_j(t))] \right\}, \quad (3.23)$$

здесь  $i = \sqrt{-1}$ , а  $p$  и  $m$  характеризуют структуру возмущений соответственно в радиальном и азимутальном направлениях. Величины  $A(t; p, 2)$  определяют амплитуду двухрукавной моды  $m = 2$  и, в частности, бара, для которого максимальны гармоники с  $p = 0$ . Параметр  $p$  характеризует степень закрученности волн. Введем также интегральные амплитуды фурье-гармоник

$$\hat{A}(t; m) = \sqrt{\sum_p |A(p, m)|^2}, \quad (3.24)$$

которые показывают, какие азимутальные номера мод преимущественно характеризуют глобальную структуру возмущений. Закон сохранения массы диска дает условие  $A(t; 0, 0) = 1$ , а изменение величины  $\hat{A}(t; 0)$  со временем указывает на перераспределение вещества в радиальном направлении.

Следует еще отметить, что в описанных выше моделях плоских галактик число частиц невелико. Поэтому полученные в ходе обработки результатов значения локальных параметров диска испытывают со временем довольно заметные флуктуации. Однако если целью эксперимента

является изучение характеристик стационарного диска, то влияние указанных флуктуаций может быть существенно уменьшено, если конечные результаты получать посредством усреднения по достаточно большому промежутку времени  $t_s$  (порядка времени оборота диска). При таком подходе число частиц, эффективно участвующих в эксперименте, достигает величины  $nN$ , где  $n = t_s/\tau \gg 1$  ( $\tau$  — величина шага по времени при интегрировании системы уравнений движения частиц).

## 3.2. Крупномасштабная структура звездных дисков

### 3.2.1. “Глобальный” критерий устойчивости

Рассмотрим результаты экспериментов со звездным диском без гало ( $M_h = 0$ ). В таких системах интересные процессы протекают в центральной части диска. Проследим эволюцию первоначально осесимметричной системы, находящейся в основном на балансе гравитационной и центробежной сил ( $c_r \ll V_{\text{вр}}$ , см. (3.17)). Такая система оказывается неустойчивой, и ее развитие заключается в росте дисперсии скоростей частиц. Одновременно происходит перераспределение плотности вещества, скорости вращения и искажение осесимметричной формы диска в бароподобную.

По-видимому, первая экспериментальная попытка охарактеризовать устойчивое стационарное состояние бесстолкновительного гравитирующего диска одним “глобальным” параметром была предпринята Острайкером и Пиблсом [685]. В качестве такого параметра ими была выбрана величина, равная половине доли кинетической энергии частиц системы, приходящейся на их среднее (макроскопическое) движение. Поскольку для гравитирующих систем справедлива теорема вириала в форме  $2T + W = 0$ , где  $T$  — кинетическая, а  $W$  — потенциальная энергия системы, то упомянутый параметр можно записать в виде

$$t_m = \frac{T_{\text{ср}}}{|W|}, \quad (0 \leq t \leq 1/2), \quad (3.25)$$

где

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \int \langle \vec{v}(r) \rangle^2 f(\vec{r}, \vec{v}) d\vec{r} d\vec{v}, \quad \langle \vec{v}(\vec{r}) \rangle = \frac{\int \vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}) d\vec{v}}{\int f(\vec{r}, \vec{v}) d\vec{v}}, \quad (3.26)$$

а  $f(\vec{r}, \vec{v})$  — стационарная функция распределения звезд диска. Острайкер и Пиблс, однако, вместо  $T_{\text{ср}}$  фактически вычисляли величину

$$T_{\text{вр}} = \frac{1}{2} \int \langle v_\varphi(\vec{r}) \rangle^2 f(\vec{r}, \vec{v}) d\vec{r} d\vec{v}, \quad (3.27)$$

заметно отличающуюся от  $T_{\text{ср}}$  в меньшую сторону, поскольку в моделях плоских галактик без сфероидальных подсистем весьма эффективным оказывается возбуждение крупномасштабного неосесимметричного возмущения в форме овала — бар-моды, при котором среднее (макроскопическое) движение частиц-звезд оказывается существенно не круговым.

Примерно за один-два оборота первоначально холодный диск сильно разогревается, энергия вращательного движения переходит в энергию случайного движения, что приводит к

$$t \equiv T_{\text{вр}}/|W| \simeq 0,14 \pm 0,02. \quad (3.28)$$

Из (3.28) и теоремы вириала следует, что для устойчивости диска относительно глобальной бар-моды необходимо  $T_{\text{вр}} < 0,28 T$ . Принимая для оценок  $T_{\text{вр}}/T \sim V_{\text{вр}}^2/(V_{\text{вр}}^2 + 3c_r^2)$ , с учетом (3.28) получим  $c_r \sim V_{\text{вр}}$ . Последнее соотношение вытекает из глобального критерия устойчивости и нельзя забывать, что отношение  $c_r/V_{\text{вр}}$  сильно зависит от радиальной координаты, падая с ростом  $r$ . В численных экспериментах без гало на периферии диска наблюдается  $c_r/V_{\text{вр}} \simeq 0,5$  ([129, 130] и др.).

Экспериментальное вычисление параметра  $t_m$ , учитывающего некруговые движения частиц в диске, дает [129]

$$t_m \simeq 0,20 \pm 0,02. \quad (3.29)$$

Миллер и Смит [636] при изучении эволюции вращающегося бесстолкновительного шара к концу его второго оборота получили сплюснутый бар, в котором  $t_m \simeq 0,21 \div 0,24$ , а  $t_{OP} \simeq 0,11$ .

Результат (3.28) требует некоторого уточнения, связанного с тем, что теорема вириала для гравитирующих систем ( $2T + W = 0$ ) непосредственно к экспериментальным моделям не применима. Действительно, ньютоновский потенциал — однородная функция  $k = -1$  ( $2T = kW$ ) степени координат [93]. Но используемый в экспериментальных моделях потенциал с мягким “обрезанием” гравитационного взаимодействия на малых расстояниях (см. п. 3.1.2) при  $r < r_c$  ( $r_c$  — радиус “обрезания”) близок к квадратичному потенциалу ( $k = 2$ ). С учетом того, что  $r_c \ll R$  ( $R$  — радиус диска), можно считать, что в среднем по диску  $k = -1 + \varepsilon$ , где  $0 < \varepsilon \ll 1$ . Тогда  $2T + W \simeq 2\varepsilon E < 0$ ,  $E = T + W < 0$  — энергия системы. Сравнивая экспериментальные значения величин  $t_{OP}$  и  $t_{\text{вр}} \equiv T_{\text{вр}}/2T$ , можно оценить  $\varepsilon$ . По результатам экспериментов [129, 130],  $\varepsilon \simeq 0,09$ .

Представляет интерес вопрос о влиянии начального распределения поверхностной плотности  $\sigma_{*0}(r)$  на устойчивость бар-моды. Суммируя результаты многочисленных экспериментов, можно сказать, что модели,

для которых в начальный момент времени характерна не очень высокая степень концентрации массы к центру диска, укладываются по параметру  $t_{OP}$  в рамки, указанные Острайкером и Пиблсом (см. (3.28)). В моделях с более плотной центральной частью диска величины  $t_{OP}$ ,  $t_{вр}$ ,  $t_m$  к концу экспериментов оказываются меньшими. Этот эффект связан, по-видимому, с большей интенсивностью релаксационных процессов в более плотных системах. В экспериментах, стартующих из состояний с начальной дисперсией радиальных скоростей  $c_r(r) = 1,5 \cdot (2\Omega/\varkappa) \cdot c_T$  (такой диск должен быть гравитационно устойчив относительно мелкомасштабных возмущений (см. § 2.3)), конечное значение параметра  $t_m$  оказывается таким же, что и в экспериментах с  $c_r(r) = (2\Omega/\varkappa) \cdot c_T$ <sup>6</sup>. Но с увеличением  $c_r$  степень бароподобного искажения диска несколько уменьшается, а  $t_{вр}$  увеличивается примерно на 10 %.

Соотношения (3.28), (3.29) означают, что плоские гравитирующие системы без сфероидальных подсистем в стационарном состоянии должны быть достаточно “горячими” — в пекулярных движениях звезд должно быть заключено более половины их кинетической энергии. В таких системах, как правило, возбуждается бар-мода, а дисперсия радиальных скоростей частиц даже на периферии диска не меньше половины величины круговой скорости вращения его вещества.

### 3.2.2. Устойчивость диска относительно возбуждения бар-моды

Начиная с классификации галактик Хаббла, стало ясно, что плоские спиральные галактики можно разделить на две группы. Для одной из них (*SB*) характерно наличие яркой перемычки (бара) с прикрепленными к его концам (часто почти под прямым углом) спиралью. В другой группе плоских галактик (*S*) спирали отходят от образования, расположенного в центре галактики. Ясно, что исследование устойчивости гравитирующего диска (аналитическое и численно-экспериментальное) должно определить те факторы, которые препятствуют возбуждению бар-моды во многих плоских галактиках.

Поскольку бар-мода является крупномасштабным возмущением, использованное в главе 2 коротковолновое приближение для изучения его устойчивости неприменимо. Таким образом, в этом случае необходимо учитывать структуру диска в целом, что, естественно, накладывает достаточно жесткие ограничения на свойства модели. Поэтому детальное аналитическое исследование устойчивости глобальной бар-моды (ГБМ)

<sup>6</sup> Диск, находящийся на границе устойчивости относительно мелкомасштабных возмущений ( $Q = c_r/c_T = 1,5 \div 2$ ), имеет  $t_{OP} \simeq 0,2 \div 0,25$ , что, как видим, недостаточно для стабилизации глобальной бар-моды.

было проведено лишь в моделях твердотельно вращающихся дисков [146, 173, 525, 526]. Эти исследования показали, что модели тонкого диска без учета массы сферической подсистемы устойчивы относительно возбуждения бар-моды только при

$$t_{OP} \lesssim 0,129. \quad (3.30)$$

Дифференциальность вращения диска, по-видимому, слабо влияет на условия возбуждения бар-моды [420]. Тогда результат (3.30) означает, что устойчивыми относительно бар-моды могут быть только очень горячие диски — такие, в которых кинетическая энергия вращения составляет менее трети полной кинетической энергии вещества диска. Ясно, что данные наблюдений не дают оснований надеяться на существование таких систем.

Более конструктивной оказалась постановка задачи, в которой помимо конечной толщины диска учитывалось наличие и сфероидальной подсистемы. Так, в модели, состоящей из однородного гало (сфероидальной подсистемы) и однородного сплюснутого эллипсоида вращения (диска) с большой полуосью  $R$  и малой полуосью  $b < R$ , было обнаружено [173], что в дисковом пределе ( $b/R \rightarrow 0$ ) эллипсоид устойчив относительно возбуждения бар-моды при

$$M_h/M_d \gtrsim 1,1, \quad (3.31)$$

где  $M_d$  — масса эллипсоида (диска);  $M_h$  — масса гало в сфере  $r \leq R$ . Учет конечного отношения  $b/R$  понижает этот предел. Так, при  $b/R = 0,05$  бар-мода не возбуждается уже при  $M_h/M_d \gtrsim 1,0$ . Близкий к (3.31) результат ( $M_h/M_d \gtrsim 1,18$ ) был получен и Бисноватым-Коганом [20] в модели с аналогичными макроскопическими характеристиками.

Как уже говорилось выше, аналитическое изучение устойчивости бар-моды в дифференциально вращающихся неоднородных дисках конечной толщины затруднительно. Это, очевидно, проще делать с помощью численного эксперимента. Ранние эксперименты (см., например, [487, 488, 685, 722]) подтвердили, что в недостаточно горячих ( $t_{OP} \gtrsim 0,14 \pm 0,02$ ) тонких дисках без гало возбуждение бар-моды неизбежно. Учет конечной массы гало показал, что с ростом массы последнего бар-мода стабилизируется [256, 294, 350, 489, 515, 777, 826]. В то же время в разных моделях границы устойчивости бар-моды по параметру  $M_h/M_d$  заметно различаются, группируясь, однако, в окрестности  $M_h/M_d \sim 1$ .

Результаты экспериментов удобно описывать с помощью параметра  $\gamma = 1 - T_{\text{вр}}/T_{\text{ср}}$ , характеризующего степень бароподобного искажения диска для различных распределений объемной плотности гало  $\rho_h(r)$

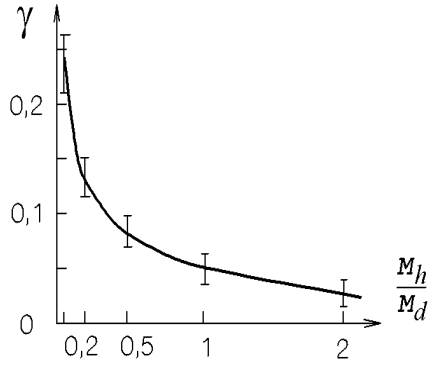


Рис. 3.3. Зависимость  $\gamma\left(\frac{M_h}{M_d}\right) = 1 - T_{\text{вр}}/T_{\text{ср}}$ , характеризующая степень развития бар-моды. В указанных на графике интервалах при каждом значении  $M_h/M_d \neq 0$  — результаты, полученные по четырем моделям, различающимся степенью концентрации гало к центру (в случае  $M_h = 0$  модели различаются начальным распределением поверхностной плотности)

[130]. В моделях без гало  $\gamma \simeq 0,21 \div 0,26$  (рис. 3.3). С ростом массы гало параметр  $\gamma$  уменьшается.

В связи с приведенными выше результатами представляет интерес и экспериментальный критерий [379], утверждающий, что для устойчивости диска относительно возбуждения бар-моды должно выполняться условие  $\beta = (V_{\text{вр}})_{\text{max}}(L_{\sigma}/GM_d)^{1/2} \gtrsim 1,1$ , где  $(V_{\text{вр}})_{\text{max}}$  — максимальное значение  $V_{\text{вр}}$  в диске. По результатам экспериментов [130] этот критерий проверялся в конечных квазистационарных состояниях диска. Оказалось, что величина  $\beta$  изменяется от  $\beta \simeq 0,4$  при  $M_h = 0$  до  $\beta \simeq 0,9$  при  $M_h = 3M_d$ . Таким образом, критерий [379] выглядит слишком жестким. Причина состоит, по-видимому, в том, что критерий был получен в экспериментах, в которых начальное состояние диска было холодным ( $c_r = 0$ ). В таком состоянии условия возбуждения бар-моды наиболее благоприятны, а  $(V_{\text{вр}})_{\text{max}}$  (измеряемое в начальный момент времени) — больше, чем в горячем диске. Кроме того, диски в экспериментах [379] двумерны, что также облегчает возбуждение бар-моды. Поэтому неудивительно, что указанный критерий приводит к необычайно низкой оценке отношения массы к светимости (порядка единицы) для дисков *Sc*-галактик [54]. Исходя же из результатов экспериментов [130], следует считать, что звездный диск устойчив относительно возбуждения бар-моды при  $\beta \gtrsim 0,7$ .

В работе [343] обсуждалось условие  $\alpha = \mathcal{L}\Omega_J/2|U| < 0,25$ , здесь  $\mathcal{L}$  — полный угловой момент;  $\Omega_J$  — джинсовская частота. В эти критерии входят ненаблюдаемые параметры. В связи с появлением многочисленных данных по определению пространственных полей скоростей и дисперсий скоростей в галактиках удобнее переформулировать критерий стабилизации ГБМ в виде  $c_r/V_{\text{max}} > (c_r/V_{\text{max}})_{\text{crit}}$ , где  $c_r$  — дисперсия радиальных скоростей звезд на некотором фиксированном радиусе;  $V_{\text{max}}$  — максимальная скорость вращения. Пусть внутри сферы радиусом  $R$  полная масса равна  $M$ . Простая оценка  $0,14 = E_k/|U| \simeq \frac{1}{2} \frac{c_r^2 + c_{\varphi}^2 + c_z^2}{GM/R} \simeq$

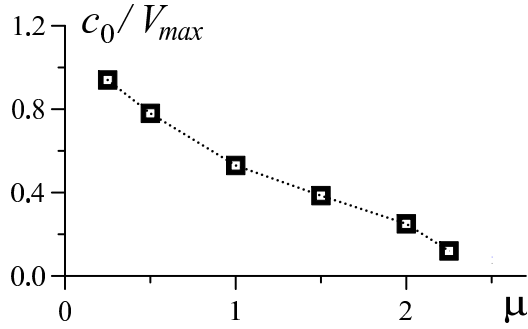


Рис. 3.4. Отношение  $c_0/V_{\max}$ , обеспечивающее стабилизацию глобальной бар-моды при различных массах гало в случае равенства шкал гало и диска  $a = L$  для тонкого в начальный момент времени диска ( $\langle z_0 \rangle/L = 0,07$ )

$\frac{1}{2} \frac{c_r^2}{V_{\max}^2} (1 + \alpha_\varphi^2 + \alpha_z^2)$  при  $\alpha_\varphi^2 = c_\varphi^2/c_r^2 = 1/2$ ,  $\alpha_z^2 = c_z^2/c_r^2 = 1/4$  дает  $c_r/V_{\max} = 0,4$ , что требует уточнения, поскольку и дисперсии скоростей, и кривая вращения радиально неоднородны, а у распределения массы отсутствует центральная симметрия.

В горячих системах условия для развития ГБМ ухудшаются. Поэтому, если дисперсия скоростей звезд превышает некоторое критическое значение  $c^{crit}$ , то первоначально осесимметричный диск оказывается устойчивым. Наиболее удобно записывать такое условие для дисперсии радиальных скоростей  $c_r$ , поскольку дисперсия азимутальных скоростей с очень хорошей точностью равна  $c_\varphi = c_r \, x/2\Omega$  ( $\Omega = V/r$  — угловая скорость вращения звезд).

Рассмотрим результаты динамического моделирования без балджа в приложении к галактикам позднего типа. Поскольку у гало следует считать  $a \gtrsim L$ , то кривая вращения в таком потенциале имеет относительно протяженную область роста. Поэтому в центральной части диска ( $r \lesssim L$ ) доминирует гравитационное влияние плоской подсистемы, что и определяет благоприятные условия для развития бар-моды. Даже преобладающее по массе гало  $1 \lesssim M_h \lesssim 2$  не способно подавить глобальную бар-моду, если диск достаточно холодный. И только, начиная с  $M_h \gtrsim 2$ , при  $a \simeq L$  ( $M_h$  — масса гало в пределах  $r \leq 4L$ ) гравитационная неустойчивость не приводит к формированию долгоживущей бар-структуры. В серии экспериментов изменялась только масса гало  $M_h$  с пространственной шкалой  $a = L$  и определялся радиальный профиль  $c_r(r)$ , стабилизирующий ГБМ. На рис. 3.4 показана зависимость отношения дисперсии радиальной скорости диска  $c_0$ , усредненная в зоне  $r \leq L$ , к максимальной скорости вращения диска от относительной массы гало. В случае более рыхлого гало ( $a \gtrsim 2L$ ) образование бара возможно и при более массивной сфероидальной подсистеме. Значение  $\mu^{crit}$  зависит от характера распределения плотности в гало — в модели (3.3) от шкалы  $a$ . С ростом  $a$  стабилизация бар-моды наступает при больших значениях  $\mu$ . При прочих равных условиях с увеличением толщины диска величина  $\mu^{crit}$  уменьшается.

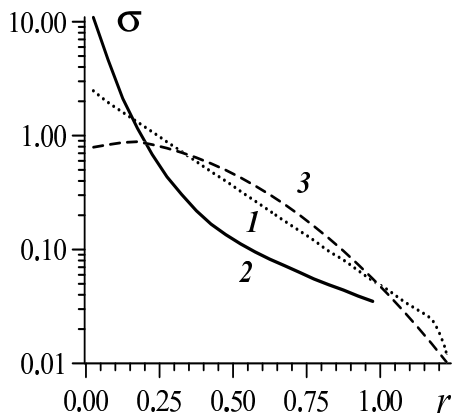


Рис. 3.5. Радиальные зависимости поверхностной плотности диска для модели, “стартующей” с холодного состояния, в которой происходит существенное перераспределение плотности. Пунктирная линия 1 — начальный экспоненциальный профиль; сплошная 2 — конечный профиль, усредненный по азимуту, после сильного разогрева с образованием бара; штриховая линия 3 — исходный профиль, обеспечивающий в конце расчета квазиэкспоненциальное распределение

Если в начальный момент времени имеется экспоненциальный профиль и диск является достаточно холодным (в конечном состоянии дисперсия примерно в 1,5 раза выше начальной), то в результате формирования бара происходит заметное перераспределение вещества в диске. Отметим некоторые характерные особенности этого процесса:

1) Диск расплывается в радиальном направлении. Из области первоначально занимаемой веществом ( $r \lesssim 4L$ ) может уходить до 30 % массы. Чем больше  $M_h$ , тем меньше массы уходит.

2) Результирующий профиль заметно отличается от экспоненциального, причем в центре ( $r \lesssim 2L/3$ ) плотность увеличивается по сравнению с начальным, а далее уменьшается. Для получения экспоненциального профиля плотности необходимо задавать радиальные распределения специального вида (см. на рис. 3.5 пунктирную линию).

Структура бара, его размеры, отношение полуосей, а также кинематические характеристики в центральной области диска зависят не только от вида кривой вращения, но и от законов распределения вещества в дисковой и сфероидальных подсистемах, а также начальных условий. Поэтому понять свойства конкретной галактики в рамках общих моделей не всегда возможно, и часто требуется строить модели конкретного объекта.

Суммируя сказанное выше, можно утверждать, что у  $SB$ -галактик масса сферической подсистемы в целом должна быть меньше, чем у  $S$ -галактик. Косвенным подтверждением этого результата может служить тот факт, что вблизи центра скопления галактик в Волосах Вероники доля  $SB$ -галактик вдвое выше, чем на периферии скопления. Наиболее естественная причина этого — в “сдувании” гало при взаимном сближении галактик и ослаблении вследствие этого устойчивости их дисков по отношению к возбуждению бар-моды [849]. Кроме того, фактором, способствующим формированию перемишки, может являться приливное взаимодействие со стороны массивного спутника [440].

### 3.2.3. Влияние газа на развитие бар-моды

В газовом самогравитирующем диске, как и в звездном, может развиваться бар-мода <sup>7</sup>. Однако из-за столкновительности газа неустойчивость (а она имеет гравитационную природу) проще стабилизировать, в отличие от бесстолкновительного звездного диска [см. (3.28)] достаточно выполнения  $t_{OP} \lesssim 0,26$  [273]. Вандервоорт [869] в рамках линейного анализа устойчивости твердоотельно вращающегося однородного звездно-газового сфероида показал, что критическое значение  $t_{OP}$  лежит в пределах  $0,14 \div 0,26$  в зависимости от параметров модели и прежде всего от доли массы газа в системе  $M_g/(M_* + M_g)$ .

Как мы знаем, галактический газ является сильно неоднородным на малых масштабах. Наблюдается целая иерархия газовых облаков, различающихся своими размерами и массами. В предыдущих пунктах мы уже видели, что на массивных газовых облаках (ГМО и более крупномасштабных образованиях — ассоциациях) происходит эффективное рассеяние, переводящее орбитальное движение звезд и газа в тепловое. Таким образом, облачная структура газа является важным фактором стабилизации глобальных мод. Характерные времена образования и жизни облаков сравнимы со временем образования бара ( $\sim 5 \cdot 10^7$  лет). Поэтому для выяснения роли газа в подавлении бар-моды необходимо детальное рассмотрение процессов образования облаков, их динамики и звездообразования. Вклад в нагрев диска дает и динамическое трение: при движении тяжелых газовых облаков легкие звезды испытывают гравитационную фокусировку, образуя повышенную концентрацию за облаком.

Численные эксперименты, учитывающие вышеперечисленные эффекты, наглядно демонстрируют чрезвычайно важную роль газа в динамике звездного диска [471, 798]. Оказалось, что газ может стабилизировать бар-моду, если он составляет всего несколько процентов от общей массы. Разумеется, критическое значение величины  $(M_g/M_*)_{crit}$  зависит от многочисленных параметров модели, однако, по мнению авторов вышеперечисленных работ, для типичных галактик можно принять  $(M_g/M_*)_{crit} \lesssim 10\%$  (здесь следует учитывать газ и звезды, находящиеся в области формирования бара).

Обсудим подробнее этот результат. Для распределения поверхностной плотности в диске  $\sigma = \sigma_0/(1 + (r/a)^2)^{3/2}$  критерий устойчивости по порядку величины можно записать в виде [402]:

<sup>7</sup> В самых внутренних областях некоторых галактик наблюдаются газовые (молекулярные) бары. Большая полуось этих структур составляет  $100 \div 300$  пк, что существенно меньше по сравнению с типичными звездными барами [474, 907]. Причем молекулярные ядерные бары наблюдаются как в системах со звездным баром, так и в галактиках без бара.

$$t_m \sim \frac{M_d/M_{tot}}{2(1+2\alpha^2)} < t_{crit} \simeq 0,1 \div 0,2,$$

здесь  $M_{tot} = M_d + M_h$ ,  $\alpha = c_r/\langle V_{вр} \rangle$ ,  $\langle V_{вр} \rangle$  — средняя скорость вращения,  $c_r$  — дисперсия радиальных скоростей на радиусе, где  $V_{вр}$  достигает максимума. Учет столкновительности газа эффективно уменьшает массу диска  $M_d$  на величину  $M_g$ . Однако более существенным фактором является разогрев звездной компоненты на массивных газовых облаках, что приводит к росту параметра  $\alpha \propto D(t)$  со временем в соответствии с формулой (3.53). Характерный размер гигантских газовых облаков  $r_G$  определяется гравитационной неустойчивостью, и величина  $r_G$  пропорциональна поверхностной плотности газового диска  $\sigma_g$ . Учитывая, что масса облака  $M_G \sim r_G^2 \cdot \sigma_g \propto \sigma_g^3$ , для параметра  $\alpha$  можно записать

$$\alpha^2 \sim (\alpha_0^4 + \text{const} \cdot \sigma_g^4 \cdot t)^{1/2}, \quad \alpha_0 = \alpha(t=0).$$

Как видим, нагрев звездной подсистемы весьма сильно зависит от плотности газового диска и, как показывают численные эксперименты, в случае  $\sigma_g \simeq 0,1 \cdot \sigma_*$  крупномасштабная гравитационная неустойчивость полностью стабилизируется. Следует не забывать, что к такому результату приводит совокупное самосогласованное действие фрагментации газа, звездообразования и всех релаксационных процессов.

#### 3.2.4. Кинематика дисков с баром

В эпициклическом приближении (стационарный осесимметричный диск, у которого дисперсия мала по сравнению со скоростью вращения) имеется простая связь между компонентами дисперсии (3.19). Казалось бы в диске с баром эпициклическое приближение заведомо нарушается. Однако динамическое моделирование показывает, что в неосесимметричном диске с баром параметр  $Q_c = c_r \kappa / (2\Omega c_\phi) \simeq 1$  не только в конце расчета в условиях квазистационарного состояния, но и на протяжении всей стадии образования бар-структуры (рис. 3.6), если при вычислении использовать средние по азимутальному углу параметры  $c_r$ ,  $c_\phi$ ,  $\Omega$  [539]. Имеем небольшие отклонения ( $\simeq 5\%$ ) вплоть до образования бара (см. рис. 3.6 б, линия 1). В дальнейшем отклонения увеличиваются до 10 % на периферии из-за сильного утолщения диска в отсутствие гало (линия 3) в результате изгибов бара (см. п. 3.5.2). В моделях с массивным гало условие  $Q_c = 1$  выполняется лучше (рис. 3.6 в).

Каждая компонента дисперсии  $c_r, c_\phi, c_z$  скоростей имеет свое характерное распределение, которое является типичным для бар-моды независимо от условий эксперимента (рис. 3.7). Размеры “бара” параметра  $c_r$

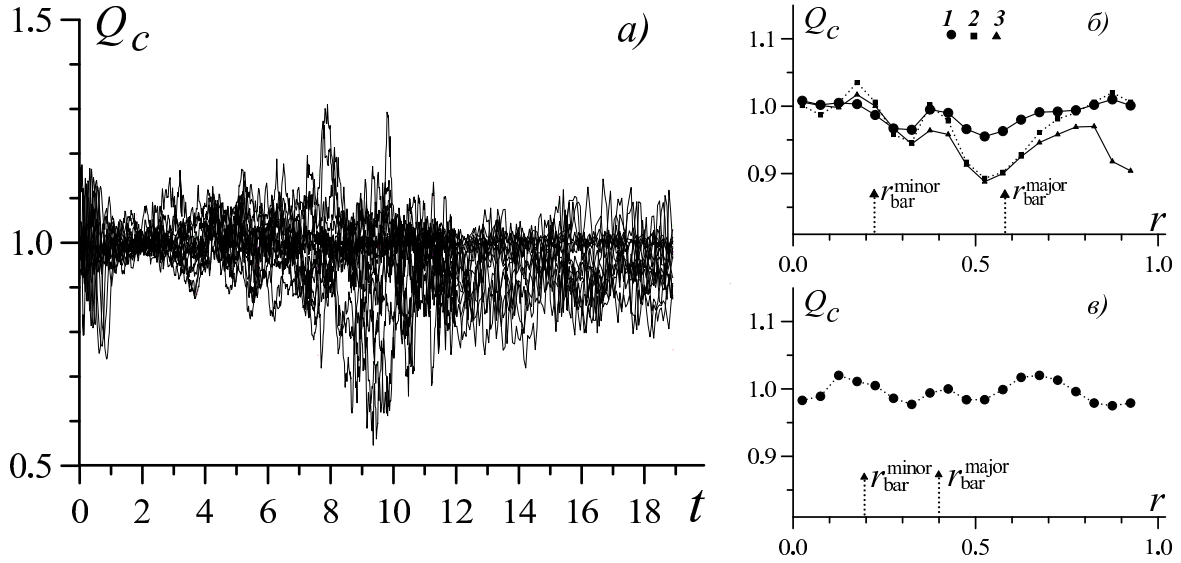


Рис. 3.6. Для модели с  $M_h = 0$ ,  $M_b = 0,1M_d$  зависимости параметра  $Q_c$  на различных радиусах от времени (а); усредненные по времени радиальные распределения  $Q_c$  (б) на интервалах: 1 —  $t = 0-11$ , 2 —  $t = 6-11$ , 3 —  $t = 11-20$ ; в)  $Q_c(r)$  для модели при  $\mu = 1,5$ ;  $a = L$ . Показано положение малой и большой полуоси бара  $r_{bar}^{minor}$ ,  $r_{bar}^{major}$

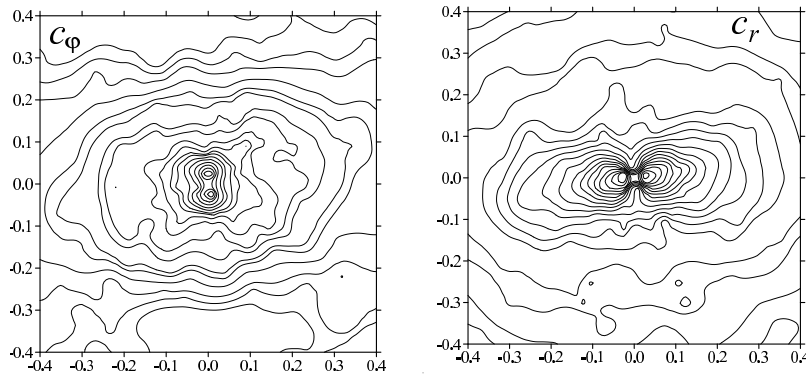


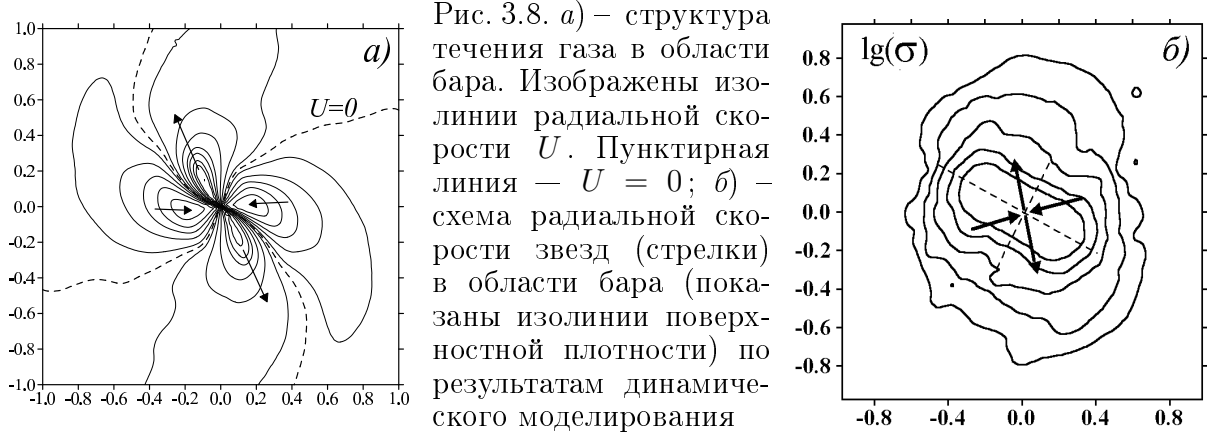
Рис. 3.7. Изолинии  $c_\varphi$  и  $c_r$  в центральной области бара

примерно в 2 раза меньше, чем по поверхностной плотности. Пространственное распределение дисперсии азимутальной скорости  $c_\varphi$  заметно отличается от  $c_r(x, y)$  из-за характерной перпендикулярной структуры в центре. Дисперсия вертикальной скорости в меньшей степени обнаруживает отличия от симметрии, за исключением самого центра.

Дисперсия скоростей вдоль луча зрения зависит от ориентации диска и бара

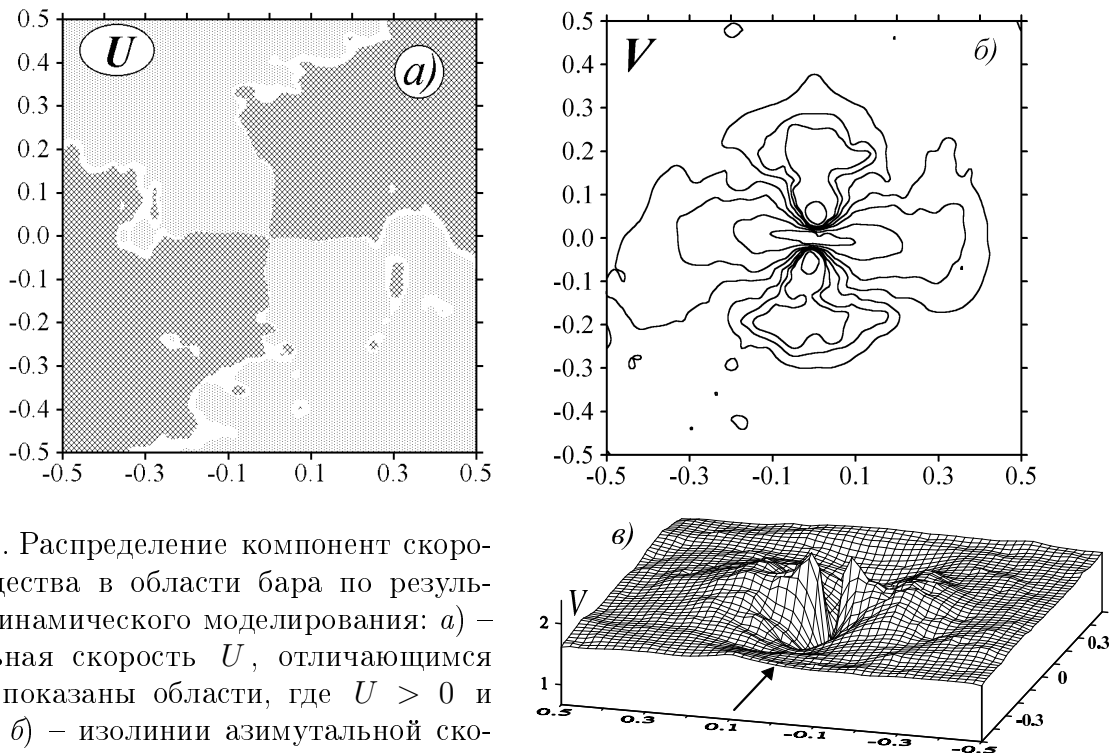
$$c^{obs} = \sqrt{c_z^2 \cos^2(i) + c_\varphi^2 \sin^2(i) \cos^2(\alpha) + c_r^2 \sin^2(i) \sin^2(\alpha)}, \quad (3.32)$$

где  $\alpha$  — угол между щелью и большой осью в плоскости галактики. Если большие оси бара и галактики совпадают, то поле дисперсии не обнаруживает бар-образования [539]. При других ориентациях бара и большой оси галактики заметны вытянутые образования на поле  $c^{obs}$ . “Бар-структура” дисперсии скоростей во всех случаях имеет маленькие размеры по сравнению с баром поверхностной плотности. При прочих



равных условиях “бар дисперсии скоростей” более заметен при больших углах наклона  $i$ , что связано с уменьшением вклада дисперсии вертикальной скорости  $c_z$  в  $c^{obs}$ .

В области бара движение газа и звезд является существенно некруговым. Поле скоростей имеет характерную четырехсекторную структуру (рис. 3.8). На рис. 3.9 для модели звездного диска с отношением осей у бара 1 : 4 показаны изолинии радиальной компоненты скорости  $U$  (рис. 3.9*а*) и азимутальной скорости  $V$  (рис. 3.9*б*) в плоскости диска. Функция  $V(x, y)$  имеет характерный седлообразный вид (рис. 3.9*в*). Кривая вращения  $V(r)$  часто используется для определения закона распределения массы в галактике. В области бара такой подход неприменим, поскольку поле скоростей сильно неоднородно по азимутальному



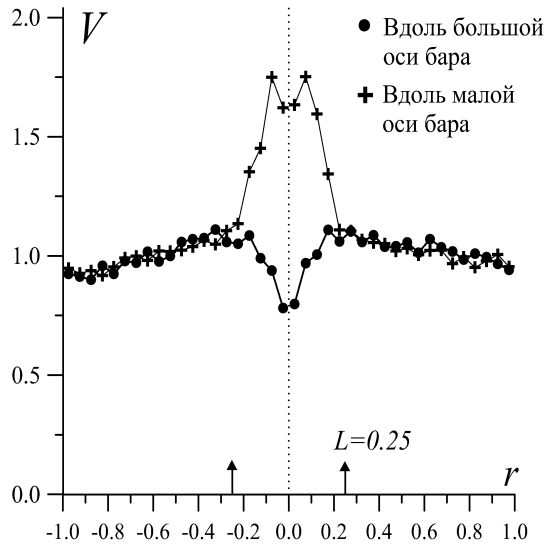


Рис. 3.10. Зависимость азимутальной компоненты скорости  $V$  от расстояния до центра вдоль большой и малой осей бара (модель с тонким холодным в начальный момент времени диском при  $M_h = 0,25$ ;  $a = 0,5$ ;  $M_b = 0,3$ ;  $b = 0,02$ ). Вклад в столь сильную азимутальную неоднородность  $V$  вносит также отклонение радиального профиля поверхностной плотности от экспоненциального — см. увеличение  $\sigma$  в центре на рис. 3.5

углу, имеются значительные радиальные движения, и оценки на основе баланса гравитационной и центробежной сил крайне неточны. Профили скорости вдоль большой и малой осей качественно различаются (рис. 3.9 в), причем азимутальная неоднородность  $V$  может быть очень значительной (рис. 3.10).

*Вращение бара.* Во многих галактиках центральная часть выглядит как сложная система, состоящая из нескольких вложенных друг в друга компонент (бары, диски, кольца, двойные ядра) [235, 788, 807]. К их числу относятся так называемые “мини-бары” — большая полуось  $r_{bar}^{major}$  таких структур лежит в пределах нескольких сотен парсек. Примерами галактик с мини-барами являются NGC 4736 с  $r_{bar}^{major} = 225$  пк [882], NGC 81 ( $r_{bar}^{major} = 0,5$  кпк) [532], UGC 5600 [789].

Размеры бара связаны с угловой скоростью его вращения  $\Omega_{bar}$ . На рис. 3.11 на примере галактики NGC 936 изображены радиальные зависимости угловой скорости вращения диска  $\Omega(r)$  и частот  $\Omega^{(m)}(r) = \Omega - \varkappa/m$  ( $m = 2, 4$ ,  $\varkappa$  — эпициклическая частота). Выделяют три типа баров, которые различаются угловой скоростью вращения и размерами [697, 711]:

- 1) быстрые бары с  $\Omega_{bar} > \Omega^{(2)}$ ;
- 2) медленные бары с  $\Omega_{bar} < \Omega^{(2)}$ ;
- 3) промежуточные с  $\Omega_{bar} \simeq \Omega^{(2)}$ .

Быстрые бары, формирующиеся в результате неустойчивости глобальной бар-моды, хорошо известны, начиная с классической работы Острайкера и Пиблса [685]. В рамках моделей N-тел исследованы медленные бары [167], пример промежуточного типа показан на рис. 3.12.

В случае маломассивных балджей кривая вращения диска имеет относительно протяженный твердотельный участок, на котором вещество

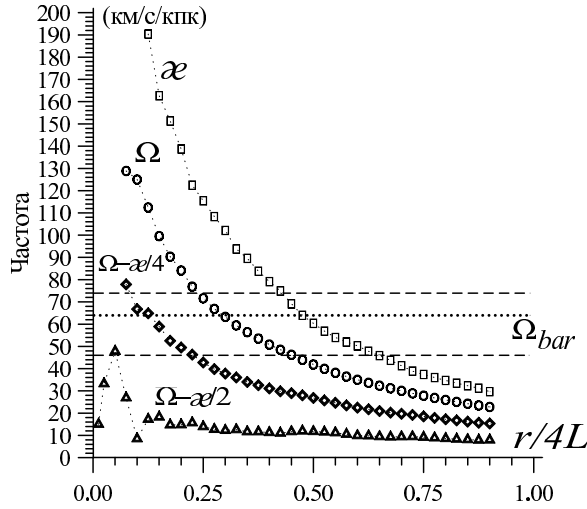


Рис. 3.11. Распределения в диске угловой скорости вращения  $\Omega$ , эпициклической частоты  $\alpha$  и линдбладовских резонансов  $\Omega - \alpha/m$  ( $m = 2, 4$ ) на примере модели NGC 936. Приведена угловая скорость вращения бара в модели  $\Omega_{bar} = 64$  км/с/кпк и ограничения из наблюдений  $\Omega_{bar}^{obs} = 60 \pm 14$  км/с/кпк [642]

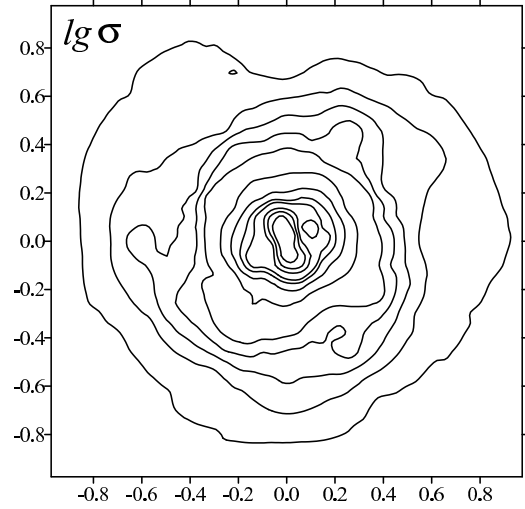


Рис. 3.12. Изолинии поверхностной плотности в динамической модели с баром промежуточного типа с угловой скоростью  $\Omega_{bar} = \Omega^{(2)}$

диска вращается с частотой  $\Omega_0$ . В среднем отношение  $\Omega_{bar}/\Omega_0$  близко к 0,5. Массивные и концентрированные балджи приводят к более короткому твердотельному участку вращения диска. Угловая скорость вращения вещества в центре  $\Omega_0$  увеличивается, поэтому возможно  $\Omega_{bar}/\Omega_0 \ll 1$ .

Динамические модели показывают, что при прочих равных условиях в более горячих системах бар вращается медленнее. Этот результат, возможно, обусловлен дополнительным вкладом неустойчивости радиальных орбит, который более эффективен в горячих системах и приводит к медленным барам [166].

Следует сказать, что бар-мода не является единственным механизмом формирования бара. В случае медленного вращения системы ( $c_r \gg V_{вр}$ ) возникают условия для развития неустойчивости радиальных орбит [420]. Результатом развития этой неустойчивости могут являться перемиčky в галактиках с массивным балджем и мини-бары размером несколько сотен парсек в центре ряда плоских галактик [52, 166].

### 3.2.5. Центральная депрессия звездной плотности

В главе 1 упоминалось о таком локальном феномене, как депрессия (“дыра”) в распределении поверхностной плотности в центральных частях звездных дисков галактик. Возникает естественный вопрос, почему центральная депрессия плотности звездного диска не исчезает под влия-

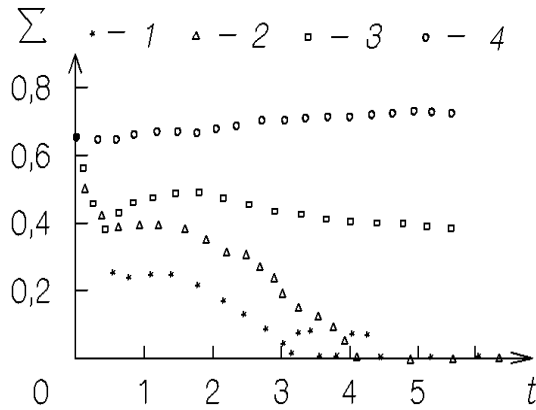


Рис. 3.13. Временная эволюция глубины депрессии  $\Sigma(t)$  (время нормировано на период обращения диска) в случае “точечного” ядра гало  $a = 0,01$  для различных значений массы сферической подсистемы: 1 —  $M_h = 0,5 M_d$ ; 2 —  $M_h = M_d$ ; 3 —  $M_h = 1,5 M_d$ ; 4 —  $M_h = 2 M_d$

нием релаксационных процессов, обусловленных коллективными процессами. В рамках численного эксперимента эта проблема рассматривалась в работах [58, 108, 110].

Для описания динамической эволюции глубины депрессии удобна величина

$$\Sigma(t) = 1 - \frac{\sigma_*(r=0, t)}{\sigma_{*max}(r_{max}, t)}, \quad (3.33)$$

где  $\sigma_{*max}(r_{max}, t)$  — максимальное значение поверхностной плотности, а  $r_{max}$  — радиус, на котором этот максимум достигается. Моделирование показывает, что длительное существование депрессии в звездном диске возможно в системах с массивным гало ( $M_h \gtrsim M_d$ ), обладающим, как правило, концентрированным ядром. Маломассивный сферический компонент с  $M_h \lesssim M_d$  практически не сдерживает процесс диссипации центральной депрессии (рис. 3.13). При  $M_h = 0,5 M_d$  и  $a = 0,01$  центральная “дыра” замыкается практически сразу через  $0,5 \div 1$  оборота звездного диска. Массивная сферическая компонента может даже усиливать центральную депрессию плотности. Так, например, при  $M_h/M_d = 2$ ,  $a = 0,01$  величина  $\Sigma$  приближается к значению 0,8 (рис. 3.13). Однако этот эффект сильно зависит не только от полной массы гало, но и от характера распределения вещества в нем. При “рыхлом” ядре ( $a = 0,2$ ) депрессия начинает усиливаться только при  $M_h/M_d \gtrsim 6$ .

Таким образом, из описанных выше экспериментов следует, что только галактики с массивной и(или) достаточно концентрированной к центру сферической составляющей могут иметь депрессию звездной плотности. Фактически выживание депрессии в диске зависит от наличия массивного балджа, что согласуется с наблюдениями ряда реальных галактик (см. § 1.1). Заметим, что впервые на возможность существования “дефицита” поверхностной плотности во внутренней части плоской звездной подсистемы при определенных значениях параметров сферической подсистемы указывалось в работе [140], где этот вывод был сделан на основе расчетов равновесия вращающегося диска в поле гало.

В некоторых случаях наблюдения допускают наличие центральной

депрессии плотности диска у галактик поздних морфологических типов, у которых балдж практически отсутствует, но имеется другая особенность — перемычка. Поскольку бар вращается со скоростью, отличной от скорости вращения звездного диска, то это может приводить к перераспределению углового момента, что может сдерживать релаксацию центральной “дыры”. По-видимому, в этом случае необходимо учитывать наряду со звездным диском и газовый. Причем бар не только может сдерживать релаксацию, но и быть ответственным за возникновение депрессии.

### 3.3. Звездные диски на границе гравитационной устойчивости

В данном параграфе методом динамического моделирования ( $N$ -тел) исследуются условия гравитационной устойчивости трехмерных звездных дисков в гравитационном поле стационарных сферических компонент — балджа и гало. Основной целью является поиск минимально допустимых локальных значений дисперсии скоростей звезд в дисках галактик с различным распределением масс, при которых достигается квазистационарное состояние трехмерных дисков, начавших эволюцию со слабо неустойчивых равновесных состояний.

#### 3.3.1. Проблема гравитационной устойчивости дисков и критерии устойчивости

Теоретический анализ проблемы устойчивости вращающихся тонких дисков к различного рода возмущениям (включая и изгибные) подробно рассмотрен в монографиях Поляченко и Фридмана [163, 420]. Аналитический подход к рассмотрению динамики возмущений в гравитирующем диске и определению условия устойчивости имеет наряду с преимуществом перед методом численного моделирования (математическая строгость решения в рамках поставленной задачи) тот недостаток, что реализуется только в рамках сильно упрощенных моделей, и в приложении к реальным объектам может дать лишь грубую оценку параметров дисковой компоненты.

Рассмотрим эти упрощения подробнее. Прежде всего, в основе простых аналитических моделей бесстолкновительных дисков, рассматриваемых при анализе устойчивости, обычно лежит предположение о малой толщине диска — фактически рассматривается бесконечно тонкий слой. Несмотря на малость отношений  $h/r$  и  $h/L$  ( $r$  — радиальная координата;  $h$  и  $L$  — характерные вертикальная и радиальная шкалы со-

ответственно) для большей части звездного диска, это условие может быть недостаточным для того, чтобы пренебречь вертикальными движениями (подробное обсуждение этого вопроса, как и вывод о том, что в общем случае уравнения динамики астрофизических дисков не могут рассматриваться в двумерной постановке задачи, см. Приложение II в книге Горькавого и Фридмана [36] и в [198]).

При аналитических исследованиях динамики малых возмущений в звездном диске обычно исходят из малости радиальных градиентов параметров диска (см., например, [585, 851, 866]). Попытки учета градиентных факторов проводились только в рамках ВКБ-приближения (например, [126, 130, 141]). Это означает, что характерная длина волны возмущений должна быть малой по сравнению с локальными масштабами неоднородности равновесной скорости вращения  $V(r)$ , дисперсии радиальных скоростей звезд  $c_r(r)$  и поверхностной плотности  $\sigma(r)$ . Во многих случаях эти условия выполняются с малым запасом или даже нарушаются. Пожалуй, особую трудность представляет дифференциальность вращения. Учет слабой неоднородности угловой скорости вращения возможен для слабо-нерадиальных возмущений [126, 128]. Однако более неустойчивыми являются сильно неосесимметричные (в пределе — “спицеобразные”) возмущения. Для их стабилизации при прочих равных условиях требуется существенно более сильный разогрев диска, то есть более высокая дисперсия скоростей звезд [169], и именно они, по-видимому, приводят на нелинейной стадии к увеличению дисперсии скоростей звезд в случае первоначально холодной системы.

При аналитических исследованиях гравитационной устойчивости дисков обычно используется эпиклическое приближение  $c_r \ll V$ , которое для большинства галактик выполняется на периферии, где  $c_r/V \simeq 0,1 \div 0,3$ , но нарушается при приближении к центру, где  $c_r \gtrsim V$ .

Другое важное ограничение аналитических подходов связано с локальным характером получаемых критериев. В то же время ряд исследований свидетельствует о глобальном характере условия устойчивости диска [388, 389]. Это означает, что если изменить равновесные параметры, например, в центре, сохранив их на периферии диска, то условие гравитационной устойчивости может измениться во всем диске. В рамках глобального анализа, в отличие от локального, основанного на анализе дисперсионных уравнений, собственная частота ищется для всего диска при решении задачи типа краевой, что и определяет возможность влияния условий в одной из частей системы на дисперсионные свойства возмущений во всем диске. Поэтому строгий подход требует рассмотре-

ния диска как целого. Но глобальный анализ проведен только для специфических распределений степенного вида [388, 389, 783]. В применении к поддержанию долгоживущих спиральных волн плотности в галактиках глобальные моды в дисках рассматривались, например, в [295].

Численные эксперименты с бесстолкновительными системами более гибки к выбору модели. Они позволяют выйти за рамки локального анализа и простых двумерных моделей и непосредственно следить за развитием возмущений в первоначально равновесном диске. Однако этот подход также имеет свои недостатки. Наиболее серьезными проблемами при использовании метода  $N$ -тел являются, во-первых, определенные математические упрощения, неизбежные при любом способе представления диска системой  $N$  гравитирующих тел, где  $N$  несравнимо меньше числа звезд в реальных галактиках, а во-вторых, зависимость конечного состояния системы после ее прихода в квазистационарное состояние от задаваемых начальных параметров, которые для галактик плохо известны. При сопоставлении с реальными галактиками может также возникнуть проблема учета диссипативной среды (газа), скорость звука в которой существенно меньше дисперсии скоростей старых звезд.

В литературе встречается несколько критериев гравитационной устойчивости бесстолкновительных дисков, аналитически полученных в рамках различных моделей. Рассмотрим важнейшие из них.

**1) Критерий Тоомре.** Для гравитационной устойчивости относительно осесимметричных возмущений бесконечно тонкого однородного твердотельно вращающегося звездного диска необходимо выполнение условия Тоомре [851] (2.83):

$$c_r \geq c_T = \frac{3,36 G \sigma}{\kappa}, \quad \text{или} \quad Q_T = \frac{c_r}{c_T} \geq 1. \quad (3.34)$$

Условие (3.34) предполагает выполнение эпициклического приближения, когда различием между скоростью вращения диска  $V(r)$  и круговой скоростью  $V_c(r)$  можно пренебречь (3.17). Хотя (3.34) получено в рамках локального анализа, исследования собственных мод в рамках автомодельных дисков в соответствующем приближении, проведенные в работе Эванса и Рида [389], в целом подтверждают это соотношение. Миллер [633] провел сравнение теоретических инкрементов в рамках модели Тоомре с результатами моделирования осесимметричных мод — для этого все остальные возмущения искусственно подавлялись. Было показано, что экспериментально определенные инкременты не противоречат теоретическим выводам.

**2) Учет конечной толщины диска.** Конечная толщина оказывает стабилизирующее влияние на гравитационную неустойчивость в плос-

кости диска [420, 866]. Обобщение критерия устойчивости Тоомре (3.34) на случай диска конечной толщины имеет вид (2.101) [126, 141]:

$$Q_T^{(1)} = \frac{1}{1 + 0,974\Delta\varpi/c_r} < 1, \quad (3.35)$$

где  $\Delta$  — полутолщина изотермического самогравитирующего диска. Но это условие оказалось заведомо недостаточным для устойчивости сколь-ко-нибудь реальных систем. Это стало ясно из первых численных экспериментов, выполненных еще в 70–80-е годы и показавших, что на периферии стационарных бесстолкновительных дисков  $c_r \simeq (1,5 \div 5) \cdot c_T$  [487, 488, 515, 629, 630, 631, 633, 685].

**3) Критерий с упрощенным учетом неосесимметричных возмущений.** Одной из причин, по которой условие Тоомре оказывается недостаточным, является более сильная неустойчивость спиральных волн по сравнению с осесимметричными. В работах Поляченко, Шухмана и Калнайса [171, 420, 525] было впервые показано, что в гравитационно неустойчивом диске доминируют неаксиальносимметричные моды и эта проблема подробно рассмотрена в § 2.3, 2.4. Поскольку дисперсия азимутальных скоростей  $c_\varphi$  меньше  $c_r$  (за исключением самых центральных областей), то в силу соотношения (3.19) для стабилизации более холодного в азимутальном направлении диска требуется сильнее его разогреть, поэтому с учетом (3.19) условие (3.34) формально можно переписать в виде

$$Q_T^{(2)} \geq S, \quad S = \frac{2\Omega}{\varpi}. \quad (3.36)$$

Параметр  $S$  характеризует степень дифференциальности вращения диска. Исходя из наблюдаемых форм кривых вращения галактик, можно считать, что  $1 \leq S \leq 2$ . Условие устойчивости в такой форме обсуждалось в работах [126, 141].

Таким образом, дисперсия азимутальных скоростей определяет упругость среды для сильно неосесимметричных возмущений, и для подавления гравитационной неустойчивости необходимо в  $2\Omega/\varpi$  раз сильнее разогреть диск. Критерий (3.36) можно назвать критерием Тоомре с упрощенным учетом неосесимметричных возмущений.

**4) Критерий Морозова.** В рамках ВКБ-приближения динамика слабо нерадиальных возмущений в неоднородном диске описана в § 2.2, 2.4, [126, 128, 141]. Критерий устойчивости (2.126), (2.127) учитывает большое число факторов (радиальные неоднородности поверхностной плотности  $\sigma$  и  $c_r$ , толщину диска, дифференциальность вращения), и его также удобно записывать в виде  $Q_T^{(M)} = c^{(M)}/c_T$  ( $c^{(M)}$  определяется

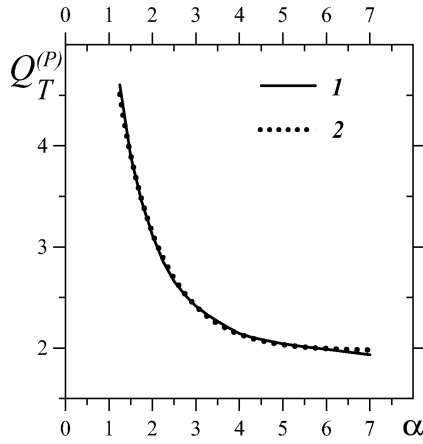


Рис. 3.14. Зависимость  $Q_T^{(P)}(\alpha)$ . Данные для кривой 1 взяты из рис. 1 работы [169]. Зависимость 2 построена в соответствии с формулой (3.37). Плоская кривая вращения соответствует значению  $\alpha = 2$ , что дает  $Q_T^{(P)}(\alpha) = 3,1$ . При больших значениях  $\alpha$  имеем случай твердотельного вращения

(2.127)). В общем случае нахождение  $c^{(M)}$  сводится к интегрированию приведенного дифференциального уравнения (см. [111]). Дисперсионные ветви неосесимметричных возмущений и причина увеличения инкрементов гравитационной неустойчивости в неоднородном диске рассмотрены в [141]. Основным недостатком критерия является то, что он получен в результате динамики сильно закрученных спиральных волн ( $m/r \ll k_r$ ,  $k_r$  – радиальное волновое число), а затем произведен формальный переход к спицеобразным возмущениям.

Если считать, что характерный масштаб неоднородности  $L_c \equiv \{d \ln c^{(M)} / dr\}^{-1}$  является фиксированной величиной, то дифференциальное уравнение (2.130) сводится к алгебраическому соотношению (2.127) [126, 128, 141]. Для типичных форм кривых вращений  $D \simeq 0,6 \div 0,8$ . Введением множителя  $D = (1 + 0,974 \alpha \Delta / (S^2 c_T))^{-1}$  можно формально учесть толщину диска и в критериях (3.36) и (3.37).

**5) Критерий Поляченко–Поляченко–Стрельникова.** В отличие от рассмотренных выше, в работе Поляченко и др. [169] рассматривались предельно неосесимметричные возмущения в тонком диске. В этом случае граница устойчивости определяется исключительно кривой вращения, поскольку зависит только от параметра  $n \equiv -r d\Omega / (\Omega dr)$ . Зависимость безразмерной дисперсии радиальных скоростей на границе устойчивости от  $\alpha = 2/n$  представлена на рис. 3.14 [169]. Для приложений можно пользоваться аппроксимирующей функцией

$$Q_T^{(P)} = \frac{c^{(P)}}{c_T} = 1,88 \sqrt{1,1 + \frac{8}{\exp(\alpha - 1/4) - 1}}, \quad (3.37)$$

где  $Q_T^{(P)}$  — минимальное значение параметра Тоомре для устойчивого диска (рис. 3.14). Данная аппроксимация имеет достаточную для приложений точность в области  $1,2 < \alpha^2$ . Критерий Поляченко и др. [169] является однопараметрическим, поскольку форма кривой вращения полностью определяет границу устойчивости. В частности, для области с постоянной скоростью вращения ( $n = 1$ ) следует ожидать  $Q_T^{(P)} \simeq 3$ .

**6) Учет газовой подсистемы при анализе устойчивости звездных дисков.** Наличие более холодного компонента дает дополнительную дестабилизацию звездного диска. Этот вопрос был подробно рассмотрен в целом ряде работ [520, 521, 886], где анализировалась устойчивость звездно-газовых дисков относительно радиальных возмущений в линейном приближении (см. гл. 6). В [683] решалась более общая задача: исследовалось, как влияет на устойчивость тонкого диска к малым радиальным возмущениям неоднородность его состава, когда он состоит из частиц с определенным спектром масс, причем более массивные имеют меньшую дисперсию скоростей.

Задача упрощается, если масса “холодного” компонента относительно мала. Считая, что поверхностная плотность газа  $\sigma_{gas}$  обычно значительно меньше, чем у звездного диска  $\sigma_{star}$ , и  $c_s \ll c_r$  ( $c_s$  — адиабатическая скорость звука в газе), можно записать для дисперсии скоростей звездного диска, содержащего газ, на границе устойчивости [886]:

$$\frac{c_r^{crit}}{c_T} = 1 + \frac{\sigma_{gas}}{\sigma_{gas} + \sigma_{star}} \frac{1 - (c_s/c_T)^2}{1 + (c_s/c_T)^2}. \quad (3.38)$$

Например, для параметров солнечной окрестности Галактики следует, что наличие газовой подсистемы, вклад от которой в поверхностную плотность диска составляет около 20 %, увеличивает в соответствии с (3.38) на  $\lesssim 10$  % дисперсию скоростей звезд, достаточную для стабилизации радиальных возмущений.

Отметим, что для определения параметров дисковой подсистемы рассматривались также и другие подходы, основанные не на условиях локальной устойчивости, а на возможности существования в диске различных структур (спиральных волн плотности или бара), исходя из определенных механизмов их образования и поддержания (например, swing amplification [257, 258]).

**7) Анализ гравитационной устойчивости диска в численных экспериментах.** Численные эксперименты, описывающие динамическую эволюцию дисков, позволяют, задавая определенные начальные условия, исследовать неустойчивости диска с учетом неоднородности в распределении массы и угловой скорости. При этом естественным образом учитывается образование таких существенно нелинейных и неосесимметричных структур, как бар или транзиентные спирали. Сложностью такого подхода, однако, является зависимость результатов от начальных условий, поскольку эволюция диска, начинающаяся с сильно неустойчивого состояния, может происходить иначе, чем с субкритического уровня. К тому же диск может быть подвержен очень медленным

секулярным неустойчивостям, которые трудно учесть в численных экспериментах.

Эволюционные модели  $N$ -тел обычно бывают нацелены либо на изучение характера развития неустойчивости, либо, что представляет в данном случае наибольший интерес, на анализ состояний системы по истечению многих оборотов диска. Из большого числа опубликованных работ мы упомянем с нашей точки зрения те, которые представляются наиболее важными для установления условий устойчивости диска.

Карлберг и Селвуд [338, 782] исследовали влияние малых нестационарных возмущений потенциала на эволюцию функции распределения скоростей. В частности, рассматривалось рассеяние на нестационарных спиральных волнах; полученное увеличение дисперсии скоростей звезд со временем хорошо согласуется с результатами численных экспериментов. Критическое значение дисперсии скоростей звездных дисков (параметр  $Q_T$ ) неоднократно вычислялось по результатам динамического моделирования в рамках задачи  $N$ -тел (см., например, [111, 256, 338, 424, 488, 633, 773, 779, 780, 781, 784]). Ни в одном случае не был получен устойчивый диск с  $Q_T < 1$ . Как правило, на периферии диска параметр  $Q_T(r)$  обнаруживает рост с расстоянием от центра. Данная особенность сохраняется и в экспериментах с трехмерными дисками [54, 273, 322, 324, 424, 786], и в некоторых теоретических исследованиях [705].

Классической считается работа Атанассулы и Селлвуда [256], которые пришли к выводу, что двумерный диск заведомо устойчив, если параметр Тоомре превышает значение  $Q_T \gtrsim 2,2 \div 2,4$ . Однако этот вывод был сделан без учета вертикальных движений. Трехмерные диски являются гравитационно более устойчивыми, поэтому двумерные модели приводят к недооценке массы маргинально устойчивого диска. Заметим также, что параметр  $Q_T$  в работе [256] усреднялся по радиусу, а моделирование проводилось для специфического распределения поверхностной плотности — использовалась модель Тоомре–Кузьмина. Поэтому возможность прямого приложения результатов этой работы к реальным трехмерным дискам галактик не очевидна.

### 3.3.2. Параметры звездных дисков на границе устойчивости

Недостаточно горячий диск является гравитационно неустойчивым. Его дальнейшая эволюция характеризуется разогревом, что выражается в росте дисперсий скоростей  $c_r$ ,  $c_\varphi$  частиц со временем. Обсудим результаты численных экспериментов по динамической эволюции дисков к устойчивому состоянию в зависимости от начальных значений  $c_r(r)$  и

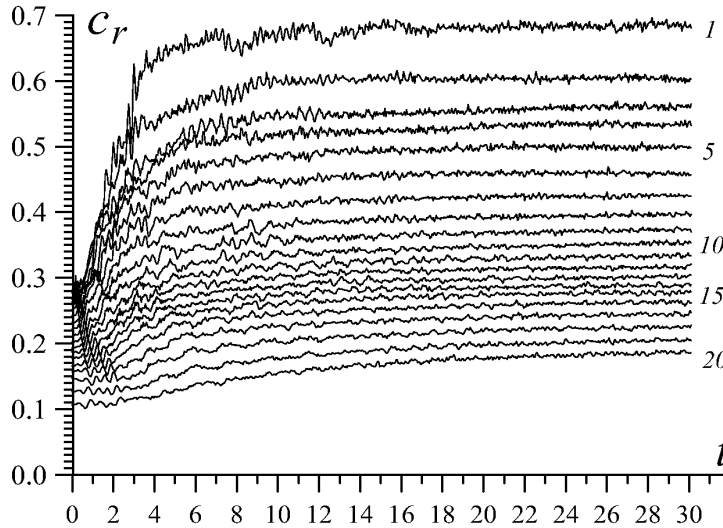


Рис. 3.15. Эволюция первоначально недостаточно горячего (неустойчивого) диска. Показана долговременная зависимость дисперсии радиальных скоростей от времени для 20 радиальных зон (1 — центр диска, 20 — на  $r = 4L$ )

$c_z(r)$ , параметров балджа (3.5) и гало (3.3).

Отметим важнейшие особенности разогрева диска, полученные в численных экспериментах [207, 214].

1) Время разогрева диска в целом существенно больше среднего периода обращения частиц (3.15). На начальном этапе ( $t \lesssim 1$ ) величина  $c_r$  практически не меняется — до тех пор, пока диск остается осесимметричным. В случае маломассивного гало эволюцию диска определяет глобальная бар-мода, и разогрев обусловлен процессом формирования неосесимметричной центральной перемычки и связанной с ней двухрукавной спиралью. Для моделей с достаточно массивным гало рост бар-моды не происходит, но образуется сложная транзитная система мелкомасштабных спиральных волн, которые приводят к переходу кинетической энергии вращения в хаотическую компоненту скорости, то есть к нагреву диска.

2) Разогрев первоначально холодного диска ( $0,5 \lesssim Q_T \lesssim 1$ ) начинается в центральной части. Процесс разогрева периферии происходит значительно медленнее. Увеличение дисперсии скоростей там обычно начинается, когда в центре уже достигается квазистационарное состояние. В то же время процессы в центре и на периферии оказываются взаимосвязанными: быстрая неустойчивость в центральной области способна ускорить разогрев внешней области диска, а ее устойчивость — замедлять этот процесс.

3) Если не образуется бар, то с ростом дисперсии скоростей амплитуда возмущений начинает уменьшаться. В свою очередь, с уменьшением амплитуды волн замедляется и рост дисперсии радиальных скоростей  $c_r$ . Разогрев практически прекращается после затухания транзитных спиральных волн. Интегральные амплитуды фурье-гармоник (3.24) для всех номеров мод  $m$  со временем уменьшаются, но медленнее всех для

$m = 2$ . Распределение плотности в диске становится близким к осесимметричному (если масса сферических компонент достаточно велика, чтобы в нем не появлялся бар), и дисперсия  $c_r$  в целом сохраняет свой уровень на протяжении десятков оборотов вращения при условии отсутствия релаксационных процессов в вертикальном направлении.

4) Если на начальной стадии эволюции первоначально холодного диска ( $Q_T(r \leq 2L) \lesssim 1$ ) могут доминировать трехрукавные и даже четырехрукавные моды, то характер спиральной структуры меняется, когда начальное состояние задается субкритическим (неустойчивым, но не очень холодным, для которого  $Q_T \gtrsim 1$ ). Основной оказывается двухрукавная мода, хотя гармоника  $m = 3$  также играет важную роль — особенно на начальных стадиях эволюции. Достаточно характерной особенностью представляется замыкание во внешней области диска спиралей в кольцеобразную структуру. Пространственная структура возмущений в значительной степени зависит также от относительной массы сфероидальной подсистемы.

5) В случае очень холодного начального состояния в моделях с маломассивной сфероидальной подсистемой происходит существенное перераспределение вещества в диске и изменение формы кривой вращения  $V(r)$  в процессе разогрева и формирования бара. При этом конечное распределение поверхностной плотности  $\sigma(r)$  оказывается сильно отличающимся от экспоненциального (рис. 3.5)<sup>8</sup>.

Другой особенностью моделей дисков с очень холодным начальным состоянием ( $Q_T \lesssim 1$ ) является то, что дисперсия скоростей в конце расчета (через 10–15 оборотов) оказывается несколько больше, чем требуется для гравитационной устойчивости. Причина этого эффекта обусловлена разогревом за счет коллективных процессов — волновых движений большой амплитуды, возникающих при сильной неустойчивости. Когда диск нагревается и достигает пороговой устойчивости, эти возмущения затухают, однако процесс затухания волн носит инерционный характер: дисперсия скоростей уже обеспечивает устойчивость диска, а спиральные волны еще не затухли (фурье-анализ возмущений плотности диска подтверждает это), и вызывают дополнительный разогрев. Поэтому для получения минимальной дисперсии скоростей, требуемой для устойчивости диска, необходимо использовать итерационный алгоритм последовательных приближений начальной дисперсии скоростей к границе устойчивости [214].

<sup>8</sup> В принципе, можно “подобрать” такой начальный профиль плотности, который приводит в конце расчета к экспоненциальному (штриховая линия на рис. 3.5), однако, подобный подход представляется искусственным. По-видимому, звездные диски большинства галактик не проходят через стадию сильной динамической неустойчивости.

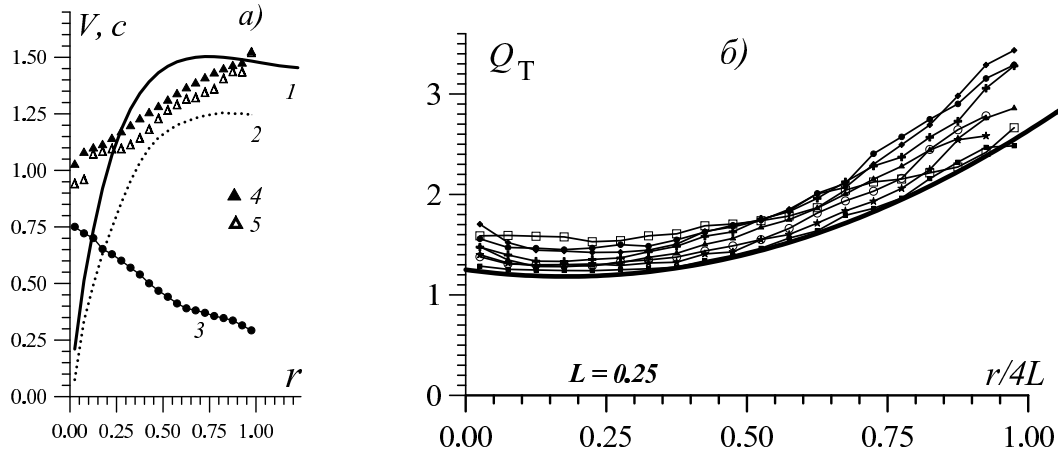


Рис. 3.16. Параметры диска, проэволюционировавшего к устойчивому состоянию, на границе устойчивости в моделях без балджа: а) для модели, в которой масса гало в пределах  $r \leq 1 = 4L$  равна массе диска и шкала гало  $a = L$ , показаны радиальные зависимости круговой скорости  $V_c(r)$  (линия 1), скорости вращения диска  $V(r)$  (линия 2), дисперсии радиальных скоростей  $c_r(r)$  (линия 3) и параметров  $S = 2\Omega/\alpha$ , вычисленных для круговой скорости вращения (линия 4) и скорости вращения диска (линия 5) соответственно; б) параметр Тоомре  $Q_T(r)$  на границе устойчивости для серии моделей без балджа с различными параметрами гало. Толстая сплошная линия рассчитана по формуле (3.39)

Как и следовало ожидать, граница устойчивости зависит и от первоначальной толщины диска<sup>9</sup>. Если диск является изначально толстым (вертикальная шкала  $h \gtrsim 0,2L$ ) и неустойчивым лишь в плоскости ( $c_r < c_r^{crit}$ ), то его разогрев происходит медленнее и прекращается при меньших значениях дисперсии радиальных скоростей, чем в случае изначально тонкого диска. Этот эффект обусловлен двумя факторами: стабилизирующим влиянием конечной толщины диска и медленностью релаксационных процессов в вертикальном направлении по сравнению с характерным временем разогрева в плоскости диска.

Результаты динамического моделирования позволяют определить параметры диска на границе гравитационной устойчивости (когда дисперсия скоростей перестает меняться — после  $5 \div 20$  оборотов диска по внешнему краю).

### 3.3.3. Граница гравитационной устойчивости. Влияние балджа

В случае  $a \gtrsim L$  кривые вращения имеют протяженный (условно называемый “твердотельным”) участок роста  $V_c(r)$ , переходящий в области

<sup>9</sup> Начальная толщина дисков реальных галактик зависит от условий их формирования. К примеру, если интенсивное звездообразование имело место в процессе коллапса газового диска до достижения им квазистационарного состояния, то сформировавшийся звездный диск может иметь значительно большую толщину и более высокую дисперсию скоростей  $c_z$ , чем минимальное значение, требуемое для устойчивости; однако такой сценарий трудно совместим с существованием очень тонких ( $h/L < 0,2$ ) звездных дисков у галактик, видимых с ребра. Зависимость толщины дисков от относительной массы гало также согласуется с допущением, что дисперсия скоростей звезд близка к ожидаемой для их маржинальной устойчивости [207].

$r \gtrsim 2L$  в плато  $V_c \simeq \text{const}$  (линия 1 на рис. 3.16 а). На рис. 3.16 а показаны для модели галактики без балджа с  $\mu = 1$  радиальные распределения круговой скорости вращения  $V_c(r)$  (линия 1), средней скорости вращения частиц  $V(r)$  (линия 2), дисперсия радиальных скоростей  $c_r(r)$  (линия 3), а также параметры дифференциальности вращения  $S = 2\Omega/\kappa$  (см. (3.36)), отдельно вычисленные соответственно для скоростей  $V_c(r)$  и  $V(r)$  (символы 4, 5).

Зная конечные значения дисперсии скоростей, а также плотность диска и скорость вращения, можно для выбранной модели сравнить значения параметра устойчивости Тоомре (3.34)  $Q_T$  с аналитически полученными локальными критериями, обсуждавшимися выше в п. 3.3.1, а также последние между собой. Заметим, что аналитические критерии были получены в предположении малости различия между скоростью кругового вращения  $V_c(r)$  и средней скоростью вращения  $V(r)$  гравитирующих точек. Однако различие между ними для бесстолкновительных дисков может быть существенным. В случае массивного гало ( $\mu \gtrsim 2$ ) различие между параметрами устойчивости, вычисленными для  $V_c(r)$  и  $V(r)$ , мало, но может становиться заметным при  $\mu \lesssim 1$ . Это связано с увеличением разности  $V_c - V$  с ростом дисперсии скоростей в соответствии с (3.17). Как правило, выполняется условие  $S \simeq Q_T^{(M)} \lesssim Q_T \lesssim Q_T^{(P)}$ .

Хотя ни один критерий не объясняет модельные зависимости  $Q_T(r)$  на всех  $r$ , ближе всего к ним оказываются критерий ППС, обобщенный на случай конечной толщины по формуле (3.35), и критерий Морозова [214].

Важным результатом представляется то, что радиальная зависимость параметра Тоомре  $Q_T(r)$ , вычисленная для круговой скорости  $V_c(r)$ , имеет качественно сходный вид для всех рассмотренных моделей без балджа (рис. 3.16 б). При этом наблюдается примерное постоянство  $Q_T(r)$  в области  $0 \lesssim r/L \lesssim 2$  на уровне  $Q_T \simeq 1,2 \div 1,6$  (см. рис. 3.16 б). На периферии диска ( $r \gtrsim 2L$ ) с ростом радиуса величина  $Q_T$  монотонно увеличивается, достигая на краю диска ( $r \simeq 4L$ ) значений  $Q_T \simeq 2,5 \div 3$ . Однако разброс значений  $Q_T$  для различных моделей невелик, что позволяет в качестве ограничивающей функции выбрать функцию вида

$$Q_T^{(*)} = A_0 + A_1 \cdot \left(\frac{r}{L}\right) + A_2 \cdot \left(\frac{r}{L}\right)^2, \quad (3.39)$$

где  $A_0 = 1,25$ ,  $A_1 = -0,19$ ,  $A_2 = 0,134$  (толстая линия на рис. 3.16 д). Минимум этой функции достигается в точке  $r/L = 0,7$ , где он составляет 1,2.

Оценки дисперсии скоростей звездного диска, получаемые из на-

блюдений, относятся, как правило, к внутренней области диска  $r < 2L$ . Поэтому примерное постоянство  $Q_T$  в этой же области является удобным для оценки поверхностной плотности диска и его массы  $M_d$  (в предположении его устойчивости), если известна кривая вращения галактики и радиальная экспоненциальная шкала диска  $L$ . Связывающим соотношением является уравнение

$$c_r = Q_T^{(*)}(r) \frac{3,36G\sigma_0 \exp(-r/L)}{\varkappa}, \quad (3.40)$$

где  $Q_T^{(*)}$  для галактик с протяженным участком роста  $V_c(r)$  определяется соотношением (3.39). Оценка массы диска  $M_d = 2\pi\sigma_0 L^2$ , в свою очередь, при известной скорости вращения позволяет “вычленить” массу темного гало в пределах данного радиуса.

Рассмотрим теперь модели галактик, у которых кривая вращения в центральной области ( $r \lesssim L$ ) определяется прежде всего балджем. Вне балджа ( $r \gtrsim L$ ) кривые вращения, как правило, являются почти плоскими  $V \simeq const$ . На рис. 3.17 показаны типичные модельные радиальные зависимости параметров диска для этого случая. При наличии балджа параметр  $Q_T$  сильно увеличивается в центральной области диска, где динамика определяется потенциалом балджа. Однако вне этой области в зоне  $r \simeq (1 \div 2) \cdot L$  радиальная зависимость  $Q_T$  сохраняет свой вид (см. (3.39) и рис. 3.16 б). С ростом  $r$  величина  $Q_T$  монотонно нарастает до значений  $2,5 \div 3,5$ . Полученное радиальное распределение параметра  $Q_T$  является типичным для систем с не очень массивным ( $M_b/M_d \lesssim 0,3$ ) и не протяженным балджем ( $r_b^{\max} \lesssim L$ ).

Чем более массивным и компактным является балдж, тем больше значение  $Q_T$  в центре диска. Этот рост параметра Тоомре в основном обусловлен увеличением эпициклической частоты  $\varkappa$ . С ростом массы сильно концентрированного балджа дисперсия радиальных скоростей в центральной области диска также несколько увеличивается. Заметим, что в модели, показанной на рис. 3.17 а, дополнительный разогрев вблизи центра ( $r \lesssim 0,5L$ ) дисковой подсистемы не связан непосредственно с гравитационной неустойчивостью. В этой модели с  $\mu = 1$  на начальной стадии формируется бар, который разрушается со временем в результате рассеяния частиц, проходящих вблизи концентрированного ядра, шкала которого  $b = 0,01$ . Механизм разрушения бара аналогичен действию массивной черной дыры [463] и более подробно обсуждается в § 3.6.

В результате диск дополнительно нагревается и утолщается в центральной области (см. рис. 3.17 в). Степень дополнительного разогрева и круговая скорость  $V_c$  в центре диска очень чувствительны к параметрам

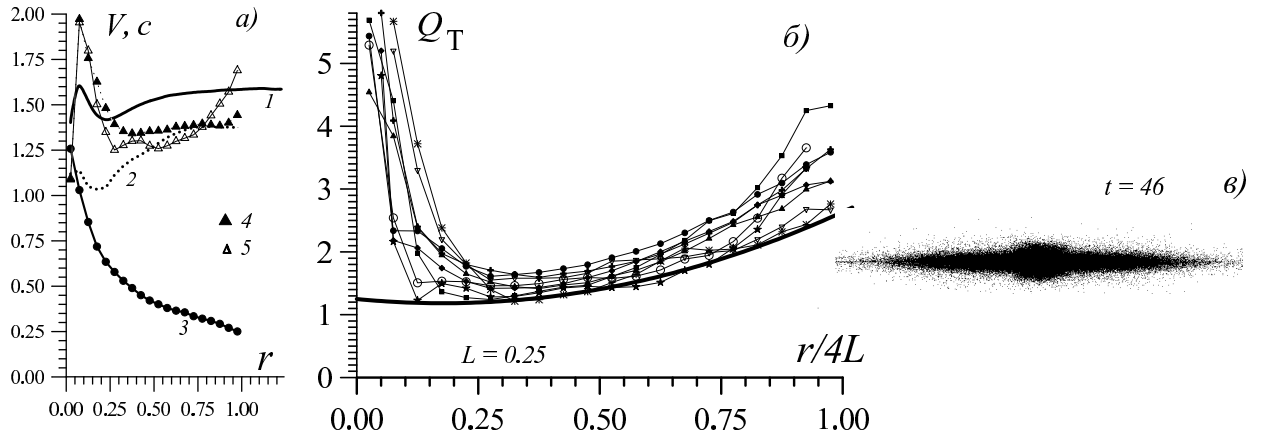


Рис. 3.17. Параметры диска на границе устойчивости в моделях с балджем: а) – радиальные зависимости параметров диска (обозначения те же, что на рис. 3.16). Масса гало в пределах  $r \leq 1 = 4L$  равна массе диска, шкала гало  $a = 3,6L$ . Параметры балджа:  $M_b = 0,24M_d$ ,  $b = 0,04L$ ,  $r_b^{\max} = 0,5L$ ; б) – параметр Тоомре  $Q_T(r)$ , рассчитанный с использованием  $V_c(r)$ , на границе устойчивости для серии моделей с балджем. Толстая сплошная линия построена по формуле (3.39); в) – вид диска с ребра в конце расчета в модели, изображенной на рис. 3.17 а. Точками показаны положения частиц. В центральной области возникает заметное утолщение диска

балджа — прежде всего радиусу ядра  $b$  (в частности, уже при  $b \gtrsim 0,05L$  темп указанного разрушения бара сильно замедляется). Поэтому в области  $r \lesssim 0,5L$  параметр Тоомре  $Q_T$  может очень сильно меняться в разных моделях (см. рис. 3.17 б).

#### 3.3.4. Дифференциальность вращения как фактор, повышающий порог гравитационной устойчивости

Рассмотрим два предельных случая — диск, вращение которого близко к твердотельному, и квазикеplerовский диск, скорость вращения которого падает как  $V \propto r^{-1/2}$ . Поскольку дифференциальность вращения является дестабилизирующим фактором, для твердотельно вращающегося диска следует ожидать при прочих равных условиях меньшие значения  $Q_T$ .

Протяженный участок почти твердотельного вращения в галактике обычно наблюдается в том случае, если масса диска в пределах значительной части диска ( $r \lesssim 2L$ ) является доминирующей, и, как следствие, для подавления барообразующей неустойчивости требуется более высокий разогрев диска, чем при наличии массивных сферических компонент. Поэтому для выяснения роли дифференциальности вращения рассмотрим модель, где образование бара подавлено массивным гало с “твердотельным” участком во внешней области диска ( $r \gtrsim L$ ). Параметр дифференциальности вращения в этой модели  $S(r > L) = 2\Omega/\alpha = 1,1 \div 1,2$  близок к значению  $S = 1$ , которое соответствует строго твердотельно-

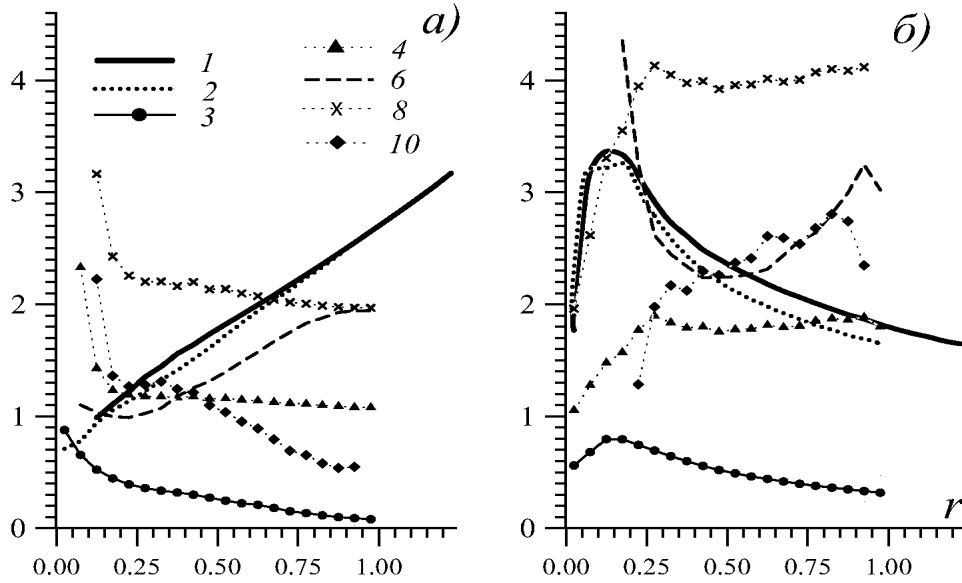


Рис. 3.18. Радиальные зависимости параметров дисков: *а)* существенная часть диска вращается квазитвердотельно; *б)* вращение в области  $r > L = 0,25$  близко к кеплеровскому. Система обозначений: 1 — круговая скорость  $V_c(r)$ ; 2 — скорость вращения диска (звезд)  $V(r)$ ; 3 — дисперсия радиальных скоростей  $c_r(r)$ ; 4 — параметр  $S$ , рассчитанный по формуле (3.36) для круговой скорости; 6 — параметр Тоомре  $Q_T$ , рассчитанный с круговой скоростью; 8 — критический параметр Тоомре  $Q_T^{(P)}$ , рассчитанный по критерию (3.37) с  $V_c(r)$ ; 10 — критический параметр Тоомре  $Q_T^{(M)}$ , рассчитанный с  $V_c(r)$

му вращению (рис. 3.18 *а*). Радиальные зависимости параметров, характеризующих устойчивость системы  $Q_T$ ,  $Q_T^{(P)}$ ,  $Q_T^{(M)}$ ,  $S$ , приведены на рис. 3.18 *а*. Как видим, в целом диск оказывается устойчивым при меньших значениях параметра  $Q_T$  (кривая 6) по сравнению со случаями, рассмотренными выше. В центре имеем  $Q_T \simeq 1$ , а на периферии диска  $Q_T \simeq 2$ .

Обратимся к другому предельному случаю, который соответствует кривой вращения, близкой к кеплеровской (рис. 3.18 *б*). У галактик такие участки наблюдаются очень редко [418], однако нас будет интересовать принципиальный вопрос о влиянии сильной дифференциальности вращения на минимально необходимое для устойчивости значение дисперсии скоростей. Для создания квазикеплеровских дисков в динамическую модель вводились массивные концентрированные компоненты. Построенная серия моделей является естественным продолжением моделей с очень массивными балджами  $M_b > (2 \div 4) M_d$ . На рис. 3.18 *б* приведены результаты расчетов для такой модели. Для дисков с сильным дифференциальным вращением значение параметра Тоомре заметно возрастает, так что даже в области, где  $Q_T$  минимально ( $r \simeq (1 \div 2) L$ ), для устойчивости уже требуется  $Q_T > 2$ .

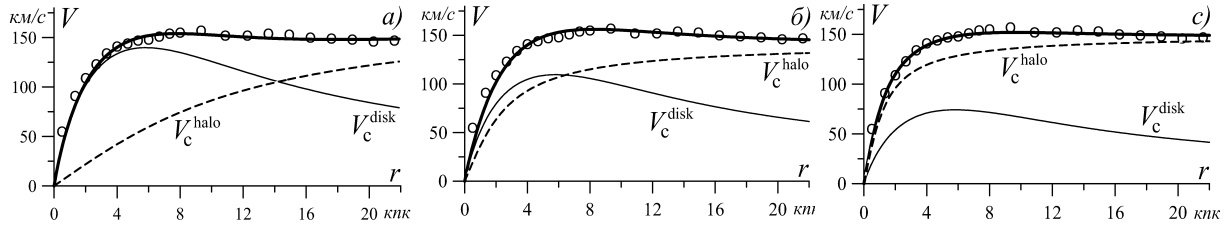


Рис. 3.19. Результаты декомпозиции кривой вращения галактики NGC 3198 в моделях, которые различаются отношением массы гало к массе диска в пределах  $r \leq R = 4L = 10,4$  кпк: а)  $\mu = 0,65$ ; б)  $\mu = 2$ ; в)  $\mu = 5,5$ . Кривая вращения взята из работы [286],  $L = 2,6$  кпк,  $z_0 = 0,4$  кпк. Используются распределения плотности в гало (3.3) и диске (3.13). При введении в модель дополнительных компонент (например, балджа) степень неоднозначности декомпозиции еще более усиливается. Модель а) является моделью максимального диска в случае законов (3.3), (3.13) для NGC 3198

### 3.4. Оценка массы сфероидальных подсистем для выборки дисковых галактик

#### 3.4.1. Зависимость отношения дисперсии скоростей звезд к скорости вращения $c_r/V$ от относительной массы гало $\mu = M_h/M_d$

Анализ распределения масс в дисковых галактиках базируется на изучении их кривых вращения  $V(r)$ , определяемых, как правило, по измерению доплеровских скоростей газа. Если максимальная скорость вращения диска позволяет получить грубую оценку массы галактики в пределах определенного радиуса, то форма кривой отражает распределение массы ее основных компонент. Неоднозначность декомпозиции  $V(r)$  на составляющие, связанные с отдельными компонентами, заставляет использовать дополнительную информацию о массах и радиальных шкалах компонент, которую дает поверхностная фотометрия диска и балджа. Такой подход мог бы дать полную информацию об относительной массе диска и балджа, однако наличие невидимого компонента (темного гало) априори неизвестной массы и с плохо известным законом распределения плотности значительно усложняет задачу (рис. 3.19). При интерпретации кривой вращения обычно используют метод максимального диска (maximal disk method), нацеленный на определение верхнего предела массы плоского компонента, или метод наилучшего соответствия (best fit method), при котором минимизируется различие между модельной и наблюдаемой формами кривой вращения. Но и в этих случаях результат обычно неоднозначен, и форма кривой вращения может быть объяснена при различных соотношениях между массами дискового и сферического компонента, а следовательно, масса каждого из них может определяться крайне неуверенно.

В последние годы возрастает число галактик, для которых известна

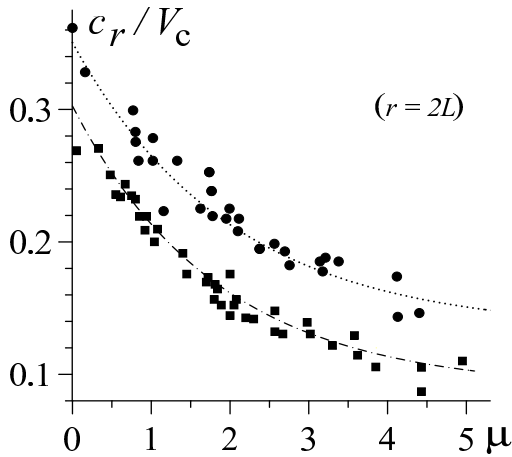


Рис. 3.20. Зависимость отношения  $c_r/V_c$  на радиусе  $r = 2L$  от относительной массы сфероидальной подсистемы  $\mu$  по результатам динамического моделирования. Кружки показывают модели, у которых начальный диск являлся тонким. Модели с начальным толстым диском изображены квадратиком

не только кривая вращения, но и дисперсия скоростей старых звездных дисков [289, 321, 322, 400, 476, 668]. Анализ дисперсии скоростей позволяет сузить круг возможных моделей галактик, объясняющих наблюдаемую кривую вращения. Основная идея заключается в использовании при моделировании распределения масс в галактиках дополнительного условия, которое можно сформулировать следующим образом: для звездного диска, достигшего стационарного состояния, модельные значения дисперсии скоростей на различных расстояниях от центра должны быть равны или в общем случае не превышать наблюдаемых величин.

Численные эксперименты дают возможность оценить нижний предел массы сферических компонент, при котором исследуемые диски галактик могут находиться в устойчивом состоянии. Если диск обладает маргинальной устойчивостью, то эти оценки должны соответствовать реальной массе компонент.

Возможность таких оценок связана с уменьшением отношения дисперсии скоростей к скорости вращения  $c_r/V$  на фиксированном радиусе при увеличении относительной массы сферической подсистемы  $\mu = M_s/M_d$  [132]. Эта зависимость следует из простых оценок. В приближении баланса центробежной силы и гравитационной имеем  $V \simeq \sqrt{r \frac{\partial \Phi}{\partial r}}$  и, отвлекаясь от характера распределения вещества в галактике, по порядку величины примем  $\frac{\partial \Phi}{\partial r} \sim G \frac{M_s + M_h}{r^2}$ . Для диска на границе гравитационной устойчивости воспользуемся  $c_r \propto 1/\varkappa \propto 1/\sqrt{M_s + M_d}$  (см. (3.34)) и в результате имеем зависимость  $c_r/V \propto (M_s + M_d)^{-1} \propto (1 + \mu)^{-1}$ . Данный эффект демонстрирует рис. 3.20, построенный по результатам численного моделирования. Одним из дополнительных доводов в пользу гало является существование вращающихся полярных колец в галактиках [351, 513, 729, 896].

Основная цель расчетов — выяснить, какими должны быть отноше-

ния массы дискового и сферического компонентов для объяснения наблюдаемых скоростей вращения и дисперсии скоростей старых звезд на различных расстояниях от центра. Результатом построения динамической модели являются пространственные распределения различных параметров диска после его выхода на стационарное состояние. Очевидно, что по всему диску должно выполняться условие  $c^{mod} \lesssim c^{obs}$ , где  $c^{mod}$  и  $c^{obs}$  – соответственно экспериментальная (модельная) и наблюдаемая дисперсии скоростей. В областях, где  $c^{mod} < c^{obs}$ , можно говорить о том, что диск является “перегретым”, что позволяет предположить наличие дополнительных факторов, не учитываемых в модели, которые увеличивают дисперсию радиальных скоростей.

В качестве демонстрации подхода ниже рассмотрим галактику NGC 6503, следуя [207]<sup>10</sup>.

### 3.4.2. Модель галактики NGC 6503

На примере NGC 6503 рассмотрим подробно методику согласования наблюдаемых и модельных радиальных зависимостей скорости вращения и дисперсии. Галактика имеет небольшую экспоненциальную шкалу диска ( $L = 1,16$  кпк), а оценки дисперсии скоростей звезд относятся к области  $r \leq 2L$ . Кривая вращения галактики  $V^{obs}(r)$  взята из работы [287]. Объяснить наблюдаемую  $V^{obs}(r)$  можно в рамках моделей с различным соотношением сферической и дисковой подсистем  $\mu = M_s/M_d = 0,8 \div 4,4$ . Массу диска будем оценивать в пределах  $4L$ .

Радиальная зависимость  $c_r(r)$  на границе устойчивости определяется параметрами сферической подсистемы и значением экспоненциальной шкалы диска в соответствии с методикой, описанной в § 3.3. Сравнение с наблюдаемыми значениями дисперсии скоростей требует учета угла наклона диска галактики  $i$  к картинной плоскости. С учетом эффектов проекции для дисперсии скоростей вдоль луча зрения имеем

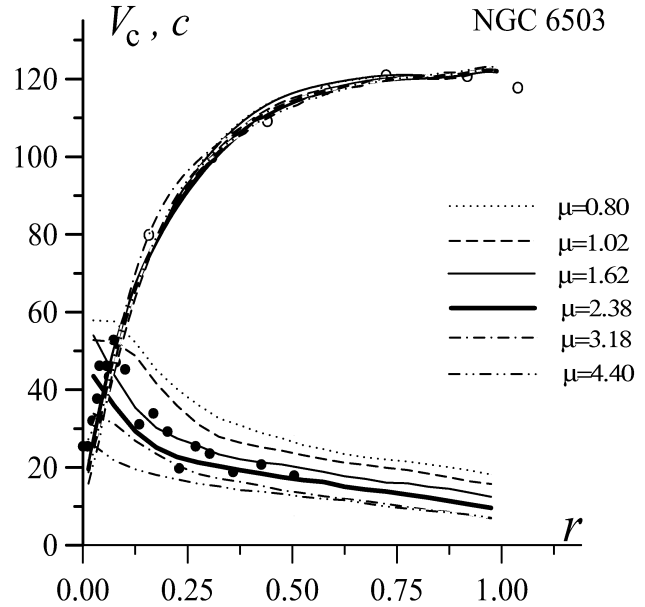
$$c^s = \sqrt{c_z^2 \cos^2(i) + c_\varphi^2 \sin^2(i) \cos^2(\alpha) + c_r^2 \sin^2(i) \sin^2(\alpha)}, \quad (3.41)$$

где  $\alpha$  — угол между направлением щели и большой осью, измеренной в проекции на плоскость галактики. Следуя [322], примем для NGC 6503  $i = 74^\circ$ . Щель спектрографа при наблюдениях была ориентирована вдоль большой оси объекта ( $\alpha = 0$ ). Компоненты  $c_r, c_\varphi, c_z$  брались из эксперимента.

В случае маломассивной сферической подсистемы с  $\mu \leq 1$  при начальном распределении дисперсии  $c_r(r, t = 0)$ , близком к наблюдаемому,

<sup>10</sup> Примеры построения моделей галактик NGC 891, 936, 1169, 1566, 2179, 2712, 2775, 3198, 7331 можно найти в работах [207, 208, 539, 846, 911].

Рис. 3.21. Радиальные распределения круговой скорости и дисперсии скоростей по лучу зрения (в км/с) для различных моделей NGC 6503. Данные наблюдений показаны кружками [321]



система оказывается неустойчивой, и происходит разогрев диска, в результате которого конечное значение дисперсии скоростей заметно превышает наблюдаемые значения (рис. 3.21). Модель с  $\mu = 0,8$  ( $a = 0,7$ ) соответствует варианту максимального диска. И при более массивном гало ( $\mu = 1$ ,  $a = 0,5$ ) во внутренней области диска формируется бар, что связано с малой массой и большим значением радиуса ядра гало (“рыхлое гало”), когда в области  $r \lesssim 2L$  масса диска доминирует. В этом случае значение  $c_r$  на периферии диска приблизительно в 2 раза превышает наблюдаемые оценки (см. рис. 3.21). В центральной зоне различие не столь велико, но везде выполняется неравенство  $c^{mod} > c^{obs}$ . В модели максимального диска наблюдаемая кривая круговой скорости вращения наилучшим образом воспроизводится при  $M_b = 1,9 \cdot 10^7 M_\odot$ ,  $M_d = 7,1 \cdot 10^9 M_\odot$ ,  $M_h = 5,6 \cdot 10^9 M_\odot$ , чему соответствует  $\mu = 0,8$ . Наш вывод, что динамическая модель с такими параметрами приводит к сильно нагретому диску ( $c_r/V \simeq 0,3$ ) и противоречит наблюдениям (см. рис. 3.21). Таким образом, несмотря на согласие с кривой вращения, для построения реалистичной модели требуется более массивная сферическая подсистема.

Удовлетворительное согласие между наблюдаемой  $V^{gas}(r)$  и модельной  $V_c(r)$  можно получить и при более массивных сферических компонентах. Однако динамические модели с очень массивной сферической подсистемой ( $\mu \geq 4$ ) дают дисперсии, для которых везде выполняется  $c^{mod} < c^{obs}$ . Такая модель совместима с наблюдениями NGC 6503, только если считать, что весь звездный диск галактики существенно перегрет и имеет большой запас гравитационной устойчивости. При этом в кольце  $0,2 < r/L < 0,5$  запас устойчивости по  $c_r$  достигает 2 и бо-

лее раз. Если же исходить из того, что звездный диск близок к границе гравитационной устойчивости, то модели с  $\mu \gtrsim 3,5$  следует заведомо отбросить. Отсутствие противоречия между результатами динамического моделирования и данными наблюдений имеет место при  $\mu = 1,6 \div 3,5$ . Из рассмотренных моделей наиболее предпочтительными представляются модели с  $\mu = 1,62$  и  $\mu = 2,38$  (см. рис. 3.21), дающие наилучшее согласие с наблюдениями. Это позволяет сделать вывод, что масса сферической подсистемы в галактике NGC 6503 превышает массу диска как минимум в 1,6 раза. Вклад балджа в массу сферической составляющей остается пренебрежительно малым.

Вывод о сравнительно небольшой массе диска NGC 6503 согласуется с результатами работы [322] по моделированию этой галактики.

### 3.4.3. Оценка массы маргинально устойчивых дисков

В рамках предположения маргинальной устойчивости старых звездных дисков оценим массы дисков  $M_d$  в пределах  $r = 4L$ , основываясь на формуле (3.39), которую перепишем:

$$c_r = \frac{3,36 G \sigma}{\varkappa} Q_T^{(*)}. \quad (3.42)$$

Рассмотрим галактики, для которых имеются оценки дисперсии скоростей звезд на достаточно большом расстоянии от центра в области  $(1,5 - 2) \cdot L$  ( $L$  — фотометрическая шкала диска). В этом случае  $Q_T^{(*)} \gtrsim 1,5$  и мы в максимальной степени освобождаемся от влияния балджа. В [65] построена выборка с известными из наблюдений оценками дисперсии скоростей звезд вдоль луча зрения на таких расстояниях от центра, которая состоит из 29 объектов (табл. 3.1).

Учитывая, что  $\sigma(2L) = k c_r V_c / 7,72 L G Q_T^{(*)}$ , запишем выражение для поверхностной плотности диска на радиусе  $r = 2L$  в удобной форме:

$$\sigma(2L) [M_\odot / \text{пк}^2] = 6,9 \cdot 10^{-2} \frac{k c_r [\text{км/с}] V_c [\text{км/с}]}{2 Q_T^{(*)} L [\text{кпк}]}, \quad (3.43)$$

где значения параметра  $k = \varkappa / \Omega$  лежат в пределах от 2 в случае твердотельного вращения до  $\sqrt{2}$  для плато на кривой вращения, а  $V_c$  и  $Q_T^{(*)}$  относятся к радиальной координате  $r = 2L$ . В результате вычисляем массу диска с экспоненциальным профилем плотности  $M_d = 2\pi L^2 \sigma(2L) e^2$ . Переход от  $c^{obs}$  к  $c_r$  определяется (3.41).

Обсудим некоторые результаты, следующие из определения величин  $M_d$ ,  $\sigma(2L)$  [65]. Роль вращения в равновесии диска удобно характеризовать отношением радиальной дисперсии скоростей к скорости кругового

Таблица 3.1. Параметры галактик по данным наблюдений

| 1         | 2   | 3         | 4         | 5                | 6     | 7         | 8     | 9          |
|-----------|-----|-----------|-----------|------------------|-------|-----------|-------|------------|
| Галактика | Тип | $D$ (Мпк) | $i^\circ$ | $c_{obs}$ (км/с) |       | $V_c(2L)$ | $L''$ |            |
| NGC1068   | 3   | 15,2      | 30        | $50 \pm 10$      | [792] | 251       | 55,6  | [264]      |
| NGC2460   | 1   | 19,2      | 46        | $60 \pm 10$      | [792] | 200       | 15,0  | [792]      |
| NGC2775   | 2   | 18,0      | 40        | $60 \pm 15$      | [792] | 283       | 3,05  | [792]      |
| NGC4030   | 2   | 19,5      | 40        | $55 \pm 10$      | [792] | 249       | 18,0  | [792]      |
| NGC3982   | 3   | 15,8      | 30,4      | $45 \pm 10$      | [292] | 200       | 10,2  | [264]      |
| NGC1566   | 4   | 17,5      | 28        | $20 \pm 10$      | [321] | 181       | 35,7  | [321]      |
| NGC2613   | 3   | 19,2      | 90        | $36 \pm 25$      | [321] | 300       | 57,3  | [264, 321] |
| NGC3198   | 5   | 12,2      | 70        | $20 \pm 15$      | [321] | 180       | 58,0  | [321]      |
| NGC5247   | 4   | 15,3      | 43        | $20 \pm 10$      | [321] | 83        | 40,0  | [321]      |
| NGC6340   | 0   | 19,1      | 26        | $35 \pm 15$      | [321] | 163       | 28,0  | [321]      |
| NGC6503   | 6   | 5,9       | 71        | $18 \pm 10$      | [321] | 112       | 40,0  | [321]      |
| IC750     | 2   | 12,9      | 71        | $70 \pm 30$      | [476] | 170       | 14,2  | [264]      |
| NGC470    | 3   | 33,9      | 60        | $40 \pm 20$      | [289] | 185       | 13,6  | [455]      |
| NGC4419   | 1   | 14,0      | 71        | $60 \pm 20$      | [289] | 148       | 12,8  | [264]      |
| NGC7782   | 3   | 74,6      | 58        | $45 \pm 15$      | [289] | 295       | 18,3  | [264]      |
| NGC2962   | -1  | 24,1      | 59        | $60 \pm 20$      | [808] | 209       | 22,3  | [264]      |
| NGC3630   | -1  | 17,4      | 90        | $80 \pm 20$      | [808] | 186       | 8,3   | [264]      |
| NGC4143   | -2  | 12,7      | 60        | $60 \pm 15$      | [809] | 235       | 15,4  | [264]      |
| NGC4203   | -3  | 14,3      | 55        | $50 \pm 20$      | [809] | 92        | 17,2  | [264]      |
| NGC4578   | -2  | 14,0      | 50        | $60 \pm 15$      | [809] | 136       | 10,3  | [264]      |
| NGC5273   | -2  | 15,1      | 44        | $50 \pm 15$      | [809] | 105       | 9,2   | [264]      |
| NGC584    | -4  | 25,5      | 90        | $80 \pm 40$      | [668] | 215       | 8,5   | [668]      |
| NGC2549   | -2  | 15,8      | 90        | $50 \pm 20$      | [668] | 153       | 20,2  | [668]      |
| NGC2768   | -4  | 20,4      | 90        | $73 \pm 20$      | [668] | 138       | 44,8  | [668]      |
| NGC3489   | -1  | 10,8      | 60        | $78 \pm 22$      | [668] | 137       | 19,4  | [668]      |
| NGC4251   | -2  | 13,5      | 68        | $86 \pm 20$      | [668] | 135       | 22,6  | [668]      |
| NGC4649   | -4  | 14,0      | 49        | $186 \pm 59$     | [668] | 227       | 29,6  | [668]      |
| NGC4753   | -2  | 16,3      | 71        | $50 \pm 25$      | [668] | 185       | 34,8  | [668]      |
| NGC5866   | -1  | 11,9      | 75        | $100 \pm 20$     | [668] | 217       | 21,0  | [668]      |

*Примечание.* (1) – Обозначение галактики. (2) – Морфологический тип (по базе данных LEDA) в обозначениях Вокулера. Принято относить  $T = -1, 1, 3, 5, 7$  к галактикам  $SO, Sa, Sb, Sc, Sd$  соответственно. (3) – Принятые расстояния  $D$  до галактик. Для галактик с лучевой скоростью  $V_r > 800$  км/с расстояния соответствуют постоянной Хаббла  $H_0 = 75$  км/с/Мпк (кроме галактик скопления Virgo, для которого принималось  $D = 14$  Мпк). Для близких галактик с меньшей лучевой скоростью (NGC 3198, NGC 6503, IC 750) использовался модуль расстояния, приведенный в LEDA. (4) – Угол наклона диска  $i$ . Его значения брались по LEDA, за исключением NGC 1566, где сильно отличающаяся оценка  $i$  ( $28^\circ$  вместо  $44^\circ$ ) приведена в работе [Botttema R. // AsAp. 1992. V. 257. P. 69.], и тех галактик, для которых непосредственно оценивались радиальные дисперсии скоростей [792] (для них сохранены значения  $i$  по цитируемой работе). (5, 6) – Наблюдаемые значения дисперсии скоростей на  $r \simeq 2L$  (вдоль большой оси) и соответствующий литературный источник. Ошибки значений, если они не приведены в оригинальной работе, определялись визуально по разбросу точек на графике, и являются лишь грубой оценкой точности. (7) – Принимаемые значения круговой скорости вращения  $V_c$  на  $r \simeq 2L$  (для кривых вращения звездной компоненты данные исправлены за дисперсию скоростей звезд). Для NGC 5247 значение  $V_c(2L)$  принято равным максимальной скорости вращения  $V_m$  по ширине радиолинии HI (по LEDA). (8, 9) – Фотометрическая шкала диска (в угловых секундах) и соответствующий литературный источник.

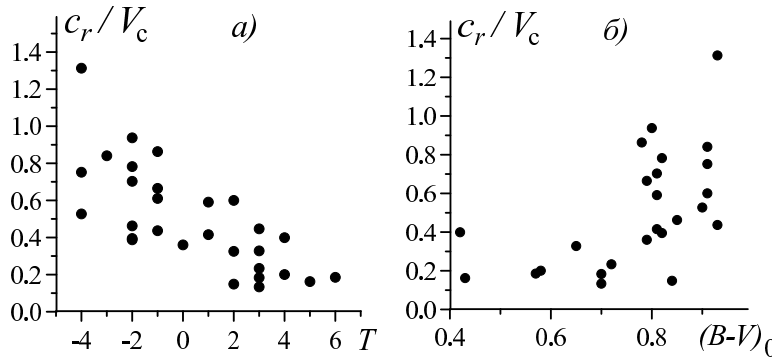


Рис. 3.22. Сопоставление отношения  $c_r/V_c$  с морфологическим типом (а) и интегральным показателем цвета галактики (б)

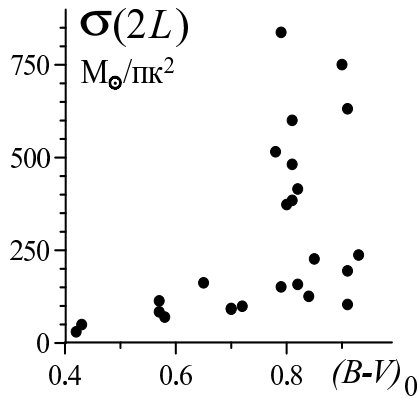


Рис. 3.23. Сопоставление локальных плотностей диска на  $r \simeq 2L$ , вычисленных в предположении его маржинальной устойчивости, с интегральными показателями цвета галактик. Выделяется группа “красных” галактик, для которых оценки  $\sigma(2L)$ , по-видимому, сильно завышены

вращения. На рис. 3.22 а, б отношение  $c_r/V_c$  сравнивается с морфологическим типом  $T$  и с показателем цвета  $(B-V)_0$ . Здесь отчетливо прослеживается взаимосвязь сравниваемых величин. Зависимость  $c_r/V_c$  от  $T$  (рис. 3.22 а) указывает на то, что в галактиках поздних типов вращение играет более важную роль в поддержании равновесия старого звездного диска, чем в галактиках  $Sa - SO$ .

Из рис. 3.22 б следует, что динамически “холодные” диски отличаются более интенсивным звездообразованием, о чем свидетельствует их более голубой цвет. С другой стороны, “красные” галактики (среди них преобладают  $Sa - SO$ ) обладают бóльшей дисперсией кинематических свойств, и среди них довольно много сильно “перегретых” систем с высоким отношением  $c_r/V_c$ . Граница между “холодными” и “горячими” дисками соответствует значению  $(B - V)_0 \simeq 0,75$ .

На рис. 3.23 приведены значения локальных плотностей диска на выбранном расстоянии от центра, вычисленные по (3.43), которые сопоставлены с интегральным показателем цвета галактики. Отчетливо выделяется группа “красных” галактик (почти все они относятся к типу  $SO$ ) с аномально высокими значениями критической плотности диска, превышающими  $400 M_\odot/\text{пк}^2$ , в то время как для большинства остальных галактик  $\sigma(2L)$  находится в пределах  $50-200 M_\odot/\text{пк}^2$ . Для сравнения: диск нашей Галактики в окрестности Солнца имеет плотность, не превышающую  $60 M_\odot/\text{пк}^2$  (§ 3.6, [213]). Это позволяет предположить, что у части галактик наблюдаемая дисперсия скоростей звезд существенно

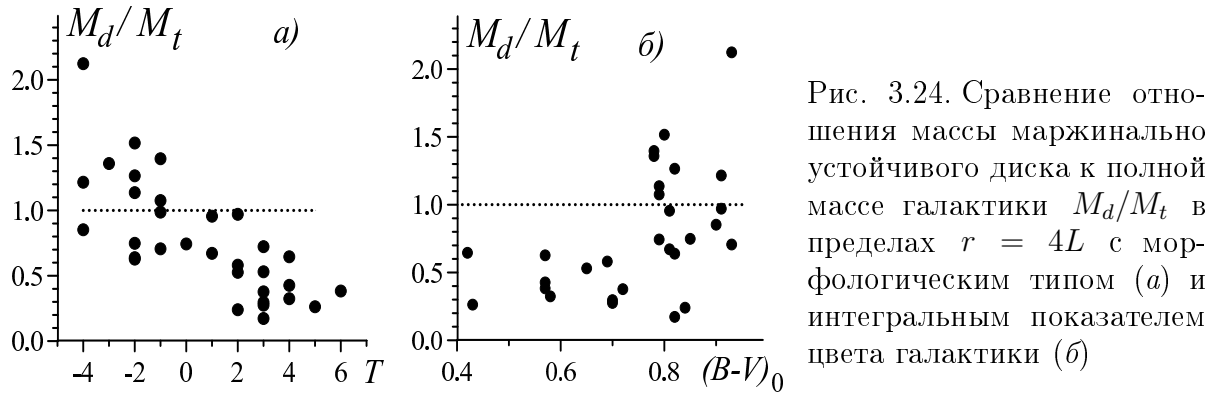


Рис. 3.24. Сравнение отношения массы маргинально устойчивого диска к полной массе галактики  $M_d/M_t$  в пределах  $r = 4L$  с морфологическим типом (а) и интегральным показателем цвета галактики (б)

превосходит минимальное значение, требуемое для устойчивости диска.

Сходная картина наблюдается и при сопоставлении относительной массы диска, вычисляемой в предположении его маргинальной устойчивости, с морфологическим типом и показателем цвета галактик (рис. 3.24 а, б). В общем случае  $M_d$  является верхним пределом массы диска, поскольку дисперсия скоростей звезд в диске галактики может превышать минимальное значение, требуемое для его устойчивости. Горизонтальная линия отделяет объекты с отношением  $M_d/M_t > 1$ . Последнее неравенство не имеет физического смысла и говорит лишь о том, что для этих галактик предположение о маргинальной устойчивости диска не согласуется с принятым значением  $c_r$ . Либо такие галактики обладают сильно “нагретыми” (с большим запасом устойчивости) дисками, либо на оценку  $c_r$  повлияли звезды балджа, более “горячего”, чем диск. Допустимы оба варианта, и для каждой галактики вопрос должен решаться отдельно. Отметим, однако, что на радиальном профиле  $c_{obs}(r)$  внутренние части галактики, где преобладает балдж, как правило, заметно отличаются от прилегающих областей диска, где дисперсия скоростей ниже и медленно падает с  $r$  (см. например, [808, 809]). В рассматриваемых галактиках с  $M_d/M_t > 1$  (кроме NGC 3489) область  $r \simeq 2L$  приходится на “дисковый” участок  $c_{obs}(r)$  или на переходную область, что является косвенным аргументом в пользу того, что наблюдаемая дисперсия скоростей, по крайней мере в части из них, не сильно искажена влиянием балджа.

Для некоторых галактик можно проверить, является ли оценка  $M_d/M_t > 1$  результатом завышения  $c_{obs}(2L)$ , используя уже имеющиеся измерения. Для трех линзовидных галактик с  $M_d/M_t > 1$  (NGC 4251, NGC 4578 и NGC 5273) оценки дисперсии скоростей получены вплоть до значений  $r/L = 3,6; 3,3$  и  $3,1$  соответственно, то есть до расстояний, где влияние балджа должно быть существенно меньше, чем на  $2L$ . Хотя на больших  $r$  возрастает неопределенность в значении параметра  $Q_T^{(*)}$ , мы можем принять, что для этих предельных расстояний продол-

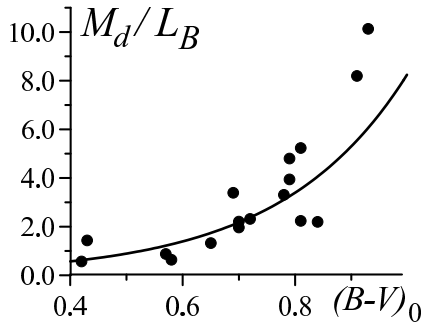


Рис. 3.25. Связь отношения массы маргинально устойчивого диска к интегральной светимости галактики с интегральным показателем цвета галактики. Кривая линия — зависимость  $\lg M_d/L_B = 1,937(B - V)_0 - 1,019$ , полученная методом эволюционного моделирования звездных систем (см. Табл. А3 для модели “closed box” в работе [288])

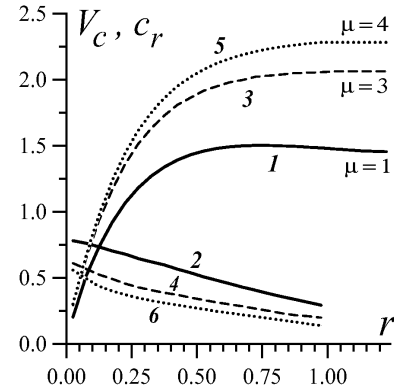
жают выполняться условие  $Q_T^{(*)} < 3$ , и оценить таким образом нижний предел  $M_d$ . Оказалось, что и в этом случае для отношения  $M_d/M_t$  перечисленных галактик получаются превышающими единицу (1,3; 2,0 и 1,2 соответственно), то есть вывод о “перегретости” их дисков сохраняется.

Со спиральными галактиками ситуация иная. Для большинства из них выполняется условие  $M_d/M_t < 1$ , однако из его выполнения еще не следует, что дисперсия скоростей в их дисках близка к минимальному значению для гравитационной устойчивости. Здесь требуются независимые оценки масс дисков.

Для сравнения  $M_d$  со значениями, ожидаемыми для данной светимости галактики, на рис. 3.25 приведена диаграмма  $M_d/L_B$  — показатель цвета для спиральных галактик рассматриваемой выборки. Очевидно, что отношение  $M_d/L_B$  для звездного населения (обычно составляющее несколько солнечных единиц) возрастает по мере уменьшения вклада молодых звезд в интегральную светимость, то есть с ростом показателя цвета. Несмотря на значительную дисперсию точек на рис. 3.25 относительно модельной кривой, можно говорить о количественном согласии полученных оценок масс дисков, отвечающих условию маргинальной устойчивости, с ожидаемыми для данного цвета и светимости. Это является веским аргументом в пользу того, что дисперсия скоростей звезд в дисках спиральных галактик в большинстве случаев близка к минимальному значению, требуемому для их устойчивости. Отсюда следует, что механизмы медленного динамического “нагрева” стационарных дисков в рассмотренных спиральных галактиках недостаточно эффективны, чтобы привести к существенному возрастанию дисперсии скоростей за время их существования.

Таким образом, звездные диски в галактиках ранних типов, по видимому, часто оказываются сильно “перегретыми”. В первую очередь это следует из неприемлемо высоких оценок локальных плотностей и интегральных масс дисков, которые получаются в предположении их маргинальной устойчивости. При этом явно прослеживается связь высокой дисперсии скоростей с низким темпом звездообразования. Действи-

Рис. 3.26. Радиальные зависимости круговой скорости вращения  $V_c$  и дисперсии радиальных скоростей  $c_r$  при различных  $\mu$  и  $a = L$  по результатам динамического моделирования: для  $\mu = 1$  зависимость 1 –  $V_c$ , кривая 2 –  $c_r$ ; для  $\mu = 3$  кривая 3 –  $V_c$ , 4 –  $c_r$ ; для  $\mu = 4$  зависимость 5 –  $V_c$ , 6 –  $c_r$



тельно, относительная величина дисперсии скоростей  $c_r/V$  систематически возрастает с показателем цвета галактики (рис. 3.22 б), причем все галактики с  $M_d/M_t > 1$  имеют цвет старого звездного населения ( $(B - V)_0 > 0,75$ ).

#### 3.4.4. Оценка массы гало для галактик позднего типа

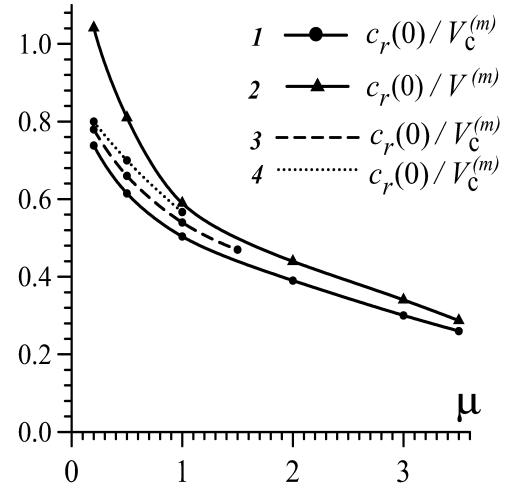
Протяженная радиальная зависимость дисперсии скоростей звезд в диске известна для небольшого числа объектов. Поэтому представляет интерес оценка массы гало только по наблюдаемой центральной дисперсии скоростей  $c^{obs}$ . Это в принципе возможно, если галактика не имеет балджа, тогда  $c^{obs}$  можно относить к дисковой компоненте. Для этой цели могут подходить галактики позднего типа ( $Sc$ ,  $Sd$ ,  $Sm$ ).

В основе рассмотрения [210] лежит полученная с помощью динамического моделирования зависимость отношения дисперсии радиальных скоростей  $c_r(r=0)$  к максимальной скорости вращения  $\beta \equiv c_r(0)/V^{(m)}$  от относительной массы гало  $\mu = M_h/M_d$ .

Кривые вращения галактик без больших балджей, как правило, демонстрируют протяженный участок монотонного роста скорости вращения в области  $r \lesssim 2L$ , который хорошо объясняется экспоненциальным законом распределения вещества в диске, если выполняется  $a \gtrsim L$ . Другой особенностью кривых вращения является протяженное плато в области  $r \gtrsim 2L$ , которое часто прослеживается существенно дальше оптического радиуса.

С ростом вклада гало в массу галактики имеем уменьшение отношения дисперсии скоростей звезд к скорости их вращения  $V$  (см. рис. 3.20). Аналогичный эффект имеет место для центральной области (рис. 3.26). На рис. 3.27 показана зависимость  $\beta(\mu)$  по результатам динамического моделирования. Скорость вращения звезд  $V$  меньше круговой скорости  $V_c$ , и эта разница заметно увеличивается в случае маломассивного гало (см. рис. 3.27). Поэтому для сравнения с наблюдательными данными более предпочтительной является зависимость  $\beta(\mu)$ , вычисленная с

Рис. 3.27. Отношение дисперсии радиальных скоростей звезд в центре диска  $c_r(0)$  к максимальной круговой скорости  $V_c^{(m)}$  (кривая 1) и максимальной скорости вращения звезд  $V^{(m)}$  (кривая 2) при различных относительных массах гало  $\mu = M_h/M_d$  с  $a = L$  по результатам динамического моделирования диска без учета балджа. Кривые 3 и 4 построены соответственно для моделей с  $a = 2L$  и  $a = 3L$



использованием круговой скорости вращения.

Функция  $\beta(\mu)$  зависит от шкалы гало  $a$  (см. рис. 3.27). При постоянном  $\mu$  с ростом значения  $a$  отношение  $c_r(0)/V_c^{(m)}$  увеличивается. Поэтому, если для оценки параметра  $\mu$  по известному значению  $\beta$  пользоваться кривой 1 на рис. 3.27 (случай  $a = L$ ), то результатом будет являться оценка массы гало снизу. Зависимости  $\beta(\mu)$  в случае  $a > L$  дают большие значения  $\mu$ , тем самым уменьшая массу диска.

При сравнении с наблюдательными данными, поскольку дисперсия скоростей звезд в балдже больше, чем в диске, будем получать нижнюю границу относительной массы гало  $\mu$ .

Считаем, что максимальная круговая скорость вращения  $V_c^{(m)}$  равна максимальной скорости вращения газа, измеренной либо в оптике  $V_{opt}^{(m)}$  ( $H_\alpha$ ), либо по радионаблюдениям  $V_{rad}^{(m)}$  ( $HI$ ) — эти значения предоставляет электронный каталог LEDA. В дополнение каталог дает приведенную к одной системе максимальную скорость вращения  $V_{rot}^{(m)}$  и удвоенную скорость вращения без исправления за наклон галактики  $\Delta V^{(m)}$ . Полученное из наблюдательных данных значение параметра  $\beta$  позволяет с помощью зависимости 1 на рис. 3.27 оценить относительную массу гало [210]. Из рассмотрения необходимо исключить галактики с  $\beta > 0,9$ , поскольку для таких объектов заведомо неприменима зависимость, изображенная на рис. 3.27. Причина больших значений  $\beta$  может быть связана с заметным балджем, как например, у NGC 628, 4254, 4536, 5480 [264], что не позволяет для этих объектов оценить массу гало только по центральной дисперсии скоростей. На рис. 3.28 показаны распределения числа галактик по относительным массам гало  $\mu$  [210]. Вычисление средних значений дало:  $\langle c_r(0)/V_{rad}^{(m)} \rangle = 0,54$ ;  $\langle c_r(0)/V_{opt}^{(m)} \rangle = 0,55$ ;  $\langle c_r(0)/V_{rot}^{(m)} \rangle = 0,56$  что приводит к средней относительной массе гало  $\langle \mu \rangle \simeq 0,8$ .

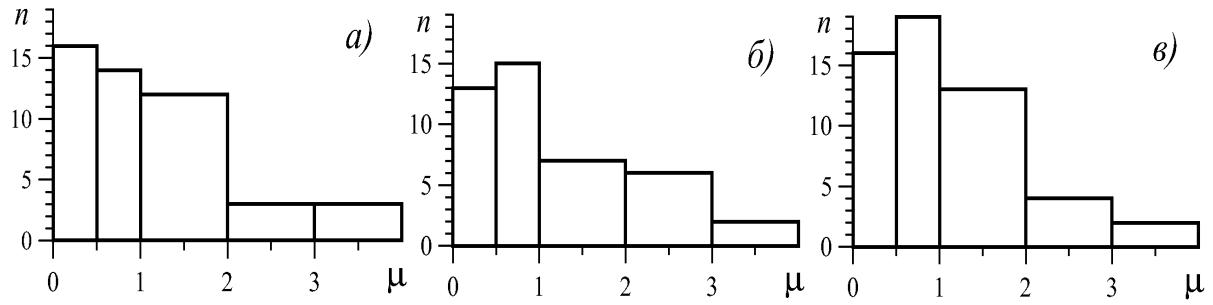


Рис. 3.28. Распределения числа галактик позднего типа ( $t \geq 4$ ) по относительным массам гало  $\mu$ , вычисленные с использованием: а)  $V_{rad}^{(m)}$ ; б)  $V_{opt}^{(m)}$ ; в)  $V_{rot}^{(m)}$

Такой подход позволяет выделить галактики с малым  $\beta$  (например, NGC 598, 1353, 2998, 3198, 3938, 4565, 7171, 7217, 7541), которые могут обладать достаточно массивным гало, превышающим массу диска в два и более раза, и такие объекты требуют особого рассмотрения.

### 3.5. Изгибные неустойчивости звездного диска

#### 3.5.1. Вертикальная структура звездных дисков и изгибные неустойчивости

Другая возможность оценки массы гало связана с использованием при построении динамических моделей наблюдаемой толщины звездного диска (зависящей от дисперсии вертикальных скоростей). В основе такого подхода лежит зависимость вертикальной шкалы диска (при данной дисперсии скоростей) от локальной поверхностной плотности диска и от массы сфероидальной подсистемы  $M_s$ , что впервые было показано в работе [53] (см. также [627, 847]).

Вопрос о механизмах увеличения дисперсии случайных скоростей звезд  $c_z$  от  $6 \div 10$  км/с у молодых звезд до значений  $\sim 30 \div 100$  км/с у старого населения остается одним из фундаментальных в физике галактик [714]. Помимо механизмов вертикального нагрева, связанных с рассеянием звезд на гигантских молекулярных облаках [827, 828] и на спиральных волнах плотности [517], важным является возможность роста дисперсии  $c_z$  из-за неустойчивости изгибных возмущений в диске. В случае спиральной волны на это указывает анализ поля скоростей в NGC 3631 [199], где впервые было показано наличие вертикальных движений, связанных со спиральной волной. Оценки отношения  $c_z/c_r$  с использованием данных наблюдений различных галактик дают  $c_z/c_r \simeq 0,4 - 0,8$ , но более типичные значения  $0,5 \div 0,7$  [559].

По-видимому, доминирующий механизм вертикального разогрева у звездных дисков может изменяться в разные эпохи. Согласно данным

наблюдений с результатами динамического моделирования галактики, можно получить оценку на массу гало, которая является нижней границей, поскольку существуют и другие механизмы нагрева диска, не учитываемые в численной модели. В рамках моделей  $N$ -тел рассматривались различные аспекты изгибов звездных галактических дисков. Важные результаты получены в моделях с учетом приливных взаимодействий [481, 614, 875, 890]. Спутники рожают изгибы и утолщают диск, что следует из сравнения данных наблюдений изгибов у одиночных галактик и в группах [727]. Было показано формирование в центральной области диска с ребра ящикообразных структур в результате изгибной неустойчивости [698, 786]. Условия возникновения изгибных мод исследовались в работах [187, 299, 454, 725, 787]. Изгибная неустойчивость может развиваться значительно медленнее по сравнению с гравитационной неустойчивостью в плоскости диска так, что характерные времена насыщения составляют порядка миллиарда лет и больше [187]. Влияние балджа изучалось в [825].

В первую очередь рассмотрим вопрос о радиальном распределении отношения  $c_z/c_r$  и вертикальной шкалы диска, которые минимально обеспечивают устойчивость относительно различных изгибных возмущений. Поскольку для галактик, видимых с ребра, скорость вращения в центральной области измеряется неуверенно (см. § 2.6), будем рассматривать только галактики поздних типов, у которых отсутствует яркий балдж. Это позволяет восстановить внутреннюю часть кривой вращения, даже если она плохо определена из наблюдений, считая, что форма кривой круговой скорости галактики в центральной области ( $r \lesssim 2L$ ) определяется, главным образом, дисковой компонентой. Кроме того, наличие балджа при прочих равных условиях играет стабилизирующую роль для изгибной неустойчивости, ослабляя зависимость относительной толщины диска  $h/L$  от относительной массы гало  $M_h/M_d$  [825].

В [307, 847] построены динамические модели для 7 галактик (в частности, UGC 6080, UGC 9556, UGC 9422, NGC 4738), видимых с ребра, с известными фотометрическими шкалами распределения яркости в  $r$  и  $z$  направлениях. Особый интерес представляет определение параметров подсистем для супертонкой галактики UGC 7321. Кроме перечисленных, рассмотрены галактики NGC 5170 и NGC 891, для которых, помимо радиальной и вертикальной шкалы, известны и радиальные зависимости дисперсии скоростей звезд, что позволяет производить оценку масс компонентов для них двумя независимыми способами — сравнивая результаты моделирования с наблюдаемыми дисперсией скоростей звезд

и толщиной диска.

Наблюдаемое отношение радиальной шкалы распределения яркости и (в предположении постоянства вдоль радиуса отношения массы к светимости) плотности дисков галактик к вертикальной шкале лежит в достаточно широких пределах  $L/z_0 = 2 \div 12$  [320, 452, 453, 560, 561, 562]. Такой большой разброс значений может означать, что относительная масса гало  $\mu$  внутри оптического радиуса тоже сильно меняется от галактики к галактике.

Принято принимать для всего старого звездного диска отношение  $c_z/c_r = \text{const}$  [321, 323]. Этот вывод является весьма приближенным, и динамическое моделирование показывает, что  $c_z/c_r$  меняется с радиусом (п. 3.5.2). Вертикальная шкала звездных дисков зависит от дисперсии вертикальных скоростей  $c_z(r)$  (см. п. 3.1.2), при этом сама  $c_z$  не является независимой от дисперсии радиальных скоростей.

По-видимому, впервые вопрос об отношении дисперсии вертикальных скоростей звезд  $c_z$  к дисперсии радиальных скоростей  $c_r$  был рассмотрен Тоомре [852]. Динамика изгибных (мембранных) колебаний в моделях холодных тонких дисков изучена в работе Хантера и Тоомре [501]. Это исследование имело целью объяснение наблюдаемого в ряде изолированных галактик крупномасштабного искривления периферии их дисков. Другой проблемой, для решения которой необходимо изучение динамики изгибных возмущений, является задача объяснения существенного различия толщин и  $z$ -дисперсий скоростей объектов звездного и газового дисков. В работах [566, 605] было показано, что для решения упомянутых выше проблем необходимо изучать динамику изгибных возмущений в моделях дисков, горячих в их плоскости.

Поляченко и Шухман [172] в рамках простой модели однородного тонкого самогравитирующего слоя получили, что для стабилизации относительно мелкомасштабных изгибных возмущений должно выполняться условие  $\alpha_z \equiv c_z/c_r \geq 0,37$ . Стабилизация изгибных волн достигается при определенной величине  $c_z$ , которой соответствует минимальная толщина устойчивого диска. Араки [250] рассмотрел динамику изгибных возмущений с учетом неоднородного распределения объемной плотности вдоль  $z$ -координаты. Вывод о малом критическом значении  $c_z/c_r \gtrsim 0,3$  сохранился (см. обсуждение в работе [621]).

### 3.5.2. Численное моделирование изгибных неустойчивостей

*Крупномасштабная осесимметричная изгибная неустойчивость.* В первую очередь обсудим нелинейную динамику наиболее крупномасштабных изгибных возмущений. Линейный анализ устойчивости гло-

бальных изгибных возмущений проведен в работе [173] (более общий случай рассмотрен в [868]). В модели двухосного твердотельно вращающегося звездного эллипсоида однородной плотности было показано, что наиболее крупномасштабные моды с азимутальными числами  $m = 0, 1, 2$  могут быть неустойчивы, и исследовано влияние на границы устойчивости отношения полуосей эллипсоида, параметра  $\mu = M_h/M_d$ , дисперсии скоростей в плоскости системы. В целом наиболее важным результатом является обнаружение зависимости положения границ областей неустойчивости от массы гало: при достаточно большой массе гало неустойчивыми могут стать системы с малой дисперсией скоростей в плоскости эллипсоида. В этом состоит дестабилизирующая роль гало.

Однако, поскольку с ростом  $M_h/M_d$  необходимое для гравитационной устойчивости диска отношение дисперсии скоростей звезд в его плоскости к максимальной скорости вращения  $c_r/V^{\max}$  убывает (см. п. 3.4.1), то, во всяком случае на границе устойчивости, дестабилизирующая (по отношению к крупномасштабным изгибным возмущениям) роль массивного гало не проявляется.

Почему встречаются тонкие звездные диски? Значения полутолщины звездного диска лежат в широких пределах  $\Delta = 0,1 \div 1$  кпк. Причем достаточно многочисленны наблюдаемые с ребра галактики с отношением видимых полуосей  $\chi = b/a \leq 0,1$ . Относительную толщину звездного диска естественно определить отношением  $\chi_0 \equiv \Delta/L_\sigma$ . В случае распределения объемной плотности  $\rho = \rho_0 \exp(-r/L_\sigma)/\text{ch}^2(z/\Delta_*)$  можно принять  $\chi/\chi_0 > 0,5$  [53]. Тем самым для тонких звездных дисков ( $\chi \leq 0,1$ ) считаем  $\chi_0 < 0,2$ . Обсудим условия, при которых стационарные звездные диски могут иметь такую толщину.

Стационарная система должна быть, во-первых, гравитационно устойчива относительно возмущений, лежащих в плоскости диска, что накладывает ограничения на дисперсию радиальных скоростей  $c_r \geq Q_{ST}$ . Во-вторых, устойчивость относительно мелкомасштабных изгибных возмущений требует выполнения условия (п. 2.5.2)  $\alpha^{-1} = c_z/c_r \geq \alpha_{crit}^{-1} \simeq 0,4$ . В свою очередь, полутолщина диска  $\Delta$  зависит от величины  $c_z$ . Считая, что система находится на границе устойчивости, получаем

$$\Delta = \left( \frac{Q}{\alpha_{crit}} \right)^2 \frac{3,6 G \sigma_{*0}(r)}{\varepsilon^2}. \quad (3.44)$$

Круговая скорость  $V_{вр}$  в диске определяется распределением вещества в плоской и сферической подсистемах, поэтому запишем

$$V_{вр}^2 = V_d^2 + V_h^2. \quad (3.45)$$

Для экспоненциального профиля плотности (1.2) масса диска  $M_d = 2\pi\sigma_{*0}(0) \cdot L_\sigma^2$ , и в области  $r \gtrsim 2L_\sigma$  скорость вращения близка к своему максимальному значению  $V_d^2 = 0,388 G M_d / L_\sigma$ . Примем, что  $V_h^2 = G M_h / 4 L_\sigma$  (масса гало  $M_h$  находится внутри  $r = 4 L_\sigma$ ). В результате для скорости вращения имеем

$$V_{\text{вр}}^2 = V_d^2(1 + \mu/1,55). \quad (3.46)$$

Для плоской кривой вращения  $\varkappa = \sqrt{2}\Omega = \sqrt{2}V_{\text{вр}}/r$  и для относительной толщины диска можем записать [53]

$$\chi_0(\mu) \equiv \frac{\Delta_*}{L_\sigma} = K \left( \frac{Q}{\alpha_{\text{crit}}} \right)^2 \frac{\exp(-r/L_\sigma) (r/L_\sigma)^2}{1 + \mu/1,55}, \quad (3.47)$$

где  $\mu = M_h/M_d$ ,  $K = 0,74$ . Прежде всего заметим, что для  $Q/\alpha_{\text{crit}} = \text{const}$  параметр  $\chi_0$  в области  $1 \lesssim r/L_\sigma \lesssim 4$  слабо зависит от радиуса, что не противоречит наблюдениям. Из (3.47) видно, что с увеличением массы гало полутолщина звездного диска уменьшается. Для уточнения данного соотношения обратимся к результатам численных экспериментов.

Эволюция системы с малым начальным отношением  $\alpha_z = c_z/c_r$  (холодные в вертикальном направлении) наглядно демонстрирует нарастание со временем крупномасштабных изгибных возмущений, которые приводят к вертикальному разогреву и, как следствие, утолщению диска. Особенно сильный разогрев диска в вертикальном направлении, приводящий к значительному утолщению диска, получается в процессе развития неустойчивой осесимметричной изгибной моды ( $m = 0$ ). Осесимметричная мода является наиболее важным феноменом изгибной неустойчивости. На рис. 3.29 показаны зависимости от времени вертикальной координаты центра тяжести вещества  $\zeta(r, t)$ , дисперсии вертикальных скоростей  $c_z(r, t)$ , вертикальной шкалы диска  $z_0(r, t)$ , отношения дисперсий скоростей  $\alpha_z \equiv c_z(r, t)/c_r(r, t)$ , дисперсии радиальных скоростей  $c_r(r, t)$ , скорости вращения частиц в диске  $V(r, t)$ .

На протяжении приблизительно 2,5 оборотов вращения ( $t \sim 10$ ) по внешнему краю диска его параметры почти не меняются (см. рис. 3.29), происходит формирование собственных мод на линейной стадии развития изгибной неустойчивости. После  $t \gtrsim 10$  начинается нелинейная стадия развития изгибной неустойчивости, и амплитуда смещения центра тяжести в  $z$ -направлении  $\zeta(r)$  возрастает (рис. 3.29 а). В центральной зоне диска (линии 1–5) амплитуда вертикального смещения быстрее достигает максимального значения, уменьшаясь затем до исходного уровня (см. рис. 3.29 а). На периферии диска (линии 11–19) изменение  $\zeta$  происходит заметно медленнее.

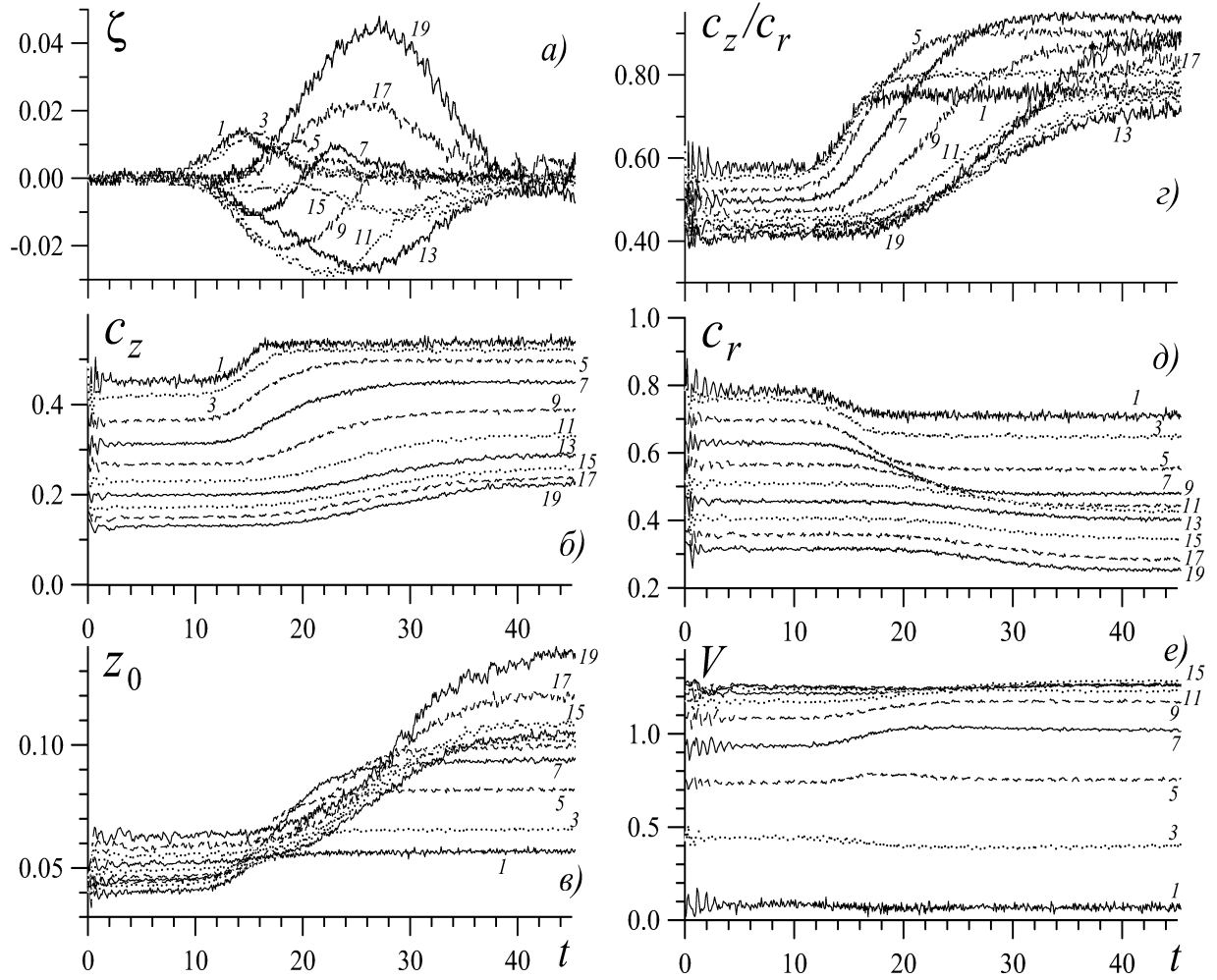


Рис. 3.29. Зависимость от времени параметров диска в процессе развития осесимметричной изгибной моды в диске в модели с  $\mu = 1$ ,  $a = L$ : а) – вертикальная координата центра тяжести вещества диска  $\zeta$ ; б) – дисперсия вертикальных скоростей частиц  $c_z$ ; в) – вертикальная шкала диска  $z_0$ ; г) – отношение  $c_z$  к дисперсии радиальных скоростей  $c_r$ ; д) –  $c_r$ ; е) – скорость вращения частиц диска  $V$ . Разные кривые даны для различных радиусов  $r_j$ , числа указывают значение параметра  $j$ , который определяет расстояние до центра диска:  $r_j = (0,025 + (j - 1) \cdot 0,05) \cdot 4L$ . Все параметры усреднены по азимутальному углу

Несколько позже, с отставанием от величины  $\zeta(r)$ , начинается резкое увеличение дисперсии  $z$ -скоростей  $c_z$  (рис. 3.29 б) и вертикальной шкалы диска  $z_0$  (рис. 3.29 в). Утолщение системы, что выражается в росте  $z_0$ , в данной модели начинается в центральной области, быстро захватывая весь диск. Величина  $\alpha_z$  заметно увеличивается за счет роста  $c_z$  и небольшого уменьшения  $c_r$  (рис. 3.29 г, д). Аналогичное поведение обнаруживает дисперсия азимутальной компоненты скорости  $c_\varphi$ , для которой выполняется приближенное равенство  $c_\varphi \simeq c_r \varpi / 2\Omega$ <sup>11</sup>.

Уменьшение  $c_r$  и  $c_\varphi$  обусловлено переходом кинетической энергии

<sup>11</sup> Данное условие начинает нарушаться только в очень толстых дисках, либо в тех областях, где  $z_0/L \gtrsim 0,4$ . Причем  $c_r/c_\varphi < 2\Omega/\varpi$ , то есть степень анизотропии уменьшается, что представляется естественным из-за сфероидизации системы.

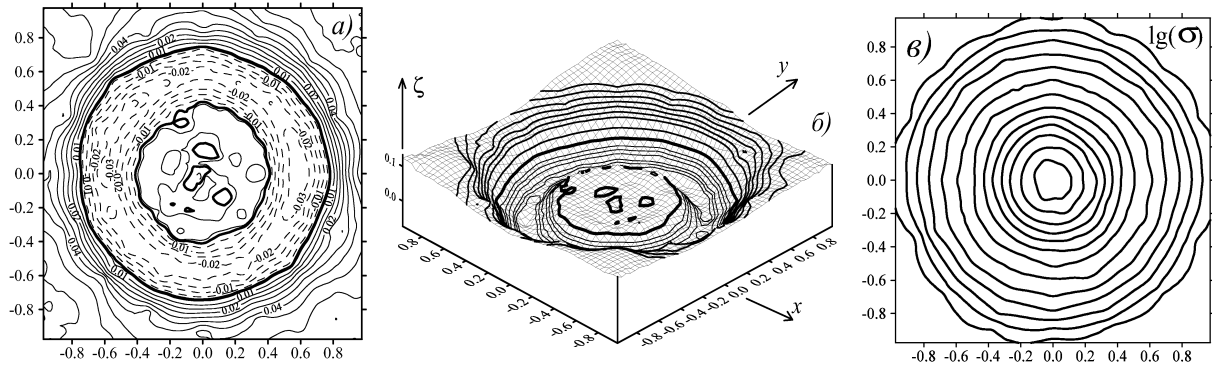


Рис. 3.30. Форма диска в процессе развития изгибной неустойчивости в момент времени  $t = 25,4$  для расчета, изображенного на рис. 3.29. Показаны изолинии распределения смещения центра тяжести диска в вертикальном направлении  $\zeta(r, \varphi)$  в плоскости диска (а); функция  $\zeta(x, y)$  (б). Жирная линия соответствует значению  $\zeta = 0$  (в). Для этого же момента времени даны изолинии распределения логарифма поверхностной плотности, которые демонстрируют наличие осевой симметрии

случайного движения в плоскости диска в кинетическую энергию вертикального движения. Подчеркнем, что развитие данной изгибной моды происходит на фоне осесимметричного по всем параметрам диска.

Величина  $\zeta$  имеет разные знаки в центре и на периферии диска (см. рис. 3.29 а), поэтому при развитии неустойчивости формируется структура типа “купола” (рис. 3.30). Изолинии параметра  $\zeta$  близки к окружностям (см. рис. 3.30 а). К моменту времени  $t = 25,4 = 6T_0$  внутреннее кольцо и периферия диска смещены в противоположные стороны, а центральная область ( $r \lesssim 0,4$ ) уже вернулась в исходное состояние (рис. 3.30 б). Распределение параметра  $\zeta$  в плоскости диска имеет вид “сомбреро”.

Структура диска на стадии развития изгибной моды  $m = 0$ , видимого с ребра, изображена на рис. 3.31. Имеем характерный “ящикообразный” вид, который типичен для всех моделей на этапе доминирования осесимметричной изгибной моды. Следует особо подчеркнуть, что характерная “ящикообразная” структура не связана с баром, как принято объяснять данные наблюдений в ряде случаев [328, 785].

Эволюция дисперсий скоростей  $c_z$ ,  $c_r$  и скорости вращения звездного диска  $V$  начинаются после того, как амплитуда вертикального смещения  $\zeta$  оказывается значительной. Вертикальный разогрев диска характеризуется ростом отношения  $c_z/c_r$ , но, начиная с некоторых зна-

$t = 26$



Рис. 3.31. Изображение диска с ребра на стадии глобальной осесимметричной изгибной моды в модели с  $\mu = 4$ . В вертикальном направлении масштаб в 4 раза больше, чем в горизонтальном

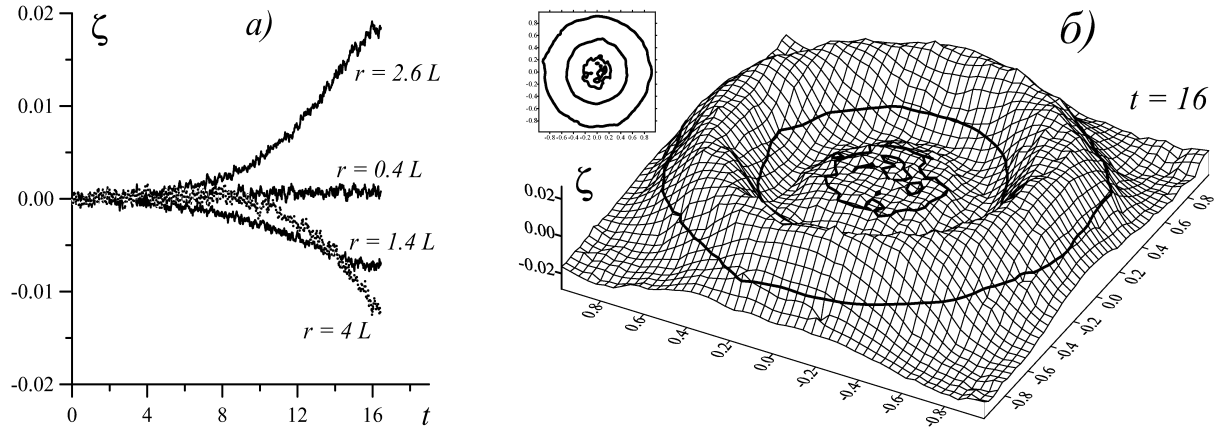


Рис. 3.32. В данной модели ( $\mu = 4$ ) начальные условия обеспечивают устойчивость центральной области и изгибная мода  $m = 0$  развивается в зоне  $r \gtrsim L$ : а) – зависимость вертикального смещения диска от времени на начальном этапе для различных расстояний от центра; б) – форма диска (центр тяжести по  $z$ -координате). Толстая линия соответствует  $\zeta = 0$

чений  $c_z/c_r$ , условия для развития изгибной неустойчивости исчезают. В результате система приходит в новое стационарное состояние с более толстым диском. Характерные времена этого процесса сильно зависят от параметров модели и с учетом линейной стадии могут составлять десятки оборотов по внешнему краю звездного диска. Если распределение  $\alpha_z(r)$  является субкритическим, то из-за малости инкрементов неустойчивости линейная стадия увеличивается, и разогрев на нелинейном этапе оказывается слабым. Таким образом, амплитуда изгибной моды и сама возможность ее развития зависят в первую очередь от начального радиального распределения  $c_z/c_r$ .

Очень важным представляется вывод о том, что конечное распределение параметра  $\alpha_z(r)$ , которое получается в результате развития глобальной изгибной неустойчивости, зависит от начальной функции  $\alpha_z(r, t = 0)$ . Модели с маленькой начальной вертикальной шкалой (тонкие диски), разогреваясь вследствие глобальной изгибной неустойчивости, дают большее отношение  $c_z/c_r$ , чем минимально необходимо для устойчивости. Причина связана с существенно нелинейным механизмом разогрева. В результате система *проскакивает* границу устойчивости по параметру  $c_z/c_r$  (см. рис. 3.38).

В моделях с маломассивным гало ( $\mu \lesssim 1$ ), если диск достаточно горячий, чтобы обеспечить гравитационную устойчивость относительно бар-моды, основным фактором, разогревающим первоначально *тонкий* диск, является осесимметричная изгибная мода, а моды  $m = 1, 2$ , как правило, не формируются.

Отметим, что формирование моды  $m = 0$  может начинаться не в

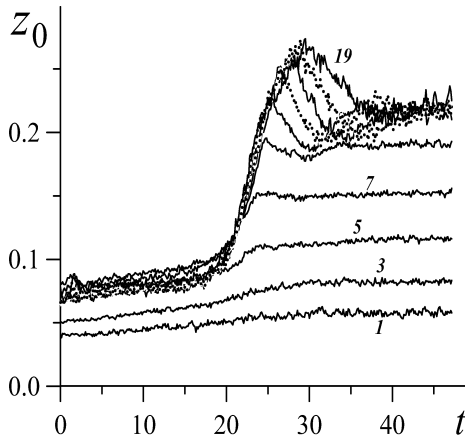


Рис. 3.33. Утолщение диска без гало при наличии балджа ( $M_b = 0,25 M_d$ ,  $b = 0,2 L$ ) в результате развития моды  $m = 0$ . В области балджа вертикальная шкала диска  $z_0$  увеличивается слабо. Числа на рисунке — см. рис. 3.29

центре, а на периферии ( $r \gtrsim L$ ), даже не проникая в центральную зону диска. Это возможно в двух случаях: 1) в начальный момент времени в центре отношение  $c_z/c_r \geq \alpha_z^{crit}$  обеспечивает устойчивость, а во внешней области диск тонкий и неустойчивый (рис. 3.32); 2) при наличии достаточно массивного или концентрированного балджа. В таких моделях изгибные моды в центре имеют меньшую амплитуду, однако периферия может сильно утолщаться (рис. 3.33). В целом балдж играет стабилизирующую роль, как и гало. Поэтому при прочих равных условиях диски галактик с балджем могут быть тоньше. Однако этот результат требует проверки в моделях с нестационарным балджем, поэтому в п. 3.5.3 при построении моделей конкретных галактик ограничимся выборкой объектов в основном без балджа.

Учитывая “катастрофические” последствия развития осесимметричной изгибной моды (утолщение диска может достигать уровня  $z_0/L \simeq 0,5 - 1$ ), по-видимому, большинство галактик не проходили этой стадии, поскольку она порождает очень толстые диски. Например, в модели с  $\mu = 1$  (см. рис. 3.29) имеем в среднем  $\langle z_0 \rangle / L \simeq 0,4$ . В отсутствии гало даже наличие балджа допускает утолщение периферии диска до  $z_0 \lesssim 0,4 L$  в результате развития изгибной неустойчивости  $m = 0$  (см. рис. 3.33). В случае более массивного гало ( $\mu = 4$ ) диск, прошедший разогрев изгибной осесимметричной модой, имеет меньшую относительную толщину  $\langle z_0 \rangle / L \simeq 0,16$ . Однако наблюдения указывают на то, что у ряда галактик величина  $\langle z_0 \rangle / L \leq 0,15$ . Поэтому в этих системах следует либо подозревать очень массивное гало ( $\mu > 4$ ), либо, что осесимметричная изгибная мода не разогревала диск. Отметим, что данный механизм может приводить к образованию центрального утолщения (типа балджа) (см. рис. 3.31) и линзовидных галактик.

*Изгибные моды  $m = 1, 2$ .* При более массивном гало ( $\mu \gtrsim 2$ ) в вертикальном разогреве диска на начальной стадии эволюции могут принимать участие неосесимметричные изгибные моды  $m = 1$  и  $m = 2$ . При

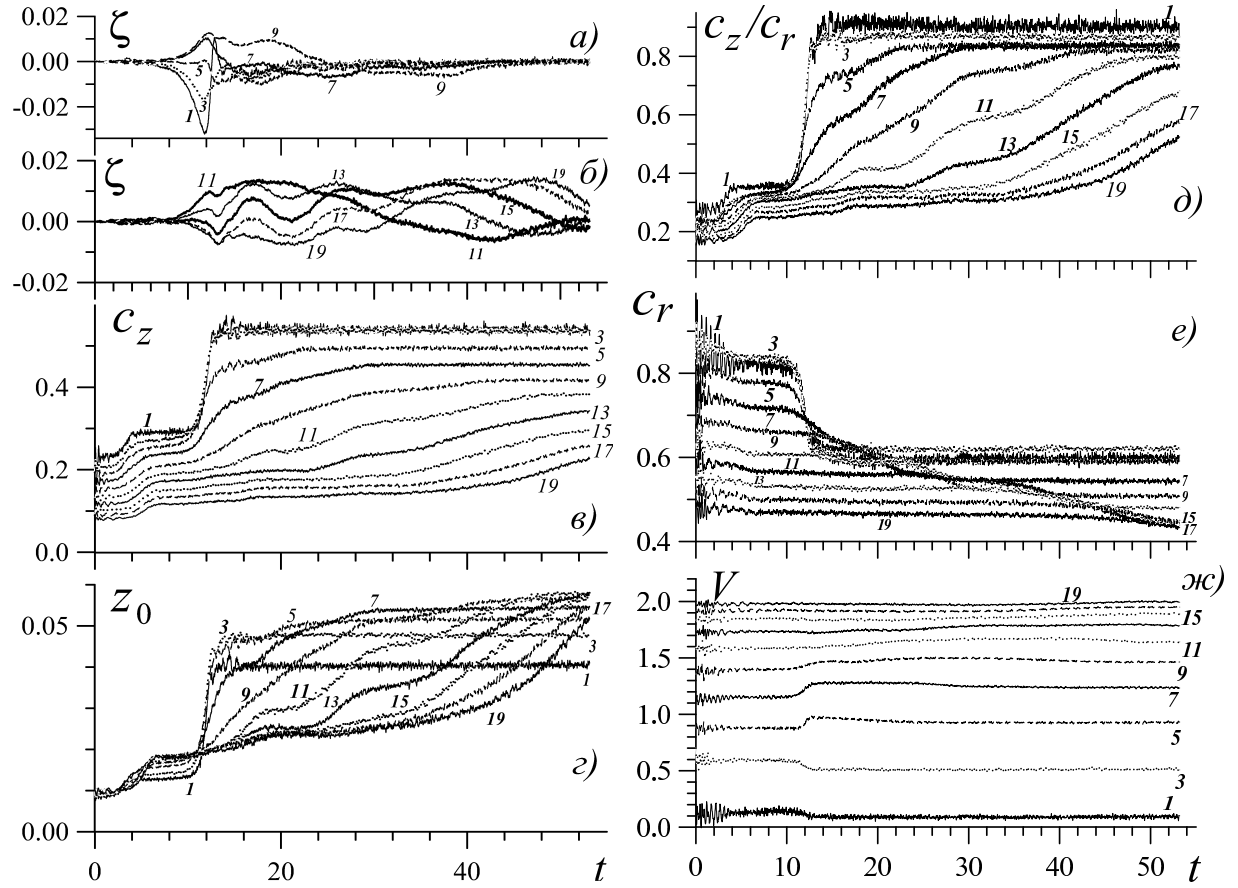


Рис. 3.34. То же, что на рис. 3.29, но для модели с  $\mu = 4$  в зоне  $r < \frac{8}{3}L$  (кривые 1 — центр, 19 — на  $r = \frac{8}{3}L$ ). Вертикальное смещение  $\zeta$  для  $r < \frac{4}{3}L$  и зоны  $\frac{4}{3}L < r < \frac{8}{3}L$  показано на отдельных графиках (соответственно а и б)

этом сохраняется осесимметричное распределение вещества. На рис. 3.34 показана эволюция первоначально тонкого диска с  $\mu = 4$ . В этом случае, в отличие от модели с  $\mu = 1$  (см. рис. 3.29), на начальной стадии в центральной области диска ( $r \lesssim 2L$ ) первой формируется изгибная мода  $m = 2$  (типа “седло”). Отметим, что и в рамках линейного анализа мода  $m = 2$  может быть неустойчивой в случае массивного гало [173]. Характерные времена нарастания возмущений и вертикального разогрева могут сильно различаться в центральной зоне диска и на периферии,

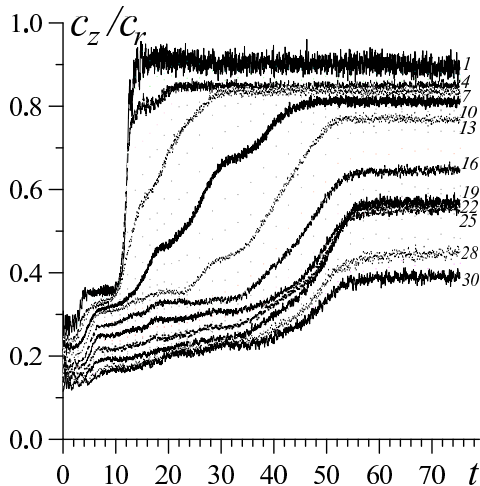


Рис. 3.35. То же, что на рис. 3.34 д, но для всего диска (1 — центр, 30 — на  $r = 4L$ ) и на больших временах. После  $t \gtrsim 54$  имеем квазистационарное состояние

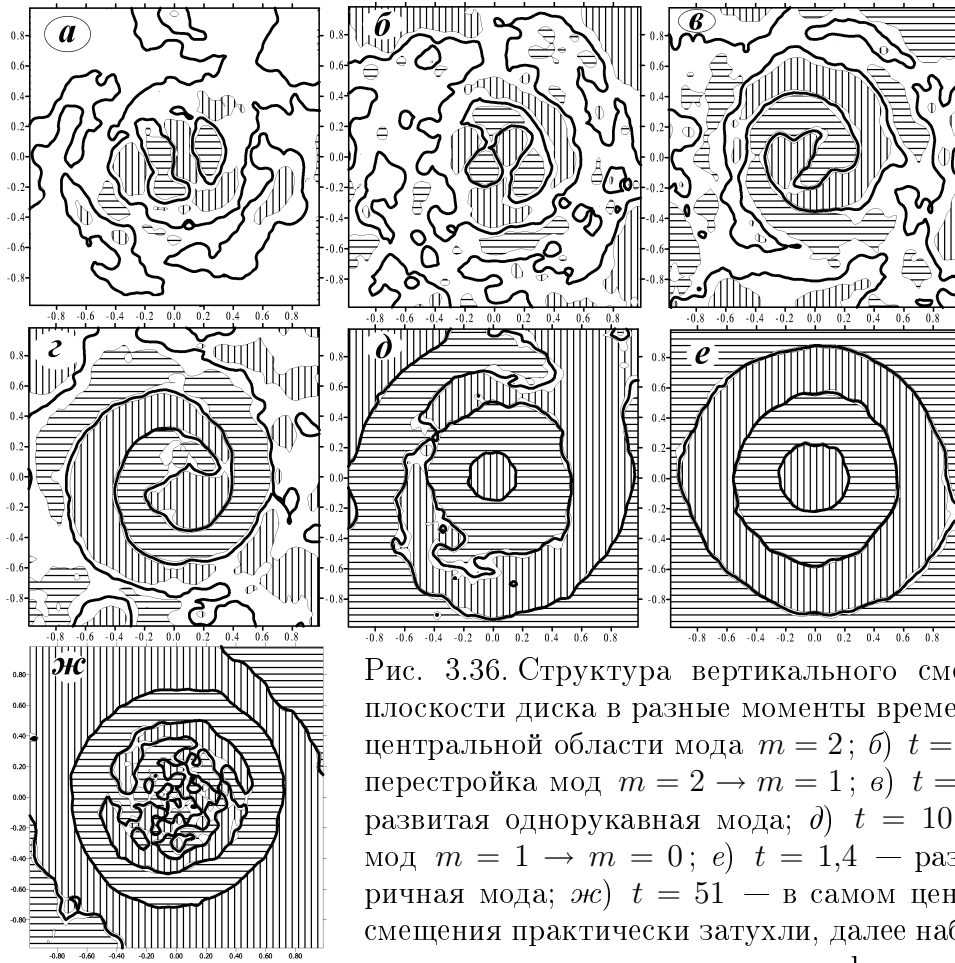


Рис. 3.36. Структура вертикального смещения  $\zeta(x, y)$  в плоскости диска в разные моменты времени: а)  $t = 2,7$  — в центральной области мода  $m = 2$ ; б)  $t = 3,1$  — начинается перестройка мод  $m = 2 \rightarrow m = 1$ ; в)  $t = 3,6$ ; г)  $t = 4,2$  — развитая одноруканная мода; д)  $t = 10,1$  — перестройка мод  $m = 1 \rightarrow m = 0$ ; е)  $t = 1,4$  — развитая осесимметричная мода; ж)  $t = 51$  — в самом центре  $r \lesssim L = 0,25$  смещения практически затухли, далее наблюдается осесимметричное возмущение, и на периферии мода  $m = 2$  малой амплитуды

однако и в этом случае устанавливается конечное квазистационарное состояние (рис. 3.35).

На рис. 3.36 изображены распределения величины  $\zeta$  в плоскости диска в разные моменты времени для модели, показанной на рис. 3.34. Вертикальный разогрев и, соответственно, утолщение диска, связанное с модой  $m = 2$ , слабое. Но уже после  $t \gtrsim 3$  (период обращения внешнего края диска  $T_0 = 2,7$ ) начинается нелинейная стадия одноруканной моды  $m = 1$  (асимметричная) и в результате вертикальный разогрев заметно усиливается. Наконец, третий этап разогрева начинается с  $t \gtrsim 10$ , и связан он с раскачкой осесимметричной моды  $m = 0$ . На этой стадии увеличение дисперсии скоростей  $c_z$  особенно велико, а диск утолщается в 2–3 раза. Таким образом, рассмотренная модель демонстрирует процесс перестройки изгибных мод, последовательный переход от волны  $m = 2$  к осесимметричной моде.

Как и в случае маломассивного гало, с ростом начального отношения  $\alpha_z = c_z/c_r$  (соответственно, увеличения вертикальной шкалы  $z_0$ ) условия для глобальной изгибной неустойчивости ухудшаются и, начи-

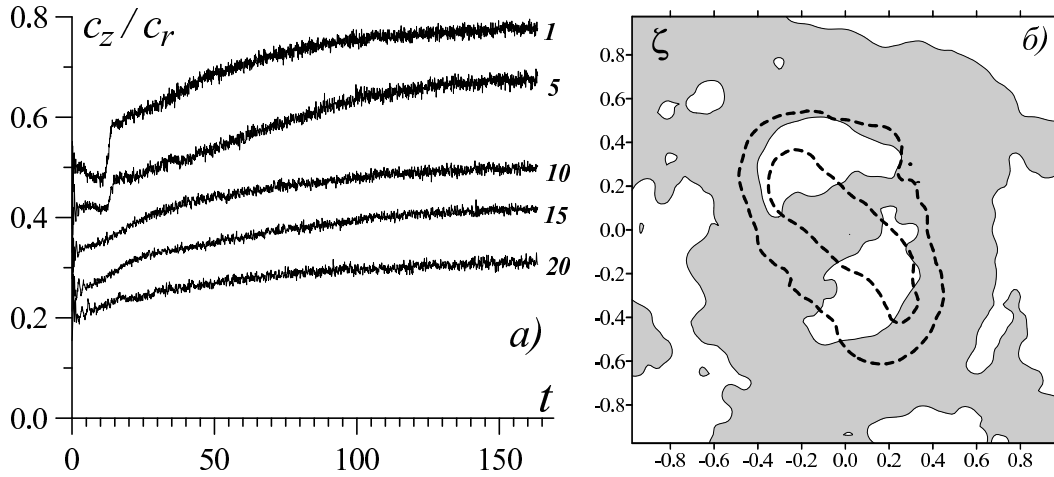


Рис. 3.37. *a)* – зависимость от времени отношения дисперсий  $c_z/c_r$  в модели с баром на разных радиусах; *б)* – структура изгибной моды в процессе формирования бара ( $t = 15$ ). Тонкая сплошная линия соответствует вертикальному смещению  $\zeta = 0$ , штриховые линии — изолинии плотности бара. Коробление бара является причиной быстрого вертикального разогрева в центральной зоне (линии 1, 5 на рис. *a*) в интервале  $t = 10 \div 20$

ная с некоторых распределений  $\alpha_z^{crit}(r)$ , коробление не образуется на протяжении, по крайней мере, 20 периодов диска.

Отметим, что в процессе развития изгибной неустойчивости для мод  $m = 1, 2$  диск не является квазиравновесным в вертикальном направлении в смысле выполнения баланса (3.12). Распределение  $c_z(r, \varphi)$  остается осесимметричным, а  $z_0$  обнаруживает неосесимметричность. Таким образом, условие  $c_z^2/z_0 = const$  не выполняется. Для осесимметричной моды соотношение  $c_z^2 \propto z_0$  выполняется заметно лучше, за исключением самой центральной области, когда диск сильно утолщается.

*Разогрев в процессе изгибов бара.* Обсудим модели с не очень массивным гало ( $\mu \lesssim 1, 5$ ). Если в начальный момент времени диск гравитационно неустойчив, то возможно рождение бара. При формировании бара в первоначально тонком холодном диске в результате неустойчивости глобальной бар-моды на начальной стадии возможно формирование вертикальных изгибов бара [725]. Рисунок 3.37 демонстрирует изгиб бара, динамика которого приводит к росту дисперсии вертикальных скоростей со временем. Амплитуда коробления бара достаточно быстро уменьшается со временем по мере его утолщения. Подчеркнем, что сформировавшийся бар препятствует в дальнейшем развитию глобальных изгибных мод и, прежде всего, осесимметричной  $m = 0$ .

*Мелкомасштабные изгибные возмущения.* В случае подавления крупномасштабных изгибных возмущений важным механизмом коллективного разогрева является неустойчивость мелкомасштабных изгибных

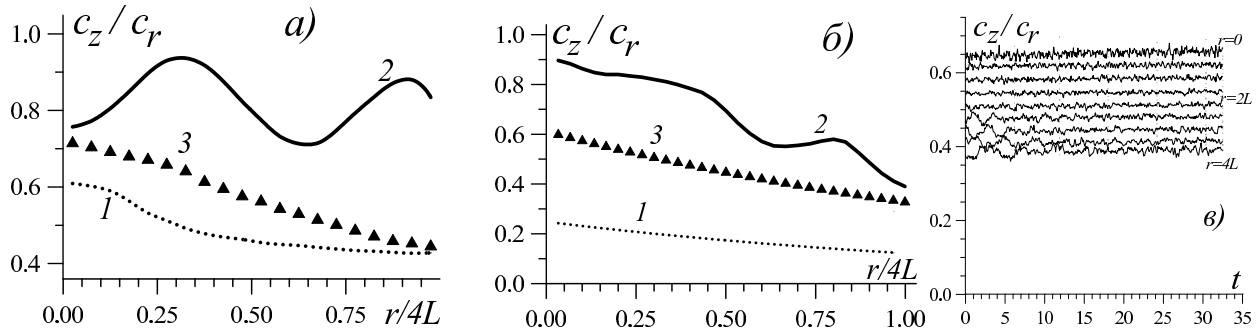


Рис. 3.38. Радиальные распределения  $\alpha_z = c_z/c_r$ : а —  $\mu = 1$  (см. рис. 3.29); б —  $\mu = 4$  (см. рис. 3.34); 1 — начальная зависимость, 2 — конечное распределение, 3 — критический уровень  $\alpha_z$ ; в) — зависимости от времени  $c_z/c_r$  вблизи границы устойчивости (см. линию 3 на рис. б) на разных расстояниях от центра диска

волн. Амплитуда таких колебаний мала  $|\zeta| \ll z_0$ , и они не носят скоррелированного характера. Рост дисперсии скоростей  $c_z$  и толщины диска происходит медленно:  $\delta = \left( \frac{T_0 dz_0}{z_0 dt} \right)^{-1} \sim 100$ . Причем скорость роста слабо зависит от радиальной координаты, что лишний раз говорит о локальном механизме разогрева. Это отличается от рассмотренной выше глобальной изгибной неустойчивости, для которой относительное время разогрева  $\delta$  сильно зависит от  $r$ , и для моделей на рис. 3.29, 3.34  $\delta \sim 1 \div 10$ .

Если начальное состояние допускает развитие глобальной изгибной неустойчивости, то конечный диск после установления квазистационарного состояния оказывается устойчивым относительно мелкомасштабных изгибных возмущений. На это указывает отсутствие роста  $c_z$  и  $z_0$  со временем в моделях, показанных на рис. 3.29, 3.35 (начиная с некоторого момента времени).

*Отношение  $c_z/c_r$ .* При прочих равных условиях ключевым параметром, определяющим устойчивость диска, является отношение  $c_z/c_r$ . В случае если масса сфероидальной подсистемы не слишком велика по сравнению с массой диска, то для стабилизации изгибных возмущений требуются  $c_z/c_r$ , заметно превышающие значения 0,3–0,37, полученные из линейного анализа для простых моделей [172, 250, 621].

Рассмотрим в качестве примера модели без бара с маломассивным гало без балджа с  $\mu = 1$  (см. рис. 3.29). На рис. 3.38 а изображены начальное (линия 1) и конечное (линия 2) распределения  $\alpha_z(r)$ . Вертикальный разогрев за счет осесимметричной изгибной моды в данном случае настолько сильный, что в среднем по всему диску  $\langle c_z/c_r \rangle = 0,82$ . Немонотонный характер конечного распределения  $\alpha_z(r)$  на рис. 3.38 а вызван начальным состоянием (прежде всего  $c_z/c_r$ ), и при других усло-

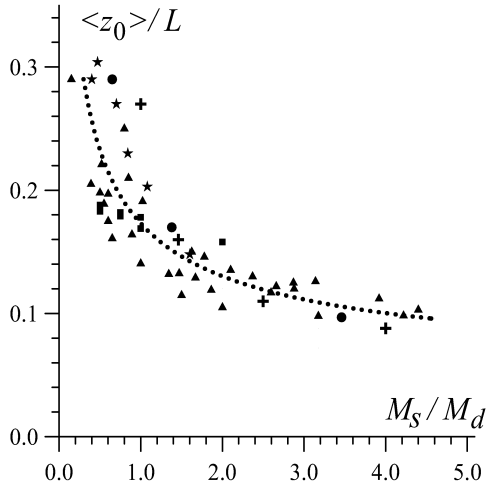


Рис. 3.39. Разными значками показаны положения конечных состояний моделей на плоскости относительной вертикальной шкалы и относительной массы сфероидальной подсистемы

виях зависимость может быть монотонной. Если в начальный момент времени задать параметр  $\alpha_z(r)$  в соответствии с линией 3, то в этом случае изгибные моды оказываются устойчивыми.

С ростом относительной массы гало  $\mu$  критические значения отношения  $c_z/c_r$  уменьшаются. На рис. 3.38 *b* показаны начальное (линия 1) и конечное (линия 2) распределения  $\alpha_z(r)$  в случае  $\mu = 4$ . Если в момент времени задать параметр  $\alpha_z(r)$  в соответствии с линией 3, то в этом случае диск оказывается устойчивым.

Отличительной особенностью построенных нами моделей является неоднородность вдоль  $r$ -координаты параметра  $c_z/c_r$ , обеспечивающего устойчивость изгибных возмущений. В случае диска с маломассивным гало ( $\mu \lesssim 1$ ) при  $c_r(r)$ , которая обеспечивает подавление бар-моды, для стабилизации изгибной неустойчивости величина  $c_z/c_r$  монотонно уменьшается с радиусом: в центральной зоне типичными значениями являются  $0,7 \div 0,8$ , а на периферии диска  $0,4 \div 0,5$  (см. рис. 3.38).

Обсудим, как соотносятся  $\alpha_z^{crit}$ , определяющие границу устойчивости, для мелкомасштабных (МИМ) и глобальных изгибных мод (ГИМ). Если первоначальный диск является очень тонким, то глобальная изгибная неустойчивость является значительно более эффективным механизмом вертикального разогрева. Однако диск оказывается устойчивым относительно ГИМ при меньших значениях параметра  $\alpha_z(r)$ , чем мелкомасштабные возмущения. Диск может быть устойчивым относительно ГИМ, но неустойчивым для МИМ. Последняя выступает в качестве дополнительного фактора вертикального разогрева. Причем, поскольку этот механизм дает очень медленный разогрев, то конечное состояние не является перегретым, как в результате развития глобальной осесимметричной моды.

Эффект уменьшения относительной вертикальной шкалы диска  $z_0/L$  с увеличением относительной массы сфероидальной подсистемы

$M_s/M_d$  продемонстрирован на рис. 3.39. Модели различаются параметрами сфероидальной подсистемы, а также начальным распределением  $c_r(r)$ . У реальных галактик имеются дополнительные факторы вертикального нагрева и утолщения диска. В частности, к ним относятся: волны плотности, гигантские молекулярные облака, приливное взаимодействие. Поэтому определение толщины диска из условия маргинальной устойчивости относительно изгибных возмущений дает оценку снизу на массу гало.

Для построения устойчивого диска относительно изгибных возмущений, чтобы избежать влияния начальных условий, используется серия моделей при фиксированных значениях параметров сфероидальной подсистемы, поверхностной плотности диска  $\sigma(r)$ , дисперсии скоростей в плоскости диска  $c_r$ ,  $c_\varphi$  с различными начальными отношениями  $\alpha_z = c_z/c_r$  и выбирается модель, обеспечивающая стационарную вертикальную структуру на субкритическом уровне (распределение  $\alpha_z(r)$  минимально необходимое для изгибной устойчивости). Задаваемая зависимость  $c_r(r)$  обеспечивает гравитационную устойчивость относительно возмущений в плоскости диска (см. § 3.3).

### 3.5.3. Результаты моделирования галактик, наблюдаемых с ребра

При построении модели галактики, видимой с ребра, в качестве свободных параметров варьируется масса гало  $M_h$  внутри радиуса  $R_{\max}$  (который соответствует  $r = 4L$  или радиусу обрыва диска из наблюдений), радиальная шкала гало  $a$  и центральная поверхностная плотность диска  $\sigma_0$  [847]. Параметр  $\mu = M_s/M_d$  (отношение массы сфероидальной подсистемы  $M_s$  к массе диска  $M_d$ ) определяется из условия согласия наблюдаемых и модельных вертикальной шкалы и скорости вращения диска.

В моделях с маломассивным гало ( $\mu \lesssim 0,5$ ) толщина дисков, как правило, получается больше наблюдаемой, в моделях же с очень массивной сфероидальной подсистемой ( $\mu > 3$ ) модельный диск оказывается более тонким, чем наблюдается у рассматриваемых галактик. Оптимальной моделью галактики следует считать ту, в которой вертикальная шкала диска оказывается близкой к наблюдаемой. Такой подход позволяет получать верхние оценки на массу диска (т. к. диски в процессе эволюции могут нагреваться также и за счет действия факторов, не учитываемых в моделях) и, соответственно, нижние пределы на массу темного гало галактик <sup>12</sup>.

<sup>12</sup> Помимо изгибных неустойчивостей к факторам вертикального разогрева относятся волны плотности, ГМО, приливные взаимодействия.

Таблица 3.2. Параметры галактик, наблюдаемые с ребра

| Name     | $D$ (мпк) | $L$ (кпк) | $\langle z_0 \rangle$ (кпк) | $\langle h_z \rangle$ (кпк) | $R_{\max}$ (кпк) | $\mu$     |
|----------|-----------|-----------|-----------------------------|-----------------------------|------------------|-----------|
| UGC 6080 | 32,3      | 2,9       | 0,69                        | 0,48                        | 7,32             | 1,0       |
| NGC 4738 | 63,6      | 4,7       | 1,30                        | 0,70                        | 19,20            | 0,7       |
| UGC 9556 | 30,6      | 1,5+3,6   | 0,51                        | —                           | 9,00             | 1,1       |
| UGC 9422 | 45,6      | 3,5       | 0,80                        | 0,51                        | 14,60            | 0,8       |
| NGC 5170 | 20,0      | 6,8       | 0,82                        | —                           | 26,20            | 1,9 (2,0) |
| UGC 8286 | 4,8       | 2,0       | 0,26                        | 0,13                        | 8,00             | 1,6       |
| UGC 7321 | 10,0      | 2,1       | 0,17 <sup>a</sup>           | 0,14 <sup>b</sup>           | 8,15             | 3,0       |
| NGC 891  | 9,5       | 4,9       | 0,98                        | 0,49                        | 21,00            | 1,0 (1,5) |

*Примечание.*  $D$  — расстояние до галактики;  $L$  — экспоненциальная шкала диска;  $z_0$  — усредненная по радиусу вертикальная шкала для закона (3.13);  $h_z$  — усредненная по радиусу вертикальная шкала для экспоненциального закона;  $R_{\max}$  — радиус обрыва диска;  $\mu = M_s/M_d$  — относительная масса сфероидальной подсистемы <sup>a</sup> — приведена величина  $h_{ch}$  для периферии диска; <sup>b</sup> — в центре диска

Параметры дисков приведены в табл. 3.2. Значения вертикальных шкал указаны для двух законов изменения яркости и усреднены по радиусу. При выборе расстояний до галактик UGC 6080, NGC 4738, UGC 9556, UGC 9422 постоянная Хаббла принималась  $H_0 = 75$  км/с/кпк. Для NGC 5170 и NGC 891, помимо вертикальной шкалы, известна и радиальная зависимость дисперсии скоростей звезд, что позволяет при построении динамических моделей проводить согласование по двум параметрам.

В качестве примера подробно рассмотрим модель UGC 9422 [847]. Расстояние до этой галактики составляет  $D = 45,6$  Мпк. Для радиальной шкалы диска получено  $L = 16'' = 3,5$  кпк, для вертикальных шкал:  $h_z = 2,3'' = 0,5$  кпк,  $z_0 = 3,6'' = 0,8$  кпк. Резкий обрыв диска наблюдается на радиусе  $R_{\max} = 14,6$  кпк, балдж практически не обнаруживается. Кривая вращения (полученная по линии  $H_\alpha$ ) взята из работы [72]. На рис. 3.40 а показаны скорости вращения для этой галактики  $V^{obs}$ , круговые скорости  $V_c$  и приведены скорости вдоль луча зрения  $V^s$  без учета внутреннего поглощения (см. § 2.6).

Для этой галактики построена серия моделей, имеющих близкую круговую скорость, но различающихся массой дисковой  $M_d$  и сфероидальной компонент  $M_h$ . Как следствие, эти модели имеют разные вертикальные шкалы дисков  $z_0$ . На рис. 3.40 б показаны радиальные распределения  $z_0$  по данным наблюдений и результатам динамического моделирования. В случае маломассивного гало  $\mu = 0,41$  диск получается заведомо толще наблюдаемого. Этот результат является доводом против модели максимального диска, в которой центральная поверхностная плотность  $\sigma_0 = 1330 M_\odot/\text{пк}^2$ , а вклад диска в круговую скорость максимален и составляет  $V_c^{disk}/V_c|_{r=2,2L} = 0,93$ .

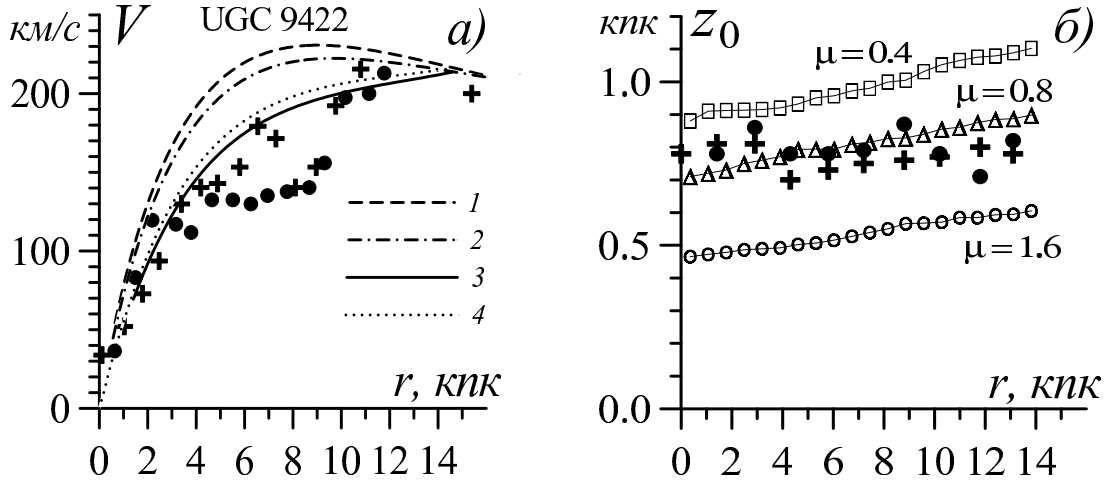


Рис. 3.40. Для галактики UGC 9422: а) – радиальные зависимости  $V_c$  (линии 1, 2 – соответственно для  $\mu = 0,4$  и  $\mu = 0,8$ ),  $V^{obs}$  (+ и •),  $V^s$  (линии 3, 4 – соответственно для  $\mu = 0,8$  и  $\mu = 0,4$ ); б) – модельная вертикальная шкала  $z_0$ , вертикальная шкала по данным наблюдений  $z_0^{obs}$  (+ и •)

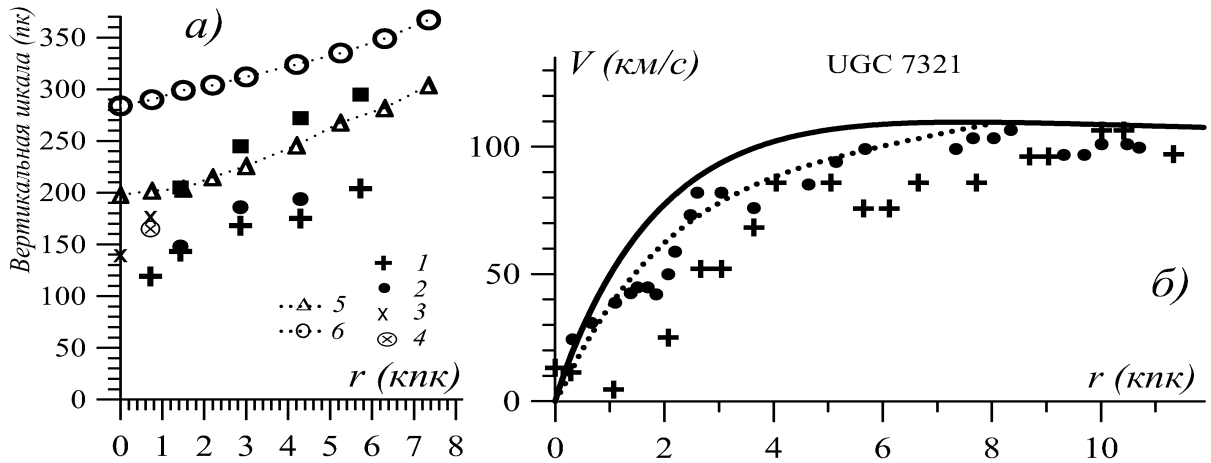


Рис. 3.41. То же, что на рис. 3.40, но для UGC 7321. (а) – данные наблюдений: 1, 2 – закон  $\text{sech}(z/h_{ch})$ , 3, 4 –  $\exp(z/h_z)$ . б) – Символы + и • относятся к разным сторонам диска [612]

С ростом массы гало величина  $z_0$  уменьшается, и уже при  $\mu = 0,8$  получаем удовлетворительное согласие с данными наблюдений. В такой модели имеем  $M_d = 7,5 \cdot 10^{10} M_\odot$ ,  $M_h = 6 \cdot 10^{10} M_\odot$ ,  $\sigma_0 = 1060 M_\odot/\text{пк}^2$  и  $V_c^{disk}/V_c|_{r=2,2L} = 0,87$ . При менее массивном диске ( $\mu = 1,6$ ) выполняется условие  $z_0 < z_0^{obs}$  (см. рис. 3.40). Полученный результат позволяет считать, что масса дискового компонента не превышает значение  $7,5 \cdot 10^{10} M_\odot$ .

Галактика UGC 7321 по терминологии Гоада и Робертса [445], относится к числу *супертонких*, для которых отношение осей  $\leq 30 : 1$ . По данным [612] балдж отсутствует,  $D = 10$  кпк,  $L = 2,1$  кпк,  $R_{25} = 8,15$  кпк (радиус по 25-й изофоте). Последнюю величину при-

мом в качестве  $R_{\max}$  при построении динамической модели. К числу примечательных особенностей галактики относится отсутствие тонкой экваториальной пылевой полосы. В работе [613] приведено радиальное распределение вертикальной шкалы. В центральной области диска используется экспоненциальный закон для вертикального профиля, а на периферии — функция  $\text{sech}(z/h_{ch})$  (рис. 3.41 *a*). Для этой галактики рассчитаны модельные величины  $h_z$ ,  $h_{ch}$ .

Воспользуемся кривой вращения из работы [612]. Для галактик, наблюдаемых с ребра, эффекты проекции и поглощения излучения пылью в наименьшей степени играют роль на периферии диска (см. § 2.6). Поэтому выберем значение систематической скорости  $V_{sys} = 394$  км/с, что обеспечивает во внешней области для обеих сторон от центра галактики близкие значения скорости  $V \simeq 100$  км/с (рис. 3.41 *b*). Если использовать величину  $V_{sys} = 408$  км/с [612], то в области  $r > 8$  кпк имеется систематическое различие в  $\Delta V \simeq 30$  км/с между скоростью вращения справа и слева от центра диска.

Тонкий диск предполагает наличие достаточно массивного гало. На рис. 3.41 *b* зависимости 5 и 6 получены в моделях соответственно с относительной массой гало  $\mu = 2,3$  и  $\mu = 1,5$  внутри  $r < R_{\max} = 8,15$  кпк. Как видим, согласие с наблюдаемым распределением вертикальной шкалы имеем в случае  $\mu \gtrsim 2,3$ . В модели с  $\mu = 2,3$  для масс компонентов имеем  $M_d = 0,62 \cdot 10^{10} M_{\odot}$ ,  $M_h = 1,4 \cdot 10^{10} M_{\odot}$ . Вклад диска в круговую скорость на радиусе  $r = 2,3L$  составляет 71 %. Центральная поверхностная плотность диска равна  $\sigma_0 = 250 M_{\odot}/\text{пк}^2$ . Последний результат согласуется с выводом [612], что UGC 7321 является галактикой с низкой поверхностной яркостью. Отметим, что вывод о наличии бара, сделанный в работе [710] на основе фотометрических особенностей галактики, очень трудно согласовать с достаточно массивным гало в построенных моделях.

Изложенные в § 3.4, 3.5 результаты указывают на то, что часто используемая в литературе модель максимального диска неприменима для большинства галактик, поскольку не позволяет объяснить данные наблюдений дисперсий скоростей звезд и вертикальных шкал у них.

### 3.6. Ограничения на параметры Галактики (Milky Way)

Построим серию моделей Галактики, у которых весь звездный диск находится на границе гравитационной устойчивости. В результате получим ограничения на некоторые динамические и кинематические параметры основных подсистем (диска, балджа, гало) [213, 540].

### 3.6.1. Закон вращения Галактики в околосолнечной окрестности

Наши представления о структуре и физике Галактики меняются по мере уточнения фотометрических и кинематических данных, получаемых из наблюдений. К числу ее важнейших характеристик относится кривая вращения. Имеется значительное число работ, в которых определяется радиальная зависимость скорости вращения динамически холодной компоненты ([177, 325, 345, 575, 819] и др.). Разные галактические подсистемы имеют разную скорость вращения [284]. Звездный диск вращается в целом медленнее газовой компоненты ( $V < V_{gas}$ , где  $V_{gas}(r)$  — скорость вращения газа и молодых звезд, а  $V(r)$  характеризует старое звездное население). При построении модели Галактики важнейшим параметром является круговая скорость вращения  $V_c(r)$ , которая определяет пространственное распределение гравитационного потенциала и, следовательно, массы. Наряду со звездным и газовым дисками, существенную роль играет и сфероидальная подсистема, о чем свидетельствуют построенные к настоящему времени модели Галактики [334, 365, 682, 741, 770]. Диск и сфероидальная подсистемы имеют сложную структуру, что выражается в выделении отдельных компонент, различающихся по своим физическим свойствам. В звездном диске можно выделить тонкую и толстую компоненты [284], а в сфероидальной подсистеме — гало, балдж и ядро.

Одну и ту же кривую вращения можно построить при сильно различающихся параметрах дисковых и сфероидальных компонент. Если привлекать результаты определений поверхностной плотности вещества в окрестности Солнца  $\sigma_\odot$ , радиальной  $L$  и вертикальной  $h$  шкал диска из данных наблюдений, то указанная неоднозначность уменьшается. Дополнительные ограничения накладывает на модель Галактики использование данных о дисперсии скоростей звезд. В основе такой возможности лежит естественное предположение о том, что диск, образуемый старым звездным населением, в котором сосредоточена основная масса, гравитационно устойчив. К дополнительным ограничениям на распределения галактического вещества приводит требование устойчивости относительно изгибных возмущений, поскольку накладывает условия на дисперсию вертикальных скоростей  $c_z$  и вертикальную структуру диска [53, 172].

При построении моделей кривой вращения, как правило, предполагается выполненным условие  $V_c = V_{gas}$ , то есть при наличии только круговых движений пренебрегают градиентом давления в радиальном балансе сил. Одна из первых моделей Галактики, построенная Шмидтом [770], была развита и существенно уточнена в моделях [130, 188, 265,

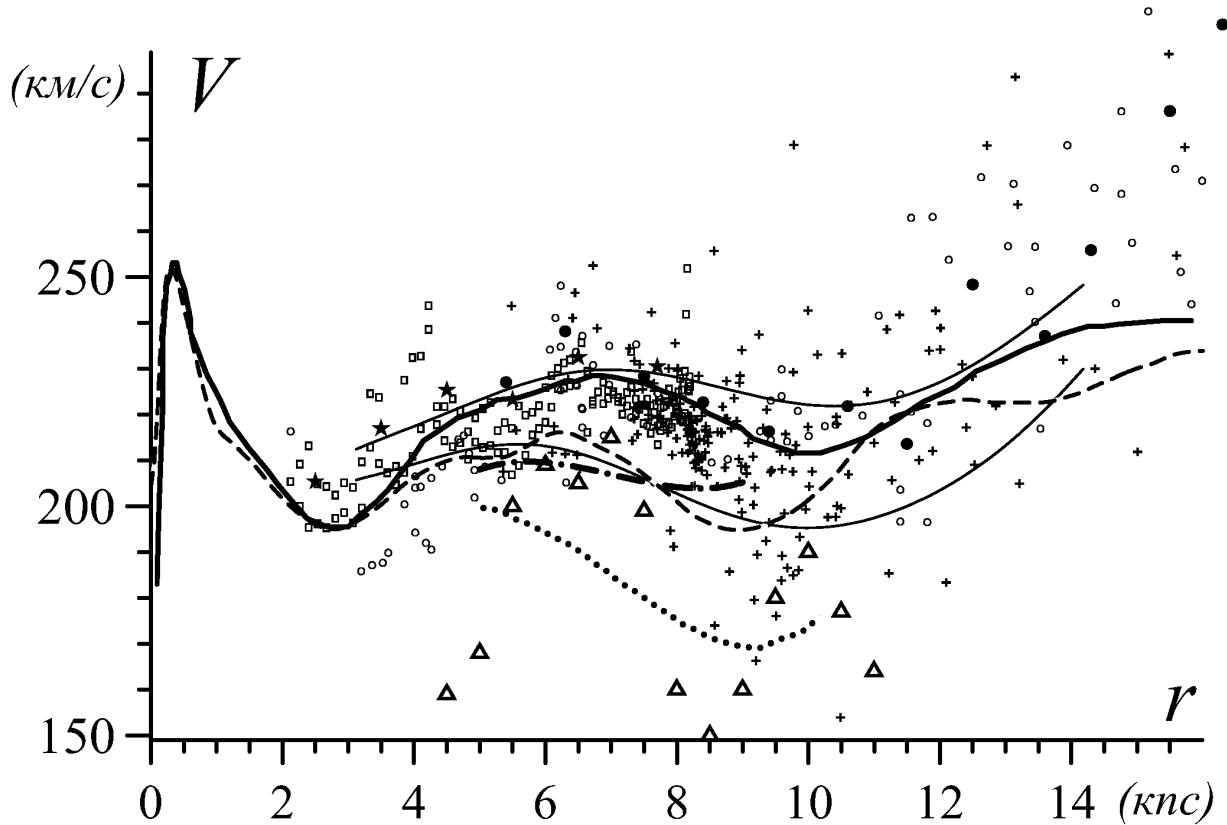


Рис. 3.42. Кривые вращения Галактики, полученные в работах: 1) [345] (сплошная толстая линия) по данным  $HI$ ,  $CO$ ,  $R_{\odot} = 8,5$  кпк; 2) [819] (штриховая линия)  $CO$ ,  $H_{\alpha}$ ,  $R_{\odot} = 8,5$  кпк; 3) [40] (пунктирная линия) по лучевым скоростям и собственным движениям классических цефеид,  $R_{\odot} = 7,1$  кпк; 4) [42] (сплошная тонкая линия) для случаев  $R_{\odot} = 7,5$  кпк и  $R_{\odot} = 8,5$  кпк; 5) [41] (штрих-пунктирная линия) по кинематическим параметрам системы ОВ-ассоциаций,  $R_{\odot} = 7,1$  кпк; 6) [669] (значки показывают:  $\circ$  – по линии 21 см,  $\square$  –  $HI$ ,  $+$  –  $CO$ ),  $R_{\odot} = 8,2$  кпк; 7) [325] (скорость вращения по  $HI$  –  $\star$ , для областей  $HII$  –  $\bullet$ )  $R_{\odot} = 8,5$  кпк; 8) [246] (значки  $\Delta$  показывают скорость вращения, полученную из анализа кинематики планетарных туманностей и AGB-звезд)  $R_{\odot} = 7,9$  кпк

334, 365, 682, 741, 755]. Эти осесимметричные модели в ряде случаев заметно различаются массой своих основных компонент. Предложенная в работе [189] семикомпонентная модель Галактики выявила роль градиентов давления для кривой вращения в отдельных областях. Построение неосесимметричных моделей, в частности, включающих бар, возможно только методом динамического моделирования [429, 430].

Кривая вращения для молодого населения Галактики определялась во многих работах (на рис. 3.42 приведены данные наблюдений разных авторов). При построении галактической кривой вращения используют кинематические данные не только газовой компоненты, но и других объектов (ОВ-звезд, планетарных туманностей, цефеид,  $HI$  и  $HII$  областей, углеродных звезд). Все эти кривые вращения, в основе которых лежат

данные наблюдений молодого населения, будем обозначать  $V_{gas}$ .

Отметим две характерные особенности на наблюдаемой кривой вращения Галактики (см. рис. 3.42): 1) локальный минимум (прогиб) в окрестности орбиты Солнца ( $r \simeq 6 \div 11$  кпк); 2) локальный внутренний максимум внутри центрального килопарсека. Обсудим, к каким последствиям приводит учет этих особенностей при построении модели круговой скорости в предположении  $V_c = V_{gas}$ . Для определенности выберем кривые вращения из работ Софи [819, 820] (см. толстую сплошную и штриховую линии на рис. 3.42). Сделанные в данной работе выводы не зависят от некоторого различия в кривых вращения у разных авторов, которые используют разные значения  $R_\odot$  и разные объекты наблюдений. Так, например, при изменении величины  $R_\odot$  в пределах  $7,5 \div 9,5$  кпк скорость вращения в работе [325] меняется незначительно. При варьировании параметров  $R_\odot$  и  $V_{gas\odot}$  изменяются абсолютные значения пространственных шкал разных компонент и их массы в динамических моделях, но относительные величины меняются слабо.

Обсудим указанные особенности кривой вращения Галактики.

*Локальный прогиб* на круговой скорости вращения в солнечной окрестности может быть обусловлен особенностью распределения плотности в дисковой компоненте [669, 670], либо в гало. В первом случае можно предположить, что радиальное распределение поверхностной плотности описывается, например, суммой двух экспоненциальных законов с разными радиальными шкалами  $L_{\sigma 1}$  и  $L_{\sigma 2}$ , причем диск с короткой шкалой должен резко обрываться в области  $r \simeq 6 \div 7$  кпк, а второй диск — на радиусе  $r \simeq 12 \div 15$  кпк. Круговая скорость для такой модели с достаточно массивным диском (суммарная масса  $M_d = 7 \cdot 10^{10} M_\odot$ ) в случае бесконечно тонкого диска ( $z_0 = 0$ ) показана на рис. 3.43 а. Для амплитуды прогиба  $\Delta V = 15$  км/с необходимо, чтобы суммарная поверхностная плотность в узкой зоне  $r = (6 \div 6,4)$  кпк уменьшалась примерно в 2 раза (рис. 3.43 б). Гравитационный вклад от вещества диска является доминирующим в области  $3 \text{ кпк} \lesssim r \lesssim 15 \text{ кпк}$ . Данная модель является моделью максимального диска, что как будет показано в п. 3.6.3, не позволяет получить согласие с наблюдаемыми значениями дисперсии скоростей звезд.

Учет конечной толщины диска уменьшает величину  $\Delta V$  до 6 км/с при  $z_0 = 500$  пк (рис. 3.43 в, г). С увеличением массы гало (уменьшением массы диска) величина  $\Delta V$  уменьшается, поскольку относительный вклад дисковой компоненты в круговую скорость вращения в соответствии с (3.18) становится меньше. В случае бесконечно тонкого диска

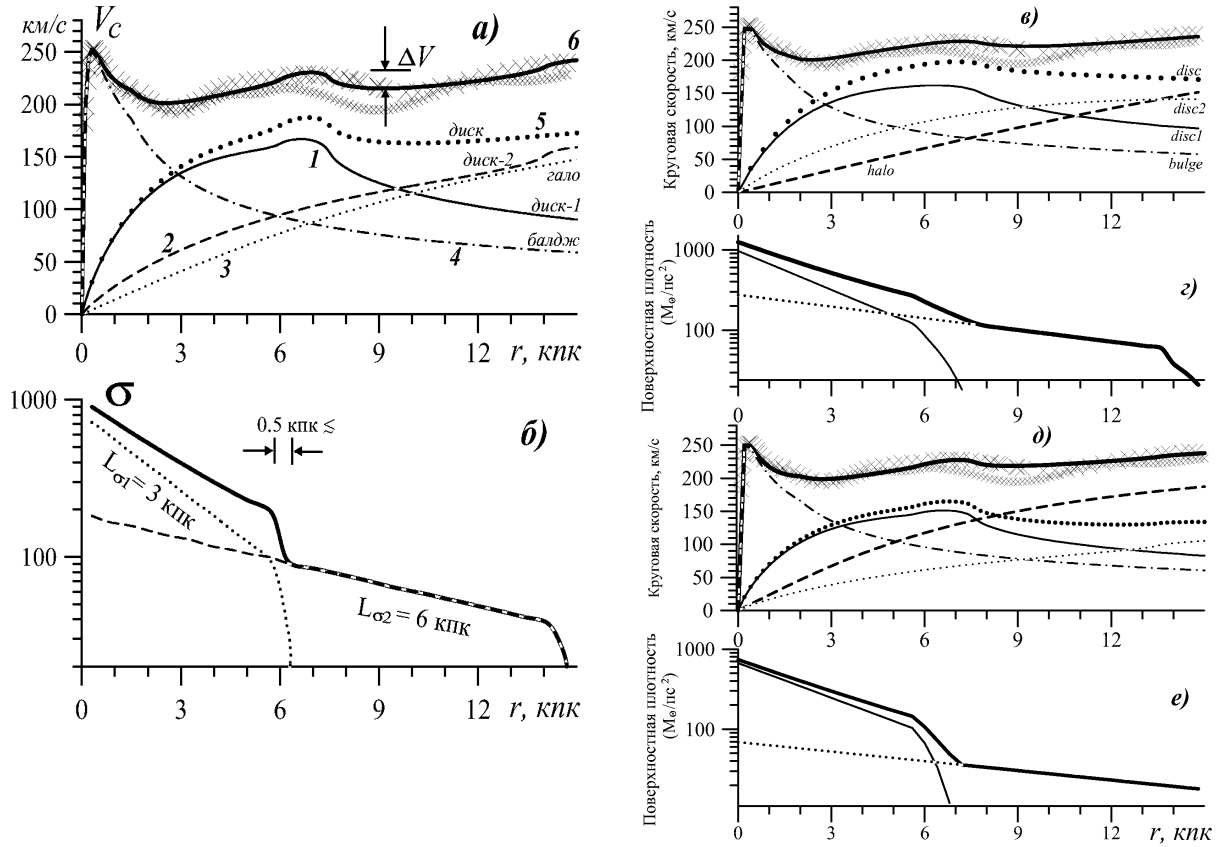
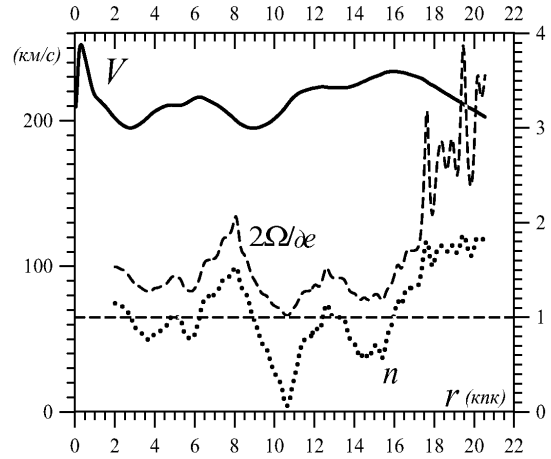


Рис. 3.43. *a* – круговая скорость  $V_c$  в модели бесконечно тонкого диска (сплошная линия *б*). Крестики — скорость вращения по работам [820, 819] (см. рис. 3.43). Показаны вклады в круговую скорость: от 1-го диска ( $L_{\sigma 1} = 3$  кпк, диск обрывается на 6 кпк, кривая 1); 2-го диска ( $L_{\sigma 2} = 6$  кпк, диск обрывается на 14 кпк, кривая 2); гало (кривая 3); балджа (кривая 4); суммы двух дисков (кривая 5); *б* – профили поверхностной плотности  $\sigma$  [ $M_{\odot}/\text{пк}^2$ ] дисковых компонент для модели, изображенной на рис. 3.43 *a*; *в* – радиальная зависимость круговой скорости  $V_c$  и соответствующие вклады дисковых компонент (диск 1 и диск 2), балджа, гало в случае диска конечной толщины с вертикальной шкалой  $z_0 = 0,5$  кпк. Относительная масса гало внутри 12 кпк  $\mu = 0,51$ . Обозначения аналогичны рис. 3.43 *a*; *г* – радиальные распределения поверхностной плотности от двух дисков и сумма этих распределений в модели, изображенной на рис. 3.43 *в*. *д* – круговая скорость в модели с более массивным гало  $\mu = 1,9$  (внутри 12 кпк) и бесконечно тонким диском. *е* – радиальные профили поверхностной плотности для модели, изображенной на рис. 3.43 *д*

для получения прогиба  $\Delta V = 9$  км/с в модели с более массивным гало  $\mu = M_h(4L)/M_d = 1,9$  (рис. 3.43 *д*) необходим перепад поверхностной плотности  $\sigma(r = 5,8 \text{ кпк})/\sigma(r = 7 \text{ кпк}) \gtrsim 3$  (!) (рис. 3.43 *е*). При фиксированном перепаде поверхностной плотности с увеличением вертикальной шкалы до наблюдаемых значений  $z_0 \simeq 500$  пк величина прогиба уменьшается до значений  $\Delta V = 3$  км/с.

Если обратиться к другим  $S$ -галактикам, то заметные отклонения от экспоненциального фотометрического профиля наблюдаются либо на краю галактики [561, 564], либо в центре в виде центральной депрессии звездного диска [12]. Одним из объяснений универсального характе-

Рис. 3.44. Для кривой вращения  $V = r\Omega$  — левая вертикальная ось ([819], см. кривую 2 на рис. 3.42), приведены радиальные зависимости параметров  $2\Omega/\kappa$  и  $n = -d \ln \Omega / d \ln r$  (правая вертикальная ось). Максимумы у величин  $n$  и  $2\Omega/\kappa$  в области  $r \simeq 8$  кпк обусловлены локальным прогибом кривой вращения  $V$



ра экспоненциального распределения яркости дисковой компоненты могут являться особенности эволюции вязкого газа совместно с процессом звездообразования [394]. Расчеты показывают, что указанные факторы за несколько миллиардов лет формируют экспоненциальный профиль звездного диска, независимо от первоначального распределения газа. Наличие области резкого уменьшения поверхностной плотности на расстоянии  $6 \div 7$  кпк от центра Галактики не находит прямого подтверждения по данным наблюдений.

Прогиб  $V_c(r)$ , в принципе, можно получить и за счет особенностей в распределении плотности в гало, однако, это потребует более резкого уменьшения объемной плотности вблизи  $r \simeq 6$  кпк, чем у диска (см. рис. 3.43). Если у диска диаметр эписицического движения в окрестности орбиты Солнца составляет  $\Delta r = 2c_r/\kappa \simeq 2$  кпк, что несколько меньше области прогиба, и, в принципе, построение такого скачка в распределении плотности возможно, то в гало, где типичные дисперсии скоростей имеют порядок 100 км/с, пространственно узкий в радиальном направлении перепад в распределении вещества не может быть долгоживущим.

Имеется дополнительный довод против реальности сильного локального прогиба у круговой скорости вращения  $V_c(r)$ , следующий из кинематических данных. Для бесстолкновительной системы движение частиц происходит по эписицическим орбитам, что приводит к условию (3.19)  $c_r/c_\varphi = 2\Omega/\kappa$ .

На рис. 3.44 показаны радиальные зависимости параметров  $S \equiv 2\Omega/\kappa$  и  $n \equiv -d \ln \Omega / d \ln r$  для кривой вращения Софи [819]. В области  $r = 8 \div 10$  кпк имеем значительное изменение параметра  $S \simeq 1 \div 2,1$ . Причем, в окрестности Солнца  $2\Omega/\kappa \simeq 1,7$ , что в соответствии с (3.19) дает  $c_r/c_\varphi \simeq 1,7$ . Обратимся к данным наблюдений. Для старого звездного населения в окрестности Солнца отношение  $c_r/c_\varphi \simeq 1,55$  [369],

что дает  $n = 1,15$ . В результате имеем практически плоскую кривую вращения  $V \propto r^{-0,15}$ . Для молодых звезд, по данным работы [41]  $c_r/c_\varphi = 8,2/5,8 = 1,41$ , что также приводит к  $V \simeq \text{const}$ . Анализ распределения скоростей ближайших звезд из базы данных Hipparcos дает, что линейная скорость вращения в солнечной окрестности практически не изменяется с радиусом  $V \propto r^{-1/9}$  [370].

В работе [177] определены дисперсии скоростей молодых звезд (цефеид и молодых звездных скоплений)  $(c_r, c_\varphi, c_z) = (15,0; 10,3; 8,5)$  км/с. Возраст этих объектов составляет в среднем 10 млн лет. Особый интерес представляет близость параметра  $c_r/c_\varphi = 1,46$  к отношению  $2\Omega/\alpha$ , если считать  $n = 1,06$  ( $V \propto r^{-0,06}$ ). Это означает, что характерное время выстраивания эпициклического движения составляет заведомо меньше одного периода галактического вращения.

Таким образом, имеются аргументы в пользу того, что наблюдаемый прогиб кривой вращения газовой компоненты и молодых звезд, по-видимому, обусловлен не особенностями радиального распределения гравитирующего вещества, а является динамическим феноменом, и может быть связан с некруговыми движениями вследствие прохождения спиральной волны плотности. Конкретным динамическим процессом, приводящим к некруговым движениям, по-видимому, является гигантский антициклон, состоящий из газа и молодых звезд [417].

Отметим, что изучение кинематики ОВ-звезд и классических цефеид в интервале  $r = 6 \div 12$  кпк не противоречит выводу о постоянстве скорости вращения Галактики в этой области [423]. В то же время кинематика планетарных туманностей, звезд с пылевыми оболочками, углеродных звезд обнаруживает минимум скорости вращения на  $r = 8,5$  кпк в солнечной окрестности [246] (треугольники на рис. 3.42). Если предположить, что локальный прогиб вызван спиральной структурой, то в этом случае амплитуда таких возмущений должна быть значительной [246].

### 3.6.2. Кинематика центральной области, концентрированный балдж и бар

Принято считать, что скорость вращения холодной подсистемы в центральной области  $r \lesssim 1$  кпк имеет ярко выраженный максимум на радиусе  $r \simeq 0,3$  кпк [345, 819, 820]. Если предположить равенство  $V_c = V_{gas}$ , то для объяснения центрального максимума у круговой скорости необходимо учитывать массивный балдж с концентрированным ядром, для параметров которого в модели распределения вещества Кинга следует принять  $a_n \simeq 100$  пк,  $M_b \simeq 0,6 \cdot 10^{10} M_\odot$  и  $r_b^{\text{max}} \simeq 0,8$  кпк.

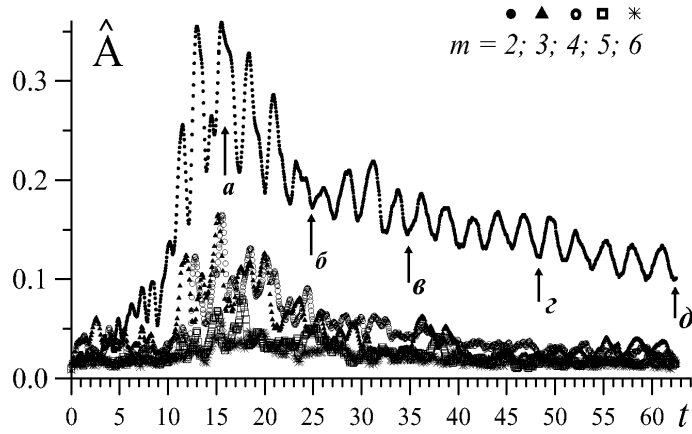


Рис. 3.45. Зависимость от времени интегральных амплитуд фурье-гармоник для азимутальных чисел  $m = 1, 2, \dots, 6$  в модели с массивным концентрированным ядром. Происходит образование бара, который затем разрушается, на что указывает уменьшение амплитуды для гармоник  $m = 2$ . Момент времени  $t = 30$  соответствует 2,8 млрд лет

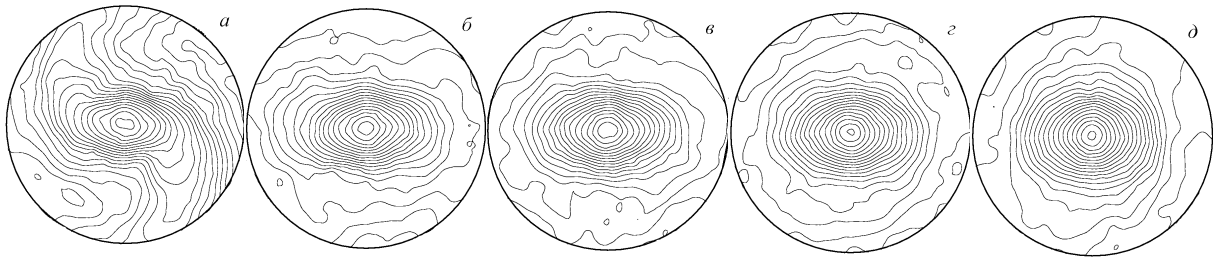


Рис. 3.46. Изолинии поверхностной плотности в модели, изображенной на рис. 3.45, в разные моменты времени (см. положения стрелок на рис. 3.45). Показана только центральная область диска

Центральная плотность сфероидальной подсистемы <sup>13</sup> в этом случае превышает  $400 M_{\odot}/\text{пк}^3$ .

Однако концентрированный и массивный балдж не позволяет сформировать долгоживущий бар в динамических моделях [213]. Происходит его вековое разрушение, механизм которого аналогичен действию массивной центральной черной дыры [463]. Уровень неосесимметричности в распределении вещества в диске в каждый момент времени удобно характеризовать амплитудой фурье-гармоник (3.24). На рис. 3.45 показана временная зависимость интегральных амплитуд  $\hat{A}$  (3.24). Величина  $\hat{A}(2, t)$  определяет амплитуду двухрукавной моды и, в частности, бара (рис. 3.46). Происходит диссипация бара, причем симметризация идет от самых центральных областей на периферию диска, что обусловлено механизмом разрушения бара. Отметим, что квазипериодический характер зависимости  $\hat{A}(m = 2, t)$  на рис. 3.45 связан с обменом энергии между бар-модой ( $A(p = 0, m = 2)$ ) и спиральными волнами. Со временем в процессе эволюции динамической модели происходит уменьшение этого параметра, что указывает на диссипацию волн с  $m = 2$  (в частности, бара) и установление исходного осесимметричного распределения вещества в диске. Как показали модели с различными парамет-

<sup>13</sup> Разумеется, речь не идет о центральной массивной черной дыре.

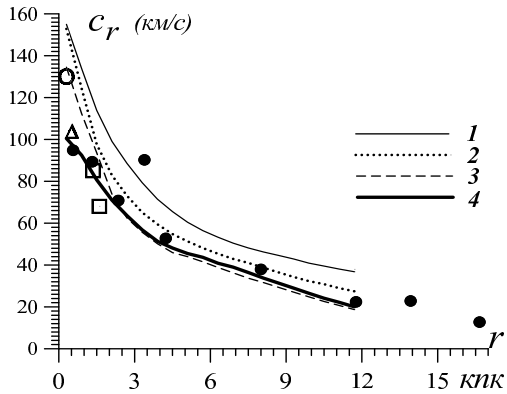


Рис. 3.47. Дисперсии радиальных скоростей звезд  $c_r(r)$ . По данным наблюдений: ● — [369, 575]; ○ — дисперсия скоростей гигантов позднего типа внутри 0,3 кпк [310,311]; Δ — [732]; □ — [639]. По результатам моделирования (модели различаются параметрами гало и балджа,  $\mu = M_h/M_d$  определяется внутри  $4L = 12$  кпк): 1 —  $\mu = 0,95$ ; 2 —  $\mu = 1,42$ ; 3 —  $\mu = 1,5$ ; 4 —  $\mu = 1,6$ . Первые три модели включают концентрированное ядро со шкалой  $a_n \leq 100$  пк, в четвертой модели ядро отсутствует и шкала балджа составляет  $a_b = 200$  пк. С ростом массы гало  $c_r$  уменьшается. В центральной области  $r \lesssim 2$  кпк для уменьшения дисперсии радиальных скоростей до значений  $100 \div 120$  км/с необходимо рассматривать балдж со шкалой  $a_b \gtrsim 200$  пк

рами балджа, при уменьшении массы центральной сферической подсистемы (балдж + ядро) и(или) увеличении шкалы ядра балджа  $a_n$  время жизни бара увеличивается. Это накладывает ограничения на параметры балджа. Таким образом, концентрированный массивный балдж ( $a_n \lesssim 100$  пк,  $\rho_{b0} \gtrsim 400 M_\odot/\text{пк}^3$ ) оказывается невозможно согласовать с наличием долгоживущей центральной перемычки.

Вывод о возможном разрушении бара при наличии концентрированного ядра у балджа, полученный при построении моделей Галактики [213], справедлив и в общем случае. Таким образом, время жизни бара может зависеть от шкалы ядра и массы балджа.

Отметим еще одно дополнительное соображение против очень концентрированного распределения массы в балдже. Оно связано с наблюдаемыми вдоль луча зрения значениями дисперсии скоростей гигантов позднего типа внутри области 0,3 кпк  $c_r^{obs} = 128 \pm 14$  км/с [310, 311]. Авторы полагают, что эта величина характеризует звезды балджа, следовательно, дисперсия скоростей дисковой компоненты должна быть меньше. Выборка К-гигантов в области 500 пк от центра характеризуется  $c_r^{obs} = 104 \pm 10$  км/с [732]. Левис и Фриман [575] получили для центральной дисперсии скоростей звезд диска значение  $c_r^{obs} = 106$  км/с. На рис. 3.47 показаны радиальные распределения дисперсии скоростей  $c_r$  для звезд диска из данных наблюдений и по результатам динамического моделирования для разных относительных масс диска. Тонкими линиями изображены модели с массивным концентрированным ( $a_n \simeq 100$  пк) балджем, который обеспечивает круговую скорость вращения в центре в соответствии с рис. 3.42. Если в области  $r \gtrsim 3$  кпк при определенной массе диска удастся согласовать наблюдаемые и модельные значения  $c_r$ , то в центре диска дисперсия скоростей, полученная в динамических моделях, превышает 130 км/с (кривые 1, 2 на рис. 3.47). Согласование дис-

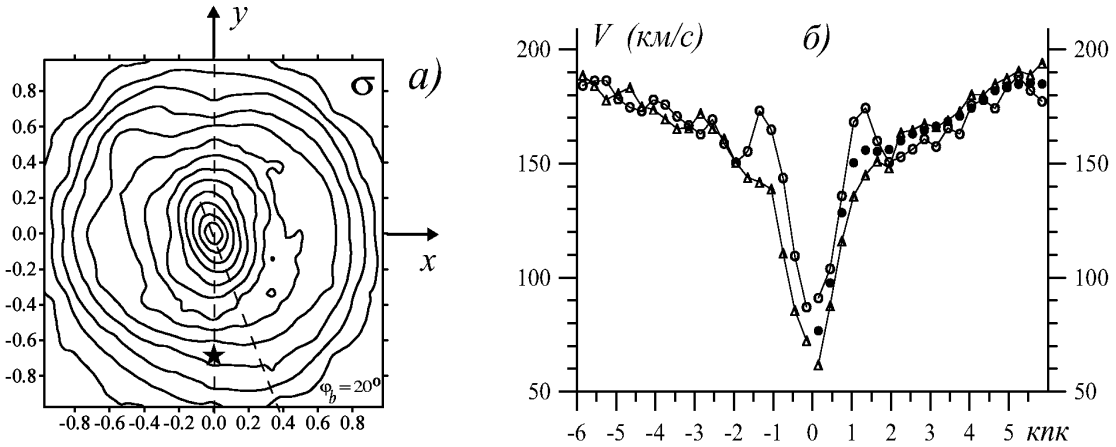


Рис. 3.48. *a* – распределение в плоскости диска поверхностной плотности  $\sigma(x, y)$ . Звездочка отмечает положение Солнца. Угол между большой осью бара и прямой, проходящей через центр диска и окрестность Солнца, составляет  $\varphi_{bar} = 20^\circ$ ; *б* – скорость вращения вещества диска  $V$  как функция расстояния от центра вдоль разных направлений:  $\bigcirc$  –  $V(x)$ ;  $\triangle$  –  $V(y)$ . Показана также усредненная по азимутальному углу скорость вращения ( $\bullet$ )

персии скоростей в центре диска оказывается возможным только в моделях с большей шкалой балджа  $a_n \gtrsim 200$  пк (толстая линия на рис. 3.47). В этом случае объемная центральная плотность балджа не превышает  $100 M_\odot / \text{пк}^3$ , а масса балджа составляет  $\lesssim 10^{10} M_\odot$ .

Радиус бара, по данным разных авторов, лежит в пределах  $r_{bar} = 2 \div 4,5$  кпк, отношение полуосей бара в плоскости диска оценивается в  $1,6 \div 3$ , угол между большой осью бара и направлением на Солнце составляет  $\varphi_{bar} = 15^\circ \div 35^\circ$  [439, 835, 891]. При сравнении результатов моделирования с наблюдениями примем  $\varphi_{bar} = 20^\circ$ ,  $r_{bar} = 3,2$  кпк. Поэтому динамическая модель должна допускать существование долгоживущего бара с отношением полуосей не меньше 1,6. С этой точки зрения модели с массивным и концентрированным балджем с  $a_b \simeq 100$  пк не объясняют наблюдаемый бар. Если даже на начальной стадии эволюции холодного диска начинает формироваться бар, то в дальнейшем он разрушается из-за рассеяния на центральном потенциале ядра балджа.

В рамках моделей с  $a_n \gtrsim 200$  пк и  $M_b \simeq 10^{10} M_\odot$  не удастся объяснить резкий центральный максимум у круговой скорости  $V_c$ , однако возможно согласование наблюдаемых и модельных значений дисперсии скоростей в центре и формирование долгоживущего бара. На рис. 3.48 *a*, *б*, *в* показаны изолинии поверхностной плотности и дисперсии скоростей при наличии центральной перемычки. Из-за особенностей движения вещества в области бара, скорость вращения звезд в модели в центре заметно различается вдоль большой и малой осей бара (рис. 3.48 *г*). Вдоль  $x$ -координаты скорость вращения звезд  $V$  в модели имеет характерный

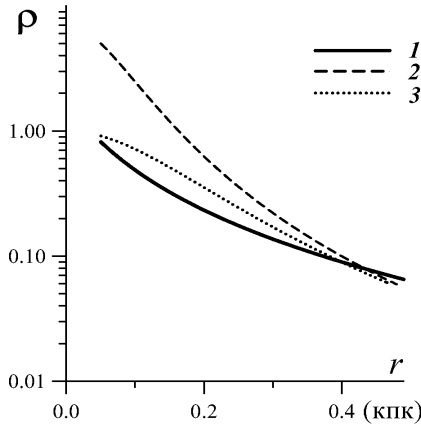


Рис. 3.49. Профили объемной плотности центрально-симметричного балджа в плоскости  $z = 0$ : 1 — по данным фотометрических наблюдений подгонялась зависимость  $\propto \exp(-(r/1,9 \text{ кпк})^2)/(1 + r/0,1 \text{ кпк})^{1,8}$  [298]; 2 — в соответствии с законом Кинга (3.5) для  $b = 0,1 \text{ кпк}$ ; 3 — для  $b = 0,2 \text{ кпк}$ . Нормировка  $\varrho$  — произвольная

максимум вблизи центра (который отсутствует в направлении Солнце-галактический центр, вдоль  $y$ -координаты).

Таким образом, отказ от предположения  $V_c = V_{gas}$  в области центрального пика на кривой вращения, во-первых, позволяет согласовать с наблюдениями дисперсию скоростей звезд в центре, а во-вторых, дает возможность объяснить существование долгоживущего бара. При этом локальный максимум скорости может быть обусловлен движением вещества в несимметричном потенциале в области бара, либо наличием внутреннего диска или кольца [409]. Заметим также, что используемая модель Кинга для описания плотности вещества в балдже в случае  $b \simeq 0,2 \text{ кпк}$  лучше согласуется с инфракрасным фотометрическим профилем балджа (по данным COBE/DIRBE) в области  $100 \text{ пк} \lesssim r \lesssim 0,5 \text{ кпк}$  [298], чем при  $b \simeq 0,1 \text{ кпк}$  (рис. 3.49).

### 3.6.3. Распределение вещества в диске

В соответствии с п. 3.6.1 будем считать, что на периферии Галактики круговая скорость не имеет заметного прогиба. Поэтому будем рассматривать экспоненциальные профили поверхностной плотности  $\sigma(r) = \sigma_0 \exp(-r/L)$  с  $L = \text{const}$ . Наблюдения не позволяют надежно определить радиальную шкалу  $L$ , оценки которой находятся в широких пределах  $L = 2 \div 5 \text{ кпк}$  ([298, 408, 409, 432, 439, 458, 523, 536] и ссылки в этих работах). Более надежными для определения радиальной шкалы диска считаются данные, основанные на наблюдениях в ближнем ИК-диапазоне ( $L = 2 \div 3,5 \text{ кпк}$ ). Возьмем в качестве базовой модели диск с  $L = 3 \text{ кпк}$ . Для балджа будем использовать модель Кинга (3.3) с  $a_b = 0,2 \text{ кпк}$  и  $\varrho_{b0} = 72 M_\odot/\text{пк}^3$ .

Оценки  $(h_{exp})_\odot$  для старого диска лежат в пределах от 200 пк до 350 пк [469, 730, 861]. Причем возможен положительный градиент вертикальной шкалы с ростом радиальной координатой [432, 536]. По данным [298], в центральной области  $h_{exp} < 210 \text{ пк}$ . В работе [284]

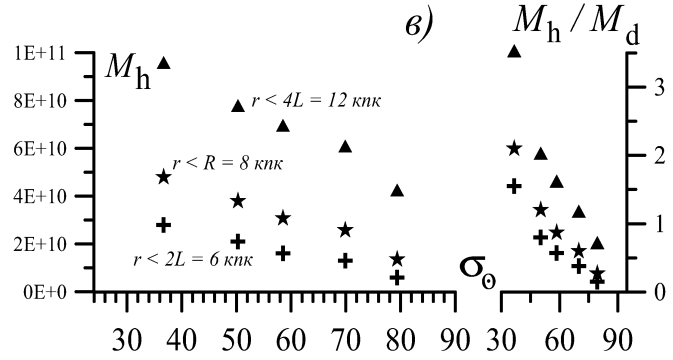
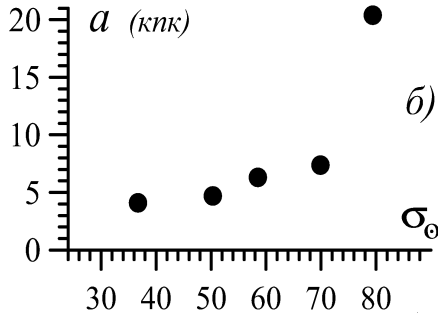
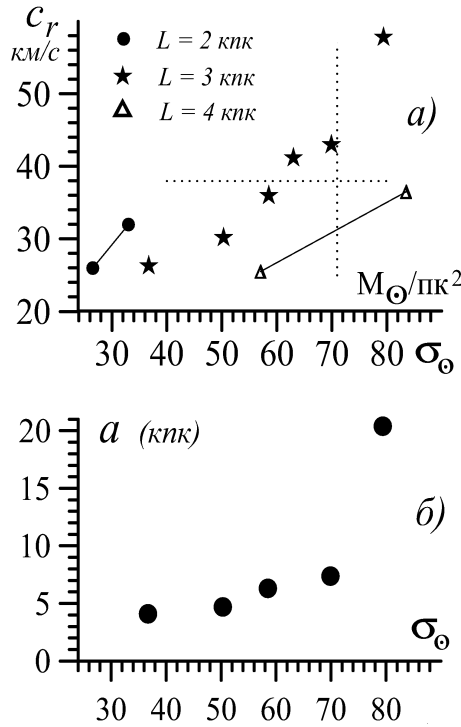


Рис. 3.50. Зависимость параметров модели от поверхностной плотности диска на радиусе  $R_\odot = 8$  кпк: (а) – дисперсия радиальных скоростей при различных радиальных шкалах диска  $L = 2, 3, 4$  кпк. Горизонтальная линия – наблюдаемое значение  $c_r = 38$  км/с. Вертикальная линия – поверхностная плотность вещества  $\sigma_\odot = 71 \pm 6 M_\odot/\text{пк}^2$ , которая заключена в пределах  $|z| < 1,1$  кпк, по данным [565]; (б) – шкала гало  $a$  в соответствии с (3.3) для серии моделей с радиальной шкалой диска  $L = 3$  кпк; (в) – масса гало  $M_h$  и отношение массы гало к массе диска внутри различных радиусов ( $r = 6$  кпк  $= 2L$ ,  $8$  кпк,  $12$  кпк  $= 4L$ )

после вычитания вклада от звезд толстого диска вертикальная шкала старого диска составляет  $h_{exp} \simeq 330$  пк. Вертикальное распределение М-карликов лучше аппроксимируется комбинированным законом  $\varrho \propto 0,8 \cdot \text{ch}^{-2}(z/323 \text{ пк}) + 0,2 \cdot \exp(-|z|/656 \text{ пк})$  [357], что приблизительно соответствует значениям  $z_0 = 400$  пк в области  $|z| < 1$  кпк. Однако поверхностная плотность М-карликов не превосходит значение  $\sigma = 14 M_\odot/\text{пк}^2$  и составляет меньшую часть от суммарной плотности диска [357]. Однако данные COBE/DIRBE [375] и 2MASS [594] приводят к вертикальному масштабу диска Галактики около  $0,28$  кпс.

Рассмотрим *ограничения на поверхностную плотность* в солнечной окрестности  $\sigma_\odot$ . По-видимому, к числу наиболее точно установленных параметров в солнечной окрестности диска относятся дисперсии скоростей звезд. Следуя [369], для наиболее старого звездного населения примем  $(c_r, c_\varphi, c_z) = (38, 24, 20)$  км/с.

На рис. 3.50 а по результатам динамического моделирования представлена зависимость дисперсии радиальных скоростей звезд, обеспечивающая при заданной массе гало гравитационную устойчивость диска, от поверхностной плотности в окрестности Солнца  $\sigma_\odot$ . Результаты моделирования в случае  $L = 3$  кпк показаны значком “ $\star$ ”. При больших значениях поверхностной плотности  $\sigma_\odot \gtrsim 70 M_\odot/\text{пк}^2$  величина  $c_r$  заведомо превышает наблюдаемое значение  $c_r = 38$  км/с. В случае малой поверхностной плотности  $\sigma_\odot \lesssim 40 M_\odot/\text{пк}^2$  имеется значительный запас

устойчивости. Наилучшее согласие между моделью и наблюдениями достигается при  $\sigma_{\odot} \simeq 58 M_{\odot}/\text{пк}^2$ . В этом случае шкала гало примерно в два раза превышает радиальную шкалу диска  $a_h/L = 6,3 \text{ кпк}/3 \text{ кпк}$  (рис. 3.50 б), и внутри сферы радиуса  $R_{\odot} = 8 \text{ кпк}$  для массы гало имеем  $M_h = 3 \cdot 10^{10} M_{\odot}$ , что составляет 87 % от массы диска (рис. 3.50 в). Общая масса диска в такой модели достигает  $4,4 \cdot 10^{10} M_{\odot}$  (в пределах 12 кпк), а центральная поверхностная плотность составляет  $\sigma_0 = 840 M_{\odot}/\text{пк}^2$ . Вклад диска в круговую скорость на радиусе  $r = 2,2L$ , где достигается максимум  $V_c^{disk}$  для экспоненциального профиля поверхностной плотности, составляет  $(V_c^{disk}/V_c)|_{r=2,2L} = 0,73$ . Вклад балджа в круговую скорость в этой модели составляет на радиусе  $r = 2,2L$   $(V_c^{bulge}/V_c)|_{r=2,2L} = 0,43$ . Отметим, что близкий результат  $(V_c^{disk}/V_c)|_{r=2,2L} = 0,76$  получен в модели [429] в случае  $L = 3 \text{ кпк}$ .

В пределах  $r = 4L = 12 \text{ кпк}$  для относительной массы гало имеем  $\mu = M_h/M_d = 1,6$ , что согласуется с результатом анализа вертикальной структуры диска ( $\mu = 1,8$ ) [267]. Нашу Галактику можно считать типичной системой, у которой темное вещество гало не только определяет кинематику внешних областей  $r > 12 \text{ кпк}$ , но и играет заметную динамическую роль в области звездного диска ( $r < 4L = 12 \text{ кпк}$ ). Полученная оценка на поверхностную плотность диска  $\sigma_{\odot} = 58 M_{\odot}/\text{пк}^2$  свидетельствует о том, что вклад диска в вертикальный баланс сил является определяющим. В то же время данные наблюдений дают достаточно большой разброс поверхностной плотности в солнечной окрестности  $\sigma_{\odot} = 39 \div 71 M_{\odot}/\text{пк}^2$ , хотя наиболее надежными представляются значения  $50 \div 60 M_{\odot}/\text{пк}^2$  [755].

Измерения радиальной шкалы диска лежат в пределах  $L = 3 \pm 1 \text{ кпк}$  [755], причем как для тонкого, так и для толстого звездных дисков. Рассмотрим модели с большей шкалой диска  $L = 4 \text{ кпк}$  (см. рис. 3.50 а). В этом случае, чтобы диск находился на границе устойчивости, плотность  $\sigma_{\odot}$  должна составлять  $\simeq 80 M_{\odot}/\text{пк}^2$ , что противоречит данным наблюдений [439, 448, 565]. Согласовать поверхностные плотности возможно только в предположении, что диск имеет значительный запас гравитационной устойчивости  $\Delta c_r = c_r^{obs} - c_r = (38 - 26) \text{ км/с} = 12 \text{ км/с}$ . Если принять во внимание весь диск, а не только солнечную окрестность, то оказывается, что согласие между радиальными распределениями  $c_r$  и  $c_r^{obs}$  в моделях с  $L = 4 \text{ кпк}$  существенно хуже, чем в случае  $L = 3 \text{ кпк}$ <sup>14</sup>.

<sup>14</sup> Если в динамических моделях изменять шкалу диску  $L$ , сохраняя постоянным  $L/R_{\odot}$ , то все выводы остаются справедливыми для отношения  $\mu = M_h/M_d$ , хотя абсолютные значения масс компонент меняются.

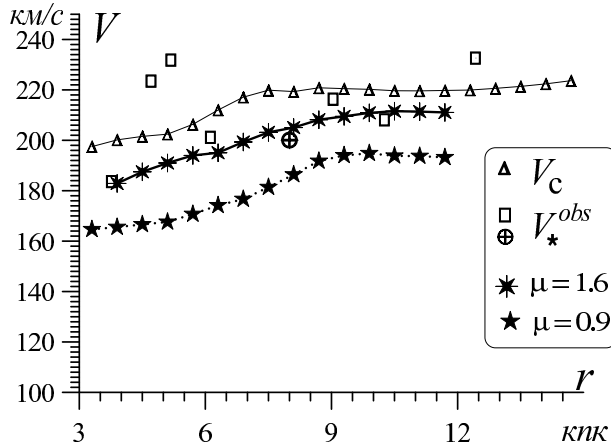


Рис. 3.51. Скорости вращения звезд диска  $V^{obs}$  по данным [575] ( $\square$ ), [284] ( $\oplus$ ). Толстая линия описывает модель с  $\mu = 1,6$ , а пунктирная —  $\mu = 0,9$ . Круговая скорость изображена значком  $\Delta$

В случае короткой шкалы  $L = 2$  кпк при фиксированном значении  $R_{\odot} = 8$  кпк даже в модели максимального диска, для которой  $(V_c^{disk}/V_c)|_{r=2,2L} = 0,89$ , на границе устойчивости имеем  $c_r = 32$  км/с, и поверхностная плотность мала  $\sigma_{\odot} = 33 M_{\odot}/\text{пк}^2$  (см. рис. 3.50 а). Масса сфероидальной подсистемы в области  $r < 4L = 8$  кпк составляет всего 63 % от массы диска. Таким образом, имеется запас устойчивости, поскольку увеличить величину  $\sigma_{\odot}$  до значений  $50 M_{\odot}/\text{пк}^2$  (соответственно, дисперсию радиальных скоростей до наблюдаемой величины  $c_r^{obs} = 38$  км/с) не удастся в рамках заданной кривой вращения. Итак, модели с  $L = 3$  кпк лучше удовлетворяют совокупности данных наблюдений, чем диски со шкалой  $L = 2$  кпк или  $L = 4$  кпк.

В динамической модели, которая согласуется с наблюдаемыми кривой вращения холодной компоненты, скоростью вращения звезд и дисперсиями скоростей старого диска, получаем для общей объемной плотности на радиусе  $R_{\odot} = 8$  кпк,  $\rho_{\odot} = 0,068 M_{\odot}/\text{пк}^3$  (на долю дисковой компоненты приходится  $\rho_{\odot}^{disk} = 0,058 M_{\odot}/\text{пк}^3$ ). Разность  $\rho_{\odot}^s = \rho_{\odot} - \rho_{\odot}^{disk} = 0,01 M_{\odot}/\text{пк}^3$  относится к сфероидальной компоненте — гало и толстому диску. Полученная объемная плотность не противоречит последним данным наблюдений  $\rho_{\odot,obs} = 0,076 \pm 0,015 M_{\odot}/\text{пк}^3$  [360]. Если поверхностная плотность диска в солнечной окрестности составляет всего  $\sigma_{\odot}^{obs} = 40 M_{\odot}/\text{пк}^2$  [357], тогда это указывает на запас гравитационной устойчивости звездного диска и на большую массу гало по сравнению с диском внутри  $r = 8$  кпк.

#### 3.6.4. Кинематика старого звездного диска.

Эллипсоид скоростей звезд ( $c_r, c_{\varphi}, c_z$ )

Динамические модели наглядно показывают, что с уменьшением массы гало увеличивается разница между круговой скоростью вращения  $V_c$  и скоростью вращения вещества в диске (звезд)  $V$ . Этот эффект следует из (3.17) и обусловлен увеличением вклада теплового движения

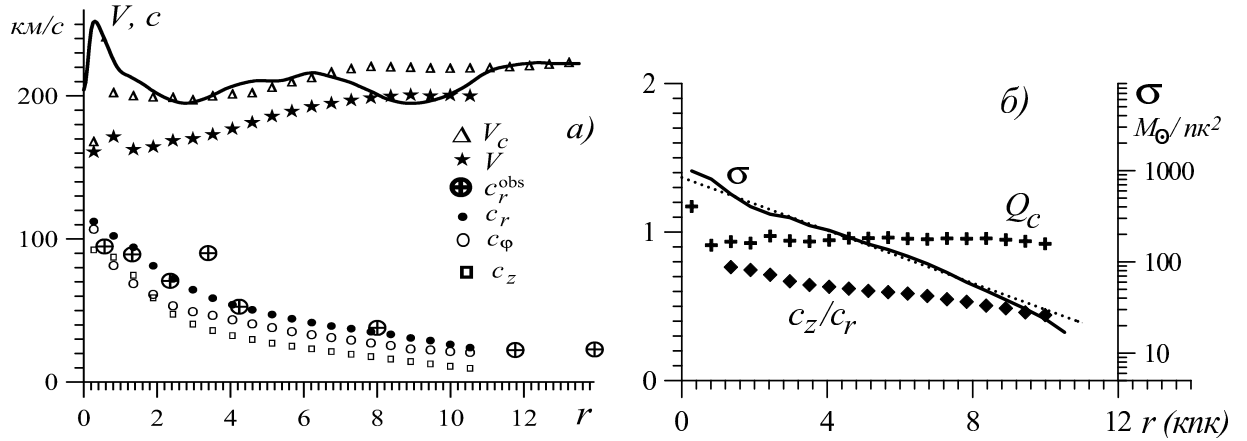


Рис. 3.52. Радиальные зависимости параметров дисковой компоненты для оптимальной динамической модели Галактики в сравнении с данными наблюдений. Здесь (а) – кинематические параметры: кривая вращения (сплошная линия), круговая скорость  $V_c$ , скорость вращения диска в модели  $V$ , наблюдаемая дисперсия скоростей  $c_r^{obs}$ , модельные дисперсии скоростей  $c_r$ ,  $c_\phi$ ,  $c_z$ ; (б) – радиальные зависимости отношения  $c_z/c_r$  (ромб) и параметра  $Q_c$  (+) (левая ось), поверхностной плотности  $\sigma$  (сплошная и пунктирная линии, правая ось)

звезд в радиальном балансе сил. Таким образом, разница между круговой скоростью и скоростью вращения старого населения предоставляет возможность независимой оценки массы диска. По данным наблюдений [575], скорость вращения старого звездного населения в области  $r > 5$  кпк превышает 200 км/с. В работе [284] в окрестности Солнца для скорости вращения звезд в плоскости  $z = 0$  получено 200 км/с. Таким образом, разница в скорости вращения между наиболее молодыми и старыми звездами не превышает 20 км/с. Последнее обстоятельство является дополнительным фактором в пользу не очень массивного звездного диска (рис. 3.51). Если внутри орбиты Солнца на долю диска приходилось бы больше 70 % массы, то разность между круговой скоростью  $V_c$  и скоростью вращения старого звездного диска  $V$  была бы не меньше 35 км/с (модель с  $\mu = 0,9$  на рис. 3.51).

На рис. 3.52а показаны радиальные зависимости параметров динамической модели, которая наилучшим образом согласуется с наблюдаемым распределением дисперсий скоростей звезд в окрестности Солнца  $(c_r, c_\phi, c_z) = (38, 24, 20)$  км/с [369] и, следовательно,  $c_r/c_\phi = 1,58$ ;  $c_z/c_r = 0,53$ .

На рис. 3.52б показаны для этой модели профиль поверхностной плотности  $\sigma(r)$ ,  $Q_c \equiv c_r \kappa / 2\Omega c_\phi$ ,  $c_z/c_r$ , штриховой линией изображен экспоненциальный профиль со шкалой  $L = 3$  кпк. Для всего диска выполняется  $Q_c \simeq 1$ . Отношение дисперсий  $\alpha_z = c_z/c_r$  монотонно уменьшается с удалением от центра, где  $\alpha_z(r = 0) \simeq 0,7$ . На периферии Галактики за радиусом орбиты Солнца имеем всего  $\alpha_z(r > 10 \text{ кпк}) \simeq 0,4$ .

### 3.7. Асимметричные галактики (lopsided-галактики)

У ряда галактик поздних типов с отчетливо выраженным баром наблюдается смещение бара относительно центра диска. Классическим примером является Большое Магелланово Облако, у которого центры распределений яркости диска, планетарных туманностей, сверхгигантов, *HI* и бара не совпадают [872]. Кинематический центр диска смещен относительно бара в БМО примерно на  $0,7 \div 1,2$  кпк [544, 818]. Такая картина является достаточно распространенной у галактик позднего типа. Примерами являются NGC 55 [499, 738], NGC 1313, 4490, 4625, 4027 [347, 405, 601], NGC 1744 [381, 707]. Причем, если наблюдается двухрукавная спиральная структура, то она, как правило, несимметрична — одна ветвь заметно более развита по сравнению с другой. Например, Писано и др. [707] отмечают, что у NGC 925 имеется одна мощная спиральная ветвь, а вторая является фрагментарным образованием.

Смещенный бар и спиральная однорукавная структура являются типичными отличительными чертами SBcd — SBm-галактик (=Магелланова типа) [872]. Эти свойства наиболее ярко демонстрируют, например, БМО и NGC 4618, у галактики NGC 925 (SAB(s)d) они проявляются в менее яркой форме, и принято считать, что степень асимметрии непрерывно меняется при переходе к галактикам более позднего типа [708]. Фейтзингер [393] отмечает, что величина смещения центра бара во многих случаях составляет половину от радиальной шкалы диска  $L$ , хотя в некоторых случаях смещение меньше этого значения. Смещение центра бара относительно центра внешних изофот у NGC 4618 достигает 660 пк при  $L = 900$  пк [678]. У NGC 925 расстояние между центром бара и динамическим центром составляет  $\sim 950$  пк при радиальной шкале внешнего диска  $L = 4,2$  кпк [708]. Причем, по данным [707], у этой галактики не совпадают центр бара  $\vec{r}_{bar}$ , центр галактики согласно RC3, центр внешних инфракрасных изофот и динамический центр. Отметим, что авторы связывают эту асимметрию с облаком газа  $10^7 M_{\odot}$ , которое взаимодействует с основной галактикой, но отмечают, что силы этого взаимодействия недостаточно.

Следует подчеркнуть, что смещение бара является одной из форм нарушения симметрии галактических дисков. Последние исследования показывают большое распространение асимметричных галактик (lopsided galaxies) прежде всего среди поздних типов [752] и особенно среди карликовых систем [472]. Однако отдельные проявления асимметрии обнаруживаются и в дисках галактик раннего типа [751].

Моделирование образования баров методом N-тел показало важные

отличия свойств центральных перемычек в галактиках позднего и раннего типов [349, 777]. В работах [239, 254, 760, 763, 777] изучалась динамика дисковых компонент в гравитационном поле бара с *заданным* смещением. При построении моделей асимметричных галактик в работах Левайн и Спарк [578], Нордемир и др. [672] смещение центра гало относительно центра диска задавалось *изначально*, без рассмотрения механизмов, приводящих к нарушению осевой симметрии в распределении вещества.

В связи с проблемой формирования смещенных баров обсуждались механизмы, связанные с начальной асимметрией протогалактики и особенностями последующей аккреции на диск. Одной из причин смещения бара может являться сильное приливное воздействие, либо столкновение двух галактик с последующим слиянием. Другой возможностью является доминирование однорукавной спирали  $m = 1$  в соответствии с механизмом swing amplification [259]. Условия для развития однорукавной волны в линейном приближении рассматривались в работах Занга [909], Эванса и Рида [388, 389] и результаты линейного анализа подтвердились в численных моделях  $N$ -тел [783].

Для обозначения различных асимметричных проявлений термин “lopsided-галактики”<sup>15</sup> (он используется во всех цитировавшихся выше работах) можно считать устоявшимся, и в данном параграфе мы будем обсуждать в первую очередь смещение бара относительно центра дисковой компоненты. Рассмотрим условия, при которых возможно формирование смещенных баров в процессе развития гравитационной неустойчивости глобальной бар-моды в **изолированной первоначально осесимметричной системе** [63, 542]. В основе физического механизма смещения бара лежит нелинейная стадия совместного развития бар-моды и однорукавной гармоник с азимутальным числом  $m = 1$ . С увеличением массы и/или уменьшением шкалы балджа условия для смещения бара ухудшаются. Наиболее эффективно смещение бара происходит в случае маломассивного гало, пространственная шкала у которого существенно превосходит радиальную шкалу диска.

### 3.7.1. Формирование изолированных lopsided-галактик

Одним из механизмов образования бара является развитие гравитационной неустойчивости моды  $m = 2$  в недостаточно (для устойчивости) горячем диске, когда дисперсия радиальных скоростей звезд  $c_r(r)$  не превосходит критического значения, которое определяется параметрами

<sup>15</sup> lор-sided (англ.) = кривобокий, односторонний, искривленный, однобокий, перекошенный, несимметричный

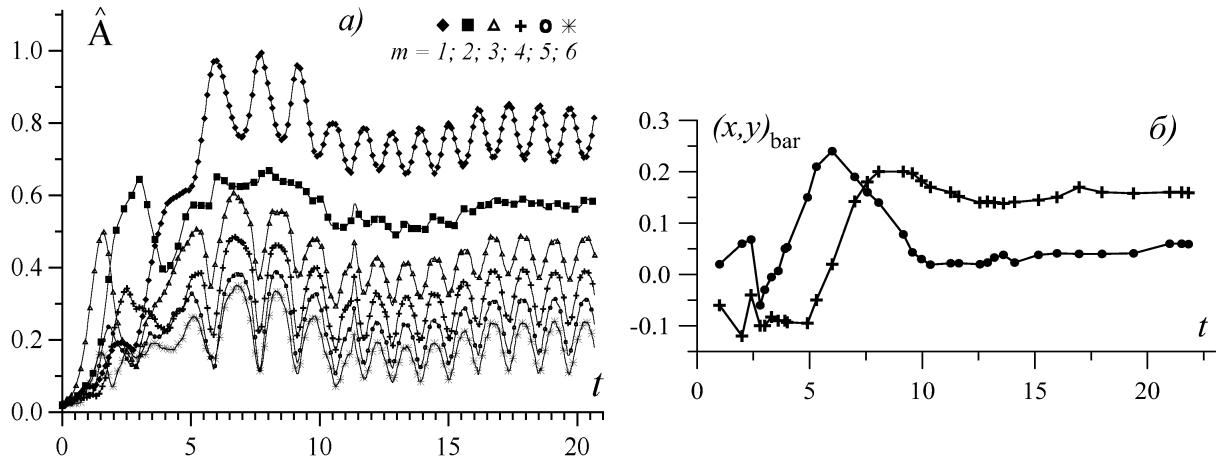


Рис. 3.53. Модель первоначально холодного ( $Q_T(r \leq 2L) = 0,7$ ) тонкого ( $\Delta/L = 0,082$ ) диска без сфероидальной подсистемы с  $N = 5 \cdot 10^5$ . Здесь (a) – зависимость от времени интегральных амплитуд фурье-гармоник  $\hat{A}$  для различных азимутальных чисел  $m$ ; (б) – зависимость от времени координат ( $\bullet$  —  $x$ -координата,  $+$  —  $y$ -координата) центра бара. Центр системы координат совпадает с центром тяжести всего диска

дисковой и сфероидальной подсистем (п. 3.2.2).

*Модели без сфероидальной подсистемы.* В данном пункте рассмотрим изолированный самогравитирующий диск без учета сфероидальной подсистемы. И хотя у реальных галактик наличие гало является, по-видимому, обязательным компонентом (см., например, § 3.4, 3.5), на этом примере обсудим некоторые особенности формирования бара.

Можно выделить два класса моделей, различающиеся начальной толщиной диска. В основе этих двух моделей лежат разные сценарии формирования галактик. В первом случае в результате коллапса протогалактического облака первоначально образуется квазистационарный достаточно холодный газовый диск, в котором далее возникает звездное население. Во втором случае происходит быстрое образование толстого звездного диска в ходе сжатия газа к плоскости галактики, и звезды изначально имеют более высокую дисперсию вертикальных скоростей.

*Модели с тонким начальным диском.* Если в начальный момент времени центральная область диска является достаточно *холодной* ( $Q_T(r \leq 2L) = 0,7$ ) и *тонкой*  $c_z/c_r \lesssim 0,4$  (дисперсия вертикальных скоростей связана с вертикальной шкалой соотношением  $\Delta \simeq c_z^2/\pi G\sigma$  в (3.13)), то наряду с ростом двухрукавной моды, приводящей к образованию бара, формируется однорукавное возмущение значительной амплитуды (рис. 3.53 a). Интегральная амплитуда фурье-гармоники  $\hat{A}(m=1)$  доминирует на протяжении всего расчета, за исключением самой начальной стадии ( $t \lesssim 4$ ). Вычисление величин (3.23), (3.24) проводилось в системе координат центра тяжести диска, смещение которого к момен-

ту времени  $t = 10$  не превышало в плоскости диска  $(x, y)$  значения  $|\vec{\xi}_{disc}| < 0,002$ , что характеризует точность интегрирования уравнений движения. Ярко выраженная периодичность  $\hat{A}(m = 1, t)$ , а также гармоник с номерами  $m = 3, 4, 5, 6$ , является следствием вращения бара относительно своего центра, который не совпадает с центром диска, с периодом  $\tau_{bar} \simeq 2, 3$ .

Таким образом, в процессе своего формирования из осесимметричной системы бар оказывается смещенным относительно центра тяжести всего диска. На рис. 3.53б показана динамика центра бара  $(x_{bar}(t), y_{bar}(t))$ . Формирование квазистационарного бара заканчивается к моменту времени  $t \simeq 10$  (динамическое время в моделях равно  $T_0 = 2\pi\sqrt{R^3/GM_d} = 2\pi$ ). После этого движение центра бара в инерциальной системе координат практически прекращается (см. рис. 3.53б, 3.54). В данном расчете смещение центра бара относительно центра массы всей дисковой компоненты составило  $\xi_{bar} = \sqrt{x_{bar}^2 + y_{bar}^2} = 0,17 = 0,7L$ . Кинематический центр всего диска совпадает с центром его инерции.

В изолированном диске его центр тяжести  $\vec{\xi}_{disk}$  и кинематический центр  $\vec{\xi}_{kc}$  не должны меняться в процессе эволюции системы. Поэтому проверка выполнения этих условий может являться тестом при построении численных моделей. При вычислении гравитационной силы методом *TREEcode* при  $\Theta = 1$  к концу расчета ( $\simeq 10$  периодов вращения) из-за численных эффектов центр инерции диска смещается на величину  $\xi_{disk} \simeq 0,03 \ll \xi_{bar}$  ( $\xi_{disk}$  уменьшается при выборе меньших  $\Theta$ ). Для проверки степени влияния данного эффекта на эволюцию системы удобно использовать модели, в которых гравитационная сила вычисляется прямым суммированием вкладов от всех частиц (метод *PP* — см. п. 3.1.1). Метод *PP* позволяет существенно уменьшить величину смещения дисковой компоненты  $\vec{\xi}_{disc}$  (то есть фактически ошибку, обусловленную численным решением) до значений  $\xi_{disk} < 10^{-5}$ . При этом все результаты, связанные со смещением бара в моделях *TREEcode*, остаются справедливыми.

Величина смещения бара уменьшается с ростом начальной дисперсии скоростей  $c_r$ . В более горячем в начальный момент времени диске скорость образования бара замедляется (в очень горячей системе бар не образуется, см. п. 3.2.2) и одновременно ухудшаются условия для роста моды  $m = 1$ . В результате уже при  $Q_T(r \leq 2L) \geq 1,05$  смещение бара оказывается незначительным.

Отметим, что в случае более горячего в момент  $t = 0$  диска много-рукавные волны ( $m > 3$ ) имеют заметно меньшую амплитуду по сравне-

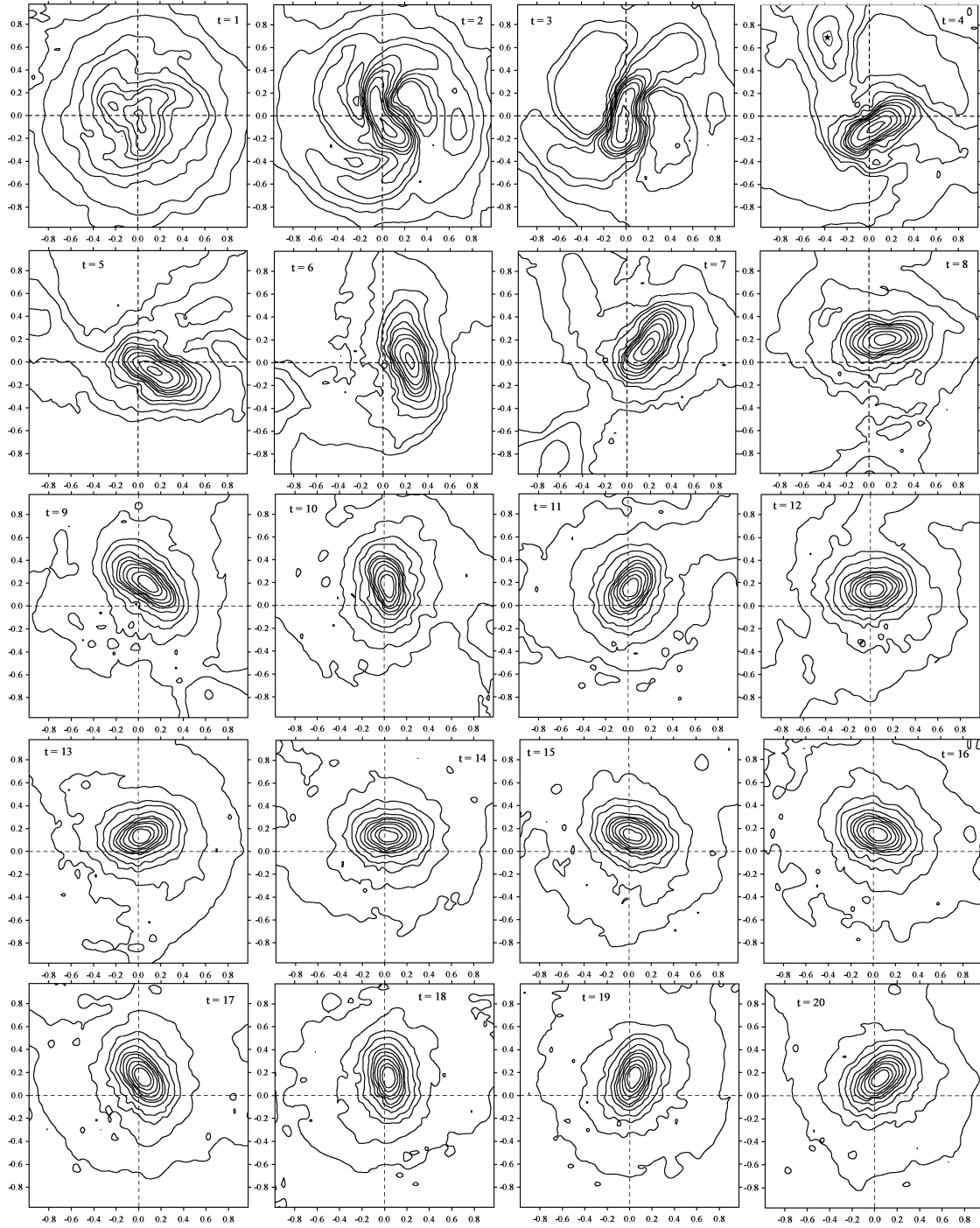


Рис. 3.54. Изолинии поверхностной плотности в модели без сфероидальной подсистемы, показанной на рис. 3.53, в разные моменты времени. Кинематический центр и центр тяжести всего диска находятся в центре координат (координатные оси изображены пунктирными линиями). В квазистационарном состоянии в области  $r < 1$  остается  $\simeq 70\%$  массы диска

нию с  $m = 1, 2, 3$ . В обратном предельном случае очень холодного диска ( $Q_T \leq 0,2$ ) помимо основного бара могут формироваться еще одно или несколько более мелкомасштабных возмущений на периферии диска, поскольку джинсовский масштаб  $\varrho_J = c_r/\alpha$  оказывается очень мал  $\varrho_J \ll L$ . Эти области повышенной плотности являются гравитационно

связанными на протяжении нескольких оборотов вращения системы (см. максимумы плотности на рис. 3.54, помимо бара — см. значок  $\star$  в момент времени  $t = 4$ ). С ростом начальной дисперсии скоростей  $c_r$  остается только центральная бар-структура. В случае очень холодного диска формирование бара сопровождается сильным смещением относительно динамического центра. Величина смещения  $\xi_{bar}$  может превышать начальную радиальную шкалу диска  $L = 0,25$ .

*Модели с толстым начальным диском.* Если в начальный момент времени диск является более толстым, то его эволюция меняется. Даже если он относительно холодный в плоскости  $(x, y)$ , что допускает формирование бар-моды, то смещение бара уменьшается (рис. 3.55), что проявляется в уменьшении амплитуды гармоника  $m = 1$  и ее более медленном росте по сравнению с моделью, в которой диск является более тонким в начальный момент времени (рис. 3.55 б).

Смещение бара практически исчезает начиная со значений вертикальной шкалы  $\Delta/L \gtrsim 0,4$  в отсутствие гало. Толстые диски являются гравитационно более устойчивыми (см. (3.35)). Поэтому характерные времена образования любых структур, обусловленных самогравитацией, увеличиваются с ростом толщины диска, а амплитуда этих образований уменьшается. Толщина диска определяется дисперсией  $z$ -скоростей  $c_z$ . Таким образом, существуют критические начальные значения дисперсии радиальных и вертикальных скоростей, которые допускают заметное смещение бара.

*Модели с балджем.* Рассмотрим эволюцию диска с учетом дополнительного гравитационного поля стационарного балджа, который характеризуется относительной массой  $M_b/M_d$  и радиальной шкалой  $b$ . Маломассивный балдж ( $M_b/M_d = 0,1$ ,  $b/L = 0,2$ ) в отсутствие гало на начальной стадии эволюции допускает развитие как бар-моды, так и однорукавной гармоника. В этом случае центр бара близок к центру балджа (причина связана со статичностью балджа), но смещен относительно кинематического центра и центра тяжести дисковой компоненты. Поле скоростей в области бара имеет сильно несимметричный вид.

Генерация моды с азимутальным номером  $m = 1$  возможна и в случае более массивного балджа ( $M_b/M_d > 0,1$ ), если он не является очень концентрированным. При малой шкале балджа  $b \ll 0,1 L$  условия для развития однорукавных возмущений исчезают.

При наличии балджа смещение бара оказывается при прочих равных условиях меньше, и оно со временем медленно уменьшается из-за взаимодействия асимметричного диска со статичным балджем. Этот эф-

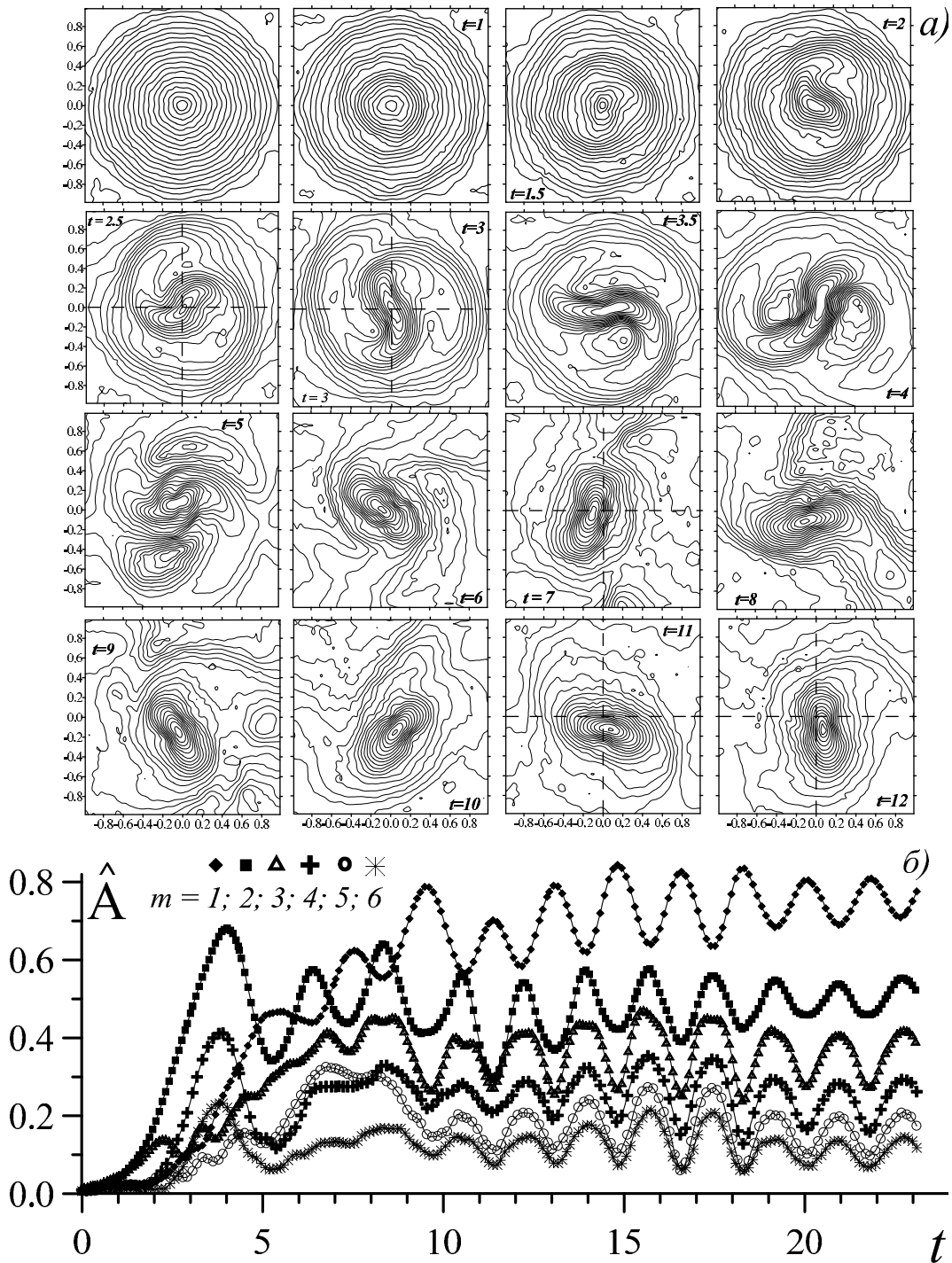


Рис. 3.55. Начальная стадия эволюции в модели первоначально толстого диска ( $\Delta/L \simeq 0,25$ ) без сфероидальной подсистемы ( $N = 10^6$ ). Здесь (a) – изолинии логарифма поверхностной плотности в разные моменты времени. Величина смещения бара приблизительно в два раза меньше, чем в случае модели на рис. 3.53, 3.54; (б) – зависимости от времени интегральных амплитуд фурье-гармоник (3.24) для различных азимутальных чисел  $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

фekt аналогичен влиянию гало (см. ниже), однако в случае балджа он более резко выражен. Уменьшение величины  $\xi_{bar}$  со временем полностью обусловлено взаимодействием жесткой сфероидальной компоненты с баром. Характерное время этого процесса составляет несколько периодов обращения внешнего края диска. Учет “живого” балджа может заметно

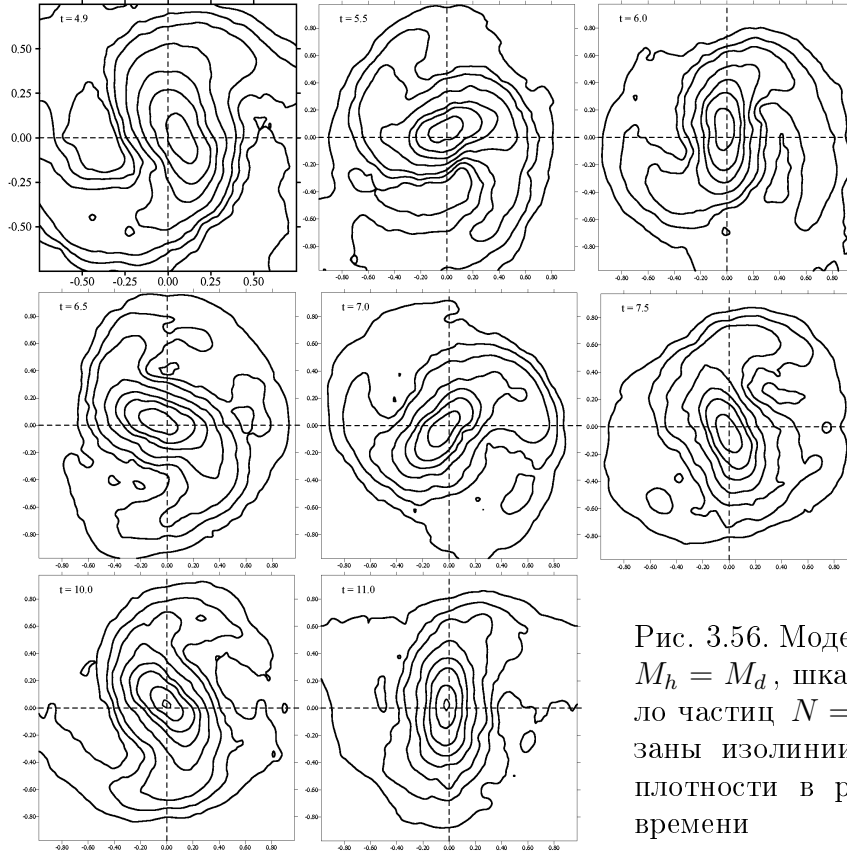


Рис. 3.56. Модель с гало: масса  $M_h = M_d$ , шкала  $a = 2L$ , число частиц  $N = 2,5 \cdot 10^5$ . Показаны изолинии поверхностной плотности в разные моменты времени

изменить динамику этого процесса, сохраняя принципиальный вывод об уменьшении смещения бара со временем.

По-видимому, стабилизация однорукавных возмущений балджем и уменьшение смещения бара со временем с учетом гравитационного поля балджа является причиной того, что смещение баров наблюдается преимущественно у галактик поздних типов, начиная с морфологического типа *Scd*, у которых, как правило, отсутствуют сколько-нибудь заметные центральные сферические подсистемы.

*Эволюция диска в учете гало.* Масса гало в пределах оптически наблюдаемого диска может превышать массу дисковой компоненты (см. § 3.4, 3.5). Поэтому рассмотрим более реалистичные модели, включающие гало в соответствии с (3.3).

Вывод о том, что в случае первоначально тонкого холодного диска смещение бара  $\xi_{bar}$  оказывается возможным, сохраняется и при учете гало. В таких моделях с начальным  $Q_T(r \leq 2L) = 0,6 \div 0,8$ , как и в случае без гало, характерной особенностью эволюционирующего диска является возможность нарастания до больших амплитуд гармоник  $m = 1$ , что может на начальной стадии приводить к смещению бара. Данные эффекты наиболее сильны при достаточно рыхлом гало, шкала  $a$  у которого в  $2 \div 4$  раза превосходит радиальную шкалу диска. В этом

случае динамика диска в области  $r \leq 2L$  определяется в первую очередь распределением массы в дисковой компоненте. На рис. 3.56 показана эволюция диска в модели с  $M_h = M_d$ ,  $a = 2L$ . Как и в случае без гало, на начальной стадии происходит формирование асимметричного диска, в котором бар оказывается смещенным относительно центра тяжести и кинематического центра всего диска. Затем из-за статичности сфероидальной подсистемы смещение бара уменьшается. При меньших значениях шкалы гало  $a$  смещение бара уменьшается и динамика системы оказывается похожа на случай модели с концентрированным балджем без гало.

Если рассмотренный механизм является ответственным за формирование, по крайней мере, части lopsided-галактик, то у таких галактик поздних морфологических типов внутри оптического радиуса в среднем относительная масса гало меньше, чем у симметричных галактик.

*Учет динамики балджа и гало.* Учтем в первом приближении движение сфероидальной подсистемы. Считаем, что балдж или гало определяются законом плотности соответственно (3.5) или (3.3), но положение центра жесткой подсистемы описывается дополнительным уравнением движения в системе уравнений (3.2). В такой модели с нестационарным гало или балджем центр масс всей моделируемой системы остается неподвижным. Формирование бара в холодном диске качественно не отличается от случая неподвижной сфероидальной подсистемы (рис. 3.57). Однако возникшее смещение бара относительно центра диска сохраняется. Причем расстояние между центрами диска и гало в несколько раз меньше, чем  $\xi_{bar} = \sqrt{x_{bar}^2 + y_{bar}^2}$ .

*Звездно-газовые модели.* Характерной особенностью галактик позднего типа является большая относительная доля газа по сравнению с объектами раннего типа. Поэтому рассмотрим принципиальное влияние газовой компоненты на эффект смещения баров и в целом появление асимметрии в структуре диска [542].

В качестве начального состояния для звездной компоненты выберем диск, близкий к границе гравитационной устойчивости в отсутствие газа. Таким образом, начальные распределения дисперсий скоростей таковы, что без учета газовой компоненты амплитуда однорукавной гармоник  $m = 1$  очень мала, и формирование асимметричного диска не происходит, хотя начальное состояние и допускает медленное образование бара. В массивной холодной газовой подсистеме возможно формирование гармоник  $m = 1$ , которая на нелинейной стадии приводит к асимметрии и звездного диска. На рис. 3.57 показаны результаты такого расчета в

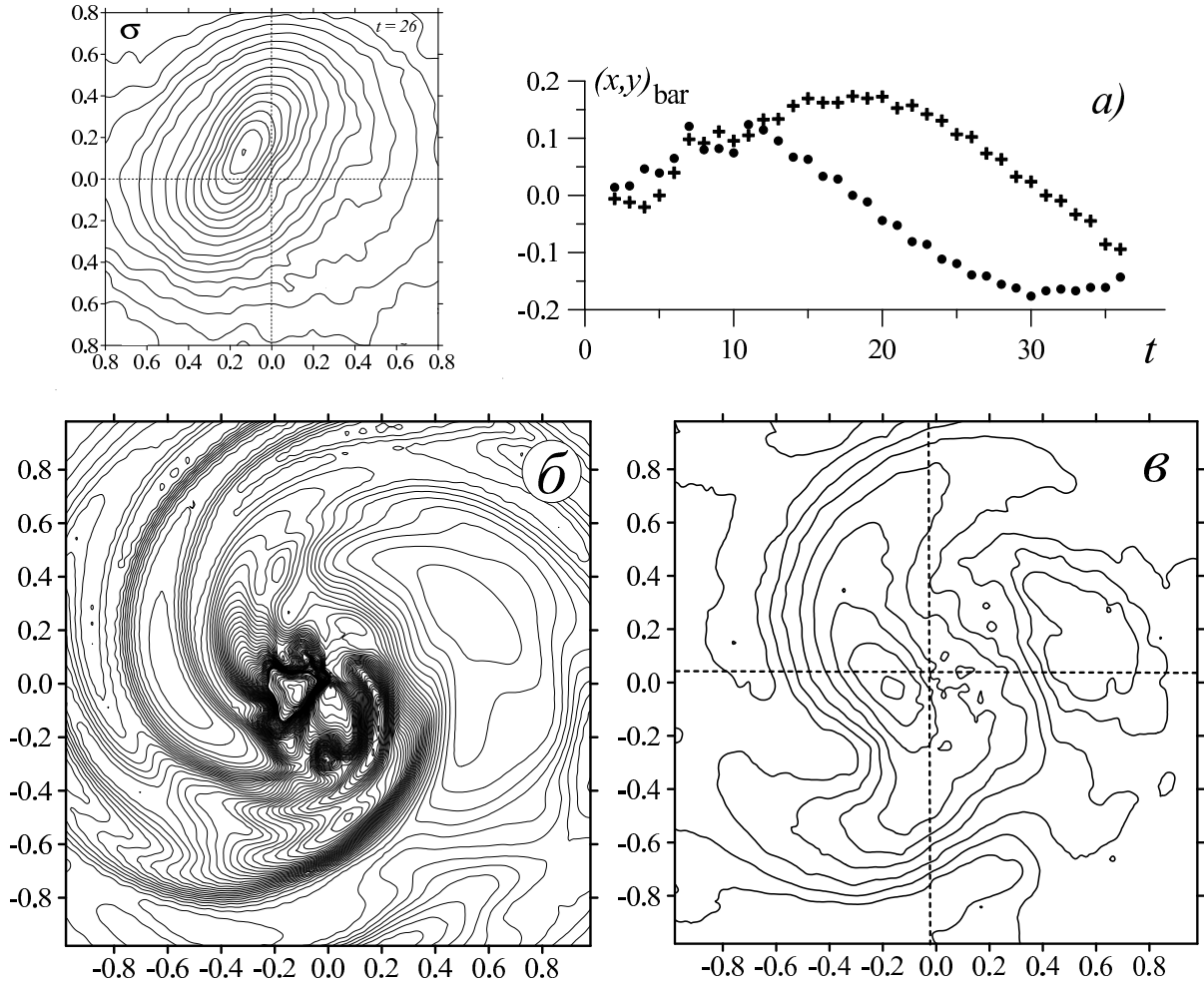


Рис. 3.57. Модель с нестационарным гало ( $M_h = M_d$ ,  $a = 2L$ ): показаны изолинии плотности  $\sigma$  и динамика координат центра бара (a). Модель звездно-газового диска: изолинии поверхностной плотности газовой (б) и звездной компоненты (в). Смещение центра бара относительно центра диска и степень асимметрии спиральной структуры усиливаются с увеличением относительной массы газа

модели с  $M_{\text{gas}} = 0,47 M_d$  в пределах  $r \leq 4L$  ( $M_h = M_d$ ,  $a = 1,6L$ ). Механизм формирования асимметричных (lopsided) галактик в результате гравитационной неустойчивости возмущений с азимутальным числом  $m = 1$  и взаимодействия на нелинейной стадии однорукавной моды с бар-модой в случае маломассивного рыхлого гало оказывается более эффективным при наличии холодной газовой компоненты. Асимметричность диска усиливается с ростом относительной массы газа.

### 3.7.2. Динамическая модель Большого Магелланова Облака

Классическим примером галактики переходного типа от спиралей  $Sc$  к неправильным является Большое Магелланово Облако (БМО). Многие объекты, относящиеся не только к типу  $Sm$ , но и  $Sd$ , часто называют галактиками Магелланова типа [578, 707]. Поэтому в продолжение рассмотренных выше вопросов, более подробно остановимся на

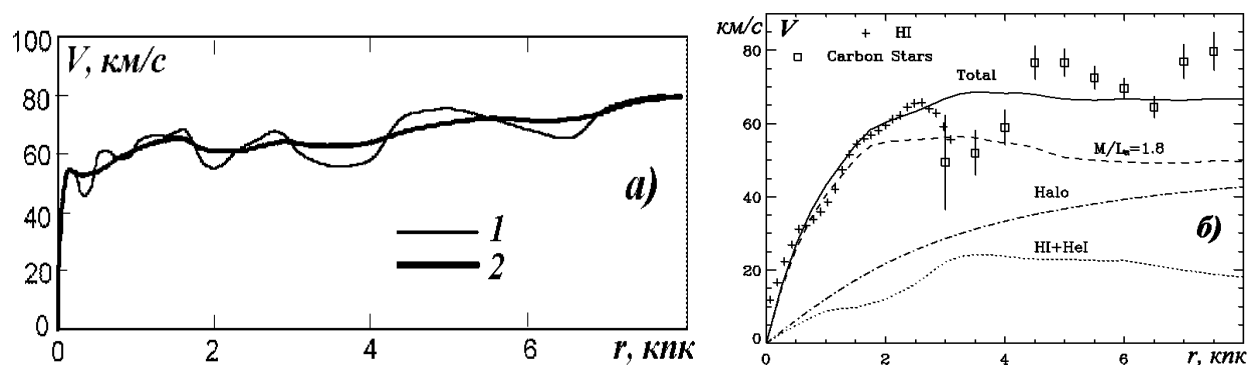


Рис. 3.58. Кривые вращения для БМО: (а) – из работы Софью [818], 1 – из данных наблюдений, 2 – сглаженная кривая вращения; (б) – из работы Кима и др. [544]

БМО. Для этого построим серию динамических моделей БМО и, согласуя их с данными наблюдений, определим некоторые ненаблюдаемые параметры и обсудим причины формирования характерных особенностей структуры БМО [63].

**Основные данные наблюдений.** Исследования последних лет, по-видимому, позволяют говорить о более сложной, чем это было принято считать, морфологии БМО. По сравнению с оптическим изображением, в линии  $HI$  галактика более симметрична и похожа на классические дисковые галактики [544]. Газовый диск прослеживается до радиуса 7 кпк<sup>16</sup>. Отдельные звезды удастся обнаружить примерно до тех же расстояний. Измерения кривых вращения по наблюдениям  $HI$  и ярчайших звезд позволяют построить модели распределения вещества в галактике. При этом данные по фотометрии и кинематике звезд и наличие бара существенно ограничивают неопределенность свободных параметров, описывающих радиальные зависимости плотности вещества в диске и гало.

На больших расстояниях от центра БМО наблюдаемые скорости вращения диска (как по газу, так и по звездам) лежат в пределах 68–80 км/с без признаков падения кривой вращения с радиусом. Особый интерес представляет внутренняя часть диска. Софью [818] проанализировал заново данные Кима и др. [544] и построил кривую вращения  $HI$ , отличающуюся в центральной области ( $r \lesssim 2$  кпк) от кривой вращения  $V_{gas}^K$  Кима и др. [544] существенно более высоким радиальным градиентом скорости вращения (рис. 3.58). Причина расхождения обусловлена в первую очередь разным выбором кинематического центра. Для того чтобы объяснить высокий градиент скорости газа вблизи выбранного центра, Софью был вынужден ввести в модель темный балдж, который в основном определяет движение в области  $r \lesssim 1$  кпк. Второй особенно-

<sup>16</sup> Даже у Малого Магелланова Облака можно выделить дископодобное вращение, которое внутри радиуса  $r = 2$  кпк дает массу  $M \sim 1,3 \cdot 10^9 M_\odot$  [834].

стью является маленькая радиальная шкала поверхностной плотности в модели Софи, равная 1 кпк, что существенно меньше обычно принимаемого для диска БМО значения экспоненциальной шкалы  $L = 1,6$  кпк. В то же время для объяснения кривой вращения, представленной в работе Кима и др. [544], массивный балдж не требуется. Чтобы изучить возможность существования предложенного темного массивного балджа в БМО, нами были построены две серии динамических моделей для каждой из кривых вращения.

*Распределение вещества в дисковой компоненте.* Будем использовать обычно принимаемые значения расстояния до БМО (50,1 кпк) и угла наклона ( $i = 33^\circ$ ) [569]. Радиальные зависимости поверхностной яркости диска, долгопериодических переменных, RR Lyrae и углеродных звезд хорошо описываются экспоненциальным законом с  $L = 1,6$  кпк (см. работу [244] и ссылки в ней).

*Бар.* В центральной части БМО выделяется оптический бар. Его длина составляет около 3,3 кпк. Отличительной чертой центральной области БМО является несовпадение кинематического центра диска и центра бара [435]<sup>17</sup>.

Данные наблюдений свидетельствуют, что последние  $(2 \div 4) \cdot 10^9$  лет в центральной области галактики активного звездообразования, по видимому, не происходило [433]. В работе [491] обнаружено, что существенная часть звезд имеет возраст старше 4 млрд лет, причем сделан вывод, что независимо от выбора модели область бара содержит относительно больше старых звезд, чем внешние области галактики. Исследования возрастов кластеров, распределенных в баре и диске, показали их различие. История формирования звездного населения в баре отличается от других областей, и в работе [39] сделан вывод, что бар в БМО сформировался  $(2 \div 6) \cdot 10^9$  лет назад. Поэтому будем считать, что бар в БМО является устойчивой структурной особенностью — по разным данным его возраст оценивается в  $2 \div 9$  млрд лет [39, 251, 491]. Таким образом, даже если изначально бар возник не в результате развития неустойчивости глобальной бар-моды, а вследствие приливного взаимодействия или действия иного механизма, то условия в галактике должны быть такими, чтобы время существования бара могло быть не менее нескольких миллиардов лет.

*Кинематика газа и звезд.* За основу построения динамических моделей мы взяли кривые вращения газа по работам Софи [818] ( $V_{gas}^S(r)$ ) и Ким и др. [544] ( $V_{gas}^K(r)$ ) (см. рис. 3.58 а, б, толстые линии и рис. 3.59,

<sup>17</sup> Отметим, что вопрос о существовании бара в распределении звездной плотности БМО до сих пор еще вызывает дискуссию [912].

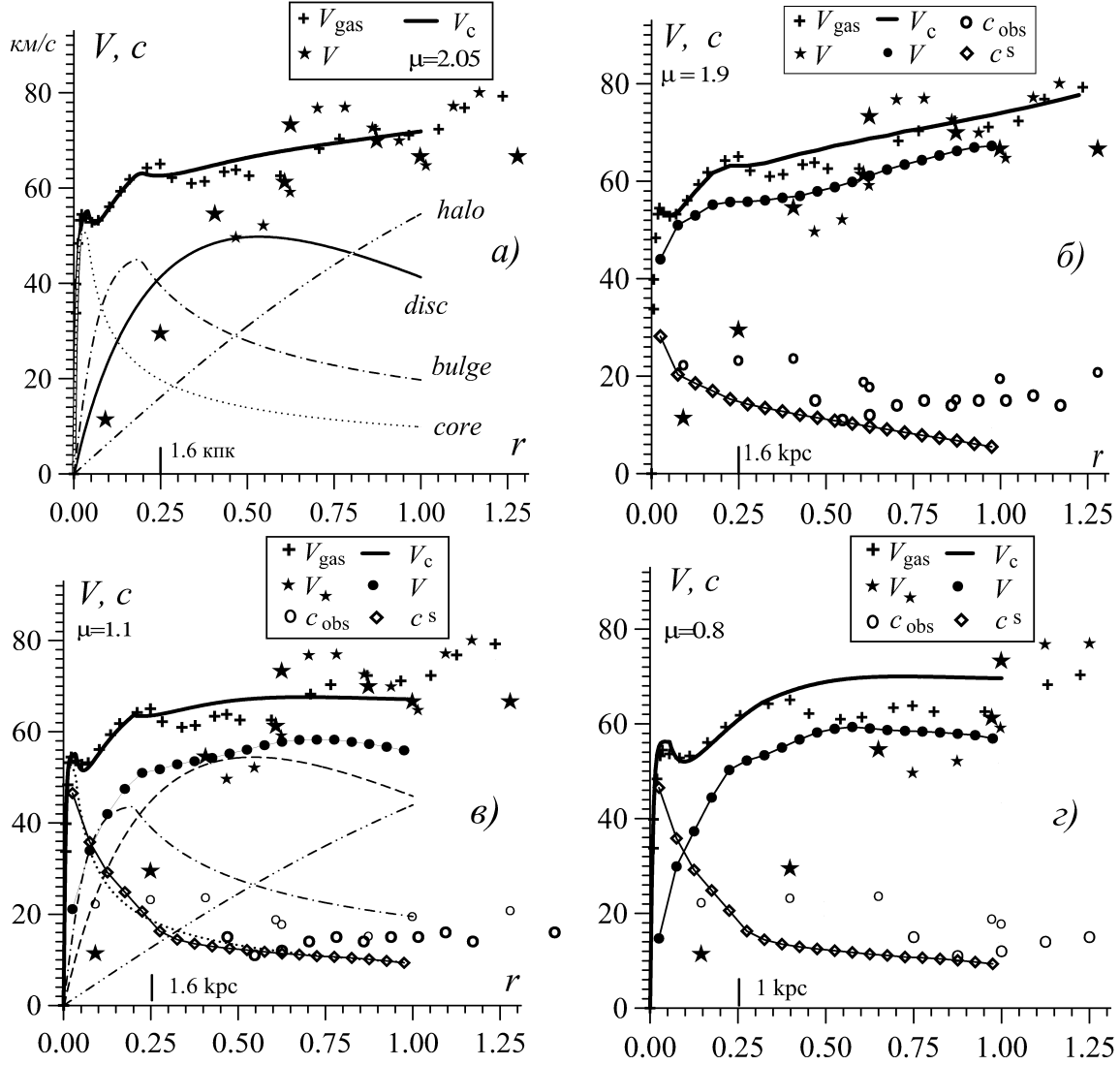


Рис. 3.59. Для модели с  $\mu = 1,9$  и  $L = 1,6$  кпк показаны: (а) – вклад в круговую скорость галактики (сплошная толстая линия) от диска, гало, балджа и ядра; (б) – радиальное распределение наблюдаемых и модельных скоростей. Условные обозначения:  $+$  – скорость вращения  $HI$ ;  $\star$  – скорость вращения звезд (большие звездочки – [243], маленькие звездочки – [569]);  $\circ$  – наблюдаемая дисперсия скоростей звезд;  $\bullet$  – модельные оценки скорости вращения звезд;  $\diamond$  – модельные оценки дисперсии скоростей звезд в проекции на луч зрения; (в) – то же для модели с  $\mu = 1,1$  и  $L = 1,6$  кпк; (г) – то же для максимального диска для  $V_{gas}^S(r)$  с  $L = 1$  кпк

3.60). Показаны также скорости вращения  $V_\star$  и дисперсии скоростей  $c_{obs}$  звезд. Сглаженная кривая вращения газа принималась в качестве кривой круговой скорости вращения  $V_c(r)$ .

Кинематика звезд диска в БМО изучена достаточно хорошо. Кюн-кель и др. [569] по 759 углеродным звездам построили кривую вращения в области от 3 до 12 кпк. Мы ее используем с учетом угла наклона  $i = 33^\circ$  (см. рис. 3.59, 3.60). Дисперсия скоростей этих звезд вдоль радиуса слабо меняется и составляет  $c_{obs} = 12 \div 16$  км/с, что, по мнению авторов данной работы, указывает на их относительно молодой возраст. В допол-

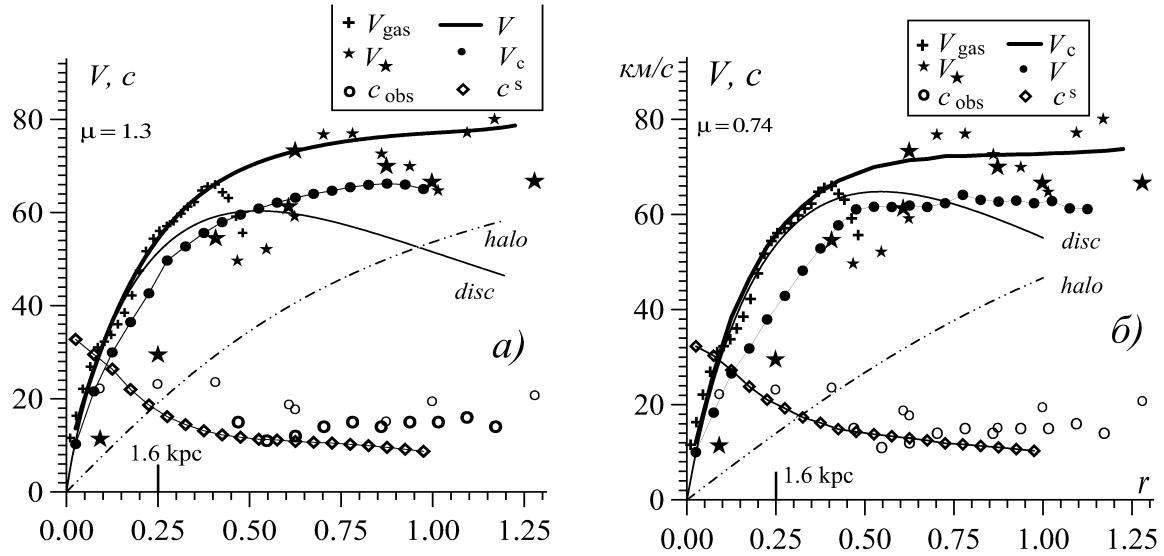


Рис. 3.60. Сравнение наблюдаемых и модельных параметров для кривой вращения  $V_{gas}^K(r)$  для модели с массивным гало  $\mu = 1,3$  (а) и максимального диска ( $\mu = 0,74$ ) (б). Условные обозначения — те же, что для рис. 3.59

нение к этим данным на рис. 3.59, 3.60 показаны радиальные зависимости скорости вращения и дисперсии скоростей звезд диска, полученные в работе [244].

Анализ кинематики [450] более пятисот углеродных звезд позволил выявить наряду с более молодым населением, у которого дисперсия скоростей около 8 км/с, и старую дисковую компоненту с дисперсией скоростей  $\simeq 22$  км/с. В работе [910] по 190 VRC (Vertical Red Clump) звездам определена дисперсия скоростей  $18,4 \pm 2,8$  км/с. Данные по кинематике планетарных туманностей в работе [618]  $c_{obs} = 19,1 \pm 1$  км/с согласуются с вышеприведенными результатами. Движение 975 углеродных звезд позволило оценить максимальную круговую скорость вращения  $\simeq 80$  км/с на расстоянии 3,4 кпк от центра и дисперсию радиальных скоростей дисковой компоненты  $c_r = 28 \pm 14$  км/с [243].

Отметим, что радиальная зависимость скорости вращения и дисперсии скоростей звезд становится несколько иной, если изменить положение кинематического центра, следуя работе Софю [818]. Однако, поскольку дисперсия скоростей  $c_{obs}$  очень слабо зависит от радиальной координаты, ход дисперсии с радиусом остается практически тем же, а изменения звездной кривой вращения  $V_*$  возможны только для центральной области  $r \lesssim 1$  кпк. По этой причине, в частности, кинематические параметры звезд вблизи центра БМО следует признать наименее надежными.

### 3.7.3. Результаты динамического моделирования БМО

Целью динамического моделирования является получение ограничений, позволяющих производить выбор между кривыми вращения Ки-ма и др. [544] и Софю [818] и, тем самым, проверить возможность существования в БМО темного балджа [63]. Основной вывод заключается в том, что кривая вращения в работе [544] (см. рис. 3.58 б) лучше согласуется с совокупностью наблюдательных данных для БМО, и присутствие значительной темной массы внутри БМО не требуется.

Обсудим динамические модели с разными распределениями вещества в подсистемах. Поскольку в работе Софю для объяснения кривой вращения  $V_{gas}^S$  рассматривалось распределение вещества, отличное от обычно используемого распределения яркости, следует проанализировать динамические модели с различным значением радиальной шкалы диска  $L = 1 \div 1,6$  кпк, определяя ее в качестве свободного параметра.

1) *Динамические модели с кривой вращения  $V_{gas}^S$* . Рассмотрим случай кривой вращения  $V_{gas}^S(r)$  с  $L = 1,6$  кпк и массивным гало  $M_h/M_d = 1,8$ . Для объяснения центрального максимума на кривой вращения модель включает наряду с массивным балджем ( $M_b/M_d = 0,22$ ) и компактное ядро с  $b_c/L = 0,036$ . На рис. 3.59 а показаны вклады от различных компонент в круговую скорость вращения  $V_c(r)$ , а на рис. 3.59 б приведены распределения наблюдаемых величин  $c_{obs}$ ,  $V_{gas}$ ,  $V_*$  и соответствующих модельных величин  $c^s$ ,  $V_c$  и  $V$ . На периферии галактики стационарное состояние диска достигается при очень маленьких значениях дисперсии скоростей звезд — в области  $r > 3L$  дисперсия радиальных скоростей  $c_r = 10 \div 14$  км/с, что сравнимо с дисперсией скоростей газа. Эта модель предполагает значительный запас устойчивости:  $c^s < c_{obs}$  в галактике, где  $c^s$  и  $c_{obs}$  — дисперсии вдоль луча зрения по (3.41). Скорость вращения звезд  $V$  в рассматриваемой модели сравнима с круговой скоростью  $V_c$ , и в центральной области значительно превосходит наблюдаемые скорости вращения звезд  $V_*$ , что является недостатком модели. Увеличение  $\mu$  приводит к еще большему расхождению с наблюдаемой дисперсией скоростей.

Кроме того, для моделей с высоким  $\mu$  долгоживущий бар не удалось сформировать ни при каких начальных распределениях дисперсии скоростей звезд. Совместное действие двух факторов — наличия относительно массивного гало и концентрированного ядра, приводит к тому, что в процессе разогрева системы центральная перемика оказывается недолгоживущей, о чем свидетельствует уменьшение со временем амплитуды всех фурье-гармоник и в том числе моды  $m = 2$  (п. 3.7.1). Если

даже задать в качестве начальных условий очень холодный диск, у которого в значительном интервале радиуса параметр Тоомре  $Q_T < 0,5$ , то после бурного разогрева и формирования на начальном этапе бароподобной структуры все равно устанавливается осесимметричное распределение плотности после  $\sim 12$  периодов обращения по внешнему краю диска.

Альтернативной моделью для выбранного значения  $L$  является модель максимального диска (ММД), для которой  $\mu = 1,1$  (рис. 3.59 в). Дисперсия скоростей  $c^s$  в этом случае на периферии диска лучше согласуется с наблюдаемым распределением. Однако в центральной зоне дисперсия скоростей вдоль луча зрения  $c^s \simeq 40 \div 50$  км/с, что противоречит наблюдениям. Формирование бара в случае первоначально холодного диска оказывается возможным, но он также оказывается короткоживущим. После окончательного формирования бара ( $t \simeq 5 \div 6$ ) начинается его разрушение из-за рассеяния на концентрированном ядре. В результате оказывается, что время его жизни ограничено  $\sim (2 \div 3) \cdot 10^9$  лет, что лишь незначительно превышает нижнюю оценку возраста бара по анализу его звездного состава. Причина того, что в предыдущем случае ( $\mu = 1,9$ ) время жизни бара оказывается меньше, чем в случае  $\mu = 1,1$ , помимо различия в массе гало, обусловлена тем, что диск в случае ММД является более толстым. Поэтому компактное ядро, характерный радиус которого существенно меньше полученной вертикальной шкалы диска 360 пк, не обеспечивает быстрого разрушения бар-моды, и процесс диссипации бара затягивается на  $\sim 10$  оборотов бара.

Модели с более концентрированным диском ( $L = 1$  кпк) и той же кривой вращения  $V_{gas}^S$  еще хуже согласуются с наблюдаемой дисперсией скоростей: практически весь диск обладает большим запасом устойчивости, в то время как в самом центре выполняется обратное условие  $c_{obs} < c^s$ .

2) *Динамические модели с кривой вращения  $V_{gas}^K$* . Опишем теперь результаты динамического моделирования с кривой вращения  $V_{gas}^K(r)$ , для интерпретации которой не требуется балджа и ядра.

В модели с гало  $\mu = 1,3$  для дисперсии скоростей звезд за исключением самого центра выполняется условие  $c^s < c_{obs}$  и достигается удовлетворительное согласие со скоростью вращения звезд в области  $r > 1,5L$  (рис. 3.60 а). В модели максимального диска ( $\mu = 0,7$ ) для  $V_{gas}^K(r)$  удается получить наилучшее совпадение между результатами моделирования и наблюдениями дисперсии скоростей звезд и скоростью их вращения (рис. 3.60 б). Этот результат подтверждает вывод о малой массе гало у

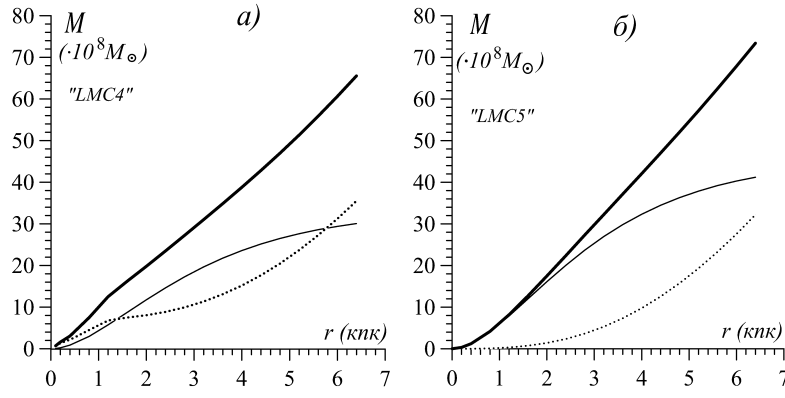


Рис. 3.61. Радиальные зависимости масс, заключенных внутри радиуса  $r$ , для дисковой и сферической подсистем в случае моделей с кривыми вращения  $V_{gas}^S(r)$  (а),  $V_{gas}^K(r)$  (б). Толстая линия — полная масса, тонкая линия — дисковая компонента, штриховая — сфероидальная подсистема

БМО, впервые сделанный в работе [50] по данным о кинематике шаровых скоплений, принадлежащих диску, исходя из условия пороговой гравитационной устойчивости диска.

В модели с кривой вращения  $V_{gas}^K(r)$ , если начальный диск не очень горячий, всегда формируется долгоживущий бар, который существует  $\simeq 4 \cdot 10^9$  лет. Угловая скорость вращения бара в модели составляет  $\Omega_{bar} = 23$  км/(с · кпк).

Отличительной особенностью формирования бар-структуры в случае моделей с  $V_{gas}^K(r)$  является при определенных условиях большая амплитуда первой моды  $m = 1$ , которая остается значительной на протяжении всей эволюции и характеризует нарушение симметрии бара относительно центра галактики. Последнее хорошо согласуется с наблюдаемым смещением кинематического центра относительно центра бара. Подробно феномен смещения бара рассматривался выше в п. 3.7.1. Но особо подчеркнем, что наиболее благоприятные условия возникают в случае значительного преобладания массы диска над гало практически во всем диске.

Сказанное выше иллюстрируется на рис. 3.61, где приведены радиальные зависимости масс дисковой и сферической подсистемы внутри данного радиуса БМО для различных моделей. В случае кривой вращения  $V_{gas}^S(r)$  масса диска доминирует в области  $1,5 \text{ кпк} \leq r \leq 6 \text{ кпк}$  (рис. 3.61а). Модель, базирующаяся на кривой вращения  $V_{gas}^K(r)$ , допускает, что в дисковом компоненте сосредоточена большая часть массы галактики на всех радиусах (рис. 3.61б). При этом внутри области  $r < 2L = 3,2$  кпк масса гало составляет всего 20 % от массы диска, то есть динамическая роль темной массы мала.

Построить модель с менее массивным гало ( $\mu < 0,7$ ), которая бы согласовывалась с  $V_{gas}$  за радиусом  $r > 4$  кпк, не удастся в рамках рассматриваемой модели изотермического гало (3.3). Впрочем, если наблюдаемый рост кривой  $V_{gas}$  на периферии диска является результатом

действия приливного влияния, а не роста круговой скорости, то масса гало может оказаться еще более низкой.

**Выводы.** Укажем на те особенности моделей с кривой вращения  $V_{gas}^S(r)$  (с темным балджем), которые делают модели с  $V_{gas}^K(r)$  (без темного балджа) более адекватными наблюдениям:

- а) модели с  $V_{gas}^S(r)$  не объясняют наблюдаемую радиальную зависимость скоростей звезд во внутренней области галактики  $r < 2L$ ;
- б) эти модели либо не допускают формирование бар-моды, либо время жизни бара оказывается недостаточно большим;
- в) амплитуда однорукавной моды  $m = 1$ , характеризующая асимметрию в распределении вещества, в моделях с массивным балджем очень мала (на уровне шума) на протяжении всей эволюции системы, в отличие от моделей с  $V_{gas}^K(r)$ , для которой при формировании бара мода  $m = 1$  обладает большой амплитудой, и на протяжении всей эволюции системы ее амплитуда лишь ненамного уступает амплитуде второй моды. Это обстоятельство позволяет естественно объяснить наблюдаемое смещение кинематического центра БМО относительно центра бара даже без учета приливных эффектов;
- г) во внутренней области диска ( $r < L$ ) в модели с  $V_{gas}^S(r)$  для устойчивости диска требуется дисперсия скоростей звезд, превышающая 40 км/с (в проекции на луч зрения), что значительно превосходит наблюдаемую величину  $c_{obs}$ . При этом модели с небольшой радиальной шкалой диска  $L \simeq 1$  кпк хуже согласуются с наблюдаемыми распределениями скорости вращения и дисперсии скоростей звезд, чем в случае с  $L = 1,6$  кпк.

Таким образом, кривая вращения Ким и др. [544] представляется более предпочтительной. Поэтому предположение о существовании темного балджа в БМО нами не подтверждается.

Построенные динамические модели допускают применимость модели максимального диска для БМО, при этом масса гало в пределах  $r < 4L = 6,4$  кпк составляет около 70 % от массы дисковой компоненты. Наблюдаемая дисперсия скоростей на периферии диска  $c_{obs}(r \geq 3) \simeq 16 \div 20$  км/с [569, 244, 243] означает, что эта область имеет запас устойчивости даже в модели максимального диска. Следует подчеркнуть, что построенные динамические модели не исключают существования более массивного гало с  $\mu \simeq 1 \div 2$ , однако в этом случае дисперсия скоростей звездного диска должна быть обусловлена не динамическим нагревом в результате гравитационной неустойчивости, а иными факторами.

### 3.8. Сложные несимметричные структуры в центре галактик

#### 3.8.1. Проблема двойных баров

Во многих галактиках центральная часть выглядит как сложная система, состоящая из нескольких вложенных друг в друга компонент (бары, диски, кольца, двойные ядра). По-видимому, первым объектом, заподозренным в наличии так называемого “двойного бара”, стала галактика NGC 1291 [873]. Особый интерес к мелкомасштабным несимметричным структурам в центре дисков связан с изучением феномена ядерной галактической активности. Важной проблемой является выявление механизмов, обеспечивающих приток газа в самый центр к сверхмассивной черной дыре ( $\lesssim 10$  пк). Считается, что двойные бары могут поставлять газ в активное ядро [797].

Список кандидатов галактик с двойными барами включает более 70 объектов [645]. Почти во всех случаях основным аргументом наличия второго <sup>18</sup> внутреннего бара являются фотометрические данные. Разделение внутренних структур на двойные бары, внутренние диски и ядерные кольца в рамках фотометрического подхода [386], по-видимому, неоднозначно. Анализ кинематики центральных областей этих галактик во многих случаях не подтверждает выводы из фотометрии и свидетельствует не в пользу большой распространенности двойных баров [118, 645, 646]. Рассмотрим характерные особенности кинематики структур типа “двойные бары” (скорости и дисперсии скоростей) в рамках самосогласованных динамических моделей. Важной проблемой двойных баров является также вопрос о динамической устойчивости такого рода систем.

#### 3.8.2. Распределение параметров в области двойного бара

Опишем результаты численного моделирования звездного диска, допускающего формирование бара [211, 542]. Образование внутренней бароподобной структуры в численных моделях оказывается возможным при наличии достаточно массивного (но не концентрированного!) балджа. На рис. 3.62 показаны распределения  $\lg(\sigma)$  в разные моменты времени в модели, в которой на определенных этапах возникают структуры типа двойных баров.

На начальном этапе (1–3) образуется двухспиральная волна, а в центре – маленькая бароподобная структура с большой полуосью  $\simeq 0,3L$ . Затем формируется внешний бар (см. рис. 3.62, 4, 5), перпендикулярный внутреннему. Две спиральные волны от внутреннего бара “вписаны” во

<sup>18</sup> Имеются сообщения о системах с тройными барами [385].

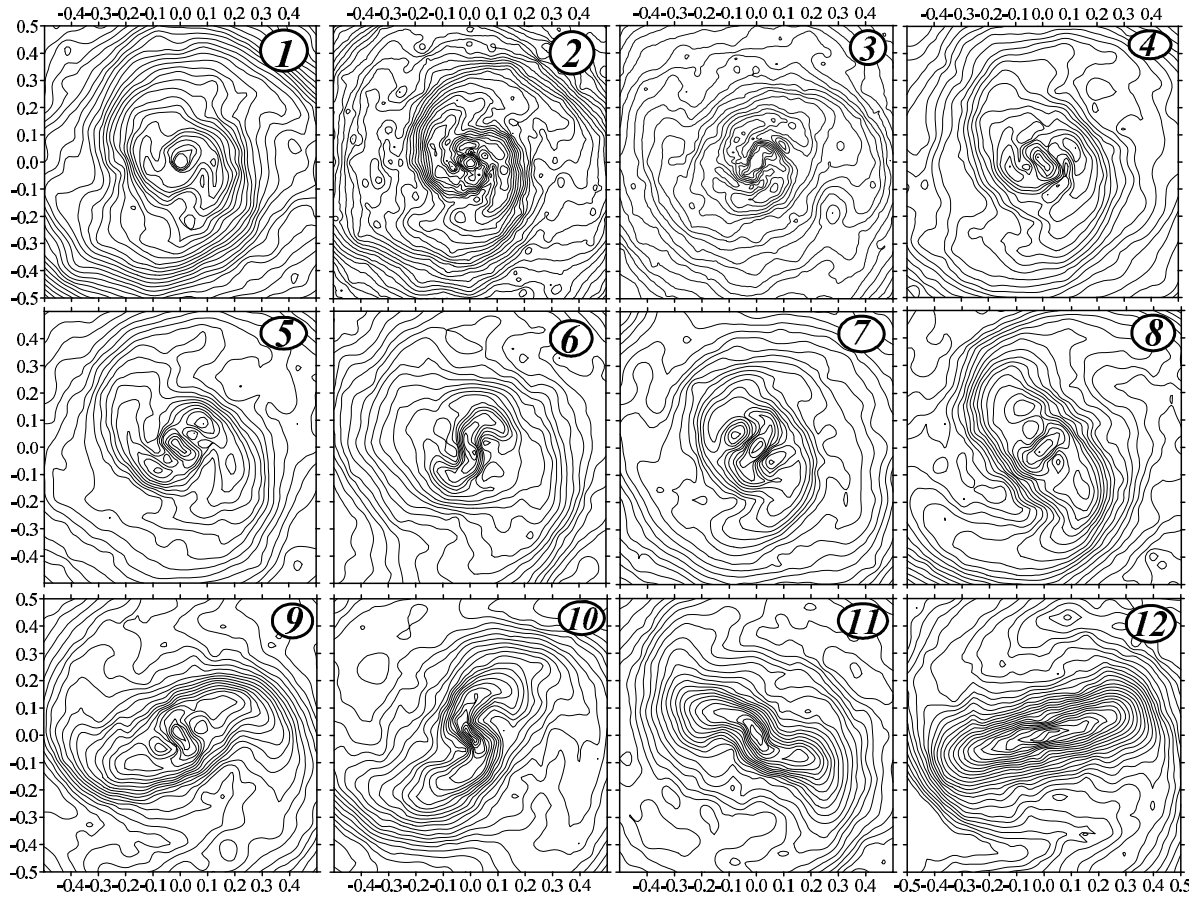


Рис. 3.62. Изолинии логарифма поверхностной плотности в разные моменты времени в модели с  $M_h = M_d$ ,  $M_b = 0,6M_d$ ,  $b = 0,16L$ ,  $r_b^{max} = 0,8L$ . Показана только центральная область диска  $r \leq 2L$

внешний бар. Такая структура оказывается недолгоживущей, происходит перестройка (см. рис. 3.62, 6), в результате которой вновь образуется “двойной бар” (7, 8, 9). В новой конфигурации размеры баров оказываются больше, особенно внешней перемычки. Однако со временем происходит разрушение двойного бара (см. рис. 3.62, 10, 11) и остается один глобальный бар (12).

Заметим, что при формировании и разрушении (см., например, рис. 3.62, 7) внутреннего бара наблюдаются короткоживущие структуры, напоминающие “неперпендикулярные двойные бары”<sup>19</sup>. При этом в центральной области возникают лидирующие спиральные волны, а от концов внешнего бара отходят отстающие спирали.

Рассмотрим кинематику центральной области диска ( $r \leq 2L$ ) на стадии двойного бара. Изолинии дисперсии радиальных скоростей  $c_r$  имеют овальную структуру (рис. 3.63), сонаправленную с большой осью внешнего бара. В области, которую занимает внутренний бар, обнаруживаем два максимума  $c_r$ . Однако эта характерная особенность не является

<sup>19</sup> Другие примеры подобных структур приведены в [422, 539].

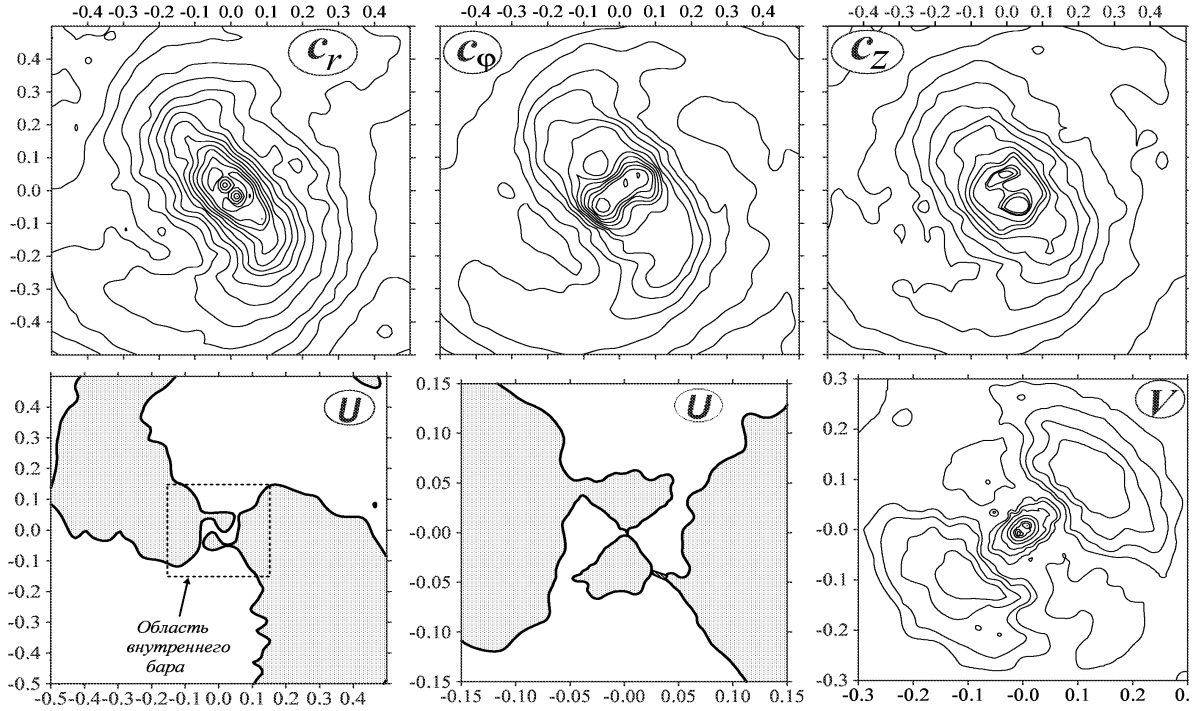


Рис. 3.63. Изолинии дисперсий скоростей  $c_r$ ,  $c_\phi$ ,  $c_z$  (вверху), радиальной (сплошная линия —  $U = 0$ ) и азимутальной ( $V$ ) компонент скорости на стадии двойного бара

признаком внутреннего бара, поскольку сохраняется после разрушения внутренней перемычки. Распределение дисперсии вертикальных скоростей на стадии двойного бара сильнее отличается от случая одиночного бара. И только дисперсия азимутальных скоростей более ярко выделяет наличие внутреннего бара.

Важным свидетельством наличия внутреннего бара является поле скоростей. На рис. 3.63 показаны распределения азимутальной компоненты скорости  $V$  и радиальной  $U$ . На стадии двойного бара имеется вытянутость изолиний  $V$  вдоль внутренней перемычки. Радиальная скорость обнаруживает характерную четырехсекторную структуру как для внешнего бара, так и для внутреннего. Линия  $U = 0$  проходит вдоль большой и малой осей бара.

Анализ вертикального распределения вещества в диске говорит об отсутствии гидростатического равновесия (см. (3.12)) на стадии двойного бара. Причина связана с явлением изгиба бара при его формировании. Изгибная неустойчивость бара представляется одним из факторов, приводящих к разрушению системы двойного бара.

Итак, формирование структур типа двойного бара возможно в процессе нелинейной стадии формирования глобального бара при наличии достаточно массивного  $M_b \gtrsim 0,3M_d$  и “рыхлого” балджа  $b \simeq (0,12 \div 0,28) L$ . Возникновение внутренней перемычки в моделях наблюдается, если в начальный момент: 1) диск тонкий ( $z_0/L = 0,04 \div 0,1$ );

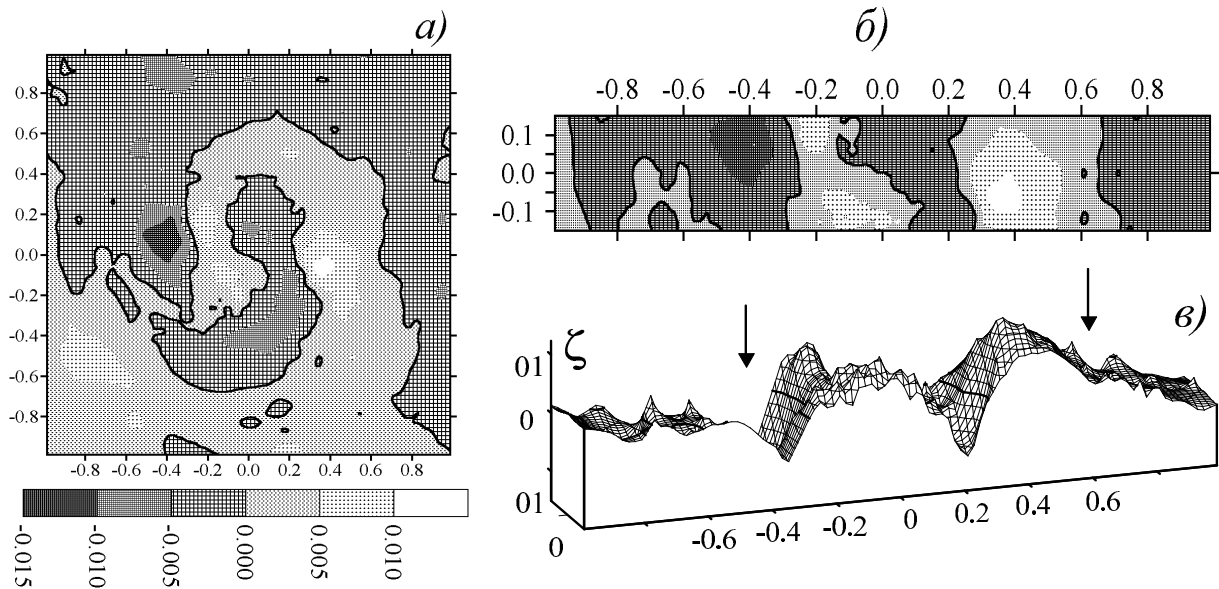


Рис. 3.64. (а) – распределение вертикального смещения центра тяжести  $\zeta$  в плоскости диска. Толстая линия — уровень  $\zeta = 0$ ; (б) – показана только область бара; (в) – профиль вертикального смещения вдоль бара. Стрелки показывают положения концов бара

2) радиальный профиль  $c_r$  близок к зависимости на рис. 3.17, 5, то есть диск достаточно горячий. В этом случае рост возмущений начинается в самой центральной области диска (см. рис. 3.62, 1, 2, 3). Если же диск холодный ( $Q_T < 1$ ), то формируется система транзитных спиралей и выживает бар-мода без стадии внутренней перемычки.

### 3.8.3. К вопросу об устойчивости двойных баров

Важнейшей проблемой двойных баров является вопрос о динамической устойчивости такого рода систем. Выше отмечено, что длительность фазы “двойного бара” невелика, и одной из причин исчезновения внутренней перемычки является начало релаксационных процессов в вертикальном направлении — внешними проявлениями являются разогрев и утолщение системы. На начальной стадии формирования бара изолинии вертикальной шкалы диска  $\Delta$  повторяют распределение плотности. Но вертикальный разогрев разрушает орбиты, вытянутые вдоль малой оси внешнего бара, что приводит к разрушению внутренней структуры.

Формирование бара в тонком диске сопровождается изгибной неустойчивостью, которая в конечном счете приводит к утолщению всего диска (см. § 3.5). Рис. 3.64 демонстрирует типичный изгиб бара на нелинейной стадии, когда в диске имеется однорукавное изгибное возмущение (рис. 3.64 а). Длина волны корабления бара чуть больше его длины (рис. 3.64 б). Вдоль большой оси бара, как правило, укладывается

1–2 длины изгибной волны. На изгиб бара накладываются спиральные изгибные моды с азимутальным числом  $m = 1, 2$ , изгибающие весь диск.

После стабилизации изгибной неустойчивости, когда система прекращает свой разогрев и в плоскости диска и в вертикальном направлении, внутренняя перемычка в горячем диске не образуется.

Если нет балджа и шкала гало  $a \gtrsim L$ , то формирование глобального бара проходит качественно иным образом. Структуры типа “двойного бара” не образуются. Как мы видели в § 3.7, характерной особенностью развития глобальной бар-моды в первоначально очень холодном и тонком осесимметричном изолированном диске является возможность смещения центра бара относительно кинематического центра и центра тяжести дисковой компоненты. И в этом случае указанный фактор не позволяет сформироваться орбитам, перпендикулярным большой оси бара.

Таким образом, наиболее благоприятные условия для возникновения двойного бара имеются при наличии массивного балджа. Однако с уменьшением шкалы балджа  $b$  важным оказывается механизм разрушения бар-моды, связанный с рассеянием частиц при пролете вблизи концентрированного ядра балджа (см. § 3.6). Рассеяние частиц наиболее эффективно для частиц, образующих внутренний бар, в результате его время жизни сокращается с уменьшением шкалы  $b$ .

При учете приливных сил, связанных с движением спутника массы  $M_{sput}$  по круговой орбите на радиусе  $r = 8L$  в плоскости диска, время жизни внутренней перемычки сокращается с увеличением массы  $M_{sput}$ . Это влияние является не прямым, а опосредованным — через формирование асимметричных возмущений в диске и внешнем баре.

Таким образом, сложные траектории частиц, обеспечивающие существование двойного бара, по-видимому, крайне неустойчивы по отношению к различного рода возмущениям, которые, помимо бар-моды, возникают на начальных стадиях (первые несколько оборотов вращения по внешнему краю диска). К ним относятся: транзистентные спиральные волны в плоскости диска, изгибы бара, изгибные неустойчивости диска. Аналогичное действие оказывает наличие внешнего несимметричного потенциала, связанного, например, с приливным воздействием. Расчеты в рамках звездно-газовых моделей с учетом небольшой доли газа ( $M_{gas}/M_d = 0,15$ ) приводят к изменению характера развития гравитационной неустойчивости в центральной области — стадия формирования внутреннего бара в экспериментах не наблюдается. Впрочем, этот вопрос требует дополнительных исследований.

В построенных моделях структуры типа двойных баров являются временными образованиями на определенной стадии формирования

бара. Этот вывод согласуется с небольшим временем жизни внутреннего бара и в работе [422]. В заключение отметим критический анализ А.В.Моисеева [117] кинематических данных наблюдений для галактик, в которых по фотометрическим данным обнаружены двойные бары. Показано, что в таких объектах внутренний бар не влияет на околоядерную кинематику газа и звезд. Тем самым, второй бар не является динамически выделенной галактической структурой. В то время как даже на короткой фазе “двойного бара” в построенных моделях кинематика в области внутренней структуры повторяет основные особенности кинематики внешнего бара.

### 3.9. Релаксационные процессы в звездном диске

Обсуждению причин, которые могли бы объяснить наблюдаемую корреляцию между возрастом, дисперсией скоростей звезд и их шкалой высот, посвящено множество работ (см., например, монографию Марочника и Сучкова [107] и ссылки там; § 1.1). В данном разделе обсудим результаты только некоторых численных экспериментов, которые могли бы приблизить нас к пониманию природы связи между кинематическими параметрами и их эволюцией.

Наблюдения свидетельствуют об эволюции функции распределения скоростей звезд. В то же время звездно-звездные сближения в этом смысле заведомо неэффективны. Изменение скорости звезды в результате рассеяния пропорционально величине рассеивающей массы. Поэтому *гигантские молекулярные облака (ГМО)* могут служить важным фактором, влияющим на динамику звездного диска. Большие массы и размеры ГМО (см. § 1.2) позволяют эффективно рассеиваться на них звездам, что приводит к релаксационным процессам, увеличивая эффективную температуру звездного населения. Рассеяние на массивных неточечных объектах (например, ГМО) как возможный механизм изменения распределения скоростей звезд неоднократно обсуждался [87, 527, 571, 827, 906]. Его можно условно назвать механическим, в отличие от описанного в § 2.5, 3.5, где уже рассматривалась проблема анизотропии в распределении скоростей звезд и с точки зрения *коллективных* процессов — устойчивости относительно изгибных мод.

#### 3.9.1. Рассеяние на ГМО

Приведем некоторые результаты численного моделирования динамики звездного диска с учетом ГМО, следуя работам Вилумсена

[879, 880]. Рассматривалась следующая модель. Распределение плотности звездного населения диска выбиралось в виде (ср. с (2.43))

$$\rho(r, z) = \frac{M_d}{2\pi L_\sigma^2 z_e} \exp\left\{-\frac{r}{L_\sigma}\right\} \operatorname{sech}^2\left\{-\frac{z}{2z_e}\right\}, \quad (3.48)$$

а в гало (3.3) при  $k = 1$ . Распределению плотности вещества в ГМО

$$\rho_G(r) = \frac{3M_G}{4\pi r_G^3} \left[1 + \frac{r^2}{r_G^2}\right]^{-5/2} \quad (3.49)$$

соответствует потенциал

$$\Phi_G(r) = -\frac{GM_G}{(r^2 + r_G^2)^{1/2}}. \quad (3.50)$$

Взаимодействие между звездами и ГМО учитывалось, только если расстояние между ними не превышало  $r_{sG} = 2$  кпк. ГМО в начальный момент образовывали экспоненциальный диск с  $L_G < L_\sigma$ . Значения параметров выбирались в приложении к Галактике:  $M_d = 0,5 \cdot 10^{11} M_\odot$ ,  $L_\sigma = 3,5$  кпк,  $z_e = 0,325$  кпк,  $M_h(r \leq 30 \text{ кпк}) = 4M_d$ ,  $a = 0,1$  кпк, общая масса ГМО —  $4 \cdot 10^9 M_\odot$ . В расчетах варьировались начальные значения дисперсий и параметры ГМО. Число звезд  $N_s$  и ГМО  $N_G$  не превышало 4000 для каждой из подсистем, так что  $0,1 \leq N_G/N_s \leq 1$ .

На рис. 3.65 показана динамика трех компонент дисперсии скоростей звезд. В конце моделирования получается следующее отношение этих компонент для произвольной радиальной координаты:

$$c_r/c_\varphi/c_z = (1/0,72/0,60) \pm 0,04, \quad (3.51)$$

Представляет интерес сравнение данных Вилумсена с результатами Ласея [571], который получил следующее уравнение, описывающее эволюцию величины дисперсии ( $c^2 = c_r^2 + c_\varphi^2 + c_z^2$ ) вследствие столкновений с ГМО:

$$\frac{dc^2}{dt} = \frac{D}{c^2}, \quad (3.52)$$

где  $D = 2G^2 n_G M_G^2 \ln(\Lambda) \omega_z f(2\Omega/\varkappa)$ ,  $n_G$  — поверхностная концентрация ГМО;  $f$  — известная функция. Так как  $2\Omega/\varkappa \simeq 1,4$ , то, следуя Ласею,  $f(1,4) = 0,47$ ;  $\ln(\Lambda) = \ln(r_{sG}/r_G)$  и для условий экспериментов Вилумсена  $\ln(\Lambda) = \ln(2/50) = 3,7$ . Запишем решение (3.52):

$$c(t) = (c_0^4 + 2Dt)^{1/4}, \quad c_0 = c(t=0). \quad (3.53)$$

Для полной экспериментальной дисперсии скоростей (см. рис. 3.7) и теоретической зависимости (3.53) в случае  $c_0 = 0$  можно записать

$$\lg(c) = \lg(k) + n \lg(t); \quad n \simeq 0,25. \quad (3.54)$$

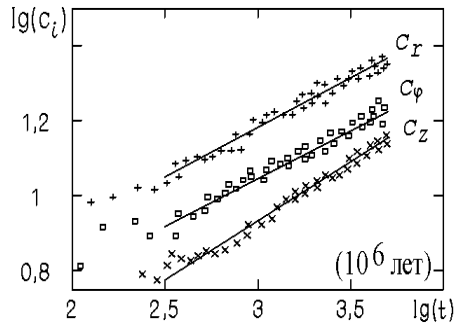


Рис. 3.65. Аппроксимация временной зависимости компонент  $(c_r, c_\varphi, c_z)$  дисперсии скоростей по результатам численного моделирования Вилумсена [880]

В среднем различие между  $k_{exp}$  и  $k_{th}$  составляет 50 % [880].

В связи с наблюдаемой зависимостью толщины звездного диска от возраста звезд упомянем также о возрастании со временем в экспериментах Вилумсена величины  $\Delta_*$ :

$$\lg\{\Delta_*(3 \cdot 10^8 \text{ лет} \lesssim t \lesssim 5 \cdot 10^9 \text{ лет})\} = 0,91 + 0,36 \lg\{t/10^6 \text{ лет}\}.$$

В моделях Ясумоту и Фудзимото [906] варьировались в широких пределах параметры, описывающие подсистему ГМО, помимо которых в рассмотрение включались спиральные волны плотности. В начале экспериментов звездные диски задавались холодными и на первом этапе наблюдался резкий рост дисперсии скоростей, затем, начиная с  $t \simeq 10^9$  лет, было получено  $c \propto t^n$  с  $n = 0,20$ . К моменту времени  $t = 10^{10}$  лет в разных моделях  $c \simeq 31 \div 47$  км/с. Для  $M_G = 10^6 M_\odot$  и спиральной волны с углом закрутки  $i = 10^\circ$  дисперсия достигала максимального значения (47 км/с). Получено, что характер пространственного распределения ГМО слабо влияет на темп роста дисперсии скоростей звезд<sup>20</sup>.

Следует сказать о том, что еще в 1961 г. Кузминым [87] были получены весьма близкие результаты. В рамках предположения, что гравитационное взаимодействие звезд с облаками диффузной материи должно приводить к росту как радиальной, так и вертикальной компонент дисперсии скоростей звезд, в равновесном пределе ( $c_z/c_r \rightarrow \text{const}$ ) была получена следующая величина анизотропии:

$$\alpha_b = (1 + 4\Omega^2/\varkappa^2)^{1/2}. \quad (3.55)$$

Нетрудно видеть, что в невращающихся слоях и в твердотельно вращающихся дисках  $(c_r/c_z)_b = \alpha_b^{-1} = 1/\sqrt{2} \simeq 0,71$ , а в дифференциально вращающемся, как в окрестности Солнца ( $\Omega \propto r^{-1}$ ), диске должно быть  $(c_z/c_r)_b \simeq 0,58$ .

Итак, если эволюция функции распределения скоростей звезд определяется процессом рассеяния звезд на массивных облаках газа, то для

<sup>20</sup> Отметим, что в рамках обсуждаемых экспериментов рассматривалась особенность в распределении ГМО — кольцо повышенной плотности в области  $4 < r < 8$  (кпк) [762].

подсистемы наиболее старых звезд диска  $c_z/c_r \simeq 0,6$ . Следует, однако, помнить, что рассмотренные выше модели достаточно грубо учитывают реальное распределение в пространстве рассеивающих объектов и их динамику на временах, сравнимых со временем жизни Галактики. В то же время надежные наблюдаемые значения величины  $c_z/c_r$  относятся только к достаточно малой окрестности Солнца.

Однако, необходимо помнить, что ГМО являются тонкими структурами. Их толщина  $h_{GMO}$  существенно меньше толщины старого звездного диска. В результате разогрев молодых звезд на ГМО оказывается эффективным только на начальной стадии. По мере увеличения вертикальной компоненты скорости звезды начинают проводить основное время в области  $|z| \gg h_{GMO}$ , и темп разогрева сильно уменьшается. Таким образом, трехмерные модели рассеяния звезд на ГМО не объясняют данные наблюдений, и, по-видимому, только совокупное действие различных механизмов может обеспечить высокий темп релаксационных процессов.

### 3.9.2. Экспоненциальный профиль яркости звездных дисков

Для радиального профиля яркости звездной компоненты  $S$ -галактик характерен за редким исключением экспоненциальный закон (1.1.1). Считается, что распределение поверхностной плотности  $\sigma_*(r)$  имеет аналогичный вид. Универсальность радиальной зависимости  $\sigma(r)_* \propto \exp(-r/L)$  требует объяснения. Наиболее разработанной является теория, основанная на учете вязкости в газовом диске и эффектов звездообразования [185, 344, 394, 584].

Воспользуемся уравнениями вязкой нестационарной аккреции (п. 5.1.1). В дополнение необходимо учесть: звездообразование, внешнюю аккрецию на диск, нестационарность кривой вращения газа. Тогда уравнение на поверхностную плотность газа  $\sigma_g$  принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_g}{\partial t} = & -\frac{\partial}{r \partial r} \left( \frac{1}{\partial \Omega r^2 / \partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \nu \sigma_g r^3 \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right] \right) + \\ & + \frac{\partial}{r \partial r} \left( \frac{\dot{m}_e r}{\partial \Omega r^2 / \partial r} [r^2 \Omega - \mathcal{L}_e] \right) - \psi + \dot{m}_e - \frac{\partial}{r \partial r} \left( \frac{\sigma_g r^3}{\partial \Omega r^2 / \partial r} \frac{\partial \Omega}{\partial t} \right), \quad (3.56) \end{aligned}$$

где  $\dot{m}_e$  – темп притока газа на единицу площади диска в результате аккреции,  $\mathcal{L}_e$  определяет угловой момент аккрецирующего газа,  $\psi$  – расход газа на образование звезд в расчете на единицу площади, и можно считать  $\psi = \sigma_g/t_s$  ( $t_s$  – характерное время звездообразования). Первое слагаемое справа в (3.56) обусловлено действием вязкости  $\nu$ , второе – учитывает обмен моментом между веществом диска и аккрецирующим

газом, последний член связан с изменением гравитационного потенциала из-за перераспределения вещества в диске. Баланс центробежной и гравитационной сил должен учитывать уравнение Пуассона. Звезды образуются из газа:

$$\frac{\partial \sigma_*}{\partial t} = \frac{\sigma_g}{t_s}. \quad (3.57)$$

В такой модели имеется два основных характерных времени:  $t_\nu = r^2/\nu$  – вязкое время и  $t_s$ . Соотношение между  $t_\nu$  и  $t_s$  оказывается самым важным моментом теории эволюции галактического диска. Если  $t_\nu \sim t_s$ , то устанавливается экспоненциальное распределение звезд в диске [584]. Причем, этот результат слабо зависит от вида кривой вращения, выбора закона вязкости  $\nu(\sigma_g, r)$  и внешней аккреции. Это может служить объяснением универсальности экспоненциального распределения  $\sigma_*(r)$  у звездных дисков галактик различных типов.

### 3.10. Приливные эффекты

Весьма популярным является моделирование двойных галактик. Обычно распределение массы возмущающего спутника берут фиксированным, например, точечным. Тип орбиты спутника определяется постановкой задачи. Одними из первых провели численное моделирование такого рода А.Тоомре и Дж. Тоомре [854]. Целью таких экспериментов является изучение структур, вызываемых приливным взаимодействием [332, 440, 466]; процессов переноса и потери вещества [883]. В рамках численного эксперимента изучается и динамическое трение в близких парах [863]. В работе [840] рассматривались двухкомпонентные модели, включающие “холодную” (газовую) и “горячую” (звездную) подсистемы. Изучалось образование спиральных волн, вызванное пролетающим по параболической орбите в плоскости диска точечным спутником. Барнс и Хернквист сообщают [274] о моделировании динамики газа при слиянии двух галактик. Об интересной возможности образования газовых колец вокруг галактик в результате столкновения эллиптической и дисковой галактик сообщается в [437]. Следует также отметить возможность генерации бара пролетающим спутником.

В последние годы широкое распространение получает численное моделирование конкретных взаимодействующих галактик. Производится подгонка параметров галактик (массы, включая гало и газ; их орбиты; ориентации системы по отношению к лучу зрения; момента времени наблюдения и т. п.) для получения наилучшего согласия с наблюдаемыми данными; прежде всего речь идет о кривой вращения и спиральном узо-

ре. Например, весьма полной получается картина у Бирда и Кларики [332] (пара АМ 2208-251), Ховарда и Бирда [466] для галактик М51 – NGC 5195. В последнем случае учитывается также газовая подсистема, и авторы построенной модели даже предсказывают слияние галактик в будущем.

Актуальным является определение закона движения карликовых галактик вокруг гигантских галактик, например, спутника нашей Галактики — Большого Магелланова Облака. Приближенное уравнение движения частицы массой  $m_i$  внутри массивного гало массой  $M_h$  с учетом динамического трения имеет вид [464, 519]:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla}\Phi(r) - 16\pi^2 G^2 M_h (m_i + M_h) \ln \Lambda \frac{\int_0^{v_{\max}} f(v) d\vec{v}}{|\vec{v}|^3} \vec{v}, \quad (3.58)$$

где  $\Phi$  — потенциал,  $\ln \Lambda = \ln(R_h/\varepsilon_s V_s^2)$  — кулоновский логарифм,  $f(\vec{v})$  — функция распределения,  $R_h$  — шкала гало,  $\varepsilon_s$  — характерный радиус обрезания. Моделирование диска методом  $N$ -тел с учетом эволюции темного гало приводит к большому времени жизни таких систем, в частности, БМО за счет динамического трения поглотится Галактикой только через  $1,4 \cdot 10^{10}$  лет [464].

В последние годы появляется возможность строить численные модели взаимодействующих многокомпонентных систем. При прохождении карликовой галактики сквозь дисковую галактику моделирование наглядно демонстрирует возможность формирования бароподобных, кольце- и спицеобразных структур, различных асимметричных образований в звездной и газовой компонентах [290]. Тесные взаимодействия, приводящие к падению компактного спутника, в некоторых случаях способны существенно ослабить центральный бар и даже разрушить его [291].

Общепринятой является точка зрения на природу галактик типа “тележного колеса” (Cartwheel), возникновение которых связывают с падением спутника на галактику, богатую газом [494]. В эволюционных моделях, включающих звездообразование, происходит формирование радиально вытянутых возмущений (спиц) и внешнего кольца в диске [626]. В результате появляются характерные градиенты параметров звездной и газовой подсистем [881].

## Глава 4

### Динамика газового диска

Из названия главы следует, что в ней речь пойдет о газовых дисках. Областью приложения рассматриваемых в главе моделей могут быть газовые диски плоских галактик, протозвездные диски, газовые подсистемы в тесных двойных звездах и активных галактических ядрах, протопланетные диски и околопланетные кольца. Вышеперечисленные объекты можно описывать уравнениями газодинамики, и с этой точки зрения, если отвлечься от различий в пространственных и временных масштабах, обнаруживаются весьма сходные проблемы, и их решения также схожи. Именно в силу этого везде, где возможно, мы будем стараться получить как можно более универсальный результат, относящийся к любым газовым дискам. Естественно, последнее удастся не всегда. Прежде всего в данную главу включены результаты, относящиеся к крупномасштабным процессам в газовых дисках плоских галактик. Газовые диски, структура и наблюдаемые проявления которых связаны с аккрецией (падением вещества на гравитационный центр), рассматриваются в следующей, пятой главе. Хотя аккреция наиболее актуальна (поскольку приводит к наблюдаемым последствиям) для систем с массивным по сравнению с массой газа центральным телом, аккреционные процессы могут оказаться важными и для галактических дисков. Таким образом, деление по главам 4 и 5 (соответственно “газовые” и “аккреционные” диски) весьма условно.

Строго говоря, газовые подсистемы галактик (в отличие, по видимому, от аккреционных дисков) не являются однофазными системами. Однако если бы газ в дисках галактик не группировался в облака, то из данных наблюдений, касающихся распределения газа в Галактике [761], следовало бы, что длина свободного пробега молекул газа ( $l \sim 10^{-3} \div 10^{-2}$  пк) много меньше характерной толщины газового диска ( $h \lesssim 10^2$  пк). Подобные оценки по порядку величины справедливы и для других плоских галактик. Ясно, что в этом случае давление газа можно было бы считать изотропным, и для описания его свойств использовать уравнения газодинамики.

В действительности бо́льшая часть газа в дисках галактик сосредоточена в облаках низкой температуры ( $\lesssim 10^2$  К), а меньшая представ-

ляет собой межоблачный газ с температурой  $\sim 10^4$  К [69]. И характерная дисперсия скоростей газовых облаков оказывается по порядку величины равной тепловой скорости частиц межоблачного газа ( $\sim 5 \div 10$  км/с). При этом дисперсии скоростей облаков как поперек плоскости диска, так и в его плоскости одинаковы, что говорит об изотропии давления в газовых подсистемах галактик. Кроме того, предметом исследования в настоящей главе являются коллективные процессы, характерные временные масштабы которых порядка и больше периода оборота диска, а характерные пространственные масштабы в плоскости его симметрии существенно больше толщины газовой подсистемы и, следовательно, длины свободного пробега облаков. С этой точки зрения газовые диски галактик можно рассматривать как столкновительные системы “макроатомов” — облаков, и в силу упомянутой выше изотропии давления применять для их описания газодинамические уравнения.

В § 4.1 мы опишем условия равновесия газового диска и выясним условия применимости модели тонкого диска для описания коллективных процессов в газовых подсистемах галактик и аккреционных дисках. Следующий параграф будет посвящен изучению динамики неосесимметричных возмущений в газовом диске и, в частности, возмущений типа волн Россби. В § 4.3 проведено исследование гравитационной устойчивости газового диска, описаны свойства градиентно-энтропийной неустойчивости и определены обусловленные этими неустойчивостями ограничения на значения параметров газовых подсистем плоских галактик и аккреционных дисков. Диссипативные эффекты и, в частности, быстрая диссипативная неустойчивость газового диска и параметры флуктуаций в нем изучаются в § 4.4. Затем рассматриваются свойства основных неустойчивостей, обусловленных дифференциальностью вращения газового диска; очерчен класс кривых вращения, допускающих раскачку этих неустойчивостей, и определена структура их собственных функций (приложения этой теории к проблеме происхождения спирального узора галактик будут рассмотрены в гл. 6). Наконец, в § 4.6 обсуждаются крупномасштабные ударные волны.

## 4.1. Равновесные газовые диски

### 4.1.1. Модель тонкого газового диска

Хорошо известна модель “мелкой воды” для тонкого слоя несжимаемой жидкости со свободной поверхностью в однородном поле тяжести [92]. Для описания астрофизических газовых дисков используется мо-

дель тонкого слоя сжимаемого газа, когда пространственный масштаб изучаемых структур в плоскости системы  $\lambda$  велик по сравнению с характерной толщиной диска  $2h$  ( $\lambda \gg 2h$ ). В модели тонкого диска вместо объемной плотности  $\rho(r, \phi, z, t)$  используется поверхностная плотность  $\sigma(r, \varphi, t) = \int \rho dz$ , вместо давления  $\mathcal{P}(r, \varphi, z, t)$  — поверхностное давление  $p(r, \varphi, t) = \int \mathcal{P} dz$ . Понижение размерности задачи связано с дополнительными условиями о симметрии, медленности распространения возмущений в плоскости слоя по сравнению со временем установления равновесия в вертикальном  $z$ -направлении. Обозначим средние в вертикальном направлении значения плотности и давления соответственно  $\bar{\rho}(r, \varphi, t)$  и  $P(r, \varphi, t)$ . Тогда для полутолщины диска  $h(r, \varphi, t)$  справедливы соотношения  $\sigma = 2h\bar{\rho}$ ,  $p = 2hP$ .

Рассмотрим тонкий газовый диск, находящийся в гравитационном потенциале

$$\Psi(\vec{r}, z) = \Phi(\vec{r}) + \frac{1}{2} \Omega_z^2(\vec{r}) z^2, \quad (4.1)$$

где  $\vec{r}$  — радиус-вектор в плоскости диска ( $z = 0$ ). Для тонкого газового диска, находящегося в поле центрального объекта массы  $M_1$ , параметр  $\Omega_z$  есть кеплеровская угловая скорость  $\Omega_z^2 = GM_1/r^3$ . Формула (4.1) справедлива и для газового диска в гравитационном поле более массивного и толстого звездного галактического диска. Воспользуемся моделью осесимметричного звездного диска Вандервоорта, в которой потенциал определяется (2.44). Поскольку  $\Omega_z^2 = \partial^2 \Psi / \partial z^2|_{z=0}$ , то без учета гало получаем  $\Omega_z = \sqrt{2\pi G \sigma_* / \Delta_*}$  ( $\sigma_*$  — поверхностная плотность звездного диска,  $\Delta_*$  — его полутолщина). Величина  $\Omega_z$  равна характерной частоте колебаний звезд поперек плоскости звездного диска. Дисперсия скоростей звезд поперек плоскости диска  $c_z$  и полутолщина звездного диска  $\Delta_*$  существенно превышают соответственно скорость звука  $c_s$  и полутолщину газового диска  $h$  (см. гл. 1). Еще сильнее могут различаться поверхностные плотности звездного и газового дисков. В силу этого маломассивный газовый диск находится в гравитационном поле практически однородного распределения вещества в звездном диске в области  $z \ll \Delta_*$  (см. (2.43)).

Модель тонкого газового диска предусматривает наличие в каждый момент времени гидростатического равновесия в вертикальном направлении:

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial z} = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad (4.2)$$

или, с учетом (4.1), имеем

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial z} = -\Omega_z^2 \rho z. \quad (4.3)$$

Для интегрирования (4.3) необходимо учитывать структуру диска в  $z$ -направлении, которая определяется уравнением состояния  $\mathcal{P} = \mathcal{P}(\rho, T)$  и переносом энергии.

Для оценок будем исходить из модельных представлений. Для политропного закона  $\mathcal{P}(z) \propto [\rho(z)]^\ell$  уравнение (4.3) дает:

$$\mathcal{P}(z) = \mathcal{P}(0) \left[ 1 - A(\ell) \frac{z^2}{h^2} \right]^{\ell/(\ell-1)}, \quad \rho(z) = \rho(0) \left[ 1 - A(\ell) \frac{z^2}{h^2} \right]^{1/(\ell-1)}, \quad (4.4)$$

где

$$h^2 = B(\ell) \mathcal{P}(0) / \rho(0) \Omega_z^2, \quad (4.5)$$

$$A(\ell) = \begin{cases} 2(\ell-1) & , \ell \leq 3/2 \\ 1 & , \ell \geq 3/2 \end{cases}, \quad B(\ell) = \begin{cases} 4\ell & , \ell \leq 3/2 \\ \frac{2\ell}{\ell-1} & , \ell \geq 3/2 \end{cases}.$$

Используя определения поверхностных плотности  $\sigma$  и давления  $p$ , соотношение (4.5) запишем в виде

$$p = 2hP = C^2 \Omega_z^2 \sigma h^2, \quad (4.6)$$

где в случае выполнения (4.4) для безразмерного параметра  $C^2$  имеем

$$C^2 = \int_0^1 (1 - z^2)^{\ell/(\ell-1)} dz / B(\ell) \int_0^1 (1 - z^2)^{1/(\ell-1)} dz.$$

При  $\ell \geq 3/2$  плотность в точках  $z = \pm h$  обращается в ноль, в случае  $\ell < 3/2$  выполняется условие  $\int_0^h \rho dz \gg \int_h^\infty \rho dz$ . Величину  $h$  при таком определении естественно считать равной полутолщине диска. В пределе  $\ell \rightarrow \infty$  получаем  $\rho = \text{const}$  при  $|z| \leq h$  и  $C^2 = 1/3$ . В другом предельном случае  $\ell = 1$  давление и плотность пропорциональны  $\exp(-2z^2/h^2)$  и  $C^2 = 1/4$ . Нарушение политропного закона в вертикальном направлении (связанное с лучистым и/или конвективным переносом тепла, мелкомасштабными магнитными полями и турбулентностью, ионизацией вещества и т. п.) может приводить в соотношении (4.6) к зависимости параметра  $C$  от пространственных координат  $r, \varphi$ . Отметим, что уравнение (4.6) лежит в основе  $\alpha$ -модели аккреционных дисков (см. гл. 5).

Ниже будем считать, что скорость в плоскости диска  $\vec{u} = \{u, v\}$  не зависит от  $z$ -координаты. Закон сохранения массы имеет вид

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \vec{\nabla}_\perp (\sigma \vec{u}) = 0, \quad (4.7)$$

где  $\vec{\nabla}_\perp$  — дифференциальный оператор набла в плоскости диска.

Проинтегрируем уравнение Эйлера

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \vec{\nabla}) \vec{u} \right) = -\vec{\nabla} \mathcal{P} - \rho \vec{\nabla} \Psi \quad (4.8)$$

по  $z$ -координате. В результате с учетом (4.1) и условия  $\mathcal{P}(z = \pm h) = 0$  получим уравнение

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \vec{\nabla}_{\perp}) \vec{u} = -\frac{\vec{\nabla}_{\perp} p}{\sigma} - \vec{\nabla}_{\perp} \Phi - \frac{\vec{\nabla}_{\perp} \Omega_z^2}{2\sigma} \int \rho z^2 dz. \quad (4.9)$$

При определенном распределении  $\rho(z)$  для интеграла в последнем слагаемом уравнения (4.9) можно принять  $\int \rho z^2 dz \propto h^2 \sigma$ . Учитывая соотношение (4.6), перепишем уравнение (4.9) в виде

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \vec{\nabla}_{\perp}) \vec{u} = -\frac{\vec{\nabla}_{\perp} p}{\sigma} - \vec{\nabla}_{\perp} \Phi - D \frac{p}{\sigma} \vec{\nabla}_{\perp} \ln(\Omega_z). \quad (4.10)$$

Параметр  $D = \Omega_z^2 \int_{-h_{\pm}}^{h_{\pm}} \rho z^2 dz / \int_{-h_{\pm}}^{h_{\pm}} \mathcal{P} dz$  определяется зависимостью термодинамических параметров от  $z$ -координаты. Например, в случае (4.4) нетрудно показать, что  $D = 1$ .

Запишем уравнение радиального равновесия газового стационарного осесимметричного диска

$$\frac{V_{\text{вр}}^2}{r} - \frac{d\Phi_0}{dr} - \frac{dp_0}{\sigma_0 dr} - D \frac{p_0}{\sigma_0} \frac{d \ln \Omega_z}{dr} = 0, \quad (4.11)$$

где  $p_0$ ,  $\sigma_0$  — равновесные поверхностные давление и плотность газа. Отметим, что в рамках стандартной модели аккреционного диска третье и четвертое слагаемые дают поправку  $\propto (h/r)^2 \ll 1$  (см. гл. 5). Аналогичная оценка справедлива для галактических газовых дисков, за исключением, возможно, областей резкого изменения распределения плотности или угловой скорости вращения (см. п. 1.1.3 и п. 1.2.1). Уравнение (4.10) отличается от традиционного (термин предложен в монографии [36]) “плоского” уравнения Эйлера наличием последнего слагаемого.

Дополним систему (4.7), (4.10) законом сохранения энергии. Считая, что изменение внутренней энергии  $\varepsilon$  происходит за счет работы сил давления, имеем

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\mathcal{P} d\rho}{\rho dt}, \quad (4.12)$$

здесь  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \vec{\nabla}_{\perp} + w \frac{\partial}{\partial z}$ ,  $w$  —  $z$ -компонента скорости. Уравнение (4.12) проинтегрируем по  $z$ -координате в пределах от  $-h(\vec{r}, t)$  до  $h(\vec{r}, t)$ . Как и выше, считаем диск симметричным относительно плоскости  $z = 0$ ; ( $\mathcal{P}(-z) = \mathcal{P}(z)$ ;  $\varepsilon(-z) = \varepsilon(z)$ ;  $w(-z) = -w(z)$ );  $\mathcal{P}(\pm h) = \varepsilon(\pm h) = 0$ . Таким образом, ограничиваемся рассмотрением движения пинч-слоя, когда обе границы находятся в противофазе, центр массы не

смещается относительно плоскости  $z = 0$ . Принимая во внимание, что

$$w(z = h) = \frac{dh}{dt} = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \vec{\nabla}_{\perp} \right) h,$$

получаем уравнение [205]

$$\frac{\partial(Eh)}{\partial t} + P \frac{dh}{dt} + \vec{\nabla}_{\perp}(\vec{u}h(E + P)) - \vec{u} \vec{\nabla}_{\perp}(Ph) = 0, \quad (4.13)$$

где  $E(\vec{r}, t)$  — средняя плотность тепловой энергии в слое. Здесь ограничимся анализом модели идеального газа<sup>1</sup>, что дает простую связь между энергией и давлением:

$$E = \frac{P}{\gamma - 1}, \quad (4.14)$$

где  $\gamma$  — “объемный” показатель адиабаты. Используя соотношения (4.6), (4.14) и уравнение непрерывности (4.7), нетрудно записать (4.13) относительно поверхностного давления

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \gamma_s p \vec{\nabla}_{\perp} \vec{u} + \vec{u} \vec{\nabla}_{\perp} p = (\gamma_s - 1) p (\vec{u} \vec{\nabla}_{\perp}) \ln(C \Omega_z), \quad (4.15)$$

где величина

$$\gamma_s = 1 + 2(\gamma - 1)/(\gamma + 1) \quad (4.16)$$

играет роль “плоского” показателя адиабаты.

При использовании модели тонкого диска важным оказывается вопрос о связи “объемного”  $\gamma$  и “поверхностного”  $\gamma_s$  показателей адиабаты. Его можно сформулировать следующим образом. Пусть задано политропное уравнение состояния  $\mathcal{P} = A \rho^{\gamma}$ . Тогда какой будет величина  $\gamma_s$  в “плоском” политропном уравнении состояния  $p = B \sigma^{\gamma_s}$ ?

Для газового диска, не находящегося в поле каких-либо других гравитирующих масс, этот вопрос был решен Хантером [502]:

$$\gamma_s = 3 - 2/\gamma. \quad (4.17)$$

Действительно, полагая  $p = \hat{C} A^{\alpha} G^{\beta} \sigma^{\gamma_s}$ , где  $\hat{C}$  и  $G$  — соответственно безразмерная и гравитационная постоянные, из размерностных соображений получим  $\alpha = 1/\gamma$ ;  $\beta = (\gamma - 1)/\gamma$ ;  $\gamma_s = 3 - 2/\gamma$ . В области  $1 \leq \gamma \leq 2$  величина  $\gamma_s \geq \gamma$ . Считая, что для системы “макроатомов” — облаков  $\gamma = 5/3$ , из (4.17) получим  $\gamma_s = 9/5$ .

В другом предельном случае, когда легкий газовый диск погружен в гораздо более массивный звездный ( $\rho_* \gg \rho_g$ ), следует полагать  $p = \hat{C} A^{\alpha} (G \rho_*)^{\beta} (\sigma_g)^{\gamma_s}$  [220]. Это уравнение по размерностным соображениям приводит к полученному выше соотношению (4.16). В случае

<sup>1</sup> Обобщение на случай давления излучения см. [205], § 5.3.

произвольного соотношения между объемными плотностями однородного сфероидального звездного гало и газового диска связь между  $\gamma$  и  $\gamma_s$  была определена Абрамяном [1]. Влияние радиационного давления обсуждается в § 5.3.

Из уравнения (4.15) следует, что в общем случае ( $\gamma_s \neq 1$ ,  $C\Omega_z \neq \text{const}$ ) нельзя считать выполненным  $p/\sigma^{\gamma_s} = \text{const}$ . Наличие правой части в уравнении (4.15) приводит к неадиабатичности для плоских величин  $p$  и  $\sigma$ , что легко понять, обратившись к соотношению (4.6), которое по смыслу является уравнением состояния для плоского слоя, поскольку связывает  $p$ ,  $\sigma$  и  $h$ . Полутолщина  $h$  играет роль температуры. В случае  $C\Omega_z(r, \varphi) \neq \text{const}$  имеем явную зависимость в уравнении состояния от пространственных координат, что и означает неадиабатичность модели. Заметим, что обсуждаемый результат легко получить, если перейти в выражении для энтропии  $S \propto \ln(P/\bar{p}^\gamma)$  к поверхностным величинам  $p = 2hP$ ,  $\sigma = 2h\bar{p}$  с учетом (4.6). Имеем  $S \propto [\ln(p/\sigma^{\gamma_s}) - (\gamma_s - 1) \ln(C\Omega_z)]$ , что и дает неадиабатичность тонкого диска в случае неоднородности величины  $C\Omega_z$  [204].

#### 4.1.2. Квазидвумерная иерархическая модель диска

Вертикальные движения можно учесть в рамках так называемой иерархической квазидвумерной модели, которая предложена Коваленко и Лукиным [78]. В основе такого подхода лежит исключение вертикальной координаты посредством усреднения трехмерных уравнений с учетом дополнительных эволюционных уравнений. Разложим в ряд скорость

$$\vec{u}(r, \varphi, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \vec{u}^{(n)}(r, \varphi, t) \frac{z^n}{n!}. \quad (4.18)$$

Определим интегральные моменты плотности и давления  $n$ -го порядка:

$$\sigma^{(n)} = \int_{-h_-}^{h_+} \varrho(r, \varphi, z, t) \frac{z^n}{n!} dz, \quad \mathcal{P}^{(n)} = \int_{-h_-}^{h_+} \mathcal{P}(r, \varphi, z, t) \frac{z^n}{n!} dz. \quad (4.19)$$

Для моментов нулевого порядка имеем поверхностную плотность  $\sigma = \sigma^{(0)}$  и плоское давление  $p = \mathcal{P}^{(0)}$ . Домножая полные трехмерные уравнения гидродинамики на  $z^n/n!$  при различных  $n$  и интегрируя по  $z$ , получаем бесконечные цепочки зацепляющихся уравнений на моменты  $\sigma^{(n)}(r, \varphi, t)$ ,  $\mathcal{P}^{(n)}(r, \varphi, t)$  и величины  $\vec{u}^{(n)}(r, \varphi, t)$ . В работе [78] показано, что если оборвать систему на некотором  $n$ , то такой подход позволяет исследовать динамику мелкомасштабных в  $z$ -направлении возмущений, выбирая  $n$  исходя из постановки задачи.

В следующем после гидростатического приближения, которое более корректно учитывает вертикальные движения, появляются дополнительно эволюционные уравнения на вертикальные моменты плотности и давления (4.19), а также компоненты разложения скорости (4.18). Здесь в дополнение к плоским уравнениям (4.7), (4.10), (4.15) запишем эволюционные уравнения в первом приближении для диска, симметричного относительно плоскости  $z = 0$ :

$$\frac{\partial(\Sigma W)}{\partial t} + \frac{\partial(r\Sigma u W)}{r\partial r} = \frac{p}{2} - \Sigma\Phi_2, \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial\Sigma}{\partial t} + \frac{\partial(r\Sigma u)}{r\partial r} - 2\Sigma W = 0, \quad (4.21)$$

где  $\Sigma = \int_{-h}^h \rho \frac{z^2}{2} dz$  — второй вертикальный момент плотности;  $W = \partial w / \partial z (z = 0)$  — характеризует вертикальное движение. Таким образом, оставаясь в рамках квазидвумерной модели, иерархический метод позволяет описывать динамику тонких газовых дисков с учетом влияния вертикального движения, когда характерное время установления вертикального гидростатического равновесия (4.2) сравнимо или превышает период колебаний в плоскости диска.

В книге [36] рассмотрен общий подход к построению квазидвумерных моделей вращающихся дисков, который сводится к системе интегрированных дифференциальных уравнений.

#### 4.1.3. Когда газовый диск можно считать тонким?

Определение устойчивости реальных газовых дисков (газовых подсистем галактик, аккреционных и протопланетных дисков, кольцевых систем планет и т. д.) в качестве простейшего исследования возможных путей их эволюции неизбежно связано с созданием достаточно простых моделей. Наиболее простой и потому, естественно, самой популярной оказалась модель бесконечно тонкого диска, то есть диска, полутолщина которого  $h$  мала по сравнению с масштабами интересующих нас (неустойчивых) возмущений:  $kh \ll 1$ . Уже в работе Голдрейха и Линден-Белла [441] было показано, что в модели самогравитирующего (то есть сжатого поперек своей плоскости только созданным им гравитационным полем) газового диска наиболее гравитационно неустойчивыми являются длины волн  $kh \sim 1$ . Последнее означает, что модель бесконечно тонкого диска для самогравитирующих газовых систем оказывается неприменимой для наиболее неустойчивых возмущений. Означает ли это, что мы с необходимостью должны использовать только модель конечной тол-

щины, исследование устойчивости которой является задачей существенно более трудоемкой [170, 219]? И если ответить на этот вопрос можно отрицательно, то, очевидно, лишь при выполнении некоторых условий, формулированию которых и посвящен данный пункт [36, 165].

Рассмотрим равновесие системы, состоящей из газового диска, погруженного в звездный диск. Объемные плотности этих подсистем будем считать существенно различающимися

$$\rho_{g0} \ll \rho_{*0}, \quad (4.22)$$

что позволит нам пренебречь в первом приближении вкладом  $\rho_{g0}$  в уравнение Пуассона. Полагаем систему настолько протяженной в ее плоскости, что выполняется условие

$$|d^2\Phi_0/dz^2| \gg |d(r d\Phi_0/dr)/r dr|.$$

В силу этого уравнение Пуассона примет вид (2.21). Условие равновесия звездной компоненты вдоль оси  $z$  при уравнении состояния  $\mathcal{P}_{*z_0} = \mathcal{P}_{*z_0}(\rho_{*0})$  имеет вид

$$\frac{d\Phi_0}{dz} = -c_z^2 \frac{d \ln(\rho_{*0})}{dz}, \quad (4.23)$$

где  $c_z^2 = d\mathcal{P}_{*z_0}/d\rho_{*0}$  — квадрат дисперсии скоростей звезд поперек плоскости диска. Полагая выполненным условие  $|d \ln(c_z^2)/d \ln(\rho_{*0})| \ll 1$ , дифференцируя (4.23) по  $z$  и сравнивая результат с уравнением Пуассона (2.21), получим уравнение Эмдена

$$\frac{d^2u}{dz^2} + \frac{4\pi G}{c_z^2} \exp\{u\} = 0 \quad (4.24)$$

для функции  $u(z) = \ln\{\rho_{*0}(z)/\rho_{*0}(0)\}$ . Решение этого уравнения имеет вид

$$\rho_{*0}(z) = \rho_{*0}(z=0)/\text{ch}^2(z/\Delta_*), \quad (4.25)$$

где

$$\Delta_* = c_z/\sqrt{2\pi G \rho_{*0}(z=0)} = c_z^2/\pi G \sigma_{*0} \quad (4.26)$$

совпадает с (2.40).

Для газовой подсистемы с уравнением состояния

$$\mathcal{P}_0 = \mathcal{P}_0(\rho_{g0}) \quad (4.27)$$

условие равновесия вдоль оси  $z$  имеет вид

$$\frac{d\Phi_0}{dz} = -c_s^2 \frac{d \ln(\rho_{g0})}{dz}, \quad (4.28)$$

где  $c_s^2 = d\mathcal{P}_0/d\rho_{g0}$ . Левые части (4.28) и (4.23) равны; приравнивая правые части, получим

$$\rho_{g0}(z) = \rho_{g0}(0)[\text{ch}^2(z/\Delta_*)]^{-c_z^2/c_s^2}. \quad (4.29)$$

В дисках галактик обычно  $c_z^2/c_s^2 \gg 1$ . В этом пределе нетрудно видеть, что в области  $z \ll \Delta_*$  распределение (4.29) хорошо аппроксимируется законом

$$\rho_{g0}(z) \simeq \rho_{g0}(0) \exp\{-z^2/h^2\}, \quad (4.30)$$

где

$$h \simeq \Delta_* c_s / c_z \ll \Delta_*. \quad (4.31)$$

Возможность применения модели тонкого диска должна, очевидно, определяться величиной параметра  $k_g h$ , где  $k_g$  соответствует наиболее неустойчивой (или близкой к порогу неустойчивости) моде. Для гравитационной ветви колебаний величину  $k_g$  оценим из дисперсионного уравнения (см. (4.77))  $\omega^2 = 4\Omega^2 - 2\pi G \sigma_{g0} k + k^2 c_s^2$ , описывающего свойства коротковолновых возмущений в простейшей модели однородного твердотельно вращающегося газового диска. Из условия  $d\omega^2/dk = 0$  получим

$$k_g = \pi G \sigma_{g0} / c_s^2. \quad (4.32)$$

В системе, состоящей только из газового диска (звездный диск или компактный массивный объект, обеспечивающие вращение газового диска, отсутствуют), потенциал  $\Phi_0$  определяется только газовой компонентой, и потому  $\rho_{g0}(z) = \rho_{g0}(0) \text{ch}^{-2}\{z/h\}$ , где  $h = c_s / \sqrt{2\pi G \rho_{g0}(0)}$ . Отсюда следует, что  $\sigma_{g0} = 2h\rho_{g0}(0)$  и

$$k_g h = 1. \quad (4.33)$$

Из этого соотношения видно, что приближение бесконечно тонкого диска для изучения коллективных процессов в изолированных газовых дисках оказывается неприменимым в окрестности волнового числа  $k = k_g$ , соответствующего наиболее неустойчивой моде.

Однако, если учесть наличие массивного звездного диска, ситуация меняется. Действительно, используя соотношения (4.26), (4.31) и (4.32), нетрудно видеть [170], что при выполнении условия (4.22)

$$k_g h \simeq \frac{\rho_{g0}}{\rho_{*0}} \ll 1. \quad (4.34)$$

Итак, если плотность звездной компоненты значительно превосходит плотность газовой, то для исследования устойчивости газового диска корректно считать его бесконечно тонким при выполнении некоторого дополнительного условия, к выводу которого мы переходим.

Это дополнительное условие должно, очевидно, возникнуть из условия пренебрежения вкладом звездного диска в возмущенный гравитационный потенциал. Для оценки этого вклада используем выражения для возмущенной поверхностной плотности в рамках простейших однородных моделей газового и звездного дисков:

$$\sigma_{g1} = \sigma_{g0} k^2 \Phi_1 (\omega^2 - 4\Omega^2 - k^2 c_s^2)^{-1}, \quad (4.35)$$

$$\sigma_{*1} = \sigma_{*0} k^2 \Phi_1 (\omega^2 - 4\Omega^2 - k^2 c_r^2)^{-1} I_*, \quad (4.36)$$

где  $I_* = (1 + k \Delta_*)^{-1}$  — формфактор, учитывающий конечную толщину звездного диска (см. п. 2.2.3), а газовый диск в соответствии с (4.34) считаем тонким.

Следует заметить что, хотя в главе 2 формфактор  $I_*$  использовался при  $k\Delta_* < 1$ , непосредственным вычислением можно убедиться в том, что он дает верную асимптотику и в пределе  $k\Delta_* \gg 1$  (рассмотрение этого предела необходимо потому, что условие (4.34) может быть включено как при  $k_g \Delta_* \ll 1$ , так и при  $k_g \Delta_* \gg 1$ , см. (4.31)). Действительно, замена  $\sigma_{*0}$  в пределе  $k\Delta_* \gg 1$  на  $\sigma_{*0} I_* \simeq \sigma_{*0}/k\Delta_*$  в дисперсионном уравнении  $\omega^2 = 4\Omega^2 - 2\pi G \sigma_{*0} k + k^2 c_r^2$  с учетом того, что  $\sigma_{*0} = 2\Delta_* \rho_{*0}(0)$  приводит к дисперсионному уравнению для возмущений с  $k_z = 0$  во вращающемся гравитирующем цилиндре  $\omega^2 = 4\Omega^2 - 4\pi G \rho_{*0} + k^2 c_r^2$  [163, 420].

Рассмотрим сначала случай  $kh \ll k\Delta_* \ll 1$ . В этом пределе условие пренебрежения вкладом звездного диска в возмущенный гравитационный потенциал

$$\Phi_1 = -2\pi G (\sigma_{*1} + \sigma_{g1})/k, \quad (4.37)$$

как следует из (4.35), (4.36), имеет вид [607]

$$\frac{\sigma_{g0}}{c_s^2} \gg \frac{\sigma_{*0}}{c_r^2}. \quad (4.38)$$

Введя коэффициент анизотропии звездного диска

$$\alpha = c_r/c_z, \quad (4.39)$$

с помощью (4.31) получим

$$\frac{h}{\alpha^2 \Delta_*} \ll \frac{\rho_{g0}(0)}{\rho_{*0}(0)} \ll 1. \quad (4.40)$$

Во втором случае ( $k\Delta_* \gg 1$ ;  $I_* \simeq 1/k\Delta_*$ ) условие  $\sigma_{g1} \gg \sigma_{*1}$  примет, очевидно, вид

$$\frac{h^2}{\alpha^2 \Delta_*^2} \ll \frac{\rho_{g0}^2(0)}{\rho_{*0}^2(0)} \ll 1. \quad (4.41)$$

Поскольку в звездных дисках галактик обычно  $\alpha > 1$ , неравенства (4.41) автоматически следуют из (4.40).

Из приведенных выше оценок вытекает следующее утверждение. Необходимым и достаточным условием применимости приближения тонкого диска для исследования гравитационно неустойчивых возмущений в газовых подсистемах галактик является присутствие звездной компоненты с параметрами, удовлетворяющими неравенствам (4.40), (4.41). В качестве примера рассмотрим газовый диск Галактики. В окрестности Солнца  $\sigma_{g0}/\sigma_{*0} \simeq 0,1$ ;  $c_z/c_s \simeq \Delta_*/h \simeq 3$ ;  $\alpha = c_r/c_z \simeq 2$  [334, 761, 833, 898]. Отсюда  $\rho_{g0}(0)/\rho_{*0}(0) \simeq 0,3$ ;  $h/\alpha^2\Delta_* \lesssim 0,1$  и, следовательно, условия применимости модели тонкого диска в форме (4.40) выполняются.

Разумеется, при изучении свойств коротковолновых ( $k \gg k_g$ ) возмущений в газовом диске плоской галактики необходимо учитывать структуру последнего поперек плоскости его симметрии. Такое исследование [219], в частности, показало, что закон дисперсии джинсовских колебаний диска в области  $kh \gg 1$  похож на дисперсионную зависимость поверхностных гравитационных волн на глубокой воде ( $\omega^2 \simeq kg$ , где  $g = |\partial\Phi_0/\partial z|$  при  $|z| = h$ ). В промежуточной же части спектра ( $kh \lesssim 1$ ) конечная толщина газового диска может быть учтена модельно с помощью аналогичного звездному формфактора  $I_g = (1 + kh)^{-1}$ .

## 4.2. Динамика возмущений в плоскости диска

### 4.2.1. Постановка задачи

В соответствии с проведенным в п. 4.1.3 исследованием поставим задачу изучения дисперсионных свойств неосесимметричных возмущений в плоскости тонкого газового диска [134, 94]. Исходные уравнения газодинамики в этой модели с учетом (4.7), (4.10), (4.15) имеют вид <sup>2</sup>:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} + \frac{\partial(r\sigma u)}{r\partial r} + \frac{\partial(\sigma v)}{r\partial\varphi} = 0, \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r}\frac{\partial u}{\partial\varphi} - \frac{v^2}{r} = -\frac{\partial\Phi}{\partial r} - \frac{1}{\sigma}\frac{\partial p}{\partial r} - D\frac{p}{\sigma}\frac{d\ln\Omega_z}{dr}, \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r}\frac{\partial v}{\partial\varphi} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} - \frac{1}{\sigma r}\frac{\partial p}{\partial\varphi}, \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \gamma_s p \left( \frac{\partial ru}{r\partial r} + \frac{\partial v}{r\partial\varphi} \right) + u\frac{\partial p}{\partial r} + v\frac{\partial p}{r\partial\varphi} = (\gamma_s - 1)pu\frac{d\ln(C\Omega_z)}{dr}, \quad (4.45)$$

где  $u$ ,  $v$  — радиальная и азимутальная компоненты скорости газа;  $\sigma$ ,  $p$  — поверхностные плотность и давление в газовом диске, а диссипа-

<sup>2</sup> Обсуждение модели тонкого диска и ее обобщение можно найти в монографии Горькавого и Фрийдмана [36].

тивные члены опущены (исследованию диссипативных эффектов посвящен § 4.4).

Для изучения динамики малых возмущений линеаризуем систему (4.42) ÷ (4.45). Для этого представим входящие в эту систему переменные в виде сумм равновесных и возмущенных величин:

$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma_0(r) + \sigma_1(r, \varphi, t), \quad u = u_1(r, \varphi, t), \quad v = r\Omega(r) + v_1(r, \varphi, t), \\ p &= p_0(r) + p_1(r, \varphi, t), \quad \Phi = \Phi_0(r) + \Phi_1(r, \varphi, t).\end{aligned}\quad (4.46)$$

В результате получим

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial t} + \Omega \frac{\partial \sigma_1}{\partial \varphi} + \sigma_0 \left( \frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{u_1}{r} + \frac{\partial v_1}{r \partial \varphi} \right) + u_1 \sigma'_0 = 0, \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \Omega \frac{\partial u_1}{\partial \varphi} - 2\Omega v_1 = -\frac{\partial \Phi_1}{\partial r} - \frac{1}{\sigma_0} \frac{\partial p_1}{\partial r} - g \frac{\sigma_1}{\sigma_0} - D(\ln \Omega_z)' \frac{p_1}{\sigma_0}, \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + \Omega \frac{\partial v_1}{\partial \varphi} + \frac{\varkappa^2}{2\Omega} u_1 = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \varphi} - \frac{1}{\sigma_0 r} \frac{\partial p_1}{\partial \varphi}, \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} + \Omega \frac{\partial p_1}{\partial \varphi} + \gamma_s p_0 \left( \frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{u_1}{r} + \frac{\partial v_1}{r \partial \varphi} \right) + u_1 [p'_0 - (\gamma_s - 1)p_0(\ln C\Omega_z)'] = 0, \quad (4.50)$$

где штрих означает производную вдоль радиальной координаты, и в соответствии с условием равновесия (4.11),

$$g = -\frac{p'_0}{\sigma_0} - D \frac{p_0}{\sigma_0} (\ln \Omega_z)' = \frac{d\Phi_0}{dr} - r \Omega^2. \quad (4.51)$$

Дополним систему (4.47) ÷ (2.53) линеаризованным уравнением Пуассона

$$\Delta \Phi_1 = 4\pi G \sigma_1 \delta(z). \quad (4.52)$$

Зависимость возмущенных величин

$$f_1 = \{\sigma_1, p_1, u_1, \dots\} \quad (4.53)$$

от азимутальной координаты  $\varphi$  и времени  $t$  в связи со стационарностью и однородностью рассматриваемой равновесной модели в азимутальном направлении представим в виде

$$f_1 = f(r) \exp\{-i\omega t + im\varphi\}. \quad (4.54)$$

Тогда система (4.47) ÷ (4.50), (4.52) перейдет в (индекс “1” у возмущенных величин опускаем и считаем  $C = \text{const}$ )

$$-i\hat{\omega} \Sigma / c_T^2 + (u' + u/r + imv/r) + u/L_\sigma = 0, \quad (4.55)$$

$$-i\hat{\omega} u - 2\Omega v = -R' - \Phi' - (1/L_\sigma + D/L_z)R + (1/L_p + D/L_z)\Sigma, \quad (4.56)$$

$$-i\hat{\omega}v + \mathfrak{x}^2 u / 2\Omega = -imR/r - im\Phi/r, \quad (4.57)$$

$$-i\hat{\omega}(R - \gamma_s \Sigma) + c_T^2 S'_0 u = 0, \quad (4.58)$$

$$\Phi'' + \frac{\Phi'}{r} - \frac{m^2 \Phi}{r^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 4\pi G \sigma \delta(z), \quad (4.59)$$

где  $\Sigma = c_T^2 \sigma_1 / \sigma_0$ ,  $R = p_1 / \sigma_0$ ,  $\hat{\omega} = \omega - m\Omega$ ,  $1/L_\sigma = \sigma'_0 / \sigma_0$ ,  $1/L_p = p'_0 / p_0$ ,  $1/L_z = \Omega'_z / \Omega_z$ ,  $S_0 = \ln(p_0 \Omega_z^{1-\gamma_s} / \sigma_0^{\gamma_s})$ ,  $c_T = \sqrt{p_0 / \sigma_0}$  — изотермическая скорость звука,  $c_s = \sqrt{\gamma_s} c_T$  — адиабатическая скорость звука.

Исключим из приведенной выше системы возмущенные скорости. Для этого из (4.57) находим

$$v = -\frac{i\mathfrak{x}^2}{2\Omega \hat{\omega}} u + \frac{m}{r\hat{\omega}} (R + \Phi) \quad (4.60)$$

и, подставляя это выражение в (4.56), получим

$$u = \frac{i}{\hat{\omega}^2 - \mathfrak{x}^2} \left\{ \frac{2m\Omega}{r} (R + \Phi) + \hat{\omega} [(\ln p_0 \Omega_z^D)' \Sigma - (\ln \sigma_0 \Omega_z^D)' R - R' - \Phi'] \right\}. \quad (4.61)$$

Дифференцируя затем (4.61) по радиальной координате и подставляя результат вместе с (4.60), (4.61) в (4.55), приводим (4.55) к виду

$$\begin{aligned} & (R + \Phi)'' + \left( \ln \frac{\sigma_0 r}{\hat{\omega}^2 - \mathfrak{x}^2} \right)' (R + \Phi)' + (\ln \sigma_0 \Omega_z^D)' R' - (\ln p_0 \Omega_z^D)' \Sigma' - \\ & - (R + \Phi) \left\{ \frac{m^2}{r^2} + \frac{1}{\hat{\omega}} \left( \frac{2m\Omega}{r} \right)' + \frac{2m\Omega}{r\hat{\omega}} \left( \ln \frac{\sigma_0 r}{\hat{\omega}^2 - \mathfrak{x}^2} \right)' \right\} + R \left\{ (\ln \sigma_0 \Omega_z^D)'' + \right. \\ & + \left( \ln \frac{\sigma_0 r}{\hat{\omega}^2 - \mathfrak{x}^2} \right)' (\ln \sigma_0 \Omega_z^D)' + \frac{2m\Omega}{r\hat{\omega}} (\ln \sigma_0 \Omega_z^D)' \right\} + \Sigma \left\{ \frac{\hat{\omega}^2 - \mathfrak{x}^2}{c_T^2} - \right. \\ & - (\ln p_0 \Omega_z^D)'' - \left( \ln \frac{\sigma_0 r}{\hat{\omega}^2 - \mathfrak{x}^2} \right)' (\ln p_0 \Omega_z^D)' - \frac{2m\Omega}{r\hat{\omega}} (\ln p_0 \Omega_z^D)' \right\} = 0. \end{aligned} \quad (4.62)$$

Подставляя также (4.61) в (4.58), получаем второе уравнение, связывающее  $\Sigma$ ,  $R$ ,  $\Phi$ :

$$\begin{aligned} & S'_0 \left\{ \hat{\omega} [R' + \Phi' + (\ln \sigma_0 \Omega_z^D)' R - (\ln p_0 \Omega_z^D)' \Sigma] - \frac{2m\Omega}{r} (R + \Phi) \right\} + \\ & + \hat{\omega} \frac{\hat{\omega}^2 - \mathfrak{x}^2}{c_T^2} (R - \gamma_s \Sigma) = 0. \end{aligned} \quad (4.63)$$

Система уравнений (4.62), (4.63), вместе с уравнением Пуассона, (4.59) является исходной для дальнейшего анализа динамики малых возмущений в модели газового диска с произвольными распределениями  $\sigma_0(r)$ ,  $p_0(r)$ ,  $\Omega(r)$ .

## 4.2.2. Дисперсионное уравнение в изэнтропическом диске

Рассмотрим изэнтропическую модель. В ней

$$S_0 = \ln \frac{p_0}{\sigma_0^{\gamma_s} \Omega_z^{\gamma_s - 1}} = \text{const}. \quad (4.64)$$

В этой модели связь между  $L_c$  и  $L_\sigma$  определяется соотношением

$$L_c = \left( \frac{d \ln c_s}{dr} \right)^{-1} = \frac{2L_\sigma}{(\gamma_s - 1)(1 + L_\sigma/L_z)}, \quad (4.65)$$

где  $\gamma_s$  — “плоский” показатель политропы (см. п. 4.1.1). Если считать для системы “макроатомов” газового диска — облаков  $\gamma \leq 5/3$ , тогда в соответствии с (4.16)  $\gamma_s \leq 3/2$  и, следовательно,  $L_c > L_\sigma$ . Отсюда ясно, что изэнтропическая модель не противоречит данным наблюдений по газовому диску Галактики. Поэтому в первую очередь проведем дальнейший анализ в рамках изэнтропической модели с  $D = 1$  (более общий случай будет рассмотрен ниже).

В изэнтропической модели из (4.63) вытекает

$$R = \gamma_s \Sigma. \quad (4.66)$$

Эта связь приводит уравнение (4.62) к виду

$$\begin{aligned} (\Phi + \gamma_s \Sigma)'' + \left( \ln \frac{\sigma_0 r}{\hat{\omega}^2 - \mathfrak{x}^2} \right)' (\Phi + \gamma_s \Sigma)' + \frac{\hat{\omega}^2 - \mathfrak{x}^2}{c_T^2} \Sigma - (\Phi + \gamma_s \Sigma) \times \\ \times \left\{ \frac{m^2}{r^2} + \frac{1}{\hat{\omega}} \left( \frac{2m\Omega}{r} \right)' + \frac{2m\Omega}{r\hat{\omega}} \left( \ln \frac{\sigma_0 r}{\hat{\omega}^2 - \mathfrak{x}^2} \right)' \right\} = 0. \end{aligned} \quad (4.67)$$

Значительный прогресс в понимании физики гравитирующего газового диска и, в частности, в определении условия его гравитационной устойчивости относительно осесимметричных возмущений был достигнут с помощью ВКБ-анализа в радиальном направлении. Это обусловлено тем обстоятельством, что протяженность диска и характерные масштабы его неоднородности в радиальном направлении настолько велики по сравнению с его толщиной, что наряду с выполнением условия (4.22) могут быть выполнены и условия применимости ВКБ-приближения [ $f(r) \propto \exp(i k_r r)$  — см. (4.54)]:

$$k_r r \gg 1, \quad k_r L \gg 1, \quad (4.68)$$

где  $L = \min\{|L_c|, |L_\sigma|, |L_z|, |\partial \ln \Omega / \partial r|^{-1}\}$ .

Нетрудно, однако, видеть, что ВКБ-приближение применимо только к тем из неосесимметричных возмущений, описываемых уравнением

(4.67), для которых выполняется условие

$$\frac{m |\hat{\omega}|}{\mathfrak{a}} \ll k r = \sqrt{r^2 k_r^2 + m^2}, \quad (4.69)$$

в общем случае не более жесткое, чем условие  $|\hat{\omega}| \ll \mathfrak{a}$ . Таким образом, мы можем изучать свойства коротковолновых возмущений, заметно отличающихся от осесимметричных, только в низкочастотной по  $\hat{\omega}$  части спектра. Это ограничение, однако, не является, существенным для изучения гравитационной неустойчивости газового диска. Действительно, граница устойчивости газового диска относительно осесимметричных возмущений определяется из условия  $\hat{\omega}^2 = 0$  в минимуме дисперсионной кривой  $\hat{\omega}^2 = \hat{\omega}^2(k)$ . Для решения вопроса об определении границы устойчивости диска относительно неосесимметричных возмущений следует исходить из того, что в любой неоднородной системе должны существовать коротковолновые градиентные возмущения, максимальная частота которых  $\omega_g \sim \omega_0/kL \ll \omega_0$ , где  $\omega_0$  — частота собственных колебаний системы без учета ее неоднородности. Например, в атмосфере Земли частота звука  $\omega_0 = k c_s$ , а частота внутренних гравитационных волн  $\omega_g \sim g/c_s \sim c_s/L_a \sim \omega_0/kL_a$  [92], где  $L_a$  — вертикальный масштаб неоднородности атмосферы,  $g$  — ускорение силы тяжести. Аналогично в звездном диске частота джинсовских возмущений  $\hat{\omega}_J \sim \mathfrak{a}$  везде, за исключением окрестности минимума дисперсионной кривой  $\hat{\omega}_J(k)$ , а максимальная частота градиентных  $\hat{\omega}_g \sim \mathfrak{a}/kL \ll \mathfrak{a}$  (см. п. 2.2.4). То же самое утверждение, очевидно, справедливо и для газового диска. При этом граница устойчивости будет определяться в области “контакта” джинсовской и градиентной ветвей (минимума дисперсионной кривой  $\hat{\omega}_J(k)$ ), где  $\hat{\omega}_J \sim \hat{\omega}_g \sim \mathfrak{a}/kL \ll \mathfrak{a}$ . Кроме того, дисперсионные свойства низкочастотных градиентных возмущений могут представлять и независимый интерес (см., например, пункты, посвященные волнам Россби и градиентно-энтропийной неустойчивости).

Будем поэтому рассматривать возмущения, частоты и азимутальные волновые номера которых удовлетворяют условию (4.69). При выполнении этого условия члены с первыми производными от  $\Phi$  и  $\sigma$  по радиальной координате в (4.67) оказываются пренебрежимо малыми по сравнению с первым членом. Поэтому, отбрасывая в (4.67) все малые по условиям (4.68), (4.69) члены, получим

$$(\Phi + \gamma_s \Sigma) \left\{ k^2 + \frac{2m\Omega}{r\hat{\omega}} \frac{d}{dr} \ln \frac{2\Omega\sigma_0}{\mathfrak{a}^2} - \frac{2m^2}{r\mathfrak{a}^2} \frac{d\Omega^2}{dr} \right\} - \frac{\hat{\omega}^2 - \mathfrak{a}^2}{c_T^2} \Sigma = 0. \quad (4.70)$$

Используя затем коротковолновое решение уравнения Пуассона для тон-

кого диска [163, 420]

$$\Phi = -\frac{2\pi G\sigma}{k}, \quad (4.71)$$

приходим к искомому дисперсионному уравнению для изэнтропического газового диска

$$\begin{aligned} \hat{\omega}^3 - \hat{\omega} \left[ \hat{\omega}^2 + \left( k^2 c_s^2 - 2\pi G \sigma_0 k \right) \left( 1 - 2s^2 \frac{r}{\hat{\omega}^2} \frac{d\Omega^2}{dr} \right) \right] \\ - 2s\Omega (k c_s^2 - 2\pi G \sigma_0) \frac{d}{dr} \ln \left( \frac{2\Omega\sigma_0}{\hat{\omega}^2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (4.72)$$

где  $s = m/k r$  — параметр, характеризующий степень неосесимметричности возмущений.

В работе [147] был проведен анализ устойчивости твердотельно вращающегося ( $\Omega = \beta \Omega_0 = \text{const}$ ) газового диска с плотностью

$$\sigma_0 = \sigma_0(0) (1 - r^2/R^2)^{1/2} \quad (4.73)$$

и политропным уравнением состояния

$$p_0 = p_0(0) (1 - r^2/R^2)^{3/2} \propto \sigma_0^3, \quad (4.74)$$

где  $\sigma_0(0) = 2R\Omega_0^2/\pi^2 G$ ;  $p_0(0) = \sigma_0(0)\Omega_0^2 R^2(1 - \beta^2)/3$ . В этой модели без использования ВКБ-приближения было получено дисперсионное уравнение, описывающее свойства произвольных возмущений в плоскости диска:

$$\hat{\omega} (\hat{\omega}^2 - 4\Omega^2) + \{\hat{\omega}[l(l+1) - m^2] - 2m\Omega\} \{\Omega_0^2(1 - \beta^2) - 4\Omega_0^2 \gamma_l^m\} = 0, \quad (4.75)$$

где

$$\gamma_l^m = \frac{(l+m)!(l-m)!}{2^{2l+1} \left[ \left( \frac{l+m}{2} \right)! \left( \frac{l-m}{2} \right)! \right]^2}. \quad (4.76)$$

Поскольку модель (4.73), (4.74) также является изэнтропической, представляет интерес сравнить дисперсионное уравнение (4.75) в коротковолновом ( $l - m \gg 1$ ) пределе с дисперсионным уравнением (4.72) в твердотельно вращающемся ( $d\Omega/dr \rightarrow 0$ ) пределе.

В изэнтропических моделях  $dp_0/dr = c_s^2 d\sigma_0/dr$ , откуда заключаем, что в модели (4.74)  $c_s^2 = \Omega_0^2(1 - \beta^2)(R^2 - r^2)$ . В коротковолновом пределе ( $l - m \gg 1$ ), используя асимптотику гамма-функции, получаем  $\gamma_l^m \simeq 1/\pi\sqrt{l^2 - m^2}$  и, соответственно,

$$4\Omega_0^2 \gamma_l^m = 2\pi G \sigma_0 / \sqrt{(l^2 - m^2)(R^2 - r^2)}.$$

Для определения аналога волнового числа  $k = \sqrt{k_r^2 + m^2/r^2}$  замечаем, что [163, 420]

$$\Phi = -4\gamma_l^m R \Omega_0^2 \sigma \sqrt{R^2 - r^2} / \sigma_0(0) \simeq -2\pi G \sigma \sqrt{(R^2 - r^2)/(l^2 - m^2)}.$$

Сравнивая это выражение с ВКБ-решением уравнения Пуассона (4.71), приходим к выводу, что  $k \simeq \sqrt{(l^2 - m^2)/(R^2 - r^2)}$ . Наконец,

$$d \ln(\sigma_0)/k^2 dr = -r/k^2(R^2 - r^2) = -r/(l^2 - m^2),$$

и поэтому уравнение (4.75) может быть записано в виде

$$\hat{\omega}^3 - \hat{\omega} [4 \Omega^2 + k^2 c_s^2 - 2 \pi G \sigma_0 k] - \frac{2 m \Omega}{k r} (k c_s^2 - 2 \pi G \sigma_0) \frac{d \ln(\sigma_0)}{dr} = 0, \quad (4.77)$$

тождественно совпадающем с уравнением (4.72) в пределе  $\Omega = \text{const.}$  Этот факт служит дополнительным аргументом в пользу корректности приближения (4.69), использованного для ВКБ-анализа дисперсионных свойств возмущений в гораздо более сложной, чем (4.74), модели газового диска с произвольными распределениями  $\Omega(r)$  и  $\sigma_0(r)$ .

#### 4.2.3. Волны Россби

Дисперсионное уравнение (4.72) описывает три ветви колебаний газового диска. Если пренебречь неоднородностью диска и дифференциальностью его вращения, то нетрудно убедиться, что две из них гравитационные (джинсовские) и их частоты определяются из условия баланса кубического и линейного по  $\hat{\omega}$  членов (частота третьей ветви в этом случае  $\hat{\omega} = 0$ ). Появление третьего типа возмущений связано с неоднородностью диска и дифференциальностью его вращения (проявление сдвиговой упругости неоднородной среды), и их частота в гравитационно устойчивом (см. § 4.3) диске может быть приближенно определена из условия баланса линейного по  $\hat{\omega}$  и свободного в (4.72) членов [134]:

$$\hat{\omega}_g = - \frac{2 m \Omega (k c_s^2 - 2 \pi G \sigma_0) d \ln(2 \Omega \sigma_0 / \varpi^2) / dr}{k r [\varpi^2 + (k^2 c_s^2 - 2 \pi G \sigma_0 k) (1 - 2 m^2 d \Omega^2 / r k^2 \varpi^2 dr)]}. \quad (4.78)$$

Нетрудно видеть, что  $\hat{\omega}_g$  по (4.78) удовлетворяет условию (4.69) при любых длинах волн возмущений ( $m \hat{\omega}_g / \varpi \sim (s \Omega / k L) m / \varpi \sim s^2 \ll k r$ ). Аналогичные ветви колебаний, частоты которых пропорциональны градиентам невозмущенных величин, имеют место в атмосферах и океанах планет (внутренние гравитационные волны и волны Россби — см. [26, 92]), плазме (дрейфовые волны — см. [112]), звездном диске (см. гл.2) и других неоднородных средах. Выражение (4.78) описывает волны, имеющие черты как внутренних гравитационных волн, так и волн Россби [131]. Для доказательства второй части этого утверждения перейдем к естественному для атмосфер планет пределу однородной (вдоль поверхности планеты) несамогравитирующей среды (формально  $G \rightarrow 0$ ,  $\sigma'_0 \rightarrow 0$ ). Тогда, полагая вращение диска слабо дифференциальным ( $n \ll 1$  для  $\Omega \propto r^{-n}$ ), из (4.78) получаем

$$\hat{\omega}_g = \hat{\omega}_{Rgal} = \frac{2 k_\varphi d\Omega/dr}{k_r^2 + k_\varphi^2 + 4 \Omega^2/c_s^2}, \quad (4.79)$$

где  $k_\varphi = m/r$ .

В атмосферах планет закон дисперсии коротковолновых баротропных возмущений Россби [26] имеет вид

$$\hat{\omega}_R = -\frac{2 k_\varphi (d\Omega_z/R d\theta)}{k_\theta^2 + k_\varphi^2 + 4 \Omega_z^2/c_s^2}. \quad (4.80)$$

Конкретные значения параметров, характеризующих динамику и геометрию упомянутых выше вихревых структур, аналогичных планетарным антициклоническим солитонам Россби, в газовых дисках галактик должны, очевидно, вычисляться в нелинейной теории. В связи с этим интересна попытка прямого переноса результатов теории солитонов Россби на “мелкой воде” на случай газового диска, предпринятая Корчагиным и Петвиашвили [84]. Полученный ими солитон имеет характерный радиус порядка или больше эпициклического ( $\rho = c_s/\varkappa$ ) и, следовательно, соответствует возмущениям с  $k\rho \lesssim 1$ . Используя результаты п. 4.1.3, нетрудно показать, что в гравитационно устойчивом газовом диске  $k_g h \sim (\rho_g/\rho_*)|_{z=0} \sim \varkappa/\omega_z \sim h/\rho$  и, следовательно,  $k_g \rho \sim 1$ . Таким образом, на структуру и динамику такого солитона определяющее влияние должны оказывать возмущения гравитационного потенциала, обусловленные возмущениями поверхностной плотности диска (см. различие дисперсионных свойств планетарных и галактических волн Россби в области спектра  $k \lesssim 1/\rho$ ).

Указанное обстоятельство подчеркивает необходимость выявления достаточно эффективного и несамоподавляющегося механизма возбуждения волн Россби в гравитирующих газовых подсистемах галактик. Один из возможных таких механизмов будет описан в п. 4.3.5.

### 4.3. Неустойчивости газового гравитирующего диска

Весьма уместно здесь напомнить о § 2.3, в котором на качественном уровне обсуждается механизм гравитационной неустойчивости газового диска.

#### 4.3.1. Условие гравитационной устойчивости газовой подсистемы

Динамику малых возмущений в изэнтропической модели определяет дисперсионное уравнение (4.72), которое можно записать в виде

$$\hat{\omega}^3 + p(k) \hat{\omega} + q(k) = 0. \quad (4.81)$$

Поэтому вопрос об условии гравитационной устойчивости газового диска относительно коротковолновых возмущений сводится к условию отсутствия комплексных корней у этого уравнения:

$$D(k) = (p/3)^3 + (q/2)^2 \leq 0. \quad (4.82)$$

Для стабилизации газового диска относительно осесимметричных ( $m = 0$ ) возмущений достаточно, чтобы  $c_s = c_0 = \pi G \sigma_0 / \kappa$  [441]. В этом случае маргинально устойчивыми оказываются возмущения с  $k = k_0 = \pi G \sigma_0 / c_0^2$ , и при этом

$$\omega^2 = \kappa^2 + k_0^2 c_0^2 - 2 \pi G \sigma_0 k_0 = 0.$$

Вычисляя величину  $D(k_0)$  при  $c_s = c_0$  по (4.82), получаем

$$D(k_0) = \left( -2 s^2 r \frac{(\Omega^2)'}{3} \right)^3 + \left[ s \Omega \kappa^2 \frac{\partial \ln(2 \Omega \sigma_0 / \kappa^2)}{k_0 \partial r} \right]^2 \geq 0 \quad (4.83)$$

для любых не возрастающих с ростом радиальной координаты функций  $\Omega(r)$ . Поскольку из наблюдений не следует существования в плоских галактиках областей с  $d\Omega/dr > 0$  (за исключением, быть может, центральных частей  $SB$ -галактик), то из (4.83) вытекает важный результат: для стабилизации неосесимметричных ( $s \neq 0$ ) возмущений в газовом диске необходима большая, чем  $c_0$ , величина  $c_s$ .

Вычислим сначала величину  $c_s = c_1(s)$ , необходимую для стабилизации неосесимметричных возмущений в модели диска с  $\partial \ln(2 \Omega \sigma_0 / \kappa^2) / \partial r = 0$ . В этом случае свободный член в (4.72) обращается в нуль и дисперсионное уравнение становится квадратным по  $\hat{\omega}$ , причем линейный по  $\hat{\omega}$  член отсутствует. Граница устойчивости для диска, описываемого таким дисперсионным уравнением, определяется из условий  $\hat{\omega}^2 = 0$  и  $\partial \hat{\omega}^2 / \partial k = 0$  ( $\hat{\omega}^2 = 0$  в минимуме дисперсионной кривой). Выполнение этих условий означает, что для устойчивости возмущений с фиксированным  $s < 1$  необходимо

$$c_s \geq c_1(s) = c_0 \sqrt{1 - 2 s^2 r (\Omega^2)' / \kappa^2}, \quad (4.84)$$

а длина волны маргинально устойчивых (при  $c_s = c_1(s)$ ) возмущений определяется соотношением

$$k = k_1(s) = k_0 [1 - 2 s^2 r (\Omega^2)' / \kappa^2]^{-1}. \quad (4.85)$$

Отсюда видно, что для убывающих  $\Omega(r)$  граница устойчивости сдвигается в длинноволновую область и необходимая для стабилизации возмущений величина  $c_s = c_1(s)$  возрастает с ростом параметра  $s$ .

Перейдем теперь к получению условия устойчивости в моделях без определенной связи  $\sigma_0(r)$  и  $\Omega(r)$ . Очевидно, что в этом случае граница устойчивости должна определяться из совокупности условий  $D(k) = 0$ ,  $dD(k)/dk = 0$  (см. п. 2.4.3). Вычисления проводим в главном порядке по параметру

$$\mu = \left| s \frac{2\Omega}{\varkappa k_T} \frac{d \ln(2\Omega \sigma_0 / \varkappa^2)}{dr} \right| \quad (4.86)$$

(где  $k_T = \varkappa^2 / 2\pi G \sigma_0 = k_0/2$ ) и используя в качестве начального приближения решение (4.84). В результате из условия  $D = 0$  получаем критерий устойчивости возмущений с заданным  $s$  [134]:

$$c_s \geq c_{s_{\min}}(s) \simeq c_0 [1 - 2s^2 r(\Omega^2)' / \varkappa^2]^{1/2} (1 + 0,6 \mu^{2/3}), \quad (4.87)$$

а из условия  $dD/dk = 0$  — длину волны маргинально устойчивых (при  $c_s = c_2(s)$ ) возмущений:

$$k = k_2(s) \simeq k_0 [1 - 2s^2 r(\Omega^2)' / \varkappa^2]^{-1} (1 - 0,6 \mu^{2/3}). \quad (4.88)$$

Результат (4.88) означает, что маргинально устойчивые возмущения в газовом диске с ростом степени их неосесимметричности становятся все более длинноволновыми. Для стабилизации таких возмущений согласно (4.87) необходима большая дисперсия скоростей, составляющих газовый диск объектов (облаков), чем для стабилизации осесимметричных возмущений. Поэтому естественно поставить вопрос о возможности практического применения критерия устойчивости (4.87).

Если ограничиться только осесимметричными ( $s = 0$ ) возмущениями, то для устойчивости газового диска необходимо выполнение неравенства  $c_s \geq c_0 = \pi G \sigma_0 / \varkappa$ . Оценивая эту величину в солнечной окрестности галактического диска ( $\sigma_0 \simeq 10 \text{ М}_\odot / \text{пк}^2$  — [761]), получаем  $c_0 \simeq 4 \text{ км/с}$ . Следовательно, минимально необходимая для устойчивости газового диска Галактики величина одномерной дисперсии скоростей газовых облаков  $c_g^{(1)} \simeq 3 \text{ км/с}$  (в модели газового диска, изотермического поперек его плоскости, одномерная дисперсия скоростей газовых облаков  $c_g^{(1)}$  равна изотермической скорости звука  $c_T = c_s / \sqrt{\gamma_s} \simeq 0,8 c_s$ , а трехмерная дисперсия скоростей облаков  $c_g^{(3)} = \sqrt{3} c_T \simeq 1,4 c_s$ ). Полученная оценка существенно меньше наблюдаемой  $c_g^{(1)} \simeq 5 \div 7 \text{ км/с}$  (см. п. 1.2.2).

С ростом степени неосесимметричности возмущений необходимая для подавления их неустойчивости дисперсия скоростей газовых облаков растет [см. (4.87)]. Анализ, аналогичный проведенному в п. 2.4.4 для звездного диска, показывает, что соотношение (4.87) в пределе  $|s| \rightarrow 1$

может быть использовано для оценки верхней границы необходимой для устойчивости газового диска величины  $c_s$ :

$$\sup\{c_{s\min}(s)\} = \hat{c}_s \simeq c_0 \sqrt{\frac{2+n}{2-n}} \left\{ 1 + 0,6 \left| \sqrt{\frac{2}{2-n}} \left( \frac{n}{k_T r} + \frac{d \ln \sigma_0}{k_T dr} \right) \right|^{2/3} \right\}, \quad (4.89)$$

где для удобства применения принята аппроксимация  $\Omega \propto r^{-n}$ . Оценим величину  $\hat{c}_s$  в окрестности Солнца. Полагая  $n = 1$  и  $(d \ln \sigma_0 / dr)^{-1} \simeq -4$  кпк [759], получаем  $\hat{c}_s \simeq c_0 \sqrt{3} (1 + 0,07) \simeq 7,5$  км/с. Соответствующая этой оценке одномерная дисперсия скоростей облаков  $c_g^{(1)} \simeq 6$  км/с попадает в наблюдаемый интервал этой величины. Такой результат означает, что газовый диск Галактики в окрестности Солнца с погрешностью, не превышающей наблюдательную, маргинально устойчив.

#### 4.3.2. Может ли условие гравитационной устойчивости дать рецепт оценки поверхностной плотности газовых подсистем галактик?

Как уже отмечалось выше, маргинально устойчивый по отношению к осесимметричным возмущениям газовый диск Галактики имел бы примерно вдвое меньшую наблюдаемой дисперсию скоростей газовых облаков. Такой же вывод в применении к газовым подсистемам ряда других галактик был получен Квирком [723]. В то же время оценка верхней границы необходимой для устойчивости газового диска относительно неосесимметричных возмущений величины дисперсии скоростей газовых облаков оказалась близка к наблюдаемой в околосолнечной окрестности Галактики. Этот результат позволяет надеяться на то, что газовые диски галактик, как правило, маргинально устойчивы.

Однако прямая проверка этой гипотезы затруднена, поскольку в газовых подсистемах галактик достаточно надежно наблюдается лишь атомарный водород, а вклад в поверхностную плотность диска молекулярного водорода и гелия трудноопределим. В то же время дисперсия скоростей газовых облаков в дисках галактик слабо меняется вдоль радиальной координаты (за исключением самых внутренних областей) и практически не зависит от типа и массы галактики [330, 556]. Поэтому естественно попытаться проверить гипотезу о маргинальной устойчивости газовых подсистем галактик, обратив внимание на оценку необходимой для устойчивости газового диска величины  $c_s$ , а именно соотношение (4.89)  $c_s \gtrsim \sup\{c_{s\min}(s)\} = \hat{c}_s(\sigma_0, n, L_\sigma) \propto \sigma_0$  записать в виде  $\sigma_0 \lesssim \hat{\sigma}_0(c_s^{obs}, n, L_\sigma)$ . Такой подход (предложенный в работе [55]) в случае успешной проверки в тех частях галактик, где доля молекулярного водорода пренебрежимо мала, мог бы дать рецепт оценки верхней границы поверхностной плотности (и, следовательно, общей массы) газовых

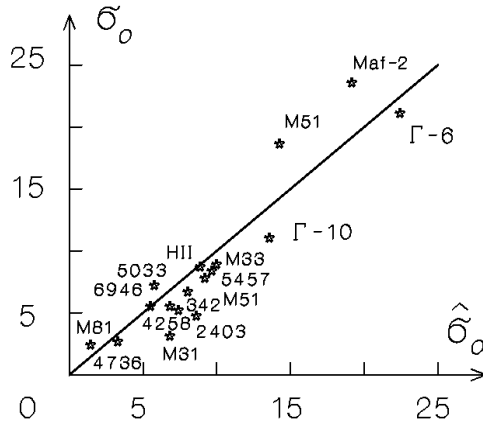


Рис. 4.1. Сопоставления наблюдаемой  $\sigma_0$  и оценки  $\hat{\sigma}_0$  по (4.90) в единицах  $M_\odot / \text{пк}^2$ . Галактике М 51 соответствуют две точки: одна (без учета  $H_2$ ) относится к  $r = D_0/2$ , другая – к  $r = 8$  кпк, где  $\sigma_{H_2} \simeq 1,5 \sigma_{HI}$  [775]. Наша Галактика представлена точками  $\Gamma-10$  ( $r = 10$  кпк) и  $\Gamma-6$  ( $r = 6$  кпк). В последнем случае оценка  $\hat{\sigma}_0$  представляет верхний предел, поскольку в этой области большая часть массы заключена в молекулярных облаках, для которых  $c_s^{obs}$  несколько меньше принятого значения

подсистем плоских галактик.

Для получения простейшей реализации этой идеи заметим, что поправка  $\propto \mu^{2/3}$  в (4.89) (обусловленная членом  $\propto d \ln(2\Omega \sigma_0 / \varepsilon^2) / dr$  в дисперсионном уравнении (4.72)) оказывается меньше или порядка  $(k_T L_\sigma)^{-1} \sim c_0 / \varepsilon L_\sigma \ll 1$ , и поэтому в первом приближении ею следует пренебречь. Тогда с учетом того, что  $\varepsilon \simeq \sqrt{2(2-n)} \Omega$  при  $\Omega \propto r^{-n}$ , получаем из (4.84)

$$\sigma_0 \lesssim \hat{\sigma}_0 \simeq \frac{\sqrt{2} c_s^{obs} \Omega}{\pi G} \frac{2-n}{\sqrt{2-n+2s^2n}} \simeq \frac{\sqrt{2} c_s^{obs} \Omega}{\pi G} \frac{2-n}{\sqrt{2+n}}. \quad (4.90)$$

Первые оценки величины  $\hat{\sigma}_0$  в ряде галактик были проведены в работе [55] на достаточно большом расстоянии от центра диска (равном фотометрическому радиусу  $D_0/2$ ), где доля трудно наблюдаемого молекулярного водорода, как правило, мала. При оценках принималось, что  $c_s^{obs} \simeq 10$  км/с. Скорости вращения диска считались постоянными ( $n = 1$ ), за исключением случая, где это явно не выполняется:  $n = 3/2$  (М 81). Результаты сравнения наблюдаемой  $\sigma_0$  и оценки  $\hat{\sigma}_0$  приведены на рис. 4.1. Видно, что для большинства галактик в соответствии с оценкой (4.90) наблюдаемая плотность газа  $\sigma_0 \lesssim \hat{\sigma}_0$ , а такие галактики, как М 31 и NGC 2403, по-видимому, обладают заметным запасом гравитационной устойчивости газового диска.

Более подробный сравнительный анализ наблюдаемых распределений  $\sigma_0(r)$  и оценок  $\hat{\sigma}_0(r)$  по наблюдаемым  $\Omega(r)$  на выборке из 19 галактик (включая и  $SB$ -системы) был проведен Засовым и Симаковым [61]. В рамках используемого диапазона значений  $c_{s\text{набл}} \simeq 7 \div 10$  км/с [563, 574] у половины галактик из этой выборки оказалось  $\sigma_0(r) \simeq \hat{\sigma}_0(r)$ . У другой половины (и в том числе у всех  $SB$ -систем) —  $\sigma_0(r) < \hat{\sigma}_0(r)$ . При этом во внутренних областях галактик (в пределах нескольких килопарсек от их центра) в большинстве случаев  $\sigma_0 < \hat{\sigma}_0$ . Этот эффект можно объяснить [61] дополнительным стимулированием звездообразования в более интенсивных, чем во внешних частях диска, спиральных

волнах плотности.

Отметим еще одно довольно неожиданное приложение оценки (4.90) [51]. Эта оценка налагает ограничения на плотность газового диска галактики и, следовательно, его массу, оценки которых зависят от принятого до рассматриваемой галактики расстояния. Тем самым появляется возможность получения информации о расстоянии до галактики, минуя известную проблему выбора шкалы расстояний. Действительно, из (4.90) следует ограничение на массу газа в пределах выбранного значения  $r \leq r_0$

$$M_{gas}(r_0) \lesssim 2\sqrt{2} \frac{c_s^{obs}}{G} \frac{V_0 r_0}{\sqrt{2+n}}, \quad (4.91)$$

где  $V_0 = V(r_0)$ . Учитывая тот факт, что в газовых подсистемах галактик содержится примерно 30 % элементов тяжелее водорода (в основном — гелия) и тем самым  $M_H \simeq 0,7_{gas}$ , и, переходя к естественным для приложений единицам измерения, из (4.91) получаем

$$M_H/M_\odot \lesssim 2,3 \cdot 10^6 r_0 V_0 \simeq 6,7 \cdot 10^5 V_0 r'_0 \Delta,$$

где  $V_0$  измеряется в км/с;  $r_0$  — в кпк;  $r'_0$  — в угловых минутах; расстояние до галактики  $\Delta$  — в Мпк и для дальнейших оценок положено  $c_s^{obs} \simeq 10$  км/с;  $n \simeq 1$ . С другой стороны [28],

$$M_H/M_\odot \simeq 2,36 \cdot 10^5 S_H \Delta^2,$$

где  $S_H = S_H(r_0)$  — поток в линии  $HI$ , в единицах  $\text{Ян} \cdot \text{км/с}$ , излучаемый в пределах  $r_0$ . Сравнивая приведенные выше выражения для  $M_H/M_\odot$ , получаем оценку расстояния до галактики

$$\Delta \lesssim \Delta_{\max} \simeq 2,83 V_0 r'_0 / S_H. \quad (4.92)$$

Результаты сравнения предельной оценки  $\Delta_{\max}$  с определяемым по красному смещению  $\Delta$  при постоянной Хаббла  $H_0 = 75$  км/с · Мпк приведены на рис. 4.2. Видно, что прямая  $\Delta = \Delta_{\max}$  действительно ограничивает оценку  $\Delta$ , что демонстрирует действенность изложенного выше подхода. Уменьшение  $H_0$  до 50 км/с · Мпк (тонкая линия на рис. 4.2) приводит к тому, что заметная часть галактик выходит в область  $\Delta > \Delta_{\max}$ . Учет содержания водорода  $H_2$  и часто встречающейся центральной депрессии в распределении газа в галактиках в состоянии только уменьшить оценку  $\Delta_{\max}$  и еще больше обострить противоречие с таким низким значением  $H_0$  (50 км/с · Мпк).

Таким образом, изложенный выше метод может быть использован не только для ограничения оценок расстояний до индивидуальных галактик, но и для уточнения шкалы внегалактических расстояний.

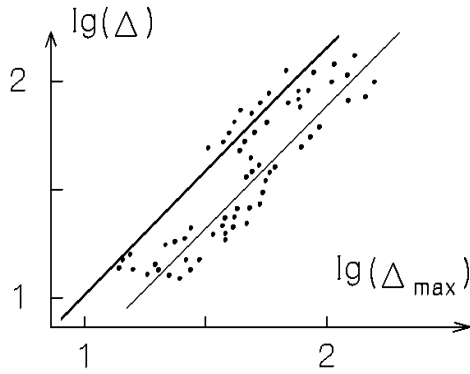


Рис. 4.2. Сопоставление наблюдаемых по красному смещению ( $H_0 = 75$  км/с · Мпк — жирная линия,  $H_0 = 50$  км/с · Мпк — тонкая линия) расстояний до галактик  $\Delta$  с оценкой  $\Delta_{\max}$  по (4.92). В качестве  $r_0$  использована величина  $r_{70}$ , в пределах которой содержится 70 %  $M_{HI}$ . Ошибка в оценке  $\Delta_{\max}$ , обусловленная погрешностью наблюдений по  $r_{70}$ ,  $n$ ,  $V_0(r_{70})$ , составляет  $8 \div 15$  % (см. [51] и цитированные в ней работы)

#### 4.3.3. Условие гравитационной устойчивости неизэнтропического диска

Выше (пп. 4.2.2, 4.3.1) было выведено дисперсионное уравнение, описывающее свойства неосесимметричных возмущений в модели изэнтропического газового диска, и получено условие его гравитационной устойчивости. Такая модель в первом приближении хорошо описывает состояние газовой подсистемы Галактики в области  $r \gtrsim 5 \div 6$  кпк, но заведомо не является универсальной. Поэтому в данном разделе мы получим дисперсионное уравнение, описывающее свойства возмущений в модели газового диска с произвольными распределениями  $\sigma_0(r)$ ,  $T_0(r)$ ,  $\Omega(r)$ , не ограничиваясь условием изэнтропичности (4.64), и исследуем вопрос о гравитационной устойчивости такой модели [94].

Используя полученное в п. 4.2.2 условие применимости ВКБ-приближения к неосесимметричным возмущениям в газовом диске (4.69), приведем систему (4.62), (4.63) к виду

$$\left\{ k^2 + \frac{2m\Omega}{r\hat{\omega}} \frac{d \ln(2\Omega\sigma_0/\hat{\omega}^2)}{dr} - \frac{2m^2}{r\hat{\omega}^2} \frac{d\Omega^2}{dr} \right\} (\Phi + R) - \frac{\hat{\omega}^2 - \hat{\omega}^2}{c_T^2} \Sigma + \frac{2m\Omega}{r\hat{\omega}} \left\{ \Sigma \frac{d \ln p_0 \Omega_z}{dr} - R \frac{d \ln \sigma_0 \Omega_z}{dr} \right\} = 0, \quad (4.93)$$

$$\frac{2m\Omega}{r\hat{\omega}} \frac{d}{dr} \left( \ln \frac{p_0}{\sigma_0^{\gamma_s} \Omega_z^{\gamma_s-1}} \right) (\Phi + R) - \frac{\hat{\omega}^2 - \hat{\omega}^2}{c_T^2} [R - \gamma_s \Sigma] = 0, \quad (4.94)$$

где  $\Sigma = c_T^2 \sigma / \sigma_0$ ,  $R = p / \sigma_0$ . Учитывая затем вытекающую из (4.71) связь между  $\Phi$  и  $\Sigma$ , получаем искомое дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} & \hat{\omega}^4 - \hat{\omega}^2 \left[ \hat{\omega}^2 + \left( k^2 c_s^2 - 2\pi G \sigma_0 k \right) \left( 1 - 2s^2 \frac{r}{\hat{\omega}^2} \frac{d\Omega^2}{dr} \right) \right] - \\ & - 2s\Omega\hat{\omega}kc_T^2 \left[ \gamma_s \frac{d}{dr} \left( \ln \frac{2\Omega p_0^{2/\gamma_s}}{\hat{\omega}^2 \sigma_0} \Omega_z^{2(1-\gamma_s)/\gamma_s} \right) - \frac{2\pi G \sigma_0}{kc_T^2} \frac{d}{dr} \left( \ln \frac{2\Omega}{\hat{\omega}^2} \sigma_0 \right) \right] - \\ & - \left( \frac{2s\Omega kc_T^2}{\hat{\omega}} \right)^2 \left[ \frac{d \ln p_0 \Omega_z}{dr} - \frac{2\pi G \sigma_0}{kc_T^2} \frac{d \ln \sigma_0 \Omega_z}{dr} \right] \frac{d}{dr} \ln \frac{p_0}{\sigma_0^{\gamma_s} \Omega_z^{\gamma_s-1}} = 0. \end{aligned} \quad (4.95)$$

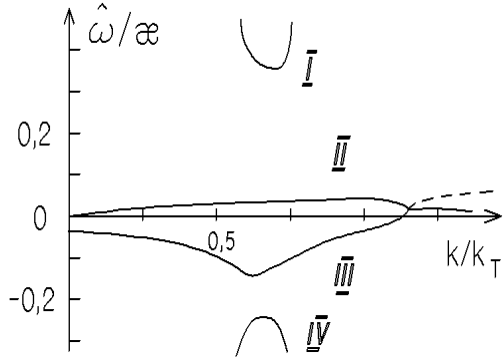


Рис. 4.3. Ветви колебаний гравитирующего газового диска в модели с  $d \ln(\Omega)/d \ln(r) = -1$ ;  $\eta = d \ln(c_s)/d \ln(\sigma_0) = 0,3$ ;  $c_s = 1,87 c_0 = 1,87 \pi G \sigma_0 / \alpha$ ;  $\gamma_s = 1,5$ ;  $s/k_T L_\sigma = 0,05$ ;  $s/k_T r = 0,02$  (здесь  $k_T = \alpha^2 / 2\pi G \sigma_0$ ;  $L_\sigma = |d \ln \sigma_0 / dr|^{-1}$ ;  $s = m/kr$ ). Пунктирная кривая — инкремент градиентно-энтропийной неустойчивости (см. п. 4.3.4)

Нетрудно видеть, что в пределе изэнтропического диска (см. (4.64)) (4.95) переходит в дисперсионное уравнение (4.72). Для приложений удобно перейти от величины давления к температуре  $T_0$  ( $p_0 \propto \sigma_0 T_0$ ) или скорости звука ( $c_s \propto \sqrt{T_0}$ ). В отличие от упомянутого предела изэнтропического диска, в общем случае состояние диска описывает еще один параметр

$$\eta = \frac{d \ln c_T}{d \ln \sigma_0} = \frac{d \ln T_0}{2 d \ln \sigma_0}, \quad (4.96)$$

входящий в дисперсионное уравнение (4.95) через величину

$$\frac{d}{dr} \ln \frac{p_0}{\sigma_0^{\gamma_s}} = 2 \frac{d \ln \sigma_0}{dr} (\eta - \eta_0), \quad (4.97)$$

где  $\eta_0 = (\gamma_s - 1)/2$  (при  $\eta = \eta_0$  диск изэнтропичен в случае  $\Omega_z = \text{const}$ ).

Ясно, что оценка необходимой для гравитационной устойчивости газового диска величины  $\hat{c}_s$  (см. (4.89)) должна зависеть от параметра  $\eta$ . Поэтому естественно поставить вопрос: при каком значении  $\eta$  величина  $\hat{c}_s$  будет минимальной? Этот вопрос, очевидно, аналогичен обсуждавшейся в п. 2.4.6 проблеме величины градиента дисперсии радиальных скоростей звезд в дисках галактик. И если в результате решения поставленной задачи окажется, что величина  $\hat{c}_s$  минимальна при  $L_\sigma$ , заметно меньшем, чем  $L_c$ , то тем самым станет понятным упоминавшийся выше наблюдательный факт — весьма медленное убывание  $c_s(r)$  к периферии диска. В связи с этим заметим, что энергия газа, вращающегося в заданном гравитационном поле галактики, тем меньше, чем меньше дисперсия скоростей газовых облаков. Если наблюдаемое значение  $\eta$  будет совпадать с тем, при котором необходимая для устойчивости диска величина  $\hat{c}_s(\eta)$  минимальна, то это будет означать, что стационарные распределения параметров газовой подсистемы согласованы таким образом, чтобы энергия газового диска имела минимальное значение, совместимое с условием его гравитационной устойчивости.

Уравнение (4.95) описывает четыре ветви колебаний газового диска. Две из них — гравитационные (см. ветви I, IV на рис. 4.3); еще одна,

обладающая свойствами волн Россби (см. п. 4.2.3) — градиентная (ветвь III на рис. 4.3). Наконец, последняя (ветвь II на рис. 4.3) — тоже градиентная, но, в отличие от ветви III, ее частота  $\hat{\omega} \equiv 0$  в модели изэнтропического диска. Поэтому ветвь II естественно называть “энтропийной”. Градиентная и энтропийная ветви колебаний являются низкочастотными ( $|\hat{\omega}_{II,III}| \ll \kappa$ ) при любых длинах волн возмущений. Для возмущений с длинами волн, определяемыми соотношением  $k \simeq k_J = \pi G \sigma_0 / c_s^2$ , при  $c_s \lesssim \hat{c}_s(\eta)$ , низкочастотными являются и гравитационные ветви:  $\hat{\omega}_I \div \hat{\omega}_{IV} \sim c_s / L_\sigma$ . Это, естественно, приводит к взаимовлиянию гравитационных и градиентных ветвей в указанной области длин волн и, следовательно, к гравитационно-градиентной неустойчивости газового диска при  $c_s < \hat{c}_s$  и (ср. со звездным диском — п. 2.2.4).

Ниже для оценок ограничимся случаем  $\Omega_z = \text{const}$ . Численные расчеты показали [94], что в модели с  $\gamma_s = 3/2$  при  $\eta = \eta_1 \simeq 1/2$  связь между гравитационной (IV) и градиентной ветвями сильнее, чем между гравитационной (I) и энтропийной, и неустойчивость, обусловленная этой связью, исчезает при больших значениях величины  $c_s$ . Если же  $\eta > \eta_1$ , то при больших значениях  $c_s$  исчезает неустойчивость, обусловленная связью энтропийной и гравитационной (I) ветвями. Указанный переход, определяющий границу устойчивости связи от пары ветвей (III–IV) при  $\eta < \eta_1$  к паре (I–II) при  $\eta > \eta_1$ , приводит к появлению минимума в функциональной зависимости необходимой для устойчивости газового диска величины  $\hat{c}_s(\eta)$  при  $\eta = \eta_1 \simeq 1/2$ .

Проведем теперь приближенное вычисление величин  $\eta_1$  и  $\hat{c}_s(\eta_1)$  (последней — как оценки верхней границы необходимой для устойчивости газового диска величины  $c_s$  в указанном в п. 4.3.1 смысле) непосредственно из дисперсионного уравнения (4.95), которое запишем в виде

$$\Delta(k, \hat{\omega}) = \hat{\omega}^4 + p(k) \hat{\omega}^2 + q(k) \hat{\omega} + d(k) = 0. \quad (4.98)$$

Из приведенных выше рассуждений следует, что при  $\eta = \eta_1$  и  $c_s = \hat{c}_s(\eta_1)$  имеет место касание ветвей I и II в некоторой точке  $A(k_1, \hat{\omega}_1)$  и касание ветвей III и IV в другой точке  $B(k_2, \hat{\omega}_2)$  в плоскости  $k, \hat{\omega}$ . Точки касания  $A, B$  являются седловыми перевальными точками функции  $\Delta(k, \hat{\omega})$  и, следовательно, в них должны выполняться условия:

$$\left( \frac{\partial \Delta}{\partial k} \right)_{A,B} = 0, \quad \left( \frac{\partial \Delta}{\partial \hat{\omega}} \right)_{A,B} = 0, \quad \Delta(A) = \Delta(B) = 0. \quad (4.99)$$

Решением этой системы будут искомые  $\eta_1$ ,  $\hat{c}_s(\eta_1)$  и координаты точек  $A, B$  в плоскости  $(k, \hat{\omega})$ . Будем искать решение системы (4.99), используя тот факт, что коэффициенты  $q(k)$  и  $d(k)$  в (4.98) малы. Действительно,  $q \propto \lambda^{-1}$ ;  $d \propto \lambda^{-2}$  (здесь  $\lambda = (\kappa^2 / \pi G \sigma_0) |\partial \ln \sigma_0 / \partial r|^{-1} =$

$2 k_T L_\sigma \gg 1$ ) и в пределе однородного ( $\lambda \rightarrow \infty$ ), но дифференциально вращающегося [ $\Omega(r) \propto r^{-n}$ ] диска решение системы (4.99) имеет вид

$$\hat{c}_s = c_0 \sqrt{(2+n)/(2-n)}, \quad (4.100)$$

$$k_{1,2} = k_J = \pi G \sigma_0 / c_s^2, \quad (4.101)$$

$$\hat{\omega}_{1,2} = \pm \sqrt{-p(k_0)/2} = \hat{\omega}_{0,2}. \quad (4.102)$$

В приближении слабонеоднородного диска ( $\lambda \gg 1$ ) решения ищем в виде  $k_{1,2} = k_J + \delta_{1,2}$ ;  $\hat{\omega}_{1,2} = \omega_{0,2} + \epsilon_{1,2}$ , где  $\delta_{1,2}$ ,  $\epsilon_{1,2}$  — малые величины. Тогда из (4.99) получаем

$$\epsilon_{1,2} = q(k_J)/4 p(k_J), \quad (4.103)$$

$$\delta_{1,2} = (1/\hat{\omega}_{0,2}) \left( \frac{dq}{dk} \right) \left( \frac{d^2 p}{dk^2} \right)^{-1} \Big|_{k=k_J}. \quad (4.104)$$

Подставляя затем эти результаты в (4.99), видим, что между коэффициентами (4.98) в точках касания ветвей должны выполняться следующие соотношения:

$$q(k_J) = 0, \quad p^2(k_J) = 4 d(k_J) + 2 (dq/dk)^2 / (d^2 p / dk^2) \Big|_{k=k_J}, \quad (4.105)$$

используя которые получаем искомый результат:

$$\eta_1 \simeq \frac{\gamma_s}{4} (3 - \Lambda) - \frac{1}{2}, \quad (4.106)$$

$$\hat{c}_s(\eta_1) \simeq \frac{\pi G \sigma_0}{\varkappa} \left\{ \frac{\Lambda(2+n)/(2-n)}{\Lambda - \sqrt{2(1-\Lambda)(5-3\Lambda)/(2-n)}} \right\}^{1/2}, \quad (4.107)$$

где  $\Lambda = n L_\sigma / r$ .

Рассмотрим полученные результаты с точки зрения их приложений. Так, в солнечной окрестности Галактики  $\lambda = 2 k_T L_\sigma \simeq 35$ ;  $\Lambda \simeq 0,4$ , и, следовательно,  $\hat{c}_s(\eta_1)$  практически не отличается от определяемой соотношением (4.89) величины  $\hat{c}_s(\eta_0)$  (действительно,  $[\hat{c}_s(\eta_0)/\hat{c}_s(\eta_1) - 1] < 0,05$ ). Но предсказываемая соотношением (4.106)  $\eta_1 = \eta_0 + \gamma_s(1 - \Lambda)/4$  и при  $\gamma_s = 1,5$  и  $\Lambda \simeq 0,4$  величина  $\eta_1 \simeq 2\eta_0 \simeq 1/2$ , что не согласуется с наблюдаемой в Галактике ( $\eta^{obs} \simeq 1/4$ ). Если принять во внимание  $\Omega_z \neq const$ , то расхождение усилится. Таким образом, по необъяснимым в рамках теории гравитационной устойчивости газового диска причинам, наблюдаемый в Галактике относительный градиент дисперсии скоростей газовых облаков  $\eta^{obs}$  оказывается меньше того, при котором необходимая для устойчивости этой подсистемы величина  $c_s$  минимальна. Для определения причины этого расхождения исследуем отдельно свойства градиентной и энтропийной ветвей колебаний газового диска.

#### 4.3.4. Градиентно-энтропийная неустойчивость

Как было отмечено в предыдущем разделе, энтропийная (II) и градиентная (III) ветви колебаний газового диска при любых длинах волн возмущений являются низкочастотными ( $|\hat{\omega}_{II,III}| \sim \varkappa/k L_\sigma \ll \varkappa$  — см. рис. 4.3). В то же время гравитационные возмущения (I, IV) за пределами узкой зоны волновых чисел с  $k \simeq k_J$  характеризуются частотами порядка эпициклической частоты. Поэтому за пределами указанной зоны градиентные и энтропийные возмущения можно описывать упрощенным (квадратным по  $\hat{\omega}$ ) дисперсионным уравнением, которое может быть получено из (4.95) отбрасыванием малого — четвертой степени по  $\hat{\omega}$  (и, следовательно, четвертой степени по градиентам невозмущенных параметров диска) члена. Поскольку результаты, которые будут получены из такого дисперсионного уравнения, могут представить интерес и для понимания природы турбулентной вязкости в достаточно толстых аккреционных дисках, запишем это уравнение с учетом конечной толщины диска. Учет этого фактора проведем здесь по аналогии со звездным диском (см. п. 2.2.3), заменив величину  $G\sigma_0$  на  $G\sigma_0/(1+kh)$ , где  $h$  — эффективная полутолщина газового диска. В итоге получим [94]:

$$\begin{aligned} & \hat{\omega}^2 \left\{ \varkappa^2 + k c_s^2 \left( k - \frac{2k_J}{1+kh} \right) \left( 1 - 2s^2 r \frac{d\Omega^2}{\varkappa^2 dr} \right) \right\} + 2s\Omega\hat{\omega} \times \\ & \times \left\{ 4k c_T^2 (\eta - \eta_0) \frac{d \ln \sigma_0}{dr} + c_s^2 \left( k - \frac{2k_J}{1+kh} \right) \frac{d}{dr} \ln \frac{2\Omega\sigma_0}{\varkappa^2} \right\} + 8s^2\Omega^2 \frac{k c_T^2}{\varkappa^2} \times \\ & \times (\eta - \eta_0) \left( \frac{d \ln \sigma_0}{dr} \right)^2 \left\{ 2k c_T^2 (\eta - \eta_0) + c_s^2 \left( k - \frac{2k_J}{1+kh} \right) \right\} = 0. \end{aligned} \quad (4.108)$$

Нетрудно видеть, что уравнение (4.108) предсказывает развитие неустойчивости при выполнении условия

$$8\gamma_s\alpha(\eta - \eta_0)(\Lambda - \hat{z}) - 16\hat{z}(\eta - \eta_0)^2 + \alpha^2\gamma_s^2(1 + \Lambda)^2 < 0, \quad (4.109)$$

где  $\Lambda = d \ln(2\Omega/\varkappa^2)/d \ln \sigma_0$ ;  $\alpha = 1 - 2k_J/k(1+kh)$ ;  $\hat{z} = \alpha(k c_s/\varkappa)^2(1 - 2s^2 r d\Omega^2/\varkappa^2 dr)$ . Границы области этой неустойчивости (называемой нами в дальнейшем градиентно-энтропийной) определяются, очевидно, соотношением

$$\eta = \eta_0 + \frac{\alpha\gamma_s}{4\hat{z}} \left\{ (\Lambda - \hat{z}) \pm \sqrt{(1 + \hat{z})(\Lambda^2 + \hat{z})} \right\}. \quad (4.110)$$

В качестве примера на рис. 4.4 изображена область ГЭ-неустойчивости в плоскости  $(k; \eta)$ . Видно, что большая часть области ГЭ-неустойчивости лежит в пределах волновых чисел  $k > k_1$ , где  $k_1 = (\sqrt{1 + 8k_J h} - 1)/2h$  — положительный корень уравнения

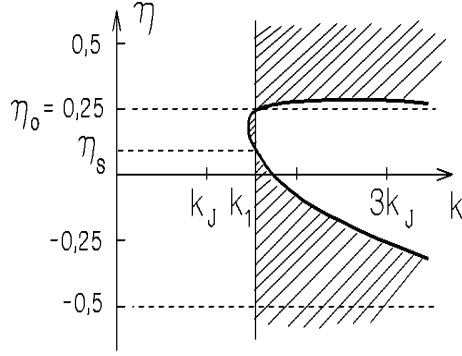


Рис. 4.4. Область градиентно-энтропийной неустойчивости (заштрихована) в плоскости  $(k; \eta)$  по параметрам газового диска Галактики в окрестности Солнца в предположении  $\gamma_s = 3/2$  ( $\eta_0 = 1/4$ ). Устойчивой является лишь модель с  $\eta = \eta_0$  (положение точки  $\eta_s$  зависит от степени неосесимметричности возмущений)

$k - 2k_J/(1 + kh) = 0$  (при  $k_J h \rightarrow 0$  величина  $k_1 \rightarrow 2k_J$ ). Отметим основные отличительные свойства ГЭ-неустойчивости. Во-первых, согласно (4.108), неустойчивыми могут быть только неосесимметричные ( $s = m/kr \neq 0$ ) возмущения. Во-вторых, ГЭ-неустойчивость может развиваться и в твердотельно вращающемся диске ( $\Lambda = 0$ ) и заведомо исчезает лишь в том случае, если  $\eta \equiv \eta_0$  (этот случай соответствует изэнтропическому диску, в котором величина  $c_s^2/(\sigma_0)^{\gamma_s-1}$  остается постоянной вдоль радиальной координаты). И наконец, в-третьих, из (4.109) следует, что ГЭ-неустойчивость может развиваться в сколь угодно “горячем” (в пределе — несамогравитирующем) газовом диске.

Последнее обстоятельство означает, что ГЭ-неустойчивость может проявляться и в несамогравитирующих системах и, следовательно, ее природа может быть понята в рамках теории коллективных процессов в неоднородной газовой среде. Действительно, в пределе несамогравитирующей ( $k_J \rightarrow 0$ ) невращающейся ( $\Omega \rightarrow 0$ ) среды из (4.108) получаем

$$\omega = \pm i \frac{2s c_s}{L_\sigma \gamma_s} \sqrt{(\eta - \eta_0)(\eta + \frac{1}{2})}. \quad (4.111)$$

Следовательно, в рассматриваемом пределе неустойчивость имеет место при

$$\eta > \eta_0 \quad (a) \quad (4.112)$$

и при

$$\eta < -1/2. \quad (b) \quad (4.113)$$

Чтобы понять физический смысл этих ограничений, выразим радиальные градиенты равновесных энтропии и давления через радиальный градиент плотности:

$$\frac{dS_0}{dr} = \frac{c_T^2}{T_0 \eta_0} (\eta - \eta_0) \frac{d \ln \sigma_0}{dr}, \quad (a) \quad (4.114)$$

$$\frac{dp_0}{dr} = \sigma_0 c_T^2 (1 + 2\eta) \frac{d \ln \sigma_0}{dr}. \quad (b) \quad (4.115)$$

Из (4.114) видно, что условие неустойчивости (4.112) в точности соответствует условию возникновения конвекции в неоднородной среде — для этого градиенты равновесных энтропии и плотности среды должны иметь одинаковый знак [92]. С другой стороны, из соотношения (4.115) следует, что условие неустойчивости (4.113) выполняется, если градиенты равновесных давления и плотности имеют разные знаки. В этом случае, как известно, в неоднородной среде должна развиваться неустойчивость Рэлея-Тейлора.

Приведенные выше рассуждения объясняют асимптотическое поведение границ области ГЭ-неустойчивости на рис. 4.4 в пределе  $k \rightarrow \infty$ . Искривления же границы области неустойчивости на этом рисунке для длинноволновых возмущений ( $k \sim k_J$ ) обусловлены, очевидно, влиянием самогравитации и вращения.

В изэнтропической модели газового диска градиентные и энтропийные возмущения оказываются устойчивыми. Поэтому естественно предположить, что локальные значения величин дисперсии скоростей газовых облаков и поверхностной плотности газовых подсистем галактик (по крайней мере, на их периферии) в соответствии с содержанием п. 4.3.1 определяются, как правило, условием гравитационной устойчивости диска, а отношение их градиентов — условием устойчивости градиентных и энтропийных возмущений. В этом случае должно быть  $\eta = L_\sigma/L_c \ll 1$ . По-видимому, именно по этой причине при обсуждении данных наблюдений по величине дисперсии скоростей газовых облаков (и не только в Галактике) часто полагают  $c_s \simeq \text{const}$  по всему диску [55, 61, 556, 858].

#### 4.3.5. Возбуждение волн Россби

Выше (п. 4.2.3) была поставлена проблема выявления механизма возбуждения волн типа Россби (4.79) в газовых подсистемах галактик. Естественно попытаться найти механизм в рамках градиентно-энтропийной неустойчивости [95]. Нетрудно видеть, что при выполнении условия раскачки ГЭ-неустойчивости (4.109) в неизэнтропическом ( $\eta \neq \eta_0$ ) диске дисперсионные свойства рассматриваемого типа возмущений несколько отличаются от описываемых уравнением (4.79), справедливым только в изэнтропическом случае. Этот фактор, однако, не оказывает влияния на существо проблемы. Определяющим же оказывается следующее обстоятельство. Нелинейная эволюция ГЭ-неустойчивости может привести к образованию в дисках крупномасштабной вихревой структуры. Возможно, подобные структуры наблюдаются в галактиках NGC 157, 2814, 3788 как локализованные по азимуту аномалии кривых

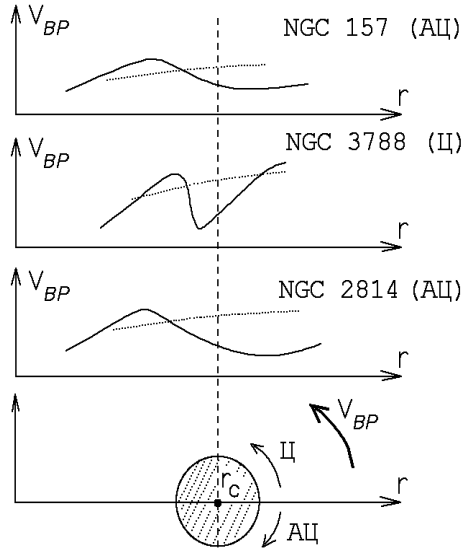


Рис. 4.5. Кривые вращения галактик вдоль лучей, проходящих через крупномасштабные вихревые конденсации газовых дисков (штриховые линии —  $V$  в противоположном от центра диска направлении; Ц — циклонический и АЦ — антициклонический вихри;  $r_c$  — расстояние от центра диска до центра вихревой структуры)

вращения (рис. 4.5). Эти аномалии можно интерпретировать как крупномасштабные вихревые образования на периферии галактик, собственные вращения которых могут совпадать (циклон) или быть противоположными (антициклон) вращению диска галактики. Центр вихря, расположенный на расстоянии  $r_c$  от центра, дрейфует в диске против потока газа. Наблюдаемые структуры характеризуются масштабами, заметно превышающими величину джинсовского масштаба в их газовых подсистемах. Изученная же выше ГЭ-неустойчивость, по крайней мере по параметрам газового диска Галактики в окрестности Солнца, может возбуждаться только в масштабах меньше джинсовского (см. рис. 4.4). Поэтому следует искать такую область параметров газового диска, в которой ГЭ-неустойчивость имела бы место и на масштабах больше джинсовского.

Рассмотрим с этой точки зрения уравнение границ области ГЭ-неустойчивости по параметру  $\eta$  (4.110). Поскольку величина  $\alpha(k) = 1 - 2k_J/k(1 + kh) < 0$  при  $k < k_1$  и  $d\Omega/dr < 0$  в дисках галактик, то  $\hat{z}(k) = \alpha(k)(kc_s/\varpi)^2(1 - 2s^2r d\Omega^2/\varpi^2 dr) < 0$  в интересующей нас области длин волн ( $k < k_1$ ). С учетом того, что  $z(0) = z(k_1) = 0$ , следует, что  $\hat{z}(k)$  в области  $k < k_1$  имеет минимум. Положение этого минимума ( $k = k_m$ ) может быть определено из уравнения  $k(1 + kh)^2 - k_J = 0$ , а значение  $\hat{z} = \hat{z}_m$  в этой точке:

$$\hat{z}_m = \left(\frac{c_0}{c_s}\right)^2 \left(\frac{k_m}{k_J}\right)^{3/2} \left(\sqrt{k_m/k_J} - 2\right) \left(1 - 2s^2r \frac{(\Omega^2)'}{\varpi^2}\right). \quad (4.116)$$

С учетом того факта, что  $k_m < k_J$  в дисках с  $h > 0$  и условия устойчивости гравитационной ветви колебаний дифференциально вращающегося газового диска, из (4.116) вытекает, что  $z_m > -1$ . Последнее означает, что в гравитационно устойчивых газовых дисках полоса ГЭ-неустойчивости по параметру  $\eta$  (см. (4.110)) будет существовать во всей

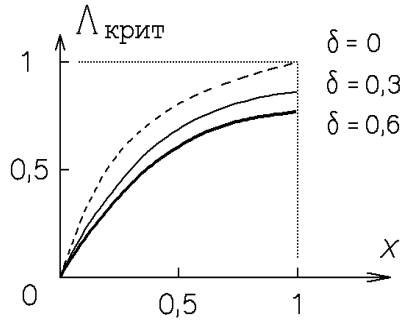


Рис. 4.6. Зависимость  $\Lambda_{\text{крит}}$  от параметров  $\delta = k_J h$  и  $x = (c_0/c_s)^2 (1 - 2 s^2 r \Omega^2 / \alpha^2)$

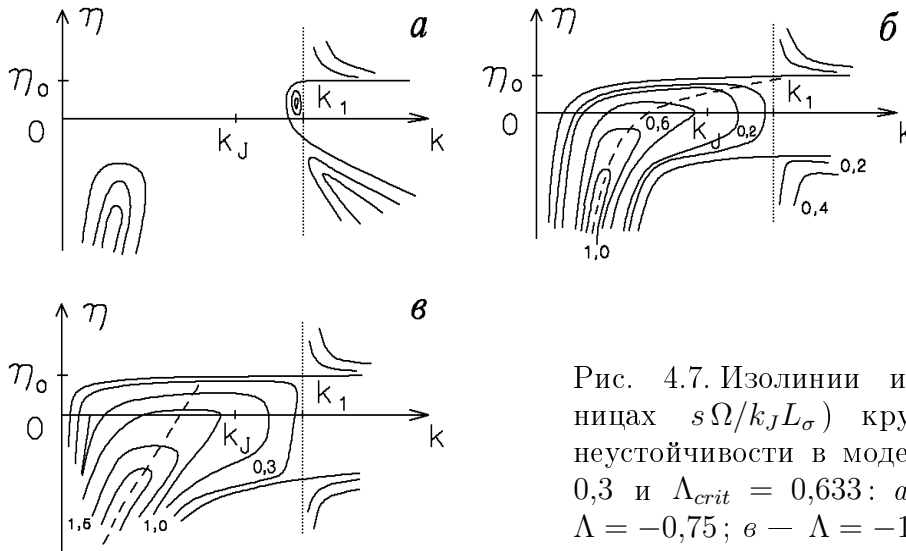


Рис. 4.7. Изолинии инкрементов (в единицах  $s \Omega / k_J L_\sigma$ ) крупномасштабной ГЭ-неустойчивости в моделях дисков с  $k_J h = 0,3$  и  $\Lambda_{\text{крит}} = 0,633$ : а —  $\Lambda = -0,6$ ; б —  $\Lambda = -0,75$ ; в —  $\Lambda = -1$

области  $k < k_1$  при выполнении условия

$$\Lambda^2 > \Lambda_{\text{крит}}^2 = -\hat{z}_m. \quad (4.117)$$

В случае невыполнения этого условия область неустойчивости при  $k < k_1$  распадается на две подобласти, и джинсовские масштабы ( $k \sim k_J$ ) оказываются устойчивыми. Именно такой случай и реализуется в газовом диске Галактики в окрестности Солнца ( $|\Lambda|_\odot \simeq 0,4$ ;  $\Lambda_\odot \gtrsim 0,6$ ), и именно здесь имеем устойчивость (см. рис. 4.4, на котором длинноволновая подобласть ( $k \ll k_J$ ) ГЭ-неустойчивости не изображена).

Вернемся к интересующей нас проблеме. Характерные значения  $\Lambda_{\text{крит}} = \sqrt{-\hat{z}_m}$  могут быть оценены из результатов, приведенных на рис. 4.6. Видно, что для гравитационно устойчивых (но не слишком “перегретых”) газовых подсистем галактик  $\Lambda_{\text{крит}} \simeq 0,5 \div 0,8$ . С другой стороны, аппроксимируя  $\Omega(r)$  степенным законом  $\Omega(r) \propto r^{-n}$  ( $n > 0$ ), нетрудно видеть, что  $|\Lambda| = n L_\sigma / r$ , где  $L_\sigma = |\partial \ln(\sigma_0) / \partial r|^{-1}$ . С учетом приведенной выше оценки  $\Lambda_{\text{крит}}$  отсюда следует, что раскачка волн типа Россби джинсовского и более крупных масштабов возможна, если распределение  $\Omega(r)$  изменяется с удалением от центра диска не слишком медленно по сравнению с распределением  $\sigma_0(r)$  ( $L_\Omega \simeq r/n < L_\sigma / \Lambda_{\text{крит}}$ ).

На рис. 4.7 приведены результаты вычислений инкремента ГЭ-неустойчивости (в единицах  $s \Omega / k_J L_\sigma$ ), обеспечивающей раскачку волн

типа Россби при трех значениях  $\Lambda < 0$  ( $\sigma_0(r)$  вместе с  $\Omega(r)$  полагается убывающей к периферии диска функцией). Видно, что в интересующей нас области длин волн ( $k \lesssim k_J$ ) инкремент неустойчивости достигает максимума как раз при  $k \simeq (0,5 \div 1) k_J$  и  $\max\{\text{Im}(\hat{\omega})\} \simeq \Omega/k_J L_\sigma \sim \Omega/k_J r$  (в силу условия  $L_\sigma > \Lambda_{crit} L_\Omega$ ). Таким образом, характерное время роста возмущений типа волн Россби, по крайней мере, в несколько раз больше времени оборота диска.

Удовлетворительными данными наблюдений по параметрам газовых дисков в галактиках с интересующими нас антициклоническими структурами типа солитонов Россби мы не располагаем. Поэтому воспользуемся известными параметрами газового диска Галактики (за исключением параметра  $\Lambda$ ) и, полагая ее типичной газовой подсистемой, получим (пусть грубо) оценку времени роста относительной амплитуды ( $\tilde{\sigma}/\sigma_0$ ) возмущений типа волн Россби до величины порядка единицы. Так, в окрестности Солнца  $k_J = \pi G \sigma_0 / c_s^2 \simeq 1,5 \text{ кпк}^{-1}$ . Тогда  $\max\{\text{Im}(\hat{\omega})\} \sim 10^{-1} \Omega$  и, следовательно, за время порядка 10 оборотов диска амплитуда возмущений возрастает в  $e$  раз. Поэтому при характерных амплитудах флуктуаций джинсовского масштаба в газовых галактических дисках ( $\tilde{\sigma}/\sigma_0 \sim (0,5 \div 1) \cdot 10^{-1}$  (см. оценку (4.150)) для роста возмущений типа волн Россби до амплитуды  $(\tilde{\sigma}/\sigma_0) \sim 1$  необходимо, очевидно, время порядка  $20 \div 30$  оборотов диска. Таким образом, рассмотренный выше механизм раскачки волн Россби в газовых дисках галактик может быть достаточно эффективным для возбуждения наблюдаемых структур типа солитонов Россби.

#### 4.4. Диссипативные эффекты

При решении вопроса о гравитационной устойчивости газового диска и определении спектра колебаний в его плоскости учет диссипативных членов в первом приближении несуществен. Это можно проиллюстрировать следующей оценкой. Величина характерной “вязкой” частоты  $\nu k_J^2 \sim 10^{-20} \text{ с}^{-1}$  по параметрам газового диска Галактики в окрестности Солнца (здесь  $\nu$  — молекулярная кинематическая вязкость). В то же время эпициклическая частота  $\varkappa \sim 10^{-15} \text{ с}^{-1} \gg \nu k_J^2$ .

Тем не менее исследование эффектов, связанных с учетом диссипативных членов, может привести к важным результатам. Во-первых, потому, что некоторые типы возмущений в плоскости газового диска могут обладать отрицательной энергией [420] и, следовательно, быть диссипативно неустойчивыми даже в гравитационно устойчивом дис-

ке. Во-вторых, учет диссипативных членов позволяет в принципе определить уровень равновесных флуктуаций, пользуясь флуктуационно-диссипативной теоремой [90, 96]. Наконец, мелкомасштабную турбулентность можно учитывать в рамках диссипативной модели с эффективной (турбулентной) вязкостью (см. п. 5.1.1).

#### 4.4.1. Влияние диссипации на гравитационные и энтропийные возмущения

Используем приближение тонкого диска и ограничимся изучением коротковолновых осесимметричных возмущений. Для таких возмущений фурье-гармоники линеаризованных уравнений газодинамики с учетом диссипативных членов имеют вид [131] (ср. с (4.55)–(4.58))

$$-i\omega\sigma + i\sigma_0 k u = 0, \quad (4.118)$$

$$-i\omega u - 2\Omega v = -ik(\Phi + p/\sigma_0) - \lambda k^2 u, \quad (4.119)$$

$$-i\omega v + \frac{\mathfrak{a}^2}{2\Omega} u = -\nu k^2 v, \quad (4.120)$$

$$-i\omega T_0 S = 2\nu r \Omega' i k v - \chi k^2 T c_\sigma, \quad (4.121)$$

где  $\lambda = 4\nu/3 + \mu$ ;  $\nu$ ,  $\mu$  — первая и вторая кинематические вязкости;  $S$  — возмущение энтропии;  $\chi$  — коэффициент температуропроводности;  $c_\sigma$  — удельная теплоемкость при постоянной плотности.

Система (4.118)–(4.121) должна быть дополнена уравнением Пуассона, коротковолновое решение которого имеет вид  $\Phi = -2\pi G\sigma/k$ , и двумя термодинамическими соотношениями:

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \beta \sigma_0 T + \frac{p}{\sigma_0 c_T^2}, \quad (4.122)$$

$$S = c_p \frac{T}{T_0} + \beta p, \quad (4.123)$$

где  $c_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении и

$$\beta^2 = \left( \frac{\partial S}{\partial p} \right)_T^2 = \frac{c_p - c_\sigma}{T_0 \sigma_0^2 c_T^2}. \quad (4.124)$$

Решая приведенную выше систему алгебраических уравнений, получим дисперсионное уравнение, описывающее свойства рассматриваемых возмущений

$$\begin{aligned} & \omega^4 + i(\nu + \lambda + \chi)k^2 \omega^3 - \{(\nu\lambda + \nu\chi + \lambda\chi)k^4 + \omega_J^2\} \omega^2 - \\ & - i \left\{ \nu\lambda\chi k^6 + \chi k^2 \omega_T^2 + \nu k^2 (\omega_J^2 - \mathfrak{a}^2) + \nu k^2 \mathfrak{a}^2 (\gamma_s - 1) \frac{d \ln(\Omega)}{d \ln(r)} \right\} \omega + \end{aligned}$$

$$+ \nu \chi k^4 (k^2 c_T^2 - 2 \pi G \sigma_0 k) = 0, \quad (4.125)$$

где  $\omega_J^2 = k^2 c_s^2 - 2 \pi G \sigma_0 k + \varkappa^2$ ;  $\omega_T^2 = \omega_J^2 - k^2 (c_s^2 - c_T^2)$ . В бездиссипативном приближении из (4.125) получаем дисперсионное уравнение осесимметричных гравитационных возмущений  $\omega^2 = \omega_J^2(k)$ .

Выясним теперь влияние диссипации на эти возмущения. В соответствии с приведенными выше оценками полагаем  $\tilde{\nu} k^2 \ll |\omega_J|$ , где  $\tilde{\nu} = \max\{\nu, \lambda, \chi\}$ . Тогда в линейном по диссипативным коэффициентам приближении получаем ( $\omega = \omega_J + \delta\omega_J$ ;  $|\delta\omega_J| \ll |\omega_J|$ )

$$\delta\omega_J = -\frac{ik^2}{2\omega_J^2} \left\{ \nu \varkappa^2 + \lambda \omega_J^2 + \chi k^2 (c_s^2 - c_T^2) - \nu \varkappa^2 (\gamma_s - 1) \frac{d \ln \Omega}{d \ln r} \right\}. \quad (4.126)$$

Поскольку  $c_s^2 > c_T^2$ ,  $\gamma_s > 1$  и в дисках плоских галактик  $d \ln \Omega / d \ln r < 0$ , то в гравитационно устойчивом диске ( $\omega_J^2 > 0$ ) джинсовские возмущения затухают, а в гравитационно неустойчивом диске ( $\omega_J^2 < 0$ ) испытывают дополнительную дестабилизацию из-за диссипативных эффектов. Этот результат кажется естественным, так как джинсовские возмущения  $\omega^2 = \varkappa^2 - 2 \pi G \sigma_0 k + k^2 c_s^2$  представляют собой звуковые ( $k^2 c_s^2$ ) возмущения с учетом гироскопических эффектов ( $\varkappa^2$ ) и самосогласованных возмущений гравитационного потенциала ( $-2 \pi G \sigma_0 k$ ). Звуковые же возмущения затухают [92]

$$\omega \simeq k c_s - i \frac{k^2}{2 c_s^2} \left\{ \lambda c_s^2 + \chi (c_s^2 - c_T^2) \right\}, \quad (4.127)$$

и этот результат нетрудно получить из (4.126) в пределе коротковолновых ( $k \gg k_J$ ) возмущений.

Общее дисперсионное уравнение (4.125) — уравнение четвертой степени по  $\omega$ . В бездиссипативном приближении из него следует, что кроме джинсовских  $\omega^2 = \omega_J^2(k)$  существует еще два (энтропийных) типа возмущений с  $\omega = 0$ . С учетом диссипации, полагая  $|\omega| \sim \tilde{\nu} k^2 \ll |\omega_J|$ , для этих возмущений из (4.125) получаем упрощенное (квадратное по  $\omega$ ) дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} \omega^2 + i \omega \frac{k^2}{\omega_J^2} \left\{ \chi \omega_T^2 + \nu (\omega_J^2 - \varkappa^2) + \nu \varkappa^2 (\gamma_s - 1) \frac{d \ln \Omega}{d \ln r} \right\} - \\ - \frac{\nu \chi k^4}{\omega_J^2} (\omega_T^2 - \varkappa^2) = 0. \end{aligned} \quad (4.128)$$

Если пренебречь теплопроводностью ( $\chi/\nu \rightarrow 0$ ) и считать диск твердотельно вращающимся, то из (4.128) следуют результаты работ [115, 598]

$$\omega_D = i \nu k^2 (\varkappa^2 - \omega_J^2) / \omega_J^2$$

и, значит, в гравитационно устойчивом ( $\omega_J^2 > 0$ ) газовом диске может развиваться диссипативная неустойчивость в области длин волн  $0 < k < 2k_J$ <sup>3</sup>. Учет конечной теплопроводности расширяет интервал диссипативно неустойчивых длин волн [131] до

$$0 < k < 2k_J \gamma_s. \quad (4.129)$$

Этот результат качественно согласуется с полученным Кумаром [567] для модели гравитирующего цилиндра.

#### 4.4.2. Быстрая диссипативная неустойчивость

Из дисперсионного уравнения (4.128) следует, что инкремент диссипативной неустойчивости по порядку величины равен  $\tilde{\nu}k^2$ . Нетрудно также видеть, что учет дифференциальности вращения диска не меняет порядок величины этого результата. Эти результаты, однако, можно считать корректными только в том случае, если характерное время нестационарности диска  $t_{ev}$  много больше обратного инкремента. Характерное время динамической нестационарности  $t_{ev1} \sim r^2/\nu$ , а характерное время тепловой нестационарности  $t_{ev2} \sim (c_s/r\Omega)^2 t_{ev1}$  (эта оценка вытекает из уравнения баланса тепла). В общем случае инкремент диссипативных возмущений порядка  $\nu k^2$  и  $k \sim \alpha/c_s$ . Отсюда нетрудно видеть, что  $\nu k^2 t_{ev2} \sim 1$ . Таким образом, характерные времена тепловой нестационарности диска и развития диссипативной неустойчивости оказываются одного порядка.

В связи со сказанным выше обратим внимание на следующее обстоятельство [149]. Инкремент диссипативной неустойчивости (равно как и декремент затухания гравитационных возмущений) по порядку величины равен  $\tilde{\nu}k^2$  за пределами довольно узкой зоны волновых чисел, лежащей в окрестности  $k \simeq k_J = \pi G \sigma_0 / c_s^2$ . Но для близкого к границе гравитационной устойчивости диска в пределах указанной зоны волновых чисел инкремент диссипативной неустойчивости оказывается порядка  $\tilde{\nu}k_J^2 \alpha^2 / \omega_J^2 \gg \tilde{\nu}k_J^2$ . Ясно, что в таком диске возможно  $|\text{Im}(\omega_D)| > |\omega_J(k_J)|$ , или иначе

$$|\omega_J(k_J)|^3 < \tilde{\nu}k_J^2 \alpha^2, \quad (4.130)$$

и, следовательно, приведенные выше результаты в малой окрестности  $k = k_J$  будут неприменимы. В этом случае термин “гравитационные возмущения” теряет смысл, и дисперсионные свойства всех четырех типов возмущений должны определяться из общего дисперсионного уравнения

<sup>3</sup> В действительности этот интервал может быть несколько уже, поскольку при  $k \rightarrow 0$  нарушается ВКБ-приближение.

(4.125), решения которого при  $k = k_J$  и  $|\omega_J^3(k_J)| \ll \tilde{\nu} k_J^2 \mathfrak{x}^2$  имеют вид (без учета дифференциальности вращения диска)

$$\omega_1 \simeq i\omega_0; \quad \omega_{2,3} \simeq \frac{\pm\sqrt{3}-i}{2}\omega_0; \quad \omega_4 \simeq -i\chi \frac{k_J^2(2\gamma_s-1)}{\gamma_s + \frac{\chi}{\nu}(\gamma_s-1)}, \quad (4.131)$$

где

$$\omega_0 = \left\{ \nu k_J^2 \mathfrak{x}^2 \left[ 1 + \left( \frac{\gamma_s-1}{\gamma_s} \right) \frac{\chi}{\nu} \right] \right\}^{1/3}. \quad (4.132)$$

Из этого спектра решений неустойчивыми являются только возмущения с  $\omega = \omega_1$  и их инкремент

$$\text{Im}(\omega_1) \sim \tilde{\nu}^{1/3} \mathfrak{x}^{4/3} / c_s^{2/3} \gg \tilde{\nu} k_J^2,$$

а остальные решения соответствуют затухающим возмущениям.

Учитывая тот факт, что по порядку величины  $k_J \sim 1/h$  и  $\nu k_J^2 / \mathfrak{x} \sim l/h \ll 1$  ( $l$  — длина свободного пробега частиц), нетрудно видеть, что  $\text{Im}(\omega_1) t_{ev2} \sim (h/l)^{2/3} \gg 1$ . Поэтому диссипативная неустойчивость (4.131) является быстрой и для динамических процессов, определяемых этой неустойчивостью, тепловая нестационарность диска несущественна.

Нетрудно обобщить результат (4.131) и на случай дифференциально вращающегося диска. В пределе  $|\omega_J(k_J)|^3 \ll \tilde{\nu} k_J^2 \mathfrak{x}^2$  из исходного дисперсионного уравнения (4.125) получаем

$$\omega_1 \simeq i \left\{ \nu k_J^2 \mathfrak{x}^2 \left[ 1 + \left( \frac{\gamma_s-1}{\gamma_s} \right) \frac{\chi}{\nu} - (\gamma_s-1) \frac{d \ln \Omega}{d \ln r} \right] \right\}^{1/3}. \quad (4.133)$$

Поскольку  $\gamma_s > 1$  и для астрофизических дисков  $d \ln \Omega / d \ln r < 0$ , то нетрудно видеть, что по порядку величины инкремент (4.133) оказывается таким же, как в случае твердотельного вращения. Таким образом, учет дифференциальности вращения диска не вносит ничего принципиально нового в динамику диссипативной неустойчивости.

В наиболее коротковолновом пределе  $k \gg k_J$  (см. (4.129)) диссипативная неустойчивость не имеет места. Это естественным образом наводит на мысль, что диссипативная раскачка возмущений в гравитационно устойчивом диске обусловлена влиянием возмущений гравитационного поля, существенным в области длин волн  $k \sim k_J$ . Как показали Фридман и Поляченко [420], это влияние проявляется в том, что плотность энергии диссипативно неустойчивых возмущений является отрицательной ( $E_{\omega_1} < 0$ ). В этом случае диссипация энергии возмущений ( $dE_{\omega_1}/dt < 0$ ) эквивалентна росту ее абсолютной величины и, следовательно, росту амплитуды возмущения. Действительно, для диссипативно

неустойчивых возмущений (4.131) с частотой  $\omega_1$  [149]

$$E_{\omega_1} \simeq -\frac{\sigma_0 c_s^2}{2} \left( \frac{\nu k_J^2}{\varkappa} \right)^{2/3} \frac{1 - \chi(\gamma_s - 1)/\nu \gamma_s}{[1 + \chi(\gamma_s - 1)/\nu \gamma_s]^{1/3}} \left| \frac{\sigma}{\sigma_0} \right|^2, \quad (4.134)$$

где  $\sigma$  — возмущенная поверхностная плотность диска.

Аналогичные вычисления плотности энергии гравитационных возмущений при  $k \simeq k_J$  приводят к следующему результату:

$$E_J = \frac{\sigma_0 \omega_J^2(k_J)}{k_J^2} \left| \frac{\sigma}{\sigma_0} \right|^2, \quad (4.135)$$

откуда видно, что  $\text{sign}(E_J) = \text{sign}[\omega_J^2(k_J)]$ . Поэтому джинсовские возмущения с учетом диссипативных факторов в гравитационно устойчивом диске затухают и дополнительно неустойчивы в гравитационно неустойчивом диске (см. (4.126)).

#### 4.4.3. Равновесные флуктуации в газовом диске

Для вычисления уровня равновесных шумов в гравитирующем газовом диске используем флуктуационно-диссипативную теорему [90] и гидродинамическую теорию флуктуаций [96]. Для простоты ограничимся моделью однородного твердотельно вращающегося ( $\varkappa \equiv 2\Omega$ ) диска и, рассматривая коротковолновые возмущения, ориентируем ось “ $x$ ” вдоль направления волнового вектора  $\vec{k}$ . Фурье-гармоники газодинамических уравнений с учетом сторонних сил, вводимых для вычисления тензора обобщенной восприимчивости во вращающейся вместе с диском системе отсчета, имеют вид [133]:

$$-i\omega u - \varkappa v = -ik(R + \Phi) - \lambda k^2 u + f_1^{\text{CT}}, \quad (4.136)$$

$$-i\omega v + \varkappa u = -\nu k^2 v + f_2^{\text{CT}}, \quad (4.137)$$

$$-i\omega \Sigma + ik u = 0, \quad (4.138)$$

$$-i\omega S = -\chi k^2 c_\sigma \tau + f_0^{\text{CT}}, \quad (4.139)$$

где  $\Sigma = \sigma/\sigma_0$ ,  $\tau = T/T_0$ ,  $R = p/\sigma_0$ . Эта система должна быть дополнена термодинамическими соотношениями (4.122), (4.123) и уравнением Пуассона ( $\Phi = -2\pi G \sigma_0 \Sigma/k$ ). Учет диссипативных членов в (4.136)–(4.139) необходим для обхода полюсов в комплексной  $\omega$ -плоскости при обратном фурье-преобразовании спектральной плотности шумов. В окончательный ответ — величину уровня шумов — диссипативные коэффициенты не войдут, поскольку  $\nu k^2 \ll \varkappa$ . Поэтому для упрощения вычислений положим  $\nu = \chi$ .

Диссипация энергии в газовом диске под действием сторонних сил определяется выражением

$$\dot{E} = \sigma_0 \int \{u f_1 + v f_2 + T f_0\} dS = - \int \mathcal{X}_i \frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial t} dS, \quad (4.140)$$

где интегрирование проводится по поверхности диска, а  $\mathcal{X}_i$ ,  $\mathcal{F}_i$  — обобщенные координаты и сторонние силы, спектральная связь между которыми определяется соотношением [90]

$$\mathcal{X}_i(k, \omega) = \alpha_{ij}(k, \omega) \mathcal{F}_j(k, \omega), \quad (4.141)$$

где  $\alpha_{ij}(k, \omega)$  — тензор обобщенной восприимчивости.

В качестве обобщенных координат выберем величины  $\mathcal{X}_1 = u$ ,  $\mathcal{X}_2 = v$ ,  $\mathcal{X}_0 = T$ . Тогда  $\mathcal{F}_i = -i \sigma_0 f_i / \omega$  ( $i = 0, 1, 2$ ). Используя эти определения и решая приведенную выше систему, можно получить компоненты тензора обобщенной восприимчивости. Используя основную формулу флуктуационно-диссипативной теоремы [90], записанную для плоского случая

$$\langle \mathcal{X}_l \mathcal{X}_n \rangle_{k, \omega} = \frac{i T_0}{(2\pi)^3 \omega} (\alpha_{nl}^* - \alpha_{ln}), \quad (4.142)$$

спектральный уровень флуктуаций поверхностной плотности можно представить в виде [133]

$$\left\langle \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^2 \right\rangle_k = \frac{T_0(2 + \gamma_s)}{4\pi^2 \sigma_0 c_s^2} + \frac{T_0(2\pi G \sigma_0 k - \varkappa^2)}{2\pi^2 \sigma_0 c_s^2 \omega_J^2} + \frac{2GT_0}{4\pi c_T^2 (kc_T^2 - 2\pi G \sigma_0)}. \quad (4.143)$$

Здесь не зависящий от волнового числа первый член — спектральная плотность термодинамических шумов, а второй и третий члены можно назвать спектральной плотностью “гравитационно-вращательных” шумов. Вычисляя корреляционную функцию термодинамических шумов, получаем

$$\left\langle \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^2 \right\rangle_r^T = \frac{T_0(2 + \gamma_s)}{4\pi^2 \sigma_0 c_s^2} \int e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{k} = \frac{2 + \gamma_s}{\sigma_0 c_s^2} T_0 \delta(\vec{r}). \quad (4.144)$$

Отсутствие пространственной корреляции термодинамических шумов следует рассматривать как указание на то, что характерный размер корреляции в этом случае оказывается порядка минимально возможного в гидродинамике размера — длины свободного пробега частиц  $l$ . Таким образом, в (4.144) следует полагать  $\delta(\vec{r}) \sim l^{-2}$ .

Спектральная плотность “гравитационно-вращательных” шумов, представленная вторым в (4.143) членом, в диске, близком к границе гравитационной устойчивости [ $|\omega_J(k_J)| \ll \varkappa$ ], имеет резкий максимум в

окрестности  $k = k_J$ , где  $2\pi G\sigma_0 k - \varkappa^2 \simeq \varkappa^2$ . С учетом этого обстоятельства получаем

$$\left\langle \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^2 \right\rangle_r^{GR_1} \simeq \frac{T_0 \varkappa^2 k_J J_0(k_J r)}{\sigma_0 c_s^2 \omega_J(k_J)}, \quad (4.145)$$

где  $J_0(x)$  — функция Бесселя первого рода. Наконец, интегрирование последнего в (4.143) члена дает

$$\left\langle \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^2 \right\rangle_r^{GR_2} \simeq \frac{G T_0}{c_T^4} \left\{ \frac{1}{r} - \frac{\pi}{2 L_T} [Y_0(r/L_T) + \mathcal{H}_0(r/L_T)] \right\}, \quad (4.146)$$

где  $L_T = c_T^2/2\pi G\sigma_0$ ,  $Y_0(x)$ ,  $\mathcal{H}_0(x)$  — функции Неймана и Струве соответственно.

Получим соотношения для оценок уровня шумов. Поскольку  $T_0 \sim m c_s^2$ , где  $m$  — характерная масса “частиц” диска, то для термодинамических шумов (4.144) с учетом того, что  $\delta(\vec{r}) \sim l^{-2}$ , получаем

$$\alpha_T = \left\{ \left\langle \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^2 \right\rangle^T \right\}^{1/2} \simeq \frac{1}{l} \left( \frac{m}{\sigma_0} \right)^{1/2}. \quad (4.147)$$

Для нетермодинамических флуктуаций (4.145) характерный пространственный масштаб  $L \sim k_J^{-1} \sim c_s/\varkappa = \rho$ , а их интенсивность в масштабах  $\lesssim k_J^{-1}$  с учетом результата (4.131) может быть оценена как

$$\alpha_{GR_1} = \left\{ \left\langle \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^2 \right\rangle^{GR_1} \right\}^{1/2} \simeq \left( \frac{m \varkappa}{\sigma_0 \omega_J(k_J) \rho^2} \right)^{1/2} \simeq \frac{(m/\sigma_0)^{1/2}}{(\rho^5 l)^{1/6}}. \quad (4.148)$$

Наконец, характерный масштаб нетермодинамических шумов (4.146) порядка  $L_T \sim \rho$ , а их максимальная интенсивность (при  $r \sim l$ )

$$\alpha_{GR_2} = \left\{ \left\langle \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^2 \right\rangle^{GR_2} \right\}^{1/2} \simeq \left( \frac{m}{\rho l \sigma_0} \right)^{1/2}. \quad (4.149)$$

В качестве примера применения изложенной выше теории оценим уровень равновесных шумов в солнечной окрестности газовой подсистемы Галактики. Будем считать, что дисперсия скоростей газовых облаков — “макроатомов” диска  $c_{s\odot} \simeq 9$  км/с, их характерные радиус и масса равны  $r_m \simeq 4$  пк и  $m \simeq 120 M_\odot$  соответственно. Используя также данные о параметрах газового диска в окрестности Солнца:  $\varkappa \simeq 10^{-15}$  с<sup>-1</sup>;  $\sigma_0 \simeq 10 M_\odot/\text{пк}^2$ ;  $h \simeq 70 \div 80$  пк, получаем  $\rho = c_s/\varkappa \simeq 300$  пк, число облаков в единице объема  $n \simeq \sigma_0/2 h m \simeq 5 \cdot 10^{-4}$  пк<sup>-3</sup>. Поскольку газовые облака — отнюдь не твердые сферы, считаем, что эффективный (столкновительный) радиус среднего облака несколько

меньше наблюдаемого (пусть  $r \simeq 0,7 r_m$ ). Тогда сечение взаимодействия облаков  $\hat{\Sigma} \simeq \pi(2r)^2 \simeq 10^2$  пк<sup>2</sup>, а длина свободного пробега  $l \simeq 1/\sqrt{2}n \hat{\Sigma} \simeq 20$  пк. В результате получаем

$$\alpha_{T\odot} \sim 2 \cdot 10^{-1}; \quad \alpha_{GR\odot} \sim 5 \cdot 10^{-2}. \quad (4.150)$$

Высокий уровень шумов, предсказываемый этими оценками, означает, что флуктуационные структуры в газовой подсистеме Галактики могут быть в принципе наблюдаемыми. Характерные размеры наиболее интенсивных из этих структур (термодинамических) оказываются порядка длины свободного пробега облаков (нескольких межоблачных расстояний), и такие комплексы могут содержать до нескольких десятков облаков. Несколько менее интенсивные нетермодинамические флуктуации имеют характерные размеры  $\sim 1 \div 3 k_J^{-1}$  (по параметрам газовой подсистемы в окрестности Солнца это  $\sim 0,3 \div 1$  кпк) и могут, по-видимому, обеспечить затравочные возмущения для тех или иных особенностей спирального узора (ответвления от спиралей и т. п.).

#### 4.5. Гидродинамические неустойчивости газового диска

В предыдущих разделах этой главы мы уже рассмотрели ряд гидродинамических неустойчивостей газового гравитирующего диска, имеющих, по-видимому, отношение к происхождению тех или иных наблюдаемых структур или налагающих ограничения на значения некоторых параметров галактических газовых подсистем. Это прежде всего гравитационная (или гравитационно-градиентная) неустойчивость, определяющая минимальную “температуру” диска, необходимую для предотвращения разбиения его на гравитационно связанные сгустки джинсовского масштаба. Другой класс неустойчивостей, обусловленных радиальной неоднородностью плотности и температуры диска, влияет на отношение радиальных градиентов указанных величин и, возможно, может приводить к возбуждению антициклонических вихревых структур типа солитонов Россби. Быстрая диссипативная неустойчивость может играть роль в решении проблемы турбулентной вязкости.

Однако среди перечисленных выше неустойчивостей нет неустойчивости, обусловленной непосредственно дифференциальностью вращения диска. Неустойчивости такого типа могут возбуждаться в тех частях диска, где степень дифференциальности вращения вещества превышает некоторый предел — например, в области резкого убывания  $\Omega(r)$  снаружи от внутреннего горба  $V_{\text{вр}}(r)$  в галактиках с двугорбыми кривыми вращения (см. рис. 1.1).

По крайней мере, в нашей Галактике в этой же области ( $r \lesssim 3$  кпк) наблюдается заметная депрессия в поверхностной плотности газового диска. Прямая оценка по данным наблюдений [761] джинсовского масштаба в этой части газовой подсистемы Галактики приводит к следующему результату:  $\lambda_J = 2\pi/k_J = 2c_s^2/G\sigma_{g0} \simeq 10$  кпк, что больше масштабов наблюдаемых структур. Каковы же следствия этого результата?

Динамика возмущений в газовом диске определяется суммой двух сил:  $\vec{\nabla}\tilde{p}/\sigma_{g0} + \vec{\nabla}\tilde{\Phi}$ , где  $\tilde{p}$ ,  $\tilde{\Phi}$  — возмущенные давление и гравитационный потенциал. Оценим их относительную интенсивность

$$\left| \frac{\sigma_{g0} \vec{\nabla}\tilde{\Phi}}{\vec{\nabla}\tilde{p}} \right| \simeq \left| \frac{\sigma_{g0} \tilde{\Phi}}{c_s^2 \tilde{\sigma}_g} \right| \simeq \left| \frac{2\pi G \sigma_{g0} (\tilde{\sigma}_g + \tilde{\sigma}_*)}{k c_s^2 \tilde{\sigma}_g} \right| \simeq \frac{2\lambda}{\lambda_J} |1 + \tilde{\sigma}_*/\tilde{\sigma}_g|. \quad (4.151)$$

Оценки, проведенные в соответствии с результатами п. 4.1.3 по данным наблюдений равновесных параметров звездной и газовой плоских подсистем в рассматриваемой области Галактики, показывают, что вклад звездного диска в возмущенный гравитационный потенциал не превышает вклад газового (см. § 6.2). Поэтому если какая-либо гидродинамическая неустойчивость приводит к раскачке возмущений с  $\lambda \ll \lambda_J$ , то в уравнениях, описывающих динамику газового диска, возмущенной гравитационной силой ( $\vec{\nabla}\tilde{\Phi}$ ) в первом приближении можно пренебречь по сравнению с возмущенной гидродинамической силой ( $\vec{\nabla}\tilde{p}/\sigma_{g0}$ ). Этот вывод получил обоснованное подтверждение в подробно описанных Фридманом и Поляченко [420] работах [119, 120, 121, 122]. Поэтому далее в этом разделе (кроме п. 4.5.4) мы не будем учитывать вклад возмущенного гравитационного потенциала в динамику возмущений газового диска. Подробное обсуждение этого вопроса можно найти в работе [197].

Гипотеза об ответственности гидродинамических неустойчивостей в газовом диске за возбуждение спирального узора галактик была сформулирована А.М. Фридманом в 1972 г. Конкретные соображения о гидродинамическом механизме возбуждения спиралей и месте его локализации в галактиках были высказаны в работе [146]. Позднее были изучены гидродинамические неустойчивости в трехмерных моделях гравитирующей среды [119, 120, 121, 122] и газовом диске [123, 124, 198]. Проведенное затем экспериментальное исследование центробежной неустойчивости на установках с вращающейся “мелкой водой” [138, 411] позволило в конечном счете сформулировать гидродинамическую концепцию происхождения спирального узора плоских галактик (см. гл. 6).

#### 4.5.1. Дисперсионное уравнение возмущений разрыва угловой скорости

Исследуем динамику возмущений в однородном газовом диске, вращающемся с разрывом угловой скорости (предельная модель двугорбой кривой вращения с узкой областью резкого убывания  $\Omega(r)$  снаружи от внутреннего горба  $V_{\text{вр}}(r)$ ):

$$\Omega(r) = \Omega_1 + (\Omega_2 - \Omega_1) \Theta(r - R), \quad (4.152)$$

где  $\Theta(x)$  — тета-функция Хэвисайда ( $\Theta(x) = 1$  при  $x > 0$  и  $\Theta(x) = 0$  при  $x < 0$ );  $R$  — радиус разрыва угловой скорости. Закон вращения (4.152) можно представить как предел гладкого распределения

$$\Omega(r) = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2} + \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{\pi} \arctg\left(\frac{r - R}{L}\right) \quad (4.153)$$

при  $L/R \rightarrow 0$ .

В рамках модели с непрерывным распределением  $\Omega(r)$  из линеаризованных уравнений газодинамики (4.55) ÷ (4.58) для возмущений типа (4.54) с учетом несущественности возмущений гравитационного потенциала получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{p}}{dr} = & \left( \frac{2m\Omega}{r\hat{\omega}} - \frac{\gamma_s - 1}{\gamma_s} D(\ln \Omega_z)' \right) \tilde{p} + \\ & + \sigma_0 \left( \hat{\omega}^2 - \varkappa^2 - D \frac{\gamma_s - 1}{\gamma_s^2} (\ln \Omega_z)' (\ln C\Omega_z)' c_s^2 \right) \xi, \end{aligned} \quad (4.154)$$

$$\frac{d\xi}{dr} = \frac{\tilde{p}}{\sigma_0} \left( \frac{m^2}{r^2 \hat{\omega}^2} - \frac{1}{c_s^2} \right) - \left( \frac{2m\Omega}{r\hat{\omega}} + \frac{1}{r} - \frac{\gamma_s - 1}{\gamma_s} (\ln C\Omega_z)' \right) \xi, \quad (4.155)$$

где  $\xi$  — радиальное смещение, определяемое по возмущенной радиальной скорости:  $u = d\xi/dt = \partial\xi/\partial t + \Omega \partial\xi/\partial\varphi = -i\hat{\omega}\xi$ . В случае  $C\Omega_z = \text{const}$  уравнения (4.154), (4.155) приводят к хорошо известному результату [123, 124]. Характерной особенностью данной системы уравнений является то, что при  $\gamma_s = 1$  все слагаемые, обусловленные неоднородностью величины  $\Omega_z$ , не дают вклада. Ниже ограничимся рассмотрением моделей без учета указанных членов <sup>4</sup> [ $\propto (\gamma_s - 1) d \ln \Omega_z / dr$ ].

Переходя к модели разрыва  $\Omega$  (4.152), будем искать решения системы (4.154), (4.155) отдельно по обе стороны от разрыва ( $r > R$ ,  $r < R$ ), полагая соответственно  $\Omega(r) = \Omega_{1,2}$ . При этом система урав-

<sup>4</sup> Если в двумерной модели формально положить  $\Omega_z = \text{const}$ , то она будет описывать трехмерную динамику частного класса возмущений, не имеющих поперечной к плоскости диска компоненты волнового вектора. При этом под  $p$ ,  $\sigma$ ,  $\gamma_s$  следует подразумевать не поверхностные, а объемные давление, плотность, показатель адиабаты.

нений (4.154), (4.155) сводится к одному для  $\tilde{p}(r) = p_{1,2}$ :

$$\frac{d^2 p_{1,2}}{dr^2} + \frac{dp_{1,2}}{r dr} + \left\{ \frac{\hat{\omega}_{1,2}^2 - 4\Omega_{1,2}^2}{c_s^2} - \frac{m^2}{r^2} \right\} p_{1,2} = 0, \quad (4.156)$$

а смещение  $\xi$  определяется из соотношения

$$\xi_{1,2} = \frac{1}{\sigma_0(\hat{\omega}_{1,2}^2 - 4\Omega_{1,2}^2)} \left\{ \frac{dp_{1,2}}{dr} - \frac{2m\Omega_{1,2}}{r\hat{\omega}_{1,2}} p_{1,2} \right\}. \quad (4.157)$$

Решения этих уравнений должны быть сшиты на разрыве (при  $r = R$ ). Соответствующие правила сшивки (граничные условия на разрыве) могут быть получены следующим образом. Исходим из уравнений (4.154), (4.155), в которых разрыв  $\Omega(r)$  “размазан” по узкому переходному слою шириной  $H$  и за пределами которого  $\Omega = \Omega_{1,2}$ . Проинтегрируем эти уравнения по указанному переходному слою и перейдем к пределу  $H \rightarrow 0$ . В результате получим

$$\xi|_{r=R-0} = \xi|_{r=R+0}, \quad (4.158)$$

$$(\tilde{p} + \sigma_0 R \Omega^2 \xi)|_{r=R-0} = (\tilde{p} + \sigma_0 R \Omega^2 \xi)|_{r=R+0}. \quad (4.159)$$

Второе из этих граничных условий выглядит необычным<sup>5</sup>. Поясним поэтому его физическую сущность. Радиальное равновесие газовых галактических дисков обусловлено балансом градиента давления, центробежной и гравитационной сил:  $\Omega^2 r = p'_0/\sigma_0 + \Phi'_0$ , где штрих означает дифференцирование по радиальной координате. Вклад градиента давления в это условие мал по сравнению с вкладом гравитационной силы  $|p'_0/\sigma_0 \Phi'_0| \sim c_s^2/V_{\text{вр}}^2 \ll 1$ . Поэтому довольно резкий перепад  $\Omega(r)$  в рассматриваемой нами области диска обусловлен в основном в той же мере резким градиентом  $\Phi_0$ , создаваемым распределением вещества в массивной звездной подсистеме. И в предельно идеализированной модели разрыва  $\Omega$  величина  $d\Phi_0/dr$  должна быть, очевидно, разрывной. В то же время полное совокупное “давление”  $\mathcal{P} = p/\sigma + \Phi$  должно быть непрерывным на искривленной благодаря возмущениям  $\xi$  поверхности разрыва, а равновесное  $\mathcal{P}_0 = p_0/\sigma_0 + \Phi_0$  — непрерывным на невозмущенном разрыве. Разложим эту величину в ряд по степеням амплитуды возмущений, ограничиваясь линейными членами и пренебрегая в соответствии с оценкой (4.151) возмущенным гравитационным потенциалом:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(r = R + \xi) &= \mathcal{P}_0(r = R + \xi) + \tilde{\mathcal{P}}(r = R + \xi) = \\ &= \mathcal{P}_0(R) + \mathcal{P}'_0(R)\xi + \tilde{p}(R)/\sigma_0 \equiv \mathcal{P}_0(R) + R\Omega^2\xi + \tilde{p}(R)/\sigma_0, \end{aligned}$$

<sup>5</sup> В аналогичной по постановке плоской задаче возмущенное давление  $\tilde{p}$  является непрерывным при переходе через поверхность разрыва скорости [92].

откуда следует, что непрерывной на разрыве  $\Omega$  должна оставаться комбинация  $\tilde{p} + \sigma_0 R \Omega^2 \xi$  — см. (4.159). Условия сшивки (4.158), (4.159) являются наиболее простыми. В общем случае правила сшивки зависят от структуры диска в области скачка [198].

Решения уравнений (4.156), (4.157) должны быть ограничены при  $r \rightarrow 0$  и  $r \rightarrow \infty$ . С учетом этих граничных условий они имеют вид

$$p_1 = A I_m(k_1 r), \quad p_2 = B K_m(k_2 r), \quad (4.160)$$

$$\xi_1 = \frac{A}{\sigma_0 c_s^2 k_1^2} \left\{ \frac{2 m \Omega_1}{r \hat{\omega}_1} I_m(k_1 r) - k_1 I'_m(k_1 r) \right\}, \quad (4.161)$$

$$\xi_2 = \frac{B}{\sigma_0 c_s^2 k_2^2} \left\{ \frac{2 m \Omega_2}{r \hat{\omega}_2} K_m(k_2 r) - k_2 K'_m(k_2 r) \right\}, \quad (4.162)$$

где

$$k_{1,2}^2 = \{4 \Omega_{1,2}^2 - (\omega - m \Omega_{1,2})^2\} / c_s^2, \quad \text{Re}(k_{1,2}) > 0, \quad (4.163)$$

$I_m(x)$ ,  $K_m(x)$  — модифицированные функции Бесселя;  $A$ ,  $B$  — произвольные постоянные, а штрих означает дифференцирование функций Бесселя по их аргументу.

Сшивая затем решения (4.160) ÷ (4.162) на разрыве  $r = R$  согласно граничным условиям (4.158), (4.159), получаем искомое дисперсионное уравнение [123]:

$$k_1^2 \alpha_2 - k_2^2 \alpha_1 + \frac{(\Omega_1^2 - \Omega_2^2)}{c_s^2} \alpha_1 \alpha_2 = 0, \quad (4.164)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{2 m \Omega_1}{\omega - m \Omega_1} - k_1 R \frac{I'_m(k_1 R)}{I_m(k_1 R)}, \quad (4.165)$$

$$\alpha_2 = \frac{2 m \Omega_2}{\omega - m \Omega_2} - k_2 R \frac{K'_m(k_2 R)}{K_m(k_2 R)}, \quad (4.166)$$

Для наглядности представления результатов будем описывать решения дисперсионного уравнения (4.164) с помощью двух безразмерных параметров  $q = \Omega_2 / \Omega_1$  и  $M_* = R \Omega_1 / c_s$ .

#### 4.5.2. Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца

Получим решение дисперсионного уравнения (4.164) в пределе “слабого” ( $M_* \ll 1$ ) разрыва. Нетрудно видеть, что в этом случае согласно (4.163)  $|k_{1,2} R| \ll 1$ . Поэтому, используя представления функций Бесселя в виде рядов по степеням их аргументов, из (4.164) получаем ( $m \geq 1$ )

$$\omega \simeq \frac{\Omega_1}{2} [m(1+q) + (q-1)] + \frac{i \Omega_1}{2} \sqrt{(m^2 - 1)(1 - q)^2}. \quad (4.167)$$

Отсюда видно, что неустойчивость имеет место как при  $q < 1$ , так и при  $q > 1$ , и величина инкремента зависит от  $|1 - q|$ . Следовательно, для раскачки такой неустойчивости несущественно, какая из частей диска (внутренняя или внешняя) вращается быстрее. Это означает, что мы имеем дело с неустойчивостью тангенциального разрыва в слабосжимаемой ( $M_* \ll 1$ ) среде. Действительно, для коротковолновых в азимутальном направлении возмущений ( $m^2 \gg 1$ ), для которых несущественны эффекты кривизны, из (4.167) получаем

$$\omega = \frac{k_\varphi}{2} \{V_1 + V_2 + i(V_1 - V_2)\}, \quad (4.168)$$

где  $k_\varphi = m/R$ ;  $V_j = R\Omega_j$  — линейные скорости вращения. Результат (4.168) в точности совпадает с инкрементом неустойчивости плоского тангенциального разрыва в однородной несжимаемой среде [92].

Поскольку в пренебрежении градиентами равновесных плотности и давления газовой подсистемы возмущенные поверхностные плотность  $\tilde{\sigma}$  и давление  $\tilde{p}$  связаны соотношением  $\tilde{p} = c_s^2 \tilde{\sigma}$ , нетрудно определить пространственную зависимость  $\tilde{\sigma}(r, \varphi)$ . Например, в области  $r > R$  при  $M_* \ll 1$ , используя результат (4.167) и соотношение (4.163), учитывая, что физический смысл имеют действительные части комплексных амплитуд, получаем

$$\tilde{\sigma}(r, \varphi) \propto \operatorname{Re}\{K_m(k_2 r) e^{im\varphi}\} \propto r^{-m} \cos \left[ m\varphi + \frac{(1-q)^2 \Omega_1^2 \sqrt{m^2 - 1}}{8c_s^2} r^2 \right]. \quad (4.169)$$

Из условия постоянства фазы возмущения видно, что возмущения плотности представляют собой отстающие спирали с углом закрутки  $\beta$  (углом между касательными к спирали и окружности), близким к  $\pi/2$  при  $r \geq R$  ввиду малости параметра  $M_*$ . С ростом расстояния от центра диска при фиксированном  $q \neq 1$  угол закрутки убывает, то есть  $\beta \rightarrow 0$  при  $r/R \rightarrow \infty$ .

#### 4.5.3. Центробежная неустойчивость

В спиральных галактиках, как правило, значение  $V_{\text{вр}}$  на внутреннем горбе кривой вращения намного больше скорости звука в газовой подсистеме и, таким образом, осуществляется другой предельный случай:  $M_* \gg 1$ . В этом пределе, используя асимптотические представления функций Бесселя при  $|k_{1,2}R| \gg m$ , из (4.164) в главном порядке указанных асимптотик получаем [123]

$$\omega = \omega^{(0)} = \frac{\Omega_1}{2} \{m(1+q) + iM_*(1-q^2)\}. \quad (4.170)$$

Подстановка этого результата в (4.163) показывает, что  $|k_{1,2}R| \sim M_*^2$  и, следовательно, область его применимости:  $m \ll M_*^2$ . В следующем порядке по малому параметру  $M_*^{-2} \ll 1$   $\left[ \omega = \omega^{(0)} + \omega^{(1)}; \omega^{(1)} \propto O(M_*^{-1}) \right]$  из (4.164) следует

$$\omega^{(1)} \simeq -\frac{4m(1-q)(1-q^2)\Omega_1}{M_*^2(1-q^2)^2 + m^2(1-q)^2} - \frac{i2\Omega_1(1+q^2)}{M_*(1-q^2)}. \quad (4.171)$$

В рассмотренном пределе ( $M_* \gg 1$ ) неустойчивость (4.170) уже не похожа на неустойчивость тангенциального разрыва (4.167). Во-первых, потому что она развивается только в том случае, когда внутренняя часть диска вращается быстрее внешней:  $q^2 < 1$ . Во-вторых, потому что ее инкремент практически не зависит от волнового числа  $k_\varphi = m/R$  (ср. с (4.167))<sup>6</sup>. В-третьих, потому что неустойчивость (4.170) в противоположность *классической неустойчивости* тангенциального разрыва не стабилизируется при  $V = R(\Omega_1 - \Omega_2) > 2\sqrt{2}c_s$ , а имеет место при сколь угодно большом  $V/c_s \rightarrow \infty$ , и, более того, инкремент неустойчивости (4.170) растет практически линейно с ростом  $V/c_s$  (о стабилизации классической неустойчивости тангенциального разрыва в двумерной газодинамике см. в книге Ландау и Лифшица [92]; этот эффект легко получить из формулы (5.122)).

Для выяснения природы неустойчивости (4.170) рассмотрим динамику возмущения границы разрыва, имеющего, например, форму выступа в область  $r > R$ . Вещество, содержащееся в этом выступе, продолжает вращаться с угловой скоростью  $\Omega_1$  и на него действует (приходящаяся на единицу массы) центробежная сила  $F_1 \simeq \Omega_1^2 R$ . Но этот выступ уже находится в области, где согласно условию радиального равновесия гравитационная сила  $F_2 = \partial\Phi_0/\partial r \simeq \Omega_2^2 R < \Omega_1^2 R$  (при  $\Omega_2 < \Omega_1$ ). Возникающая при этом направленная наружу сила  $\Delta F = F_1 - F_2 \simeq R(\Omega_1^2 - \Omega_2^2)$  увеличивает амплитуду выступа и тем самым приводит к неустойчивости. В случае  $\Omega_2 > \Omega_1$  возникающая сила направлена к центру диска и, следовательно, стремится уменьшить амплитуду выступа — это объясняет причину устойчивости в случае  $q > 1$  ( $\Omega_2 > \Omega_1$ ). Приведенные выше доводы корректны, если вклад давления в условие радиального равновесия газового диска пренебрежимо мал, а это может иметь место лишь в том случае, когда  $V_{\text{вр}}/c_s \gg 1$  ( $M_* \gg 1$ ). Аналогичные рассуждения в случае возмущения границы разрыва  $\Omega$ , имеющей форму “вмятины” в область  $r < R$ , также приводят к выводу о неустойчивости только при

<sup>6</sup> Такая зависимость проявляется в следующем за (4.171) порядке:  $|\text{Im}(\omega_{m+1}) - \text{Im}(\omega_m)| \propto O(M_*^{-3})$ .

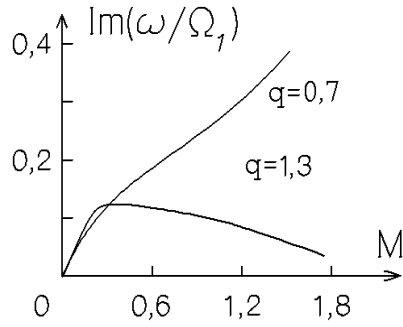


Рис. 4.8. Зависимость инкремента неустойчивости, описываемой дисперсионным уравнением (4.164), от параметра  $M = R\Omega_1|1 - q|/c_s = |1 - q|M_*$  при  $q = 0,7$  и  $q = 1,3$  для моды  $m = 1$  [192]

$\Omega_2 < \Omega_1$  ( $q < 1$ ). Поэтому не является удивительным тот факт, что инкремент неустойчивости (4.170) пропорционален разрыву действующей на единицу массы центробежной силы. В связи с этим неустойчивость (4.170) естественно называть *центробежной*.

Различие между неустойчивостями Кельвина-Гельмгольца (НКГ — (4.167)) и центробежной (ЦБН — (4.170)) хорошо видно на рис. 4.8, где изображена зависимость инкремента неустойчивости, описываемой дисперсионным уравнением (4.164) при значениях параметра  $q = \Omega_2/\Omega_1 = 0,7$  и  $q = 1,3$  для моды  $m = 1$ . Видно, что при  $M_* \ll 1$  инкременты в обоих случаях ( $q = 0,7$ ;  $q = 1,3$ ) близки друг к другу, но при  $M_* \gtrsim 1$  их различие оказывается весьма существенным: при  $q = 1,3$  возбуждается только НКГ, а при  $q = 0,7$  основной вклад в инкремент неустойчивости дает механизм ЦБН.

Рассмотрим теперь вопрос о пространственной структуре возмущений плотности, возбуждаемых центробежной неустойчивостью. С учетом того, что эта неустойчивость имеет место при  $M_* \gg 1$ , используем в (4.160) асимптотические представления функций Бесселя. В результате получаем

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma} \propto \cos \left\{ m \left[ \varphi + \frac{\Omega_1(1-q)}{2c_s} (r-R) \right] \right\} \times \\ \times \begin{cases} \exp \left\{ M_* \Omega_1 (1-q^2) \frac{r-R}{2c_s} \right\}, & (r < R) \\ \exp \left\{ -M_* \Omega_1 (1-q^2) \frac{r-R}{2c_s} \right\}, & (r > R). \end{cases} \end{aligned} \quad (4.172)$$

Отсюда видно, что неустойчивые по (4.170) возмущения плотности имеют форму *отстающих* спиралей. Шаг такой спирали в радиальном направлении определяется соотношением

$$S = m \lambda_s = \frac{2\pi m c_s}{|\operatorname{Re}(\omega - m\Omega)|} \simeq \frac{4\pi c_s}{\Omega_1(1-q)}, \quad (4.173)$$

а угловая скорость ее вращения

$$\Omega_p = \frac{\operatorname{Re}(\omega)}{m} = \frac{\Omega_1}{2}(1+q). \quad (4.174)$$

В то же время амплитуда этих возмущений довольно быстро убывает с удалением от разрыва — согласно (4.172) характерный масштаб убывания амплитуды

$$L_s = \frac{c_s}{\text{Im}(\omega)} \simeq \frac{2c_s}{M_*\Omega_1(1-q^2)} \quad (4.175)$$

и при  $M_* \gg 1$  величина  $L_s \ll S$ .

Суммируем полученные результаты. Центробежная неустойчивость характеризуется большим инкрементом, и возбуждаемые ею возмущения плотности представляют собой отстающие спирали. Последнее обстоятельство выглядит весьма заманчивым с точки зрения возможного решения проблемы происхождения спирального узора галактик. Однако в рамках рассмотренной нами идеализированной модели разрыва  $\Omega$  центробежная неустойчивость генерирует слишком короткие отрезки спиралей ( $L_s \ll S$ ) и не выделяет по величине инкремента какую-либо конкретную моду. В то же время ясно, что исследование более реалистичных моделей с размазанным “разрывом”  $\Omega$  выделит как наиболее неустойчивые низшие моды (высшие моды с  $m \gtrsim R/L$ , где  $L$  — ширина размазки “разрыва”  $\Omega$ , не будут “воспринимать” область резкого изменения  $\Omega$  как разрыв и, следовательно, не будут возбуждаться). С другой стороны, общее уменьшение инкремента неустойчивости с ростом ширины размазки “разрыва” должно увеличить радиальную протяженность возбуждаемой структуры (см. (4.175)). Поэтому подробное исследование центробежной неустойчивости на более реалистичных моделях представляется весьма актуальным.

#### 4.5.4. Неустойчивость скачка скорости вращения конечной ширины

Определим влияние “размазки” разрыва угловой скорости  $\Omega$  на полученные выше результаты. В первом приближении полагаем, что в области  $|r - R| < L$  с достаточно малым  $\Lambda = L/R \ll 1$  осуществляется плавный переход от значения  $\Omega(r < R - L) = \Omega_1$  до  $\Omega(r > R + L) = \Omega_2$ . Используем также тот факт, что в наиболее интересном для нас случае  $M_* \gg 1$  структура неустойчивых возмущений в радиальном направлении является коротковолновой [ $|kR| = O(M_*^2)$ ,  $\text{Re}(kR) = O(mM_*)$ ]. Для линейной аппроксимации  $\Omega^2(r)$  в переходной области в главном порядке по малой величине

$$\Lambda^{1/2} \ll 1/M_* \quad (4.176)$$

можно получить [124]

$$\omega = \omega^{(0)} - i \frac{\Omega_1 M_* \Lambda}{4} \{m^2(1-q)^2 + M_*^2(1+q^2)^2\}, \quad (4.177)$$

где  $\omega^{(0)}$  определяется (4.170).

Отсюда видно, что в приближении (4.176) величина  $\text{Re}(\omega)$ , определяющая степень закрутки спиралей (см. (4.173)), не изменяется. Однако инкремент неустойчивости  $\text{Im}(\omega)$  уменьшается довольно резко. Это приводит к двум важным следствиям. Во-первых, возмущения с малым числом спиралей оказываются более неустойчивыми, чем возмущения с  $m \gg 1$ . Во-вторых, общее (и основное из-за  $M_* \gg 1$ ) уменьшение инкремента в соответствии с (4.175) увеличивает характерный масштаб  $L_s$  убывания амплитуды возмущений в радиальном направлении, что расширяет область локализации генерируемого спирального узора.

В реальных спиральных галактиках с двугорбыми кривыми вращения “размазка” разрыва  $\Omega$  заметно больше, чем допускает условие (4.176). Поэтому, рассматривая полученные выше результаты в модели со слабой “размазкой” с точки зрения определения тенденции в изменении  $\text{Im}(\omega)$ , следует все же вычислять последнюю (как и  $\text{Re}(\omega)$ ) на моделях с кривыми вращения, близкими к реальным. В качестве такой модели используем кривую вращения (4.153), обладающую тем свойством, что в пределе  $L/R \rightarrow 0$  эта функция переходит в исследованный выше разрыв  $\Omega$ . С такой кривой вращения систему уравнений (4.154), (4.155) можно решать численно на ЭВМ как задачу типа Штурма-Лиувилля (определять собственные функции  $\tilde{p}$ ,  $\tilde{\xi}$  и собственные значения  $\omega$ ) при граничных условиях

$$\frac{\partial \ln(\tilde{p})}{\partial r} \Big|_{r \rightarrow \infty} = i k_2^{(0)}; \quad \xi|_{r=0} = 0, \quad (4.178)$$

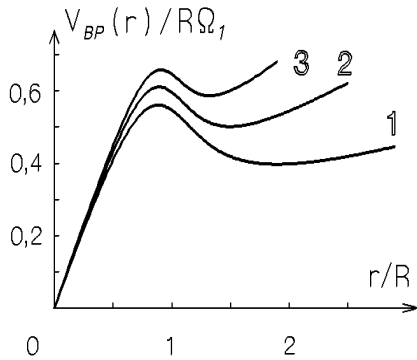
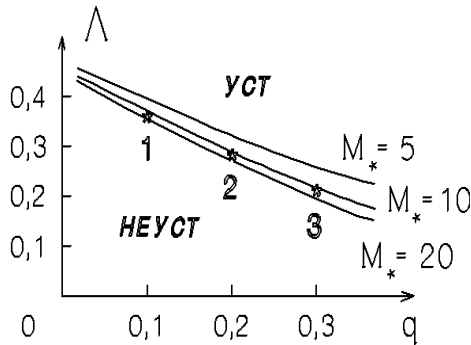
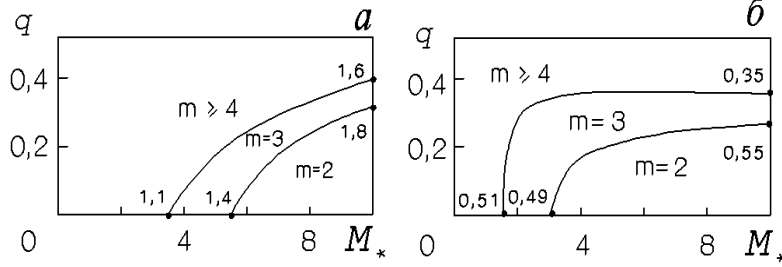
где

$$k_2^{(0)} = \frac{1}{c_s} \sqrt{(\omega - m \Omega_2)^2 - 4 \Omega_2^2}; \quad \text{Im}(k_2^{(0)}) > 0. \quad (4.179)$$

Ясно, что, полагая радиальное смещение  $\xi = 0$  в центре диска, мы исключаем из рассмотрения моду  $m = 1$ .

Опишем кратко результаты в наиболее интересной с точки зрения приложений области параметров  $M_* = R \Omega_1 / c_s \gg 1$ ;  $q = \Omega_2 / \Omega_1 \ll 1$  [124, 138, 135]:

1. Высшие моды ( $m > 2$ ) стабилизируются полностью при  $\Lambda \gtrsim 1/m$ . Мода  $m = 2$  стабилизируется при  $\Lambda \gtrsim 0,45$  (в пределе  $q \rightarrow 0$ ). Этот результат нетрудно понять: во вращающейся несжимаемой жидкости для раскачки возмущений с  $m \neq 0$  необходимо, чтобы завихренность  $d(\mathfrak{x}^2/2\Omega)/dr$  изменяла знак при конечном  $r \neq 0$  [191]. Для  $\Omega(r)$  (4.153) точки изменения знака упомянутой величины существуют при  $\Lambda < 1/\sqrt{3} \simeq 0,58$ . Отклонение границы устойчивости в нашем слу-



чае в меньшую сторону по параметру  $\Lambda$  обусловлено, по-видимому, стабилизирующим влиянием сжимаемости среды.

2. В области параметров  $M_* \gg 1$ ,  $q \ll 1$  наиболее неустойчивыми (без учета мод  $m = 0$  и  $m = 1$  — об этом см. ниже) оказываются двухрукавные ( $m = 2$ ) возмущения. Этот результат иллюстрирует рис. 4.9, где в плоскости параметров  $M_*$ ,  $q$  изображены области доминирования по инкременту мод  $m \geq 2$  при  $\Lambda = 0,02$  и  $\Lambda = 0,1$ . Видно, что с ростом параметра  $\Lambda$  область доминирования моды  $m = 2$  быстро расширяется.

3. Для двухрукавных возмущений область неустойчивости в плоскости параметров  $q$ ,  $\Lambda$  довольно велика (рис. 4.10) и ее размеры слабо зависят от величины  $M_*$  при  $M_* \gg 1$ . На рис. 4.11 для примера приведены три кривые вращения (4.153) (в окрестности внутреннего горба), характеризующиеся параметрами, обеспечивающими возбуждение двухрукавной спирали в модели с  $M_* = 10$  с малым инкрементом. Видно, что для возбуждения спирального узора с помощью изучаемого нами механизма плоской галактике достаточно обладать кривой вращения даже со

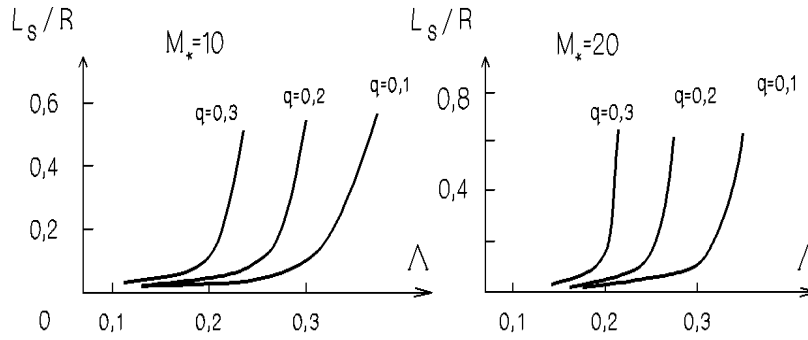


Рис. 4.12. Зависимость масштаба радиального убывания амплитуды возмущенной плотности  $L_s$  от параметра  $\Lambda = L/R$  кривой вращения (4.153) для моды  $m = 2$  [192]

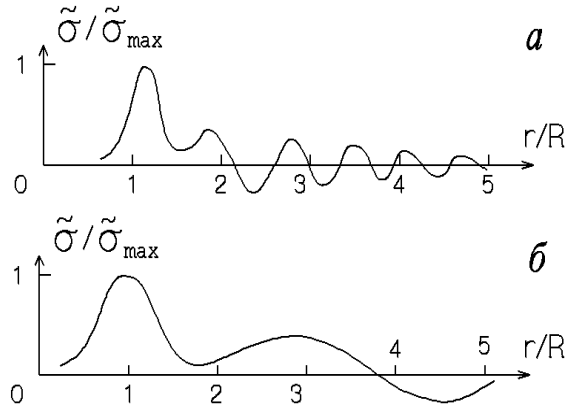


Рис. 4.13. Возмущенная поверхностная плотность  $\tilde{\sigma}(r)$  неустойчивой моды  $m = 2$  в диске с кривой вращения (4.153): а —  $q = 0,1$ ;  $\Lambda = 0,335$ ;  $M_* = 20$ ;  $L_s = 2R$ ; б —  $q = 0,1$ ;  $\Lambda = 0,385$ ;  $M_* = 5$ ;  $L_s = 6R$

слабо выраженной двугорбостью. Такие кривые вращения распространены довольно широко [5, 6, 7, 8, 748, 749, 750].

4. С ростом параметра  $\Lambda = L/R$  происходит некоторое уменьшение  $\text{Re}(\omega)$ . При достаточно малом  $\Lambda \lesssim M_*^{-2}$  (см. условие (4.176)) отличие  $\text{Re}(\omega)$  от значений (4.170) не превышает 1 % в соответствии с результатом (4.177). Но при конечных  $\Lambda$  этот эффект становится заметным<sup>7</sup> и приводит к соответствующим росту шага спирали (см. (4.170)) и уменьшению угловой скорости ее вращения  $\Omega_p = \text{Re}(\omega)/m$  (см. (4.174)).

5. Во всей исследованной области параметров  $q$ ,  $M_*$ ,  $\Lambda$  характерный масштаб убывания амплитуды возмущенной плотности  $L_s$  с удалением от “разрыва” в область  $r > R$  удовлетворительно описывается соотношением (ср. с (4.175))

$$L_s \simeq \frac{c_s}{\text{Im}(\omega)}. \quad (4.180)$$

Таким образом, существенное уменьшение инкремента неустойчивости с ростом параметра  $\Lambda$  приводит к весьма заметному расширению области локализации генерируемого спирального узора. Этот эффект иллюстрирует рис. 4.12 (зависимость  $L_s(\Lambda)$ ) и рис. 4.13, на котором изображены примеры собственных функций возмущенной плотности  $\tilde{\sigma}(r)$ .

Важным также является вопрос о зависимости приведенных выше результатов от характера кривой вращения за пределами зоны “размазки” разрыва  $\Omega$ . Действительно, реальные кривые вращения галактик в

<sup>7</sup> Так, для двухрукавных возмущений при  $\Lambda \gtrsim 0,2$  величина  $\text{Re}(\omega)$  меньше получаемой из (4.170) на 30 ÷ 40 %.

области  $r \gg R$  обычно характеризуются законом вращения  $\Omega(r) \propto r^n$  с  $n = -1$ , что существенно отличается от закона вращения (4.153):  $\Omega \simeq \Omega_2 = \text{const}$  при  $r \gg R$ . Да и в области  $r < R$  вращение реальных галактик заметно отличается от твердотельного. С целью выяснения влияния этих факторов был проведен сравнительный расчет устойчивости вращения газа в галактике М81 и в модельной галактике с законом вращения (4.153) с практически совпадающими участками  $V_{\text{вр}}(r)$  между внутренним горбом и следующим за ним минимумом  $V_{\text{вр}}$ . Наблюдаемые части кривой вращения в областях  $r \leq 1,6$  кпк [446] и  $r \geq 3,6$  кпк [745] были сшиты полиномом третьей степени в области  $1,6 < r < 3,6$ . Распределение  $\sigma_0(r)$  также бралось из наблюдений [745], а  $c_s(r)$  полагалась монотонно убывающей от  $c_s(r=0) = 28$  км/с до  $c_s(r \geq 3) = 10$  км/с. Вычисления были проведены для моды  $m = 2$  на основе уравнений, учитывающих неоднородность  $\sigma_0(r)$  и  $c_s(r)$  (ср. с (4.154), (4.155)):

$$\frac{d\tilde{p}}{dr} = \frac{2m\Omega}{r\hat{\omega}}\tilde{p} + \sigma_0(\hat{\omega}^2 - \mathfrak{x}^2)\xi - \frac{g}{c_s^2}\tilde{p} + g(\sigma'_0 + \sigma_0\frac{g}{c_s^2})\xi, \quad (4.181)$$

$$\frac{d\xi}{dr} = \frac{\tilde{p}}{\sigma_0} \left( \frac{m^2}{r^2\hat{\omega}^2} - \frac{1}{c_s^2} \right) - \left( \frac{2m\Omega}{r\hat{\omega}} + \frac{1}{r} - \frac{g}{c_s^2} \right) \xi, \quad (4.182)$$

где  $g = -p'_0/\sigma_0$ . Модельная кривая вращения описывалась следующими параметрами:  $\Lambda = 0,18$ ;  $q = 0,1$ ;  $R = 1,5$  кпк;  $\Omega_1 = 280$  км/с/кпк ( $M_* = 10$ ). В результате вычислений для нее получено  $\omega(m=2) = (0,88 + i0,41)\Omega_1$ . Для наблюдаемой же кривой вращения М 81:  $\omega(m=2) = (0,90 + i0,39)\Omega_1$ . Таким образом, вычисления показали, что участок “разрыва”  $\Omega(r)$  является определяющим для параметров неустойчивости и, следовательно, генерируемого спирального узора.

Рассмотрим теперь вопрос о возбуждении мод  $m = 0$  и  $m = 1$ . Исключим из (4.154), (4.155) возмущенное давление, в результате для  $m = 0$  получим

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\xi}{dr} \right) + \left( \frac{\omega^2 - \mathfrak{x}^2}{c_s^2} - \frac{1}{r^2} \right) \xi = 0, \quad (4.183)$$

где смещение  $\xi$  должно удовлетворять граничным условиям  $\xi(r=0) = 0$ ;  $\xi(r \rightarrow \infty) = 0$ . Умножая это уравнение на  $r\xi^*$  (значок \* означает комплексное сопряжение) и интегрируя от  $r=0$  до  $r=\infty$ , получаем

$$\omega^2 = \int_0^\infty \left\{ \left| \frac{d\xi}{dr} \right|^2 c_s^2 + |\xi|^2 (\mathfrak{x}^2 + c_s^2/r^2) \right\} r dr / \int_0^\infty |\xi|^2 r dr. \quad (4.184)$$

Отсюда видно, что неустойчивость моды  $m = 0$  ( $\omega^2 < 0$ ) может иметь место только в том случае, если существует интервал  $\Delta r = r_2 -$

$r_1 \neq 0$ , внутри которого ( $r_1 < r < r_2$ ) величина  $\mathfrak{x}^2$  отрицательна. Последнее может иметь место, если

$$n_{\min} = \min_r \left\{ \frac{d \ln \Omega}{d \ln r} \right\} < -2. \quad (4.185)$$

Для большинства галактик с двугорбыми кривыми вращения  $n_{\min} > -2$  и мода  $m = 0$  в них возбуждаться не может (в Галактике  $n_{\min} \simeq -1,5 \pm 0,2$  по кривым вращения Хауда [201] и Клеменса [345]). В то же время мода  $m = 2$  неустойчива и при  $n_{\min} > -2$ , что показали расчеты [124, 135, 192] (см. рис. 4.11).

Исследуя осесимметричный механизм возбуждения спиралей в изолированной галактике, мы должны исключить из рассмотрения моду  $m = 1$ , поскольку раскачка таких возмущений сдвигает центр масс газовой подсистемы относительно центра масс звездной [ $\xi(r = 0) \neq 0$ ]. Последнее возможно, по-видимому, только при наличии внешних воздействий на рассматриваемую систему.

В заключение рассмотрим вопрос о влиянии возмущений гравитационного потенциала на параметры генерируемой спиральной структуры с учетом приведенной во введении к данному разделу оценки:  $k_J \ll k$ . Для этого в рамках рассмотренной выше модели разрыва  $\Omega$  (при  $M_* \gg 1$ ) заменим возмущенное давление  $\tilde{p}$  на  $(1 - 2k_J/k)\tilde{p}$ , где  $k_J = \pi G \sigma_0 / c_s^2$ , а величину  $k^{(0)}$  (4.179) на  $k = k^{(1)}$ , определяемую из соотношения  $k^2 - 2k_J k - k^{(0)2} = 0$  [ $k^{(1)} \simeq k^{(0)} + k_J + k_J^2 / 2k^{(0)2}$ ]. Решая исправленное с учетом этой замены дисперсионное уравнение (4.164) методом возмущений ( $\omega = \omega^{(0)} + \omega^{(3)}$ ), находим [124]

$$\omega^{(3)} \simeq i \Omega_1 (k_J R)^2 (1 - q^2) / M \{ M^2 (1 - q^2)^2 + m^2 (1 - q)^2 \}. \quad (4.186)$$

Вычисляя затем фазу возмущенной плотности при  $r > R$ , получим

$$\tilde{\sigma} \propto \exp \left\{ i m \left[ \varphi + \frac{\Omega_1 (1 - q) + 2 k_J c_s / m}{2 c_s} r \right] - \frac{\text{Im}(\omega^{(0)})}{c_s} r \right\}. \quad (4.187)$$

Отсюда видно, что, несмотря на дестабилизирующее влияние (довольно слабое) возмущений гравитационного потенциала, масштаб убывания амплитуды возмущенной плотности не изменяется. Это связано с тем, что наряду с появлением поправки к  $\text{Im}(\omega)$  (4.186) изменяется и определение  $\text{Im}(k)$  через частоту. В результате оба эффекта взаимно компенсируются. Уменьшается лишь шаг спирали (ср. с (4.173)):

$$S = \frac{2 \pi m c_s}{\text{Re}(\omega - m \Omega_2) + k_J c_s}, \quad (4.188)$$

но незначительно, в связи с тем, что при  $M_* \gg 1$

$$\text{Re}(\omega - m \Omega_2) \simeq \text{Re}(k^{(0)} c_s) \gg k_J c_s.$$

#### 4.5.5. Скачок плотности <sup>8</sup>

Исследуем теперь вопрос о влиянии резкого изменения плотности газового диска в окрестности “разрыва”  $\Omega$  на параметры центробежной неустойчивости и возбуждаемых структур. Прежде всего заметим, что рассмотренные выше однородные модели с ТР угловой скорости были изэнтропическими ( $dS_0/dr \equiv 0$ ). При наличии скачка плотности необходимо исходить из неизэнтропических моделей. Действительно, для разрывной модели с (4.152) и

$$\sigma_0(r) = \sigma_{01} + (\sigma_{02} - \sigma_{01}) \Theta(r - R) \quad (4.189)$$

невозможно одновременное выполнение условий равновесия (4.11) и изэнтропичности ( $S_0 = \text{const}$  для (4.64)). Заметим, что, поскольку модели со скачком давления  $p_0$  требуют наличия скачка гравитационного потенциала, мы вынуждены ограничиться случаем  $|g| < \infty$  ( $g = -p'_0/\sigma_0$ ), то есть давление должно быть непрерывной функцией  $r$ , но может иметь излом.

Запишем условия сшивки для возмущенных величин  $\tilde{p}$  и  $\xi$ , исходя из (4.181), (4.182):

$$\begin{aligned} \xi|_{r=R-0} &= \xi|_{r=R+0}, \\ \tilde{p}|_{r=R+0} - \tilde{p}|_{r=R-0} &= \frac{g_1 + g_2}{2}(\sigma_{02} - \sigma_{01})\xi - \frac{\sigma_{01} + \sigma_{02}}{2}R\xi(\Omega_2^2 - \Omega_1^2) \end{aligned} \quad (4.190)$$

для

$$g(r) = g_1 + (g_2 - g_1)\Theta(r - R). \quad (4.191)$$

Ниже ограничимся случаем  $g \equiv 0$ , то есть  $p_{01} = p_{02}$  и  $\delta \equiv \frac{\sigma_{02}}{\sigma_{01}} = \frac{c_{s1}^2}{c_{s2}^2}$ . Действуя в духе п. 4.5.1, получим дисперсионное уравнение

$$R^2 k_2^2 \alpha_1 - R^2 k_1^2 \alpha_2 + \frac{1 + \delta}{2} M_*^2 (q^2 - 1) \alpha_1 \alpha_2 = 0, \quad (4.192)$$

где  $k_{1,2}^2 = \{4\Omega_{1,2}^2 - (\omega - m\Omega_{1,2})^2\}/c_{s1,2}^2$ ,  $\text{Re}(k_{1,2}) > 0$ ;  $M_* = R\Omega_1/c_{s1}$ ; для  $\alpha_{1,2}$  см. (4.165), (4.166).

В пределе  $M_* \gg m$  получаем

$$\omega = \frac{\Omega_1}{1 + \sqrt{\delta}} \left\{ m(1 + q\sqrt{\delta}) + iM_* \frac{1 + \delta}{2} (1 - q^2) \right\}, \quad (4.193)$$

что совпадает с (4.164) для  $\delta = 1$ . Примечательной особенностью полученного результата является независимость инкремента от величины скачка плотности  $\delta = \sigma_{02}/\sigma_{01}$  при  $\delta \ll 1$  и, наоборот, пропорциональность  $\sqrt{\delta}$  при  $\delta \gg 1$ .

<sup>8</sup> Данный пункт написан В.В. Мусцевым.

#### 4.5.6. Неоднородные газовые диски с двугорбыми кривыми вращения

Выше мы рассмотрели предельный случай совмещенных разрывов в распределениях  $V_{\text{вр}}(r)$  и  $\sigma_0(r)$ . Ясно, что предположения о разрывности определяющих неустойчивость равновесных параметров и совмещенности этих разрывов существенно идеализируют наблюдаемые распределения. Кроме того, по крайней мере в Галактике, не выполняется условие  $p_0 = \text{const}$ .

Следует отметить еще одно обстоятельство. При численном моделировании процесса возбуждения спирального узора в галактике с двугорбой кривой вращения выяснилось, что в однородном (в начальный момент) газовом диске раскачка неустойчивости приводит к возникновению в окрестности внутреннего максимума  $V_{\text{вр}}$  резкого градиента плотности, напоминающего наблюдаемый в Галактике <sup>9</sup> [139]. Поэтому весьма актуально исследование влияния скачка плотности на параметры возбуждаемого узора.

Рассмотрим класс моделей, в котором распределения равновесных термодинамических величин определены соотношением

$$\frac{dp_0}{dr} = \alpha c_s^2 \frac{d\sigma_0}{dr}, \quad (4.194)$$

где  $\alpha$  — числовой параметр (значение  $\alpha = 1$  соответствует изэнтропической модели диска). По определению скорости звука в тонком слое идеального газа  $p_0 = \sigma_0 c_s^2 / \gamma$ . Дифференцируя последнее соотношение по  $r$  и сравнивая результат с (4.194), получаем

$$c_s(r) = \text{const} \cdot [\sigma_0(r)]^{(\alpha\gamma-1)/2}. \quad (4.195)$$

Таким образом, по распределению  $\sigma_0(r)$  и двум числовым параметрам  $\alpha$  и  $\gamma$  можно определить распределения любых термодинамических величин в газовом диске.

Выберем конкретное распределение  $\sigma_0(r)$  в виде центрированной на  $r = R_\sigma$  и “размазанной” на область шириной  $\Delta r \simeq 2L_\sigma$  ступеньки:

$$\sigma_0(r) = \sigma_{01} \left[ \frac{1 + \Sigma}{2} + \frac{\Sigma - 1}{\pi} \arctg \left( \frac{r - R_\sigma}{L_\sigma} \right) \right], \quad (4.196)$$

для которого  $\sigma_0(r \ll R_\sigma) \simeq \sigma_{01}$  (при  $L_\sigma \ll R_\sigma$ ) и  $\sigma_0(r \gg R_\sigma) \simeq \sigma_{01}\Sigma$ . Тем самым параметр  $\Sigma$  характеризует величину скачка  $\sigma_0(r)$ . Кривая вращения

$$\Omega(r) = \Omega_1 \left[ \frac{1 + q}{2} + \frac{1 - q}{\pi} \arctg \left( \frac{r - R}{L} \right) \right] \left( 1 + \nu \frac{r^2}{R^2} \right)^{-1/2} \quad (4.197)$$

<sup>9</sup> Заметим также, что плотное кольцо газа возникает в численных газодинамических моделях с баром [577] и в вязких осесимметричных моделях диска [34].

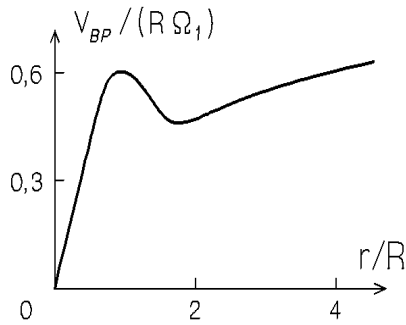


Рис. 4.14. Кривая вращения газового диска  $V_{\text{вр}} = r\Omega$  в модели (4.197) с параметрами  $q = 0,2$ ;  $L/R = 0,25$ ;  $\nu = 0,0625$

обеспечивает выход на “плато” при достаточном удалении от центра ( $\nu = \text{const}$ ). Дисперсия скоростей газовых облаков в дисках галактик практически не изменяется вдоль радиальной координаты (за исключением центральной части диска) и равна примерно 10 км/с [761], а характерные (в области плато  $r \gg R$ ) значения  $V_{\text{вр}} \simeq 150 \div 250$  км/с [35]. Поэтому удобно ввести число Маха следующим образом:

$$M = [V_{\text{вр}}(r)/c_s(r)]|_{r=5R}.$$

Будем исходить из уравнений (4.181), (4.182). Данная система должна служить для определения как собственных функций  $\tilde{p}(r)$ ,  $\xi(r)$ , так и собственного значения — частоты  $\omega$ . Простой анализ уравнений (4.181) и (4.182) в пределе  $r \rightarrow 0$  показывает, что  $\tilde{p}(r \rightarrow 0) \propto r^m$ ,  $\xi(r \rightarrow 0) \propto r^{m-1}$ . Асимптотика решений при  $r \rightarrow \infty$  с учетом свойств нашей модели имеет вид  $\tilde{p}, \xi \propto \exp\{i\omega r/c_s\}$ . В этой асимптотике выбор знака перед мнимой единицей в экспоненте обеспечивает убывание амплитуды неустойчивых ( $\text{Im}(\omega) > 0$ ) возмущений с удалением от области скачка  $\Omega(r)$ . Таким образом, естественные граничные условия для системы (4.181), (4.182) в случае возмущений с  $m \geq 2$  имеют следующий вид:

$$\frac{d \ln(\tilde{p})}{dr} \Big|_{r \rightarrow \infty} = i \frac{\omega}{c_s}; \quad \xi|_{r=0} = 0. \quad (4.198)$$

Влияние вида кривой  $V_{\text{вр}}(r)$  на параметры неустойчивости было изучено в п. 4.5.4. Поэтому здесь зафиксируем кривую вращения:  $q = 0,2$ ;  $\Lambda = L/R = 0,25$ ;  $\nu = 0,0625$  (вид  $V_{\text{вр}}(r)$  при таких значениях параметров показан на рис. 4.14). Число спиралей будем полагать равным двум ( $m = 2$ ). Сосредоточим наше внимание на параметрах модели газового диска. К ним прежде всего относится величина скачка поверхностной плотности газа  $\Sigma$ . В Галактике  $\Sigma \propto 3 \cdot 10^{-2}$  [761]. Параметр  $\alpha$  (см. (4.194)), определяющий величину радиального градиента давления, относится, по-видимому, к числу труднонаблюдаемых. Параметром  $x_\sigma = R_\sigma/R$  удобно описывать смещение центров скачков  $\sigma_0(r)$  и  $\Omega(r)$ . Для значений параметров  $\Lambda_\sigma = L_\sigma/R = 1/4$ ;  $1/16$ ;  $\gamma = 1$ ;  $2$ ;  $M = 20$ ;  $10$ ;  $x_\sigma = 0,9$ ;  $1,0$ ;  $1,1$ ;  $10^{-2} \leq \Sigma \leq 10^1$ ;  $0 \leq \alpha \leq 1,25$

численное решение поставленной выше задачи типа Штурма-Лиувилля показывает, что при всех значениях рассматриваемых параметров имеет место неустойчивость, приводящая к возбуждению двухрукавной спирали  $[\text{Im}(\omega_{m=2}) > 0]$  [135]. Такая растущая по амплитуде пропорционально  $\exp\{\text{Im}(\omega)t\}$  спираль вращается с угловой скоростью  $\Omega_p = \text{Re}(\omega)/m$ . По поведению собственных функций  $\tilde{p}(r)$ , в принципе, возможно определение длины волны спирального узора  $\lambda_s$  на известном расстоянии от центра диска. Эта величина, конечно, локальная. В случае однородного диска рассматриваемая модель для  $\gamma = 2$ ,  $M = 20$  дает  $\Omega_p = \Omega_p^{(0)} = 0,822 \Omega(R)$ . Отклонение  $\Omega_p$  от величины  $\Omega_p^{(0)}$  почти на всей плоскости  $(\alpha, \Sigma)$  незначительно. Только в области параметров газового диска  $\Sigma \ll 1$ ,  $\alpha \simeq 1$  возможно заметное увеличение угловой скорости вращения спирального узора  $\Omega_p$  по сравнению с  $\Omega_p^{(0)}$ . Расчеты показывают, что величина  $\lambda_s$  также слабо зависит от всех параметров модели, кроме параметра  $M$ :  $\lambda_s \simeq (0,5 \div 0,7) R$  при  $M = 20$  и  $\lambda_s \simeq (1 \div 1,5) R$  при  $M = 10$ .

Таким образом, учет реальных (конечной ширины) скачков плотности в газовом диске не может в рамках линейной теории привести к существенному изменению основного динамического параметра спирального узора  $\Omega_p$ .

Могут ли какие-нибудь другие физические факторы привести к заметному уменьшению величины  $\Omega_p$ ? Аналоговое моделирование спирального узора (см. § 6.2) показывает различие между предсказываемой линейной теорией величиной  $\Omega_p^{(0)}$  и ее экспериментальным значением  $\Omega_p$  ( $\Omega_p^{(0)} > \Omega_p^{\text{э}}$ )<sup>10</sup>. При этом ширины скачков угловой скорости  $\Omega(r)$  и толщины слоя “мелкой воды”  $H(r)$  — аналога  $\sigma_0(r)$  — в экспериментах были почти одинаковыми, а сами скачки — практически совмещенными. По-видимому, обсуждаемое различие между  $\Omega_p^{\text{э}}$  и  $\Omega_p^{(0)}$  обусловлено нелинейностью эксперимента. Это подтверждается тем, что высокомодовые возмущения (число спиралей  $m \gg 1$ ) обладают малой амплитудой и для них различие экспериментального и теоретического значений  $\Omega_p$  существенно меньше, чем в случае возбуждения моды  $m = 2$ , обладающей сравнительно большей амплитудой. В связи с вышесказанным особую роль в дальнейшем развитии гидродинамической концепции происхождения спирального узора будут, вероятно, играть совершенствование методики наблюдательного определения параметра  $\Omega_p$  и развитие численного эксперимента.

<sup>10</sup> В работах [152, 196] обсуждаются возможные методики и трудности наблюдательного определения параметра  $\Omega_p$ .

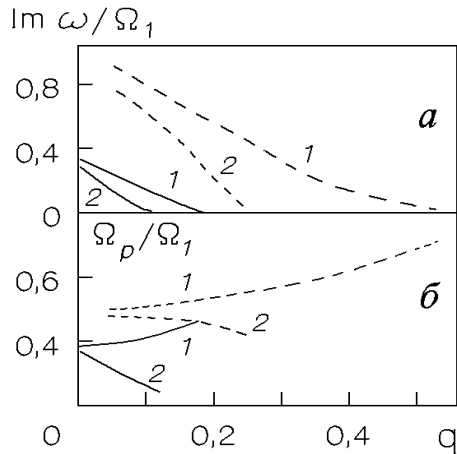


Рис. 4.15. Зависимости безразмерного инкремента  $\text{Im}(\omega/\Omega_1)$  (а) и безразмерной угловой скорости вращения спирального узора  $\Omega_p/\Omega_1$  (б) от относительного скачка скорости вращения  $q = \Omega_2/\Omega_1$  для высокочастотной (кривые 1) и низкочастотной (кривые 2) мод. Сплошные кривые соответствуют случаю  $L/R = 0,3$ ,  $M = 10$ , штриховые —  $L/R = 0,15$ ,  $M = 20$

#### 4.5.7. Низкочастотная центробежная неустойчивость

Проведенное выше рассмотрение выявило одну неустойчивую моду, поддерживаемую при  $M(1 - q^2) \gg 1$  центробежным механизмом, а при  $M \ll 1$  — механизмом неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. В то же время существование наряду с основной неустойчивой модой и ее высших гармоник в плоскопараллельных сверхзвуковых потоках газа — хорошо известный факт (см. [373, 396, 459, 699], п. 5.3.2). В осесимметричных сверхзвуковых течениях с дифференциальным вращением высшие неустойчивые гармоники были открыты не так давно в системах со степенной зависимостью скорости вращения от радиуса вида  $\Omega(r) \propto r^{-n}$ ,  $n > 0$  (см. [693, 694, 765], п. 5.3.3).

В работе [137] в рамках модели, описываемой уравнениями (4.181), (4.182), с кривой вращения (4.153), характерной для газовых дисков галактик, было показано наличие второй неустойчивой моды. Эта новая для нас мода отличается от рассмотренной выше меньшими значениями как  $\text{Re}(\omega)$ , так и  $\text{Im}(\omega)$  (рис. 4.15).

В соответствии с этим основную моду центробежной неустойчивости далее будем называть *высокочастотной*, а вторую — *низкочастотной*. Кроме того, что высокочастотная мода обладает бóльшим инкрементом во всей рассмотренной области значений параметров (см. рис. 4.15), возмущения этой моды могут нарастать в тех диапазонах параметров, где низкочастотная мода стабилизируется, а именно, при меньшем скачке скорости вращения и при малых числах Маха ( $M \lesssim 2$ ). Развитие возмущений обеих мод приводит к генерации отстающих логарифмических спиральных волн. В достаточно широкой области значений параметров зависимости  $\text{Re}(\omega)$  и  $\text{Im}(\omega)$  от  $M$  для обеих мод приблизительно параллельны, причем имеются участки, где различие не превышает  $10 \div 30\%$  [137]. Таким образом, при определенных условиях возможно их одновременное возбуждение.

А. Г. Морозов и В. В. Мусцовой [136] высказали предположение о существовании аналогичных высокочастотной и низкочастотной мод для возмущений с  $m > 2$  для галактических кривых вращения вида (4.153), (4.197) (по крайней мере, в моделях со степенными зависимостями скорости вращения от  $r$  обнаруживается целый ряд неустойчивых отражательных гармоник для различных  $m \gg 1$  (см. п. 5.3.3)).

Физический механизм раскачки низкочастотной моды носит смешанный центробежно-резонансный характер, поэтому рассмотренный случай имеет сходство со случаем моделей со степенным законом вращения, где неустойчивость развивается из-за резонансного излучения энергии на радиусе коротации (на котором имеется синхронное вращение волнового узора с веществом диска) и взаимодействия волн противоположных знаков энергии (сверхотражения). Важность центробежных эффектов для поддержания низкочастотной моды очевидна, так как она стабилизируется при  $\alpha^2 > 0$ . На резонансный характер этой моды указывает, в частности, ее стабилизация при  $L \rightarrow 0$ <sup>11</sup>, поскольку для усиления из-за резонансного взаимодействия волны с потоком необходимо наличие критического слоя конечной толщины вблизи радиуса коротации, где профиль скорости является монотонным. Другим доводом является ее существенно сверхзвуковой характер — низкочастотная мода стабилизируется при уменьшении числа Маха до  $M \simeq 2$ , что совпадает с пороговым значением для сверхотражения, когда резонансное усиление становится невозможным (см. рис. 5.3.3 § 5.3), [92, 628, 731].

Следует отметить, что для раскачки низкочастотной моды принципиально необходимо либо выполнение условия  $mL \lesssim R$ , но не  $L/R \rightarrow 0$ , то есть наличие конечной “размазки” скачка скорости, либо при  $L/R \rightarrow 0$  наличие внутренней относительно разрыва скорости отражающей поверхности (твердой стенки или скачка плотности), расположенной на таком радиусе  $R_r$ , что не имеет места условие  $(R - R_r)/R \ll 1$  (выписанное здесь соотношение  $mL \lesssim R$  аналогично условию, при котором может быть неустойчив плоский слой сдвига:  $kL \lesssim 1$ , где  $k$  — волновое число возмущений вдоль слоя;  $L$  — его характерная толщина; последнее утверждение очевидно, если учесть, что величина  $m/R$  имеет смысл азимутального волнового числа). Из сказанного ясно, что спиральные узоры, обусловленные низкочастотной модой, не могли наблюдаться в экспериментах с “мелкой водой” (гл. 6), поскольку в них, вообще говоря, не выполнялось ни одно из указанных условий.

<sup>11</sup> Этот фактор и затрудняет нахождение низкочастотной моды, поскольку в разрывной модели этой неустойчивости нет.

## 4.6. Газовый диск в неосесимметричном потенциале

### 4.6.1. Крупномасштабные ударные волны в газовом диске

Возможность существования крупномасштабных ударных волн (УВ) в поле спиральной волны плотности была предсказана Фуджимото [200]. В последующих работах [161, 269, 733, 734, 804] были рассчитаны сверхзвуковые течения газа при прохождении через волну плотности (то есть фактически через потенциальную яму) с возникновением ударных волн. Роль тепловых процессов, самогравитации, многофазности газа подробно описана в монографиях Марочника и Сучкова [107] и Горбацкого [35]. В вышеперечисленных работах либо течение считалось одномерным, либо использовалось приближение слабозакрученных логарифмических спиралей ( $\sin(i) \ll 1$ ). При переходе к спиральным координатам  $\eta$  и  $\xi$

$$\eta = \cos(i) \ln(r/R) + (\varphi - \Omega_B t) \sin(i), \quad (4.199)$$

$$\xi = (\varphi - \Omega_B t) \cos(i) - \sin(i) \ln(r/R) \quad (4.200)$$

фронт спирали определяется уравнением  $\eta = \text{const}$ <sup>12</sup>.

Существование галактических ударных волн в газовом диске подтверждается рядом наблюдательных фактов. Прежде всего к ним относится повышенная концентрация молодых звезд и пыли в узкой полосе вдоль спиральной волны (в области фронта УВ), что обусловлено сжатием вещества в ударной волне и тем самым улучшением условий для звездообразования.

### 4.6.2. Спиральная структура в дисках с баром

Гравитационная потенциальная яма, приводящая к возникновению ударных волн, может быть обусловлена также наличием бара (или массивным спутником). Влияние центрального бароподобного возмущения на процесс возбуждения и эволюции спирального узора галактик исследовалось в многочисленных газодинамических численных экспериментах [85, 86, 240, 254, 610].

В основе обсуждаемых работ лежит численное решение нестационарных уравнений газодинамики во внешнем потенциале

$$\Phi = \Phi_0(r) + \Phi_1(r, \varphi, t), \quad (4.201)$$

где  $\Phi_0(r)$  — осесимметричная часть потенциала, а неосесимметричное возмущение обычно выбирается в форме

$$\Phi_1 = \Phi_0 \varepsilon(r, t) \cos[2(\varphi - \Omega_B t)]. \quad (4.202)$$

<sup>12</sup> Такой подход аналогичен рассмотренному далее в § 5.2.

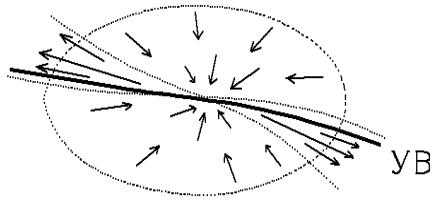


Рис. 4.16. Схематичное изображение структуры течения в области бара. Показано местоположение ударной волны (УВ)

Для безразмерной амплитуды  $\varepsilon(r, t)$  в условиях стационарного состояния можно записать

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{(r/a)^2}{[1 + (r/a)^2]^{3/2}}, \quad (4.203)$$

здесь  $a$  — характерный масштаб бара.

В областях диска, вращающихся медленнее бара, генерируется двухрукавный спиральный узор. В окрестности коротации  $[\Omega_B = \Omega(r_c)]$  возможно образование кольцеобразных структур. Генерация спирального узора сильно зависит от соотношения угловых скоростей бара и диска. При прочих равных условиях, чем больше скорость вращения бара, тем больше угол закрутки спиралей [85, 86]. С увеличением параметра  $\varepsilon_0$  угол  $i$  уменьшается. В экспериментах в зависимости от параметров модели получаются как логарифмические, так и архимедовы спирали. По результатам работы [610] даже для  $\varepsilon_0 = 0,01$  наблюдалось формирование ударных волн.

#### 4.6.3. Эксперименты с эволюционирующей перемычкой

Рассмотрим динамику газа в центральной части диска ( $r \lesssim a$ ) в гравитационном поле нарастающего бара, следуя работам [9, 577]. Интерес к данной проблеме связан, в частности, с проблемой объяснения активных галактических ядер (§ 1.4). Прежде всего, наблюдается корреляция между активностью ядра и наличием бара (или спутника) [333, 800, 838]; в ближайших сейфертовских галактиках обнаружены значительные некруговые движения газа, излучающего в запрещенных линиях [10, 588], что указывает на возможное наличие ударных волн.

Существует точка зрения, что галактики с активными ядрами представляют собой особый, довольно малочисленный тип галактик [43]. Согласно противоположной концепции, большинство галактик проходит довольно короткую активную фазу (обсуждению этих концепций посвящен обзор Дибая [44]). В пользу второй концепции говорит тот факт, что в целом структура сейфертовских галактик (за исключением активного ядра) практически не отличается от структуры обычных плоских галактик [4] и большинство близких сейфертовских галактик обладают хотя бы небольшим баром [838].

Рис. 4.17. Азимутальная зависимость  $u_r(\varphi)$  при  $r = a$  для  $\varepsilon = 0,1$

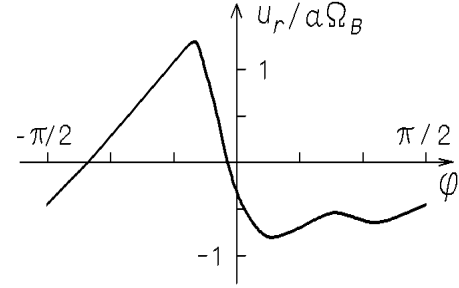
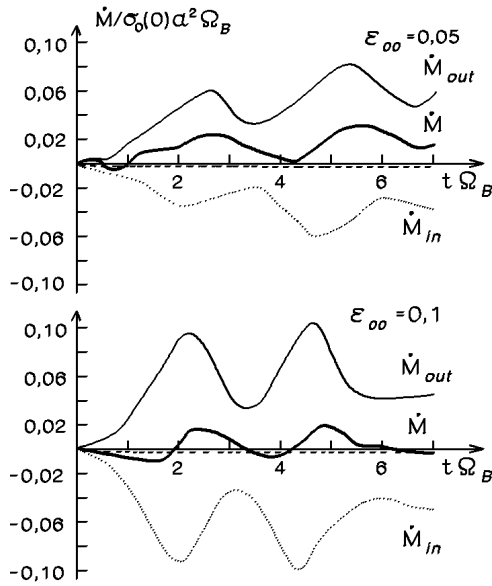


Рис. 4.18. Темп вытекания  $\dot{M}_{out}$ , темп втекания  $\dot{M}_{in}$  и суммарный темп  $\dot{M} = \dot{M}_{in} + \dot{M}_{out}$  протекания газа через окружность радиусом  $r = 0,1a$  для  $\varepsilon_{00} = 0,05; 0,1$ . Штриховая линия — темп поступления газа в центральную область в отсутствие бара за счет численной (схемной) вязкости

Обсудим результаты моделирования газового диска в потенциале вида (4.202), (4.203), но растущим по амплитуде со временем

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{00}[1 - \exp(-t/\tau_B)] \quad (4.204)$$

с  $\tau_B \simeq 2\pi/\Omega_B$ . На “задней” кромке растущего по амплитуде бара формируется фронт ударной волны<sup>13</sup>, при этом устанавливается бисимметричная секториальная структура течения: газ вытекает из центральной части диска в узких секторах и втекает в существенно более широких секторах (рис. 4.16). Максимальное значение  $u_r$  в вытекающем потоке оказывается несколько бóльшим половины скорости вращения газа на  $r \simeq a$  (рис. 4.17), что для сейфертовских галактик составляет  $\sim 100 \div 150$  км/с. Скорости направленных к центру диска потоков составляют не более  $30 \div 50$  км/с. Потоки втекающего ( $\dot{M}_{in}$ ) и вытекающего ( $\dot{M}_{out}$ ) газа лишь частично компенсируют друг друга (рис. 4.18). Суммарный радиальный поток газа существенно зависит от величины  $\varepsilon_{00}$ . В случае  $\varepsilon_{00} = 0,05$  полный поток газа направлен практически постоянно наружу. В случае  $\varepsilon_{00} = 0,1$  величина  $\dot{M}$  квазипериодически изменяет свое направление.

Отметим сходство ударной волны, полученной в экспериментах, с ударными волнами, непосредственно наблюдаемыми в ближайших галактиках NGC 3786 и 1365 [10, 588]. В центральных частях активных

<sup>13</sup> В работе Коваленко и Леви [555] в рамках аналитического подхода, который согласуется с численным моделированием, рассмотрено сверхзвуковое течение через потенциальную яму с установлением стационарной при определенных условиях (вид потенциала и параметры течения) ударной волны в области втекания газа в яму.

галактик наблюдаются скорости вытекающего газа, превышающие скорость втекающего.

Анализ баланса потоков бисекториального течения газа крайне важен для понимания природы активности галактических ядер. Наиболее значимыми представляются два результата: квазипериодичность величины суммарного потока через окружность малого диаметра в центре (“прокачка” газа через ядро) и зависимость этой картины от контраста гравитационного потенциала бара. Высокую светимость активных галактических ядер ( $10^{46}$  эрг/с) обычно связывают с аккрецией газа на массивный центральный источник с темпом  $\dot{M} \sim 1 M_{\odot}/\text{год}$  на масштабах  $r \simeq 10^{16} \div 10^{17}$  см. Однако такая схема предполагает, что причина активности связана с динамической структурой галактики, и в этом случае время жизни активных ядер оказывается порядка  $10^9 \div 10^{10}$  лет — “длинная” шкала активности [44]. Оценка времени активной фазы по частоте встречаемости активных галактических ядер дает  $10^7 \div 10^8$  лет. Рекуррентный же характер активности связан только с нестационарными свойствами системы.

Модели с эволюционирующим баром дают возможность снять противоречие между “длинной” и “короткой” шкалами активности. Тот факт, что большинство сейфертовских галактик обладает баром, указывает на то, что активность части галактических ядер можно увязать с работой “квазипериодического” механизма накачки центральной “аккреционной машины” газом диска. Возбуждение бар-моды в центральных частях звездных дисков галактик приводит к такой перестройке движения газа, при которой в ядро галактики может периодически поставляться довольно значительная масса газа. Так, при типичных значениях  $a = 3$  кпк,  $\Omega_B = 100$  км/с/кпк и  $\sigma_g(r \lesssim 0,3) \simeq 2 \cdot 10^3 M_{\odot}/\text{пк}^2$  величина  $\dot{M} \simeq 1 M_{\odot}/\text{год}$  (см. рис. 4.18). “Переработка” этого газа центральным аккрецирующим объектом может, в принципе, обеспечить наблюдаемую активность ядер галактик с характерным периодом проявления порядка нескольких десятков миллионов лет.

Отметим, что причиной формирования бара помимо возбуждения бар-моды в звездном диске (гл. 3) может служить пролетающий спутник галактики, который, кроме того, может приводить и к квазипериодическому поступлению газа в центр диска [333].

## Глава 5

### Аккреционные диски

Термин *аккреционный диск* (АД) обычно употребляется для обозначения газового диска вокруг массивного (по сравнению с диском) компактного объекта. К последним относятся белые карлики, нейтронные звезды, черные дыры. Определяющей чертой АД является переход гравитационной энергии при аккреции (падении) вещества в тепло с последующим излучением. Весьма часто понятием “аккреционный диск” пользуются в более широком смысле, имея в виду газовый диск, для которого существен процесс падения вещества на аккумулирующий центр, например, когда речь идет о протозвездных, протопланетных, галактических дисках.

Таким образом, с точки зрения физических процессов любые результаты, относящиеся к газовым дискам, в полной мере относятся к АД. Поэтому различие между главами 4 и 5 весьма условно и связано в основном с видом внешнего потенциала. Для дисков, вращающихся вокруг компактных объектов массой  $M_1$ , он является ньютоновым для точечного тела ( $\Phi \propto -M_1/r$ ), и самогравитация газа незначительна, за исключением, пожалуй, дисков вокруг сверхмассивных черных дыр. В случае галактических газовых дисков внешний потенциал определяется распределением звездного вещества (см. (2.44)), и самогравитация часто оказывается весьма важным фактором.

Одной из ключевых проблем физики аккреционных дисков является вопрос о механизмах отвода углового момента, обеспечивающих падение вещества на гравитирующий центр. Достигнутый прогресс в немалой степени основан на вязких моделях аккреционных дисков (АД) [252, 253, 280, 304, 689, 790, 814, 842 и др.]. По-видимому, первым рассмотрел механизм переноса момента импульса из-за действия вязкости еще С.Ф. von Weizsacker в 1948 г. [892]. Другой возможностью является отвод углового момента посредством крупномасштабных спиральных ударных волн, которые могут формироваться при перетекании газа в тесных двойных системах (ТДС) с учетом гравитационного влияния звезды-донора [16, 302, 829, 830].

Вязкие модели АД, в основе которых лежит гипотеза о турбулент-

ной вязкости ( $\alpha$ -модель Шакуры и Сюняева [221, 790] и ее многочисленные модификации), позволяют объяснить многие наблюдения в ТДС, активных галактических ядрах (АГЯ), протозвездных дисках, однако удовлетворительной нефеноменологической модели турбулентной вязкости в настоящее время нет. Вязкость может играть важную роль в газовых галактических дисках [34, 184]. Следует отметить, что, несмотря на достижения последних лет [271, 304, 653, 696, 845, 857], активное изучение турбулентности в аккрецирующих системах только начинается и основные результаты еще впереди.

Имеется много работ, посвященных линейному анализу устойчивости вязких АД [36, 149, 205, 209, 230, 245, 270, 271, 303, 335, 538, 580, 617, 643, 791, 884, 885, 842 и др.]. Однако вопрос о последствиях развития неустойчивостей на существенно нелинейных стадиях только начинает рассматриваться в рамках численного гидродинамического моделирования [212, 233, 237, 272, 510, 647, 857].

Проблема конвекции в газовых дисках восходит к работам Вейцзекера [892] и Сафронова [183]. Развитие ADAF-моделей (адвективно доминирующие аккреционные течения) для объяснения низкой светимости рентгеновских двойных и активных галактических ядер с черными дырами [231, 508, 659] привело к построению CDAF-моделей (конвективно доминирующие аккреционные течения), в которых при слабой вязкости формируются течения с сильной турбулентностью из-за развития конвективной неустойчивости [272, 506, 663, 837]. Другим примером вертикальной конвекции в газовом диске является неустойчивость в радиационно-доминирующей области [237, 303]. При учете ионизации водорода получаются неустойчивые вертикальные распределения температуры, приводящие к конвективному переносу тепла [514, 624, 814].

Характерной чертой аккрецирующих систем является широкий спектр нестационарных проявлений (карликовые новые различных типов: *SS* Лебеда, *SU* Большой Медведицы, *Z* Жирафа; рентгеновские пульсары; рентгеновские барстеры I и II типов; квазипериодические осцилляции рентгеновских источников; переменность излучения у кандидатов в черные дыры: Cyg X-1, GX 339-4, Cir X-1). Для объяснения некоторых переменностей излучения важным представляется изучение нестационарных течений, которые обусловлены развитием гидродинамических (МГД) неустойчивостей.

Наличие магнитного поля существенно усложняет гидродинамические течения в гравитационном поле компактного объекта, где разнообразие неустойчивостей плазмы, по-видимому, не меньше, чем для термо-

ядерной плазмы [112]. Магнитные поля играют важную роль в динамике ряда аккреционно-струйных систем вблизи компактных звезд. В частности, влияют на структуру струй, характер и темп аккреции [17, 304, 653, 696].

Активное изучение турбулентности в аккрецирующих системах должно привести, в частности, к построению нефеноменологических моделей турбулентной вязкости [15, 149, 304, 354, 570]. Существенная доля газа в галактиках, протопланетных и протозвездных дисках и подавляющая его часть в аккрецирующих системах представляет собой полностью или частично ионизованную плазму. В плазме может существовать большое число неустойчивых мод, развитие которых эффективно турбулизует вещество. Без преувеличения можно сказать, что турбулентность является естественным состоянием для плазмы. Причем, одновременно могут работать много механизмов, приводящих к турбулентности через нелинейную стадию неустойчивостей.

В первом параграфе рассмотрены модели осесимметричных аккреционных дисков, в основе которых лежит предположение о переносе углового момента по диску за счет вязкости. В § 5.2 представлены в некотором смысле альтернативные результаты, связанные с возможностью образования спиральных волн (в том числе ударных) в газовых дисках. В § 5.3 рассмотрены некоторые магнитогазодинамические неустойчивости, которые при определенных условиях могут играть важную роль в аккреционных дисках. Интерес к такого рода исследованиям связан с тем, что неустойчивости могут приводить к эффективной турбулизации вещества в АД, определять механизм проникновения плазмы на замагниченные компактные объекты, приводить к различного рода нестационарным процессам.

## 5.1. Осесимметричная дисковая аккреция

### 5.1.1. Диффузионное приближение

Запишем уравнения нестационарной осесимметричной дисковой аккреции и попутно определим условия их применимости.

Сама идея механизма, приводящего к переносу углового момента в осесимметричном диске и, следовательно, аккреции вещества, достаточно проста. Она заключается в том, что в дифференциально вращающейся среде происходит взаимодействие между соседними слоями, связанное, например, с существованием магнитного поля, турбулентности, мо-

лекулярной или радиационной вязкости и т. п.<sup>1</sup>. При типичных условиях молекулярная вязкость не может обеспечить величину темпа аккреции, вытекающую из наблюдений, а радиация сама является следствием аккреции. Магнитное поле попадает в диск, например, вместе с веществом, вытекающим из нормальной звезды. При определенных условиях величина магнитного поля может достигать  $H^2/8\pi \sim \rho G M_1/r$ , что является достаточным для аккреции.

В основе рассмотренной ниже осесимметричной модели лежит, как и в главе 4, предположение о том, что толщина диска  $2h$  везде мала по сравнению с радиальной координатой  $r$ .

Запишем уравнения газодинамики с учетом диссипации для осесимметричного диска вокруг центрального тела массой  $M_1$ . Закон сохранения массы запишем с учетом источника вещества

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial}{r \partial r}(r \sigma u) = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \dot{M}_e}{\partial r}. \quad (5.1)$$

Здесь  $\sigma = 2h\bar{\rho}$  — поверхностная плотность,  $u$  — радиальная скорость,  $\dot{M}_e(r, t)$  — заданная функция, описывающая темп притока вещества в АД. В законе сохранения момента импульса

$$\frac{\partial}{\partial t}(\sigma l) + \frac{\partial}{r \partial r}(r \sigma l u) = \frac{\partial(r^2 W_{r\varphi})}{r \partial r} + \frac{l_e \partial \dot{M}_e}{2\pi r \partial r} - \sigma B \quad (5.2)$$

величина  $l = rv$  есть удельный момент импульса вещества, находящегося на расстоянии  $r$ ,  $l_e(r, t)$  — удельный момент импульса того вещества, которое определяется источником  $\dot{M}_e$ , компонента тензора вязких напряжений, проинтегрированная по  $z$ -координате, имеет вид

$$W_{r\varphi} = \sigma \nu \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right), \quad (5.3)$$

где  $\nu$  — первая (сдвиговая) кинематическая вязкость. В (5.2) последнее слагаемое описывает эффективное приливное взаимодействие, обусловленное второй компонентой массы  $M_2$  и  $B$  — удельный темп потери углового момента веществом.

Турбулентную среду можно при описании крупномасштабного движения рассматривать как жидкость, обладающую турбулентной вязкостью  $\nu_t$ , отличной от истинной (молекулярной) кинематической вязкости [92]. Развитую турбулентность можно рассматривать как иерархию турбулентных пульсаций, различающихся пространственными масштабами. Если через  $v_t$  и  $l_t$  обозначить соответственно скорость и масштаб

<sup>1</sup> При таком подходе вполне уместна аналогия с падающим орбитальным спутником, попавшим в верхние слои атмосферы Земли.

основного (наиболее крупномасштабного) турбулентного движения, то по порядку величины можно записать

$$\nu_t \sim v_t l_t. \quad (5.4)$$

В предположении об изотропной турбулентности естественно предположить  $l_t \lesssim h$ . Поскольку сверхзвуковые турбулентные пульсации быстро диссипируют, то  $v_t \lesssim c_s$ . В результате имеем

$$\nu_t \lesssim c_s h. \quad (5.5)$$

В 1973 г. Шакура и Сюняев [790] отмечали: “Сейчас, в отсутствие полной теории турбулентности, с одной стороны, и наблюдаемых данных существования турбулентности в дисках — с другой, мы можем только предположить ее присутствие”. Это замечание не устарело по прошествии более трех десятков лет. Несмотря на это, модели аккреционных дисков с турбулентной вязкостью достаточно подробно разработаны и весьма популярны. Вопрос о вязкости в теории аккреционных дисков является, пожалуй, наиболее неясным. Как уже упоминалось, не вызывает сомнения, что молекулярная вязкость  $\nu_{mol} \simeq c_s l_{ft}$  ( $l_{ft}$  — длина свободного пробега) не может обеспечить необходимый темп аккреции. Поэтому, когда в теории дисковой аккреции идет речь о вязкости, обычно подразумевается турбулентная вязкость  $\nu_t \gg \nu_{mol}$ .

В отсутствие сколько-нибудь законченной теории турбулентности чрезвычайно важной стала работа Шакуры [221], который, по меткому выражению, “свел все наше незнание турбулентности к одному безразмерному параметру  $\alpha$ ” [100]. Для тензора вязких напряжений принимается

$$W_{r\varphi} = -\alpha 2 h P, \quad (5.6)$$

где  $P$  — усредненное по  $z$ -координате давление;  $\alpha$  — свободный параметр. Модели, в основе которых лежит соотношение типа (5.6), принято называть  $\alpha$ -моделями или стандартными моделями АД.

В уравнении состояния вещества будем учитывать газовое, радиационное и магнитное давление

$$P = P_{gas} + P_{rad} + P_m, \quad (5.7)$$

где  $P_{gas} = \mathcal{R} \sigma T / (2 h \mu)$ ,  $P_{rad} = a T^4 / 3$ ,  $T$  — температура,  $\mathcal{R} = 8,31 \cdot 10^7$  эрг/(моль  $\cdot$  К), постоянная излучения  $a = 7,56 \cdot 10^{-15}$  эрг/(см<sup>3</sup>  $\cdot$  К<sup>4</sup>),  $\mu$  — молярная масса (в случае полностью ионизованной водородной плазмы  $\mu = 0,5$ ). Для определения магнитного давления  $P_m$  требуются дополнительные предположения о структуре магнитного поля.

Рассмотрим структуру диска в  $z$ -направлении. Будем полагать, что в  $z$ -направлении вещество находится в гидростатическом равновесии (см. (4.2))

$$\frac{\partial \mathcal{P}(z)}{\partial z} = \rho(z) \frac{\partial}{\partial z} \frac{G M_1}{\sqrt{r^2 + z^2}}. \quad (5.8)$$

Уравнение баланса энергии в  $z$ -направлении имеет вид

$$\frac{1}{\rho} \frac{dF}{dz} = \frac{F_\nu}{\sigma}, \quad (5.9)$$

где  $F = -\frac{c}{3k\rho} \frac{d}{dz}(aT^4)$  — поток лучистой энергии;  $F_\nu$  — источник энергии,  $k(\rho, T)$  — непрозрачность;  $c$  — скорость света. Совместное решение уравнений (5.8, 5.9) определяет  $z$ -структуру тонкого диска. Учитывая выполнение  $h \ll r$ , условие гидростатического равновесия (5.8) можно записать в виде<sup>2</sup>

$$p = 2hP = C^2 \sigma h^2 \frac{G M_1}{r^3}, \quad (5.10)$$

где  $C^2 \sim 1$  (см. п. 4.1.1).

Обратимся к радиальной компоненте уравнения движения (4.10)

$$\frac{\partial(\sigma u)}{\partial t} + \frac{\partial(r \sigma u^2)}{r \partial r} - \frac{\sigma v^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{3Dp}{2r} - \frac{\sigma G M_1}{r^2} + \frac{\partial(r W_{rr})}{r \partial r} - \frac{W_{\varphi\varphi}}{r}, \quad (5.11)$$

где  $W_{rr} = 2\sigma\nu(\partial u/\partial r) + \sigma(\mu - \nu)\operatorname{div}(\vec{u})$ ;  $\mu(\sim \nu)$  — вторая кинематическая вязкость;  $W_{\varphi\varphi} = 2\sigma\nu u/r + \sigma(\mu - \nu)\operatorname{div}(\vec{u})$ . Воспользуемся очевидной оценкой, вытекающей из (5.10):

$$c_s \simeq \sqrt{\frac{p}{\sigma}} \simeq \frac{h}{r} v, \quad (5.12)$$

тогда из (5.1), (5.2) с учетом (5.5) и (5.12) следует

$$|u| \sim \nu/r \sim c_s h/r. \quad (5.13)$$

Таким образом, с точностью до малой величины  $(h/r)^2$  в радиальном направлении (см. (5.11)) имеется баланс только гравитационной и центробежной сил и можно записать

$$v = r \Omega = \sqrt{\frac{G M_1}{r}}. \quad (5.14)$$

Следует подчеркнуть приближенный характер соотношения (5.14), что особенно важно при изучении динамики звуковых возмущений в плоскости диска. Диск не является строго кеплеровским, в противном

<sup>2</sup> В литературе очень часто используются выражения типа (5.6), (5.10), (5.16),  $\sigma = 2\bar{\rho}h$  и т. п., различающиеся коэффициентами порядка единицы, что связано с различием в усреднении по  $z$ -координате.

случае в нем не могли бы распространяться крупномасштабные ( $kh > 1$ ) звуковые волны. Отличие скорости вращения от кеплеровской обусловлено практически только давлением, поскольку диссипативные члены в (5.11) малы  $[\propto (h/r)^4]$ .

Используя (5.14), исключим из (5.1) и (5.2) радиальную скорость, в результате получим эволюционное уравнение для поверхностной плотности

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{3\partial}{r\partial r} \left[ \sqrt{r} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \sigma \sqrt{r}) \right] + \frac{\partial \dot{M}_e}{2\pi r \partial r} + \frac{\partial}{\pi r \partial r} \left\{ r \left[ 1 - \sqrt{\frac{r_e}{r}} \right] \frac{\partial \dot{M}_e}{\partial r} \right\} + \frac{2\partial}{r\partial r} \frac{B\sigma}{\Omega}, \quad (5.15)$$

где  $r_e = l_e^2 / G M_1$  есть кеплеровский радиус, соответствующий удельному угловому моменту  $l_e$ , а последний определяется величиной  $q = M_2 / M_1$ . Основным слагаемым, определяющим структуру диска, является в (5.15) первое слагаемое, обусловленное вязкостью. Остальные члены уравнения могут играть роль только во внешней области диска. Таким образом, имеем типичное уравнение диффузионного типа (что особенно наглядно видно из (5.37)). Для вязкости с учетом (5.3), (5.6), (5.10) можно записать

$$\nu = \frac{2}{3} \alpha h^2 \Omega. \quad (5.16)$$

Исходя из (5.1) и (5.2), нетрудно получить выражение для радиальной скорости

$$u = \frac{1}{\sigma} \left\{ -\frac{3}{\sqrt{r}} \frac{\partial}{\partial r} (\sqrt{r} \sigma \nu) + \frac{1}{\pi} \left( \sqrt{\frac{r_e}{r}} - 1 \right) \frac{\partial \dot{M}_e}{\partial r} - \frac{2\sigma B}{r\Omega} \right\}. \quad (5.17)$$

В стационарном диске без учета двух последних слагаемых выражение для скорости принимает простой вид  $u = -3\nu/(2r)$ .

Рассмотрим уравнение баланса энергии для вещества диска в следующем виде:

$$\sigma T \left( \frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial r} \right) = F_\nu - F_{rad} + F_{conv} + F_{\partial e} + Y, \quad (5.18)$$

где  $S$  — удельная энтропия вещества. Справа стоят слагаемые, описывающие энергию, которая поступает на единицу площади (или уходит с нее) за единицу времени. Энергия выделяется вследствие вязкой диссипации:

$$F_\nu = \frac{W_{r\varphi}^2}{\sigma \nu} = \nu \sigma \left( r \frac{d\Omega}{dr} \right)^2 = \frac{9}{4} \nu \sigma \Omega^2. \quad (5.19)$$

Излучение с поверхности описывается членом  $F_{rad}$ . В рамках модели оптически толстого АД с учетом двух его сторон можно записать [222]:

$$F_{rad} = \frac{4acT^4}{3\sigma k}. \quad (5.20)$$

Энергия может переноситься конвекцией в вертикальном направлении  $F_{conv}$  (см., например, [814]). Величина  $F_{\partial}$  обусловлена диффузионным переносом энергии вдоль радиальной координаты. Вещество, втекающее в диск, приносит не только момент импульса, но и энергию, что учитывает слагаемое  $Y$ . Эта энергия связана прежде всего с переходом в тепло кинетической энергии газовой струи, втекающей во внешнюю область АД с образованием ударной волны.

В качестве основных источников непрозрачности вещества в АД обычно принимают [222]: рассеяние на свободных электронах

$$k_{es} = 0,4 f_e \text{ см}^2 / \text{г}, \quad k_T = 0,4 \text{ см}^2 / \text{г}; \quad (5.21)$$

свободно-свободное поглощение (обратное тормозное излучение)

$$k_{ff} = 0,645 \cdot 10^{23} \frac{f_e f_i Z}{A} g_{ff} \rho T^{-7/2} \text{ см}^2 / \text{г}, \quad (5.22)$$

где  $g_{ff} \simeq 1$ ;  $f_e$  — число свободных электронов, приходящихся на барион;  $f_i$  — доля атомов, ионизованных до заданного состояния  $Z$  — заряд,  $A$  — атомный вес.

Таким образом, задача определения эволюции АД в рамках построенной модели сводится к совместному решению системы уравнений (5.15) ÷ (5.21 или 5.22), (5.7), (5.10). В результате для определенного начального состояния рассчитывается зависимость параметров диска ( $\sigma$ ,  $T$ ,  $h$ ,  $\nu$ ,  $k$ ,  $u$ , ...) от времени и радиальной координаты. При таком подходе функции  $\dot{M}_e(r, t)$ ,  $Y(r, t)$ ,  $B(r, t)$  должны задаваться из каких-то дополнительных соображений. Процедура ввода в диск вещества и энергии описана в [280, 281, 282]. Учету приливного взаимодействия в рамках осесимметричных моделей посвящены работы [592, 691, 719, 814].

Характерными временами дисковой аккреции являются: динамическое время  $t_\varphi \simeq 1/\Omega$ , время установления гидростатического равновесия в  $z$ -направлении  $t_z \simeq h/c_s$ , тепловой временной масштаб  $t_{th} \simeq \sigma c_s^2 / F_{rad}$  и обусловленное вязкостью  $t_\nu \simeq r/u \simeq (r/h)^2 t_\varphi / \alpha$ . Соотношения между этими величинами зависят от радиальной координаты, но в целом можно считать

$$t_\varphi \simeq t_z \lesssim t_{th} \ll t_\nu. \quad (5.23)$$

В силу этих оценок, поскольку  $T dS/dt = C_q dT/dt$ , часто пренебрегают теплоемкостью  $C_q$  и ограничиваются следующим приближением (5.18):  $F_\nu - F_{rad} + F_{conv} + F_{\partial} + Y = 0$ .

Остановимся несколько подробнее на учете приливного взаимодействия. Под действием вязких сил диск в отсутствие приливного взаимодействия неограниченно “расползается” в радиальном направлении. Ра-

диус диска стремится к бесконечности. Угловой момент благодаря трению отводится из внутренних областей диска во внешние и при наличии объекта-донора диск может простирается только до радиуса, на котором приливное взаимодействие способно отвести весь угловой момент из диска. В стационарном случае общий угловой момент вещества есть величина постоянная, следовательно, должен выполняться баланс

$$\dot{M}_e \sqrt{G M_1 r_e} = \int_{r_1}^R \sigma B 2\pi r dr, \quad (5.24)$$

где  $r_1$ ,  $R$  — внутренний и внешний радиусы диска соответственно. С учетом приливной силы АД оказывается конечным в радиальном направлении.

Большинство работ, в которых учитывалось в (5.15) приливное взаимодействие, основывается на результатах Папалоизу и Прингла [691]. Удобно величину  $B$  представить в виде

$$B = \frac{r^2 \Omega^2}{\pi q^2} f(r), \quad (5.25)$$

где  $q = M_1/M_2$ ,  $M_2$  — масса объекта-донора, а  $f(r)$  — известная безразмерная функция [691]. Смак [814] использовал простую аппроксимацию

$$f = \text{const} \cdot r^5; \quad (5.26)$$

эта формула описывает результаты расчетов Папалоизу и Прингла [691] для случая  $q \simeq 1$ . Для отношения масс  $q \gg 1$  можно записать

$$f \sim \frac{1}{[(a/r) - 1]^2 [1 - (\omega/\Omega)]^2}, \quad (5.27)$$

где  $\omega^2 = G(M_1 + M_2)/a^3$ ,  $a$  — расстояние между объектами.

### 5.1.2. Стационарные модели

При изучении стационарных моделей достаточно во всех эволюционных уравнениях п. 5.1.1 положить  $\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0$ . В рамках некоторых предположений о виде законов непрозрачности, вязкости и переноса энергии удастся получить аналитические зависимости параметров АД от радиальной координаты. Обычно, следуя Шакуре и Сюняеву [790], диск разбивается на несколько областей, в которых преимущественную роль играют определенные процессы переноса излучения ( $k_{es}$  или  $k_{ff}$ ) и давление ( $P_{gas}$  или  $P_{rad}$ ), приливное взаимодействие не учитывается, принимается  $F_\nu = F_{rad}$ .

1. В самой внутренней радиационно доминирующей ( $p_{rad} \gg p_{gas}$ ) зоне диска “a” с учетом выполнения  $k_T \gg k_{ff}$  имеем:

$$\sigma = 2,4 R^{3/2} (\alpha \dot{m} \mathcal{L})^{-1} \text{ г/см}^2, \quad T = 2,3 \cdot 10^7 R^{-3/8} (\alpha m)^{-1/4} \text{ К},$$

$$h = 3 \cdot 10^6 \dot{m} m \mathcal{L} \text{ см}, \quad u_r = 14 \cdot 10^{10} \alpha \dot{m}^2 R^{-5/2} \mathcal{L} \text{ см/с}, \quad (5.28)$$

здесь  $m = M_1/M_\odot$ ,  $\dot{m} = \dot{M}/(m \cdot 3 \cdot 10^{-8} M_\odot/)$ ,  $R = r/(3R_g) = r/(9m)$ ,  $\mathcal{L} = R_1^{-1/2} - R^{-1/2}$ . Появление функции  $\mathcal{L}(r)$  обусловлено граничным условием  $W_{r\varphi}(R = R_1) = 0$ .

2. Для области “b”, где  $p_{gas} \gg p_{rad}$  и  $k_T \gg k_{ff}$ , можно записать:

$$\sigma = 0,81 \cdot 10^5 \dot{m}^{3/5} m^{1/5} \alpha^{-4/5} R^{-3/5} \mathcal{L}^{3/5} \text{ г/см}^2$$

$$T = 3,1 \cdot 10^8 (\dot{m} \mathcal{L})^{2/5} (\alpha m)^{-1/5} R^{-9/10} \text{ К},$$

$$h = 1,64 \cdot 10^4 (\dot{m} \mathcal{L})^{1/5} m^{9/10} \alpha^{-1/10} R^{21/20} \text{ см},$$

$$u_r = 4,1 \cdot 10^6 \alpha^{4/5} \dot{m}^{2/5} m^{-1/5} R^{-2/5} \mathcal{L}^{-3/5} \text{ см/с}. \quad (5.29)$$

3. Во внешней области диска “c” ( $p_{gas} \gg p_{rad}$ ,  $k_T \ll k_{ff}$ ):

$$\sigma = 3,3 \cdot 10^5 \alpha^{-4/5} \dot{m}^{7/10} m^{1/5} R^{-3/4} \mathcal{L}^{7/10} \text{ г/см}^2,$$

$$T = 7,6 \cdot 10^7 \alpha^{-1/5} \dot{m}^{3/10} m^{-1/5} R^{-3/4} \mathcal{L}^{3/10} \text{ К},$$

$$h = 8,1 \cdot 10^3 \alpha^{-1/10} \dot{m}^{3/20} m^{9/10} R^{9/8} \mathcal{L}^{3/20} \text{ см},$$

$$u_r = 10^6 \alpha^{4/5} \dot{m}^{3/10} m^{-1/5} R^{-1/4} \mathcal{L}^{-7/10} \text{ см/с}. \quad (5.30)$$

Отметим, что в зависимости от конкретных значений параметров системы та или иная область может отсутствовать в диске.

В настоящее время имеется большое количество работ, посвященных определению радиальной структуры АД при тех или иных условиях. Описание некоторых моделей можно найти в работах [144, 209, 304].

### 5.1.3. Модели с вертикальной конвекцией

Наряду с лучистым переносом энергия из внутренних слоев диска может выноситься наружу конвективным движением (см. (5.18)). Однако радиационный перенос всегда имеет место при высокой температуре, а конвекция может и не возникать. Роль и условия возникновения конвекции в приложении к внутреннему строению звезд подробно исследованы (см., например, [21]). Имеется ряд факторов, не позволяющих формально перенести результаты теории звезд на аккреционные диски. Прежде всего отличается зависимость силы тяжести от координаты и имеется сильная вязкость. На важность учета конвекции в газовых дисках было указано Пачинским [687]; Вила [877, 878] рассматривал конвективные

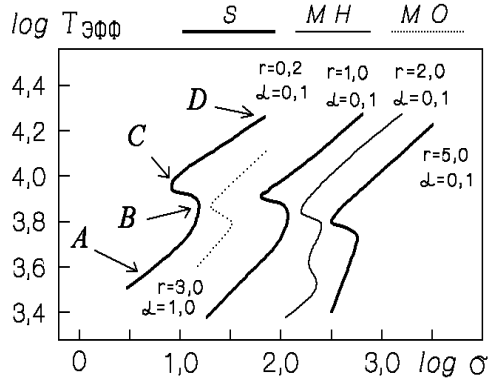


Рис. 5.1. Зависимость эффективной температуры поверхности АД  $T_{\text{эфф}}$  от поверхностной плотности  $\sigma$  при различных значениях  $\alpha$  и  $r$  (в единицах  $10^{10}$  см) в случае центрального объекта массы  $1 M_{\odot}$ . Кривые получены:  $S$  — Смаком [814];  $MH$  — Мейером и Мейером-Хофмейстером [615];  $MO$  — Минешигой и Осаки [637]

модели холодных дисков в катаклизмических двойных и массивных горячих дисках, а Лин и Папалоизу [582] исследовали протопланетный диск с конвекцией. Построению нестационарных моделей, основанных на детальном расчете  $z$ -структуры, посвящены работы [392, 616, 813, 814] и др. В приложении к галактическим ядрам конвективную неустойчивость рассматривали Минешига и Осаки [638].

Для конвективного потока тепла можно записать

$$F_{\text{conv}} = C_p \rho v l \left\{ \left| \frac{dT}{dz} \right| - \left| \frac{dT}{dz} \right| \right\}, \quad (5.31)$$

здесь  $v$ ,  $l$  — соответственно скорость восхождения и линейные размеры конвективных ячеек газа при перемешивании;  $C_p$  — теплоемкость. Как видно из (5.31), решающую роль играет превышение истинного градиента температуры над адиабатическим.

Мейер и Мейер-Хофмейстер [615] обнаружили неустойчивое распределение температуры, обусловленное ионизацией водорода. При ионизации водорода ( $T \simeq 10^4$  К) непрозрачность  $k(\rho, T)$  сильно меняется по величине, так что радиационный механизм переноса энергии не может уже обеспечить необходимый темп. Образуется резкий перепад температуры между внутренними слоями, где в основном генерируется тепло, и внешними, из которых происходит высвечивание. В результате возникают условия для конвективного движения. При детальном расчете переноса излучения, естественно, нельзя пользоваться простыми соотношениями для непрозрачности типа (5.21), (5.22), тем более, что возможно нарушение приближения оптически толстого диска [616, 814]. Обычно используют таблицы непрозрачности (см., например, [21]).

Типичная зависимость эффективной температуры поверхности диска  $T_{\text{эфф}}(z = \pm h)$  от величины поверхностной плотности вещества показана на рис. 5.1. Каждая кривая имеет характерную  $S$ -форму — состоит из трех участков: холодный  $AB$ , горячий  $CD$  и переходный  $BC$ . Область  $BC$  соответствует неустойчивости, тогда как горячие и холодные решения термически устойчивы. Поскольку вещество при  $T \gtrsim 10^4$  К

практически полностью ионизовано, горячий участок определяется достаточно уверенно. Этого нельзя сказать об участке  $AB$ . В области низких температур закон непрозрачности известен хуже, холодный участок может быть оптически тонким, именно поэтому ветвь  $AB$  менее определена и имеются отличия у разных авторов [876].

#### 5.1.4. Модели карликовых новых

Характерной чертой карликовых новых (звезд типа U-Gem и др.) является их нестационарное поведение (п. 1.5). В настоящее время предложено немало механизмов для объяснения феномена карликовых новых и в целом катаклизмических переменных [33]. Взрывной характер поведения многих систем обусловлен, по-видимому, нестационарным режимом дисковой аккреции. Весь вопрос заключается в определении местонахождения “клапана”, который “открывается” на определенное время, что в конечном счете приводит к вспышке. Можно выделить три типа механизмов:

1. Причина нестационарности связана с нормальной звездой. Вследствие неустойчивости вытекания вещества из красного карлика возникают квазипериодические колебания в накоплении вещества диском и тем самым в светимости газового диска [279]. Поскольку газ в АД поступает определенными порциями, то и нестационарная аккреция (и, как следствие, вспышка) есть просто отклик диска на меняющиеся внешние условия. В рамках изложенного в п. 5.1.1 подхода величина темпа поступления вещества в АД  $\dot{M}_e(t)$  является функцией времени, которая должна быть задана.

2. Механизм квазипериодической активности может находиться в самом аккреционном диске [813, 814]. Если величина вязкости в диске достаточно мала, то во внешней области диска происходит накопление вещества. Когда плотность в диске достигает определенного критического значения, то в силу каких-то причин (развития неустойчивости, турбулизации среды) резко возрастает темп аккреции, что приводит к вспышке. Таким образом, клапан находится в самом АД.

3. Отсутствие аккреции между вспышками можно объяснить эффектом “пропеллера” [511]. Магнитное поле быстро вращающегося белого карлика препятствует падению вещества на его поверхность. Происходит накопление вещества вблизи границы магнитосферы, которое приводит к медленному приближению внутренней границы диска к белому карлику. Поскольку при этом из-за твердотельного характера вращения скорость движения силовых линий уменьшается, то в определенный мо-

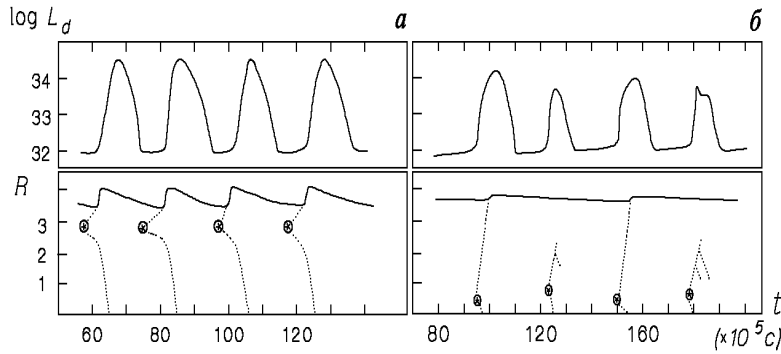


Рис. 5.2. Временная эволюция светимости  $L_d$  и внешнего радиуса  $R$  АД [814]. Кругок указывает на местоположение зарождения неустойчивости, пунктирная линия показывает распространение неустойчивости по АД:  $a$  — решения типа А;  $b$  — решения типа В

мент эффект “пропеллера” исчезает, что приводит к мощной аккреции (вспышке). После этого система оказывается в исходном состоянии. Таким образом, в рамках описанного сценария клапаном является магнитное поле самого аккрецирующего объекта.

**Неустойчивые АД.** Обсудим результаты моделирования нестационарных АД, основанного на учете конвективной неустойчивости, рассмотренной в п. 5.1.3 [392, 616, 814, 876]. Весьма полное исследование было проведено Смаком [814]. Численно решались уравнения дисковой аккреции (п. 5.1.1) с учетом конвективного переноса в  $z$ -направлении (п. 5.1.3). В течение всего времени расчета темп поступления вещества в АД  $\dot{M}_e$  и параметр  $\alpha$  оставались постоянными. Основным интерес представляют временные зависимости светимости диска  $L_d(t)$  и внешнего радиуса диска  $R(t)$ , поскольку эти величины являются наблюдаемыми (см. п. 1.5). Почти во всех случаях получены квазипериодические режимы аккреции. При этом наблюдаются два типа решений: *тип А* — первоначально неустойчивость возникает во внешней зоне диска и, захватывая все более внутренние области, распространяется к центру АД (рис. 5.2  $a$ ). Форма кривой светимости во время вспышки несимметрична, а повторяемость почти строго периодическая. Для *типа В* характерно возникновение неустойчивости вначале во внутренней области [ $r \simeq (0,1 \div 0,2) R$ ] и последующее распространение внутрь и наружу АД<sup>3</sup>. При этом неустойчивость может в некоторых случаях не достигать внешней области диска (рис. 5.2  $b$ ). В целом вспышки типа *В* являются менее регулярными. При прочих равных условиях вспышки типа *А* характерны для более высокого темпа притока вещества. Возможны комбинированные вспышки *АВ*, когда одновременно возникают неустойчивости во внешней и внутренней областях АД.

Природа вспышечной активности обоих типов становится ясной при рассмотрении эволюции поверхностной плотности между активными фазами. В этот период величина поверхностной плотности меньше стационарного значения — происходит накопление вещества. Когда поверх-

<sup>3</sup> Впервые такого рода решения были получены в работе [391].

ностная плотность достигает определенного значения, соответствующего критической величине — точке поворота на кривой  $T_{\text{эфф}}(\sigma)$  (см. рис. 5.1, точка  $B$ ), развивается неустойчивость — начинается вспышка. Высвечивающая энергия есть гравитационная энергия, то есть увеличивается радиальный поток вещества. Происходит распространение области неустойчивости в обе стороны от первоначального очага. Темп аккреции увеличивается, запасы вещества в диске уменьшаются и в конечном счете условия для конвекции исчезают, что приводит к прекращению вспышки.

Отметим отличительную особенность в поведении  $R(t)$ : в случае вспышки типа  $A$  радиус диска увеличивается на  $\lesssim 20\%$ , для вспышки типа  $B$  характерно очень малое изменение величины  $R$  ( $\lesssim 7\%$ ), а в некоторых случаях “волна неустойчивости” даже не доходит из внутренней области во внешнюю.

Конвективная неустойчивость поперек плоскости диска не является единственно возможной неустойчивостью, приводящей к квазипериодическому режиму аккреции. К аналогичным последствиям приводит рассмотренная авторами [145] градиентно-энтропийная неустойчивость в *плоскости* диска (см. п. 4.3.4 и § 5.3). Для развития ГЭ-неустойчивости необходимо выполнение определенных соотношений между характерными масштабами неоднородностей поверхностной плотности  $L_\sigma$  и температуры  $L_T$ . Пусть в начальный момент времени градиенты величин  $\sigma(r)$  и  $T(r)$  таковы, что АД является ГЭ-устойчивым. Однако стационарно поступающее на внешний край АД вещество ( $\dot{M}_e = \text{const}$ ) и нагрев за счет “яркого пятна” увеличивают градиенты поверхностной плотности и температуры, что в конечном счете создает необходимые для ГЭ-неустойчивости условия. Рост амплитуды возмущений в АД приводит к увеличению уровня турбулентной вязкости. Накопленное во внешней части АД вещество эффективно аккрецирует на компактный объект (вспышка), и градиенты  $\sigma(r)$  и  $T(r)$  эволюционируют к значениям, при которых АД становится ГЭ-устойчивым. Не поддерживаемая неустойчивостью турбулентная вязкость и определяемые ею аккреционные процессы затухают, но стационарно поступающее на внешний край АД вещество подготавливает систему к новому аккреционному циклу (вспышке) (ход кривой  $L_d(t)$  аналогичен изображенному на рис. 5.2).

В связи с вышеизложенными результатами можно сделать следующее замечание. В обоих случаях (и с конвективной, и ГЭ-неустойчивостями) задача математически сводится к решению нелинейного уравнения диффузии с источником. Хорошо известно, что многие

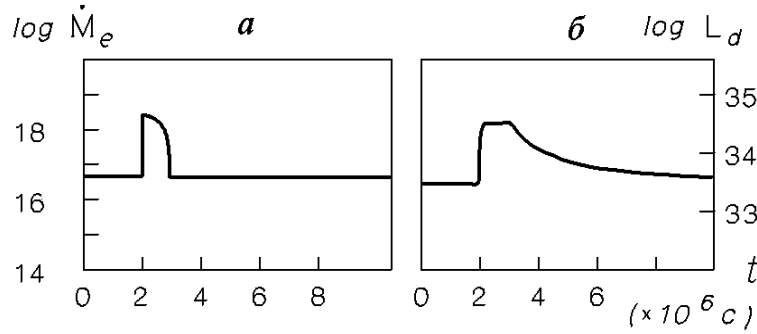


Рис. 5.3. Зависимость темпа притока вещества в АД  $\dot{M}_e$  от времени и соответствующий отклик светимости  $L_d$  [280]

явления самоорганизации (установление в диссипативной неравновесной среде пространственных структур, эволюционирующих во времени) описываются в рамках единых моделей, математически выражающихся нелинейными уравнениями диффузионного типа [176].

*Модели с нестационарным притоком массы.* Рассмотрим отклик аккреционного диска на увеличение темпа притока вещества  $\dot{M}_e(t)$  (обсуждение причин нестационарности величины  $\dot{M}_e$  выходит за рамки данной книги <sup>4</sup>). Басом и Принглом были проведены подробные расчеты нестационарного АД без учета приливного взаимодействия с функцией  $\dot{M}_e(t)$ , типичный вид которой изображен на рис. 5.3 а. На рис. 5.3 б показано изменение светимости АД, представляющее собой отклик на внешнее воздействие  $[\dot{M}_e(t)]$  при постоянном значении параметра  $\alpha$ . Движение вещества в радиальном направлении обусловлено действием вязкости (из (5.17) следует оценка  $u \sim -\nu/r$ ), то есть фактически величиной  $\alpha$ . Анализ динамики процессов и сравнение с наблюдениями позволяет оценить значение параметра  $\alpha$ . Удовлетворительное согласие достигается при  $0,01 \lesssim \alpha \lesssim 0,5$ .

Включение в расчет приливного взаимодействия в форме (5.26 а) позволило Ливио и Вербунту [592] исследовать динамику радиуса диска  $R(t)$ , вызванную изменением темпа перетекания вещества. Пусть эволюция диска подчиняется уравнению (5.24), которое, как мы помним, является следствием закона сохранения момента движения. Перепишем (5.24) с учетом (5.25):

$$\dot{M}_e \sqrt{G M_1 r_e} = \frac{2 G M_1}{q^2} \int_{r_1}^R \sigma f dr. \quad (5.32)$$

Левая часть соотношения (5.32) является линейной относительно  $\dot{M}_e$ . Под знаком интеграла только величина  $\sigma$  зависит от  $\dot{M}_e$ ; примем, что  $\sigma \propto \dot{M}_e^n$ . Из (5.29, 5.30) следует, что  $n = 0,6; 0,7$ . Эти значения являются достаточно типичными [679]. Если  $n < 1$ , то с ростом величины  $\dot{M}_e$  будет увеличиваться радиус диска  $R$ . Основываясь на этом, можно качественно описать реакцию диска на увеличение  $\dot{M}_e$ . Пусть

<sup>4</sup> Изменение темпа истечения вещества из оптического компонента в ТДС может быть вызвано динамическими неустойчивостями в звезде [279, 690, 378, 296, 175].

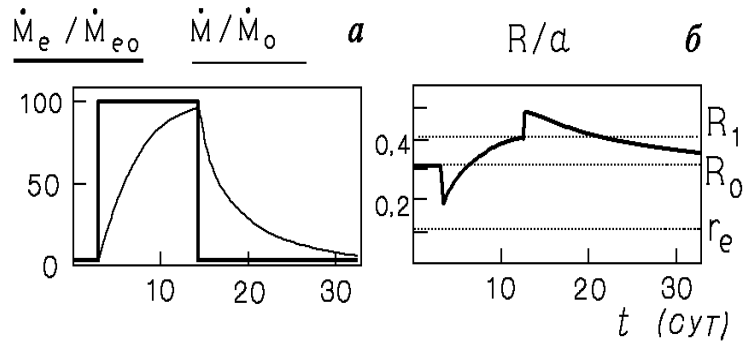


Рис. 5.4. Эволюция АД вследствие изменения притока вещества  $\dot{M}_e(t)$  [592]. Показаны функции:  $a$  —  $\dot{M}_e(t)$  и темп аккреции на центральный объект  $\dot{M}(t)$ ;  $b$  —  $R(t)$

значению  $\dot{M}_{e0}$  соответствует равновесный радиус  $R_0$ , а  $\dot{M}_{e1}$  — величина  $R_1$ . Если  $\dot{M}_{e0} < \dot{M}_{e1}$ , то  $R_0 < R_1$ . Втекающее в диск вещество обладает удельным угловым моментом  $l_e$ , которому соответствует радиус  $r_e = l_e^2 / GM_1 < R_0$ . Следовательно, при увеличении величины  $\dot{M}_e$  от  $\dot{M}_{e0}$  до  $\dot{M}_{e1}$  в начальный момент диск сжимается до радиуса  $R_2$  ( $r_e < R_2 < R_0$ ). В результате вместе с ростом плотности вещества во внешней области диска увеличивается и вязкость ( $\nu \sim \alpha \Omega h^2 \propto \sigma$ ). Тем самым внешняя граница диска отодвигается до нового равновесного радиуса  $R_1$ . В течение этого времени масса и светимость АД увеличиваются. Если затем темп притока вещества вернуть к прежнему значению  $\dot{M}_{e0}$ , то диск примет первоначальные размеры. Характерные времена определяются вязкими процессами. На рис. 5.4 показаны результаты численного решения уравнений нестационарной аккреции.

Наиболее важным различием между рассмотренными двумя моделями (неустойчивый диск и переменный темп поступления вещества) является наличие во втором случае короткого промежутка времени, когда размер диска резко уменьшается и только потом возрастает. Имеются данные, свидетельствующие о такой особенности у *Z Cha* (см. п. 1.5.1).

Рассмотренные выше модели являются предельно простыми, что связано в первую очередь с феноменологическим подходом в построении вязких моделей АД, в основе которых лежат соотношения типа (5.16). Разумеется, при изменении состояния диска (плотности, температуры и т. п.) вязкость может эволюционировать с существенной задержкой, наличие и нарастание мелкомасштабных магнитных полей также может играть важную роль [336].

### 5.1.5. Автомодельные нестационарные решения

В связи с рассмотренными выше нестационарными решениями, полученными в рамках численного анализа, представляет несомненный интерес автомодельный подход, развиваемый в работах [397, 398]. Введем новые обозначения, которые будут использоваться только в данном пунк-

те

$$F = -W_{r\varphi} r^2, \quad \dot{M} = -2\pi r \sigma u. \quad (5.33)$$

Величина  $\dot{M}$  равна массе, проходящей через радиус  $r$  за единицу времени. Если пренебречь влиянием второй компоненты в системе, то уравнение (5.1) при переходе к переменной  $l = \sqrt{GM_1 r}$  примет вид

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \dot{M}}{\partial r} = \frac{1}{4\pi} \frac{(GM_1)^2}{l^3} \frac{\partial \dot{M}}{\partial l}. \quad (5.34)$$

Аналогично уравнение (5.2):  $\dot{M}(r, t) = 2\pi \frac{\partial F}{\partial l}$ . Подставляя последнее в (5.34), получаем:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{(GM_1)^2}{l^3} \frac{\partial^2 F}{\partial l^2}. \quad (5.35)$$

Для определения еще одной связи между  $\sigma$  и  $F$  можно воспользоваться уравнением баланса энергии (5.18) в приближении

$$F_\nu = F_{rad}. \quad (5.36)$$

В результате эволюционное уравнение примет вид

$$\frac{\partial F}{\partial t} = A \frac{F^m}{l^n} \frac{\partial^2 F}{\partial l^2}, \quad (5.37)$$

где  $A$  — постоянная, значения показателей  $m$  и  $n$  зависят от выбора конкретной модели (законов вязкости и непрозрачности, уравнения состояния вещества). Так, например, если газовое давление преобладает над радиационным, то  $m = 2/5$ ,  $n = 6/5$  для случая  $k_T \gg k_{ff}$  и  $m = 0,3$ ,  $n = 0,8$  в обратном пределе  $k_{ff} \gg k_T$ .

Пусть в начальный момент времени во внешней области диска на радиусе  $r_0$  вещество находится в виде кольца, которое в последующем аккрецирует на компактный объект. В рамках автомодельного подхода получены три стадии аккреции. За время первой стадии вещество доходит до аккрецирующего объекта. На второй стадии вещество аккрецирует, темп аккреции  $\dot{M}(t)$  и светимость  $L(t)$  со временем растут:

$$\dot{M} \propto t^{2,47} \quad (k_{ff} \gg k_T); \quad \dot{M} \propto t^{1,66} \quad (k_{ff} \ll k_T). \quad (5.38)$$

Третья стадия характеризуется убыванием со временем величин  $\dot{M}(t)$  и  $L(t)$ :

$$\dot{M} \propto t^{-1,44} \quad (k_{ff} \gg k_T), \quad \dot{M} \propto t^{-1,25} \quad (k_{ff} \ll k_T). \quad (5.39)$$

Во время стадии I энергия в основном высвечивается из области  $r \sim r_0$  и она мала в силу малости величины  $r_1/r_0$ . В течение стадий II и III большая часть энергии уходит из области  $r_1$  и оказывается пропорциональной темпу аккреции.

## 5.1.6. “Толстые” аккреционные диски

При аккреции вещества часть гравитационной энергии<sup>5</sup> идет на разогрев газа, причем наиболее горячими являются внутренние области диска. В конечном счете тепловая энергия уносится излучением, которое на своем пути встречает двигающееся навстречу вещество и препятствует аккреции. Основным источником непрозрачности для полностью ионизованной плазмы является рассеяние фотонов на свободных электронах, которое определяется формулой Томсона

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 = 0,665 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2. \quad (5.40)$$

В среднем фотон при столкновении передает весь свой импульс электрону, а затем и протону благодаря электростатической связи. Пусть светимость равна  $L$  (эрг/с). Так как энергия фотона  $\sim pc$ , число фотонов, пересекающих в единицу времени единичную площадку, равно  $N = L/(4\pi r^2 pc)$ . За единицу времени электрон испытывает  $N\sigma_T$  столкновений. Пусть в среднем за одно столкновение фотон передает электрону импульс  $p$ . Поскольку сила, действующая на электрон, есть скорость передачи импульса, то

$$f_{rad} = \frac{L \sigma_T}{4\pi r^2 c}. \quad (5.41)$$

Сила тяготения, действующая на протон, а следовательно, и на электрон, также пропорциональна  $1/r^2$ . Поэтому в приближении сферической симметрии существует критическая светимость (которую называют эддингтоновским пределом), определяемая балансом градиента радиационного давления и силы тяжести:

$$L_{crit} = \frac{4\pi c G M_1 m_p}{\sigma_T} = 1,3 \cdot 10^{38} (M_1/M_\odot) \text{ эрг/с}. \quad (5.42)$$

Критическому значению светимости соответствует критическое значение темпа аккреции  $\dot{M}_{crit}$ .

В случае сверхкритической дисковой аккреции при приближении к центральному телу диск перестает быть тонким ( $r \sim 2h$ ). Радиус, на котором светимость достигает  $L_{crit}$ , называют радиусом сферизации:

$$r_{сф} = \frac{G M_1 \dot{M}_{crit}}{L_{crit}} = \frac{\dot{M}_{crit} \sigma_T}{4\pi m_p c} = \frac{2}{3} 10^{14} \frac{\dot{M}_{crit}}{M_\odot/\text{год}} (\text{см}). \quad (5.43)$$

Аналогичная оценка получается из равенства  $r_{сф} = 2h$  для величины  $h$ , определяемой (5.28). Из области  $r < r_{сф}$  часть вещества начинает

<sup>5</sup> В стационарной модели полная светимость диска определяется половиной гравитационной энергии падающего вещества.

истекать в виде квазисферической оболочки. Как считают Шакура и Сюняев, в случае  $\dot{M} > \dot{M}_{crit}$  реализуется самосогласованный режим аккреции, обеспечивающий светимость, лишь ненамного превышающую эддингтоновский предел. При этом в области  $r > r_{сф}$  диск остается тонким и его структура аналогична докритическому режиму. Для черной дыры примем  $r_{сф} = 10$  км, тогда из (5.43) получаем

$$\dot{M}_{crit} = \frac{4\pi r_{сф} m_p c}{\sigma_T} = \frac{3}{2} 10^{-8} M_{\odot}/\text{год}. \quad (5.44)$$

Обсудим структуру “толстого диска”, близкого к гидростатическому равновесию, находящегося на балансе градиента давления, центробежной и гравитационной сил [227, 247, 285, 442, 516, 579, 688]. Прежде всего заметим, что при наличии существенного градиента давления скорость вращения вещества может весьма сильно отличаться от кеплеровской, и тем самым общий темп диссипирующей энергии может быть много меньше, чем значение  $\sim GM_1 \dot{M}/r_1$ , характерное для тонких АД.

В теории аккреционных дисков вопрос о вязкости является наиболее невыясненным, и только благодаря предположению о малой толщине АД ( $h/r \ll 1$ ) удастся построить достаточно правдоподобные и простые модели. В случае же толстого диска вопрос о величине вязкости значительно усложняется, и в работах [227, 516, 688] построены модели толстых дисков без вязкости. Позже в ряде исследований [142, 143, 247, 285, 442, 579] рассматривалась область  $r_1 \ll r \ll r_{сф}$  с учетом диссипативных процессов. Не проводя подробных выкладок, укажем только принципиальный подход в построении такого рода моделей в сферической системе координат  $(r, \varphi, \Theta)$ . Данный подход состоит в построении стационарных осесимметричных ( $\partial/\partial\varphi \equiv 0$ ) решений, характеризующихся взаимосогласованным распределением параметров течения газа в центральном гравитационном поле вдоль радиальной и меридиональной координаты  $\Theta$ <sup>6</sup>. Это оказывается возможным, если соотношения между радиальными компонентами действующих на вращающееся вещество сил (гравитационной, центробежной и обусловленной градиентом давления) остаются постоянными вдоль радиальной координаты. В этом случае  $\Theta$ -распределения всех величин на различных расстояниях от центра будут подобны друг другу, а поток вещества чисто радиальным. Решение уравнений газодинамики ищут в форме  $f(r, \Theta) = f_*(\Theta) r^{-a_f}$ , где  $f = \{\rho, \vec{u}, T, s, p, \dots\}$ ,  $a_f = \text{const}$ . При этом параметры  $a_f$  выбирают так, чтобы в каждом из уравнений все слагаемые были пропорциональны одной и той же степени радиальной координаты. Такие решения есте-

<sup>6</sup> Лианг [579] построил свои модели в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$ .

ственно называть автомодельными (ср. с п. 5.2.2). В результате проделанной процедуры уравнения в частных производных сводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям относительно переменной  $\Theta$  (или  $t \equiv z/r$ , как у Лианга [579], в цилиндрической системе координат). Затем задаются определенными граничными условиями при  $\Theta = \pi/2$  и  $\Theta = \Theta_0$  ( $0 \leq \Theta_0 < \pi/2$ ); полученная таким образом краевая задача решается численно. В результате определяются распределения всех физических величин на плоскости  $(r, \Theta)$ .

Одним из главных достоинств автомодельных решений является простота их построения, что позволяет изучать влияние разнообразных факторов на структуру аккрецирующего течения. Однако, по-видимому, в рамках автомодельного приближения можно говорить только о получении качественной картины и трудно ожидать надежных количественных результатов. Кроме того, существуют проблемы, связанные с устойчивостью моделей толстых АД [671]. Заметим, что областью приложения моделей диссипативных толстых дисков может являться зона  $r_1 \ll r \ll r_{\text{сф}}$  в “тонких АД”.

Учитывая естественные трудности в построении аналитических (не автомодельных) двумерных моделей, весьма популярно *численное моделирование* осесимметричных течений в поле черной дыры, включая релятивистские эффекты. Уже первые расчеты показали, что в процессе падения холодного вещества с ненулевым моментом импульса происходит разогрев газа стоячей ударной волной, что приводит к формированию толстого ( $h \sim r$ ) диска, поддерживаемого градиентом давления [900]. Фактически возникает тор, вращающийся с *некеплеровской* скоростью. В работе [467] моделировались области, наиболее близкие к черной дыре, в случае достаточно малого момента импульса аккрецирующего вещества. Газ довольно быстро затягивается по спиральной траектории в черную дыру, не испытывая, как считают авторы, вязкого взаимодействия.

**ADAF- и CDAF-модели.** В рамках стандартной  $\alpha$ -модели АД [790] имеется ряд проблем как теоретического плана, так и объяснения данных наблюдений. К последним относится объяснение низкой светимости рентгеновских двойных и активных галактических ядер с черными дырами ([662], см. обзор [664] и ссылки). Одним из наиболее изученных объектов такого типа является источник в центре Галактики Sgr A\* [619]. Уменьшение светимости обеспечивается в так называемых ADAF-моделях (адвективно доминирующие аккреционные течения) [231]. Они более горячие и эддингтоновская светимость достигается при меньшем темпе аккреции. Наблюдения за рядом объектов, например A0620–00,

GRO J1655-40, центральный источник в активной галактике M 106, допускают интерпретацию спектральных кривых в рамках ADAF-моделей [457, 572, 661].

Начало исследованию ADAF-моделей положила работа [659], в которой были построены автомодельные решения стационарной аккреции, характерной особенностью которых является аккреция при слабом излучении или даже в отсутствие охлаждения за счет радиационных потерь. Основным механизмом переноса энергии выступает радиальный адвективный поток, а перенос углового момента обеспечивается  $\alpha$ -вязкостью. Структура течения оказывается близкой к сферической и вращение газа существенно отличается от кеплеровского закона. При наличии сильной вязкости ( $\alpha \gtrsim 0,3$ ) численное моделирование дает результаты, сходные с ADAF-моделями [508]. Однако в расчетах с маленьким значением параметра  $\alpha$  получаются течения с сильной турбулентностью из-за развития конвективной неустойчивости, которая существенно изменяет пространственную структуру течения [508, 837]. Такие модели получили название “конвективно-доминирующие аккреционные течения” (CDAF) [272].

Важнейшими свойствами данных моделей являются генерация конвективной турбулентности, перенос углового момента к центру, компенсирующий поток углового момента наружу вследствие вязкости (или, например, магнитовращающей неустойчивости [245, 270, 665 и ссылки там]), совместно с потоком тепловой энергии вдоль радиуса. Численное моделирование демонстрирует низкий темп аккреции и значительный поток энергии наружу за счет сильной радиальной конвекции. Фундаментальной проблемой моделей CDAF является наличие потока углового момента внутрь [272].

Для конвективно-доминирующего аккреционного потока удалось построить автомодельные решения в рамках приближения пути перемешивания [663], а в рамках численного моделирования изучена конвекция в газовом торе в плоскости  $r$ - $z$  [506]. Основные результаты по ADAF и CDAF получены в рамках осесимметричных моделей [506, 507, 508, 659, 660, 837]. Адвективное охлаждение начинает играть важную роль, когда диск перестает быть тонким  $h \sim r$  [689]. Отношение скорости звука к кеплеровской скорости вращения в цитированных выше численных моделях достигает  $c_s/r\Omega_K \simeq 0,2 \div 0,5$ .

Переход к трехмерным ADAF-моделям, по-видимому, качественно не меняет выводы осесимметричных расчетов [509]. Отметим, что важный результат о конвективном переносе углового момента внутрь был обнаружен еще при построении моделей быстровращающихся звезд с

конвективным ядром [19].

Модели конвективно-доминирующих аккреционных течений (CDAF) выглядят привлекательными для объяснения низкой светимости аккрецирующих черных дыр в рентгеновских двойных и галактических ядрах при наличии сверхмассивной черной дыры.

Наличие магнитного поля (MHD CDAF) может существенно изменять свойства течения, в частности, конвекция может приводить к потоку углового момента как внутрь, так и на периферию вдоль радиальной координаты, что, по-видимому, связано с влиянием магнитовращательной неустойчивости [272, 510]. В модели газового осесимметричного толстого диска при наличии магнитного поля показано, что возмущения с длиной волны, превышающей вертикальную шкалу диска, остаются конвективно неустойчивыми [665].

Отметим, что внутренние радиационно-доминирующие области АД могут быть неустойчивыми относительно вертикальной конвекции и в достаточно тонком диске [303]. Нелинейная стадия такой конвекции в тонком осесимметричном АД изучена для радиационно-доминирующей зоны стандартной модели АД для  $r$ - $z$ -возмущений в работе [237].

В п. 5.3.4 рассмотрены последствия развития конвективной неустойчивости в *плоскости* неосесимметричного диска. В этом случае неустойчивыми являются неосесимметричные возмущения и причина конвекции связана с радиальной неоднородностью квазикеплеровского диска. Конвективное перемешивание в плоскости диска может приводить в среднем к радиальному движению вещества (аккреции) без учета действия вязких сил. Таким образом, конвективная неустойчивость может играть важную роль в физике аккрецирующих систем и возможность формирования конвективных течений продемонстрирована в рамках различных моделей аккреции.

## 5.2. Неосесимметричная дисковая аккреция

### 5.2.1. Газодинамическое моделирование перетекания вещества в ТДС. Условия образования диска

Как мы увидели в § 5.1, в рамках осесимметричных моделей удастся понять многие наблюдаемые проявления АД. В то же время в тесных двойных системах аккреционные диски являются принципиально неосесимметричными в силу гравитационного влияния со стороны нормальной звезды и того, что вещество попадает в АД в форме струи через внутреннюю лагранжеву точку. Если изучаются достаточно длительные

промежутки времени, существенно превышающие период обращения, то, казалось бы, стандартные модели АД являются хорошим приближением. Поскольку вещество при своем движении к аккрецирующему объекту делает много оборотов, то за это время происходит перемешивание вещества по углу. Гравитационная сила нормальной компоненты при приближении к компактному объекту становится сколь угодно малой по сравнению с силой, обусловленной центральной массой.

Возникает ряд интересных вопросов: при каких условиях в ТДС возникает АД? Какая часть вещества теряется системой? Будет ли вещество аккрецировать без вязкости? Задачи такого рода являются для любителей аналитических решений практически неразрешимыми в силу нестационарности и неоднородности. И почти единственный выход — численное моделирование.

Вещество может покидать оптическую звезду в форме звездного ветра, то есть со всей поверхности звезды. Другой режим может возникать при заполнении нормальной звездой своей критической области Роша, когда вещество истекает в форме струи через достаточно малую окрестность внутренней точки Лагранжа. При этом если скорость газа достаточно велика, то трудно ожидать образования диска.

Из самых общих соображений ясно, что при аккреции в ТДС возможно возникновение ударных волн. Бирман [297], по-видимому, был первым, кто в рамках гидродинамического подхода рассмотрел течение газа в близкой двойной системе в режиме звездного ветра. Методом характеристик было рассмотрено только сверхзвуковое течение. Заведомо такое решение не может содержать ударных волн. В работе [824] получена коническая ударная волна за аккрецирующим объектом. Однако используемый метод конечных разностей, имеющий первый порядок точности, приводит к слишком большой численной вязкости. Кроме того, декартова сетка не позволяет правильно задать граничные условия на поверхности обеих звезд.

В работах [609, 611, 766, 767, 768, 769, 830] применялись численные схемы второго порядка на криволинейной сетке, координатные линии которой близки к изолиниям эффективного потенциала системы, состоящей из двух тел ( $q = M_2/M_1 = 1$ ), находящихся на расстоянии  $a$  друг от друга и вращающихся с угловой скоростью  $\Omega_0$ . Одна из звезд заполняет свою критическую область Роша, а радиус другой не превышает  $0,03a$ . Эффекты, связанные с охлаждением, нагревом, вязкостью<sup>7</sup> и магнитными полями, не принимались во внимание. На поверхности нормальной

<sup>7</sup> Речь идет о физической вязкости, но обычно используемые численные схемы обладают также численной вязкостью.

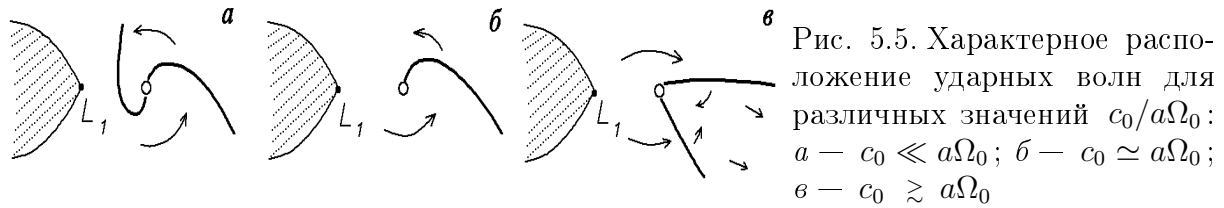


Рис. 5.5. Характерное расположение ударных волн для различных значений  $c_0/a\Omega_0$ :  
 а —  $c_0 \ll a\Omega_0$ ; б —  $c_0 \simeq a\Omega_0$ ;  
 в —  $c_0 \gtrsim a\Omega_0$

звезды задавались значениями плотности  $\rho_0$  и скорости звука  $c_0$ .

Исследованию течений при различных  $\beta = c_0/a\Omega_0$  посвящены работы [609, 767] для  $q = 1$ . Если скорость звука мала ( $\beta \lesssim 0,75$ ), то вокруг компактного объекта возникает диск с двумя спиральными ударными волнами<sup>8</sup> (рис. 5.5 а). Максимальное число Маха  $M = |\vec{u}|/c_s$  не превышает 3. В случае  $0,75 \lesssim \beta \lesssim 0,9$  происходит перестройка течения: диск становится менее выраженным, при этом остается только одна спиральная ударная волна (рис. 5.5 б). При значениях  $\beta$ , лежащих в области  $0,9 \div 1,0$ , возникает коническая ударная волна (рис. 5.5 в), внутри конуса течения становится существенно дозвуковым. При дальнейшем увеличении скорости звука ( $\beta \gtrsim 1$ ) образуется ярко выраженный режим звездного ветра. С ростом скорости звука на поверхности звезды-донора угол между ударными волнами становится меньше. Проходя через коническую ударную волну, скорость газа сильно уменьшается и часть его аккрецирует на компактный объект. Большая часть вещества из системы уходит. Похожие результаты получены в работе [795].

Таким образом, тип аккрецирующего течения (истечение с образованием диска или в форме звездного ветра с возникновением конической ударной волны) в системе с заполнившей свою полость Роша звездой-донором определяется значением параметра  $c_0/a\Omega_0$ . Типичной для рассматриваемых систем является оценка  $a\Omega_0 \sim 10^7$  см/с, что соответствует температуре  $10^6$  К. В отсутствие звездной короны температура истекающего из звезды вещества много меньше  $10^6$  К. Следовательно, наиболее вероятен режим истечения через внутреннюю точку Лагранжа с образованием аккреционного диска вокруг компактного объекта. При перетекании вещества через внутреннюю точку Лагранжа велик удельный угловой момент вещества, что приводит к образованию диска. В случае звездного ветра удельный угловой момент достаточно мал и диск не образуется [511].

В работах [16, 302, 648] изучалась структура перетекания газа в ТДС в рамках трехмерных моделей. Подробно исследованы эффекты взаимодействия газового потока через внутреннюю точку Лагранжа  $L_1$  (см. рис. 5.5). Результаты расчетов демонстрируют более сложный ха-

<sup>8</sup> См. подробнее п. 5.2.3.

рактен течения по сравнению с двумерными. Формируются потоки газа с небольшим удельным угловым моментом выше плоскости системы, которые приводят к образованию горячей короны. Трехмерное численное моделирование позволило рассмотреть изгибные неустойчивости АД [647].

### 5.2.2. Автомоделные ударные волны

Предположение о том, что в газовых дисках, вращающихся вокруг компактных объектов, могут возникать спиральные ударные волны, высказывалось неоднократно [597, 805]. Притягательность их изучения связана с тем, что спиральные ударные волны могут переносить угловой момент из внутренних областей диска во внешние. В тонких аккреционных дисках ( $h/r \ll 1$ ) течение является сверхзвуковым, что допускает возможность возникновения ударных волн. Причинами возникновения ударных волн могут являться вторая компонента в системе либо асимметричная магнитосфера вокруг компактного объекта [625]. Благодаря диссипативным процессам на фронте волны, вещество может по спирали падать на центр.

Рассмотрим стационарное течение, содержащее две и более спиралевидные ударные волны, в рамках автомоделного подхода [829]. Запишем стационарные уравнения газодинамики в следующей форме:

$$\frac{\partial}{r \partial r}(h \rho u r) + \frac{\partial}{r \partial \varphi}(h \rho v) = 0, \quad (5.45)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v \partial u}{r \partial \varphi} - \frac{v^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} - \rho \frac{G M_1}{r^2}, \quad (5.46)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v \partial v}{r \partial \varphi} + \frac{u v}{r} \right) = -\frac{\partial p}{r \partial \varphi}. \quad (5.47)$$

Будем полагать, что полутолщина  $h$  может зависеть только от радиальной координаты. В частности, изучим два случая:

$$h = h_0 = \text{const}, \quad (5.48)$$

$$h(r) = \sqrt{\mathcal{R} \hat{T} / (\mu \Omega^2)}. \quad (5.49)$$

Первый случай соответствует строго двумерному течению в плоскости диска. Во-втором принимается, что газ находится в гидростатическом равновесии в  $z$ -направлении [ср. с (5.12)]. В (5.49) величина  $\hat{T}(r)$  — характерная температура на расстоянии  $r$ ,  $\Omega(r) = \sqrt{G_1/r^3}$ . Уравнение для энтропии с учетом излучения с поверхности диска запишем в форме

$$h \rho T \left( u \frac{\partial S}{\partial r} + \frac{v \partial S}{r \partial \varphi} \right) = -\sigma_{SB} T_s^4, \quad (5.50)$$

где  $T_s$  — температура поверхности диска,  $\sigma_{SB}$  — постоянная Стефана–Больцмана. Для энтропии в случае идеального газа имеем:

$$S = c_V \ln\{p/\rho^\gamma\}. \quad (5.51)$$

В случае термодинамического равновесия для большой оптической толщины  $\tau \gg 1$  можно принять [186]:

$$T^4 = \frac{3}{4}\tau T_s^4, \quad \tau = h \hat{\rho} k. \quad (5.52)$$

Считаем, что непрозрачность  $k$  и характерная плотность  $\hat{\rho}$  являются функциями только радиальной координаты. Азимутальную скорость представим в виде

$$v = r \Omega + v_1. \quad (5.53)$$

Пользуемся безразмерными величинами, которые пометим сверху значком “ $\sim$ ”:

$$(u, v_1) = \Omega_0 r_0 (\tilde{u}, \tilde{v}); \quad h = r_0 \tilde{h}; \quad p = r_0^2 \Omega_0^2 \rho_0 \tilde{p}; \quad \rho = \rho_0 \tilde{\rho}, \quad (5.54)$$

где  $r_0$  — некоторый характерный радиус;  $\rho_0$  — произвольный масштаб плотности. Введем новые “спиральные” координаты [829]:

$$x = r/r_0, \quad \Psi = \varphi + \beta(x), \quad (5.55)$$

функция  $\beta(x)$  будет определена ниже, но ясно, что случай  $\Psi = \text{const}$  определяет спираль. Считаем, что непрозрачность является функцией только радиальной координаты

$$k = k_0 x^\nu. \quad (5.56)$$

С учетом (5.53) ÷ (5.55) уравнения (5.45) ÷ (5.47) примут вид:

$$\tilde{\rho} \left[ \left( x^{-3/2} + \frac{\tilde{v}}{x} \right) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \Psi} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{d\beta}{dx} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \Psi} - \frac{\tilde{v}^2}{x} - \frac{2\tilde{v}}{x^{3/2}} \right] = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} - \frac{d\beta}{dx} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \Psi}, \quad (5.57)$$

$$\tilde{\rho} \left[ \left( x^{-3/2} + \frac{\tilde{v}}{x} \right) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \Psi} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \frac{d\beta}{dx} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \Psi} + \frac{\tilde{u}}{2x^{3/2}} + \frac{\tilde{u}\tilde{v}}{x} \right] = -\frac{\partial \tilde{p}}{x \partial \Psi}, \quad (5.58)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\tilde{h} \tilde{\rho} \tilde{u} x) + \frac{\partial}{\partial \Psi} \left[ \tilde{h} \tilde{\rho} \left( \frac{d\beta}{dx} \tilde{u} x + \tilde{v} + x^{-1/2} \right) \right] = 0. \quad (5.59)$$

Решения ищем в автомодельном виде  $q_i = x^{n_i} Q_i(\Psi)$ ,  $n = n_i$ . Величины  $n_i$  определяются из условия независимости уравнений от переменной  $x$ . Для этого необходимо положить:

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= x^{1/2} U(\Psi), \quad \tilde{v} = x^{-1/2} V(\Psi), \\ \tilde{\rho} &= x^{-n} R(\Psi), \quad \tilde{p} = x^{-n-1} P(\Psi), \quad \frac{d\beta}{dx} = x^{-1} B, \quad \tilde{h} = x^m C, \end{aligned} \quad (5.60)$$

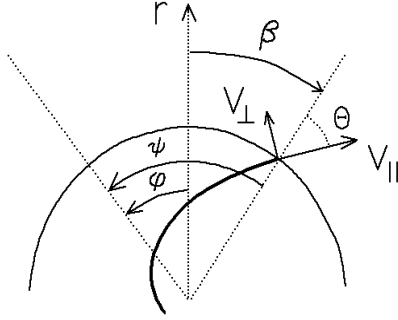


Рис. 5.6. К вопросу об автомодельной аккреции

где  $B$ ,  $C$ ,  $m$ ,  $n$  — постоянные. Если  $\Theta$  есть угол между касательной к спирали ( $\Psi = \text{const}$ ) и радиальным направлением (рис. 5.6), то

$$B = \text{tg}(\Theta). \quad (5.61)$$

Нетрудно заметить, что случай  $B = \text{const}$  соответствует логарифмической спирали. Показатель  $m$  равен нулю для диска постоянной толщины (5.48). В случае закона (5.49)  $m = 1$  и для температуры справедливо  $T \propto \tilde{p}/\tilde{\rho} \propto x^{-1}$ . Если выбрать в качестве характерного значения температуру при  $\Psi = 0$ , то

$$C = \sqrt{P(0)/R(0)}. \quad (5.62)$$

Как видим, параметр  $C$  есть изотермическая скорость звука в единицах кеплеровской скорости  $\Omega_0 r_0$  или обратное число Маха. С учетом (5.60) уравнения (5.57) ÷ (5.59) принимают вид обыкновенных дифференциальных уравнений относительно  $\Psi$ :

$$W U' - \frac{1}{2} U^2 - V^2 - 2V = (n+1) \frac{P}{R} - B \frac{P'}{R}, \quad (5.63)$$

$$W V' + \frac{1}{2} U V + \frac{1}{2} U = -\frac{P'}{R}, \quad (5.64)$$

$$(RW)' + \left( \frac{1}{2} + m - n \right) RU = 0, \quad (5.65)$$

здесь  $W = 1 + V + BU$ . Определим величину  $n$ . Проинтегрируем (5.65), в результате получим

$$(RW)|_0^{2\pi} + \left( \frac{1}{2} + m - n \right) \int_0^{2\pi} RU d\Psi = 0. \quad (5.66)$$

Первое слагаемое в (5.66) равно нулю. Второй член определяет темп аккреции, который отличен от нуля в случае наличия ударных волн. Следовательно,

$$\frac{1}{2} + m - n = 0. \quad (5.67)$$

Итак, в случае  $h = \text{const}$   $n = 1/2$ , а для  $h \propto x$   $n = 3/2$ . С учетом (5.67) уравнение непрерывности (5.65) можно переписать в виде

$$(RW)' = 0. \quad (5.68)$$

Для сохранения автомодельности уравнения (5.50), с учетом (5.51), (5.52), (5.56), необходимо положить  $\nu = -1/2$ , тогда закон изменения энергии принимает вид:

$$W \left( \frac{P'}{P} - \gamma \frac{R'}{R} \right) + U (\gamma n - n - 1) + F \frac{P^3}{R^4} = 0, \quad (5.69)$$

где

$$F = \frac{4}{3} \frac{\sigma_{SB} T_0^3}{\rho_0^2 k_0 c_V \Omega_0 r_0^2 C^2}. \quad (5.70)$$

Здесь  $T_0 \mathcal{R} / \mu = p_0 / \rho_0 = \Omega_0^2 r_0^2$ .

Систему уравнений (5.63 ÷ 5.70), (5.69) относительно неизвестных  $U$ ,  $V$ ,  $P$ ,  $R$  необходимо дополнить граничными условиями. Рассмотрим  $N$  одинаковых ударных волн, разделенных фиксированным углом  $\Delta\Psi$ , тогда решения должны быть периодичны с периодом  $\Delta\Psi = 2\pi/N$ . Запишем выражения для нормальной и касательной к линии  $\Psi = \text{const}$  компонент скорости (рис. 5.6):

$$V_{\parallel} = \sin \Theta \left\{ \frac{U}{B} - 1 - V \right\} = (1 + B^2)^{-1/2} \{U - B(1 + V)\}, \quad (5.71)$$

$$V_{\perp} = \cos \Theta \{1 + V + BU\} = (1 + B^2)^{-1/2} W. \quad (5.72)$$

Таким образом, нормальная компонента потока вещества пропорциональна величине  $W$ . При переходе через фронт ударной волны должны быть непрерывны нормальная компонента потока вещества, тангенциальная компонента скорости, поток импульса, поток энергии [92]. В используемых нами обозначениях эти условия можно записать в следующей форме:

$$\{RW\} = 0, \quad (5.73)$$

$$\{V_{\parallel}\} = 0, \quad (5.74)$$

$$\{P + RW^2/(1 + B^2)\} = 0, \quad (5.75)$$

$$\left\{ \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P}{R} + \frac{1}{2} \frac{W^2}{1 + B^2} \right\} = 0. \quad (5.76)$$

Здесь через  $\{A\}$  обозначена разность значений величины  $A$  по разные стороны фронта ударной волны. Условие (5.73) в силу (5.68) удовлетворяется автоматически. Условия (5.74), (5.75) и (5.76) определяют только три постоянные интегрирования. Для получения четвертого условия сведем систему (5.63), (5.64), (5.68), (5.69) к уравнению

$$[(1 + B^2) c^2 - W^2] V' = \frac{1}{2} U W (V + 1) - B Q c^2 - U c^2 \left( n - \frac{n + 1}{\gamma} \right) + F \frac{P^4}{R^5}, \quad (5.77)$$

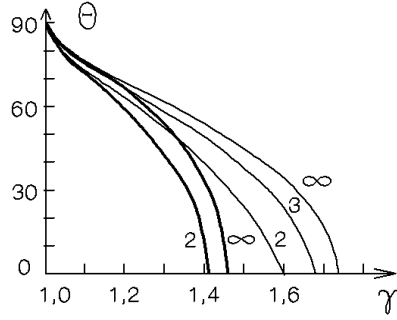


Рис. 5.7. Зависимость угла  $\Theta$  от  $\gamma$  для разного числа ударных волн [символ “ $\infty$ ” соответствует аналитическому решению (5.40)]. Тонкие линии относятся к модели диска с постоянной толщиной, жирные линии — к модели диска с (5.49)

где  $Q = \frac{1}{W} \left[ \frac{1}{2} U^2 + V^2 + 2V + \frac{1}{2} B U (V + 1) + (n + 1) \frac{c^2}{\gamma} \right]$ ,  $c^2 = \gamma P / R$  — безразмерная адиабатическая скорость звука. Уравнение (5.77) при выполнении  $(1 + B^2) c^2 = W^2$  (или с учетом (5.72)  $V_{\perp}^2 = c^2$ ) имеет сингулярность, которая соответствует наличию звуковой точки при  $\Psi = \Psi_s$ . Равенство нулю правой части (5.77) в звуковой точке  $\Psi_s$  дает четвертое условие

$$\left[ \frac{1}{2} U W (V + 1) - B Q c^2 - U c^2 \left( n - \frac{n + 1}{\gamma} \right) + \frac{F P^4}{R^5} \right]_{\Psi = \Psi_s} = 0. \quad (5.78)$$

Условия (5.74 ÷ 5.76), (5.78) определяют постоянные интегрирования уравнений (5.63), (5.64), (5.68), (5.69).

В предельном случае большого числа ударных волн можно решить задачу аналитически [829]. Рассмотрим только адиабатическое течение [ $F \equiv 0$  в (5.69)]. Если исходить из малости параметра  $\epsilon = 1/N \ll 1$  и предположения о том, что функции  $U$ ,  $V$ ,  $R$ ,  $P$  являются линейными между ударными волнами, то можно записать соотношение между  $\gamma$  и углом спирали  $\Theta$  [829]:

$$B^2 = \operatorname{tg}^2 \Theta = \frac{2}{\gamma - 1} - 2 \frac{n + 1}{\gamma} - 1. \quad (5.79)$$

Численный подход к решению сформулированной выше задачи позволяет рассматривать произвольное число ударных волн, в том числе с учетом радиационных потерь. Результаты такого рода расчетов приведены на рис. 5.7. Включение радиационных потерь позволяет оценить эффективный  $\alpha$ -параметр, фигурирующий в “вязких осесимметричных моделях” (см. § 5.1). Если определить средний радиальный поток

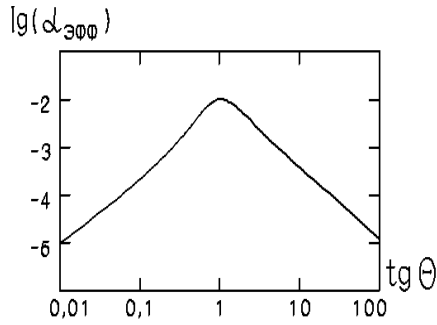
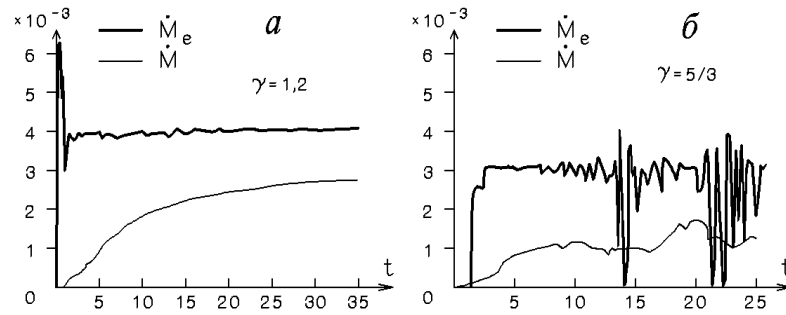
$$\langle u \rangle = \int u \rho d\varphi / \int \rho d\varphi \quad (5.80)$$

и темп аккреции

$$\dot{M} = -2 \pi r \sigma \langle u \rangle, \quad (5.81)$$

то, сравнивая с результатом, вытекающим из стандартной модели АД

$$\dot{M} = 3 \pi \sigma \nu_{\text{эфф}} = 3 \pi \sigma \alpha_{\text{эфф}} \Omega h^2, \quad (5.82)$$

Рис. 5.8. Зависимость  $\alpha_{\text{эфф}}$  от угла  $\Theta$  для двух ударных волнРис. 5.9. Характерное поведение величин  $M_e(t)$  и  $M(t)$  по результатам экспериментов

получим

$$\alpha_{\text{эфф}} = \frac{2}{3} r \Omega^{-1} h^{-2} |\langle u \rangle|. \quad (5.83)$$

На рис. 5.8 показан коэффициент  $\alpha_{\text{эфф}}$  как функция угла  $\Theta$ . В случае двух ударных волн ( $N = 2$ ) имеется максимум при  $\Theta \simeq \pi/4$  и  $\max\{\alpha_{\text{эфф}}\} = 1,02 \cdot 10^{-2}$ .

### 5.2.3. Спиральные ударные волны в ТДС.

#### Газодинамическое моделирование

В п. 5.2.1 уже упоминались некоторые результаты *численного* газодинамического моделирования перетекания вещества в тесной двойной системе. Обсудим здесь подробнее проблему спиральных ударных волн в газовом диске, инициированных гравитационным потенциалом спутника — нормальной звездой.

Прежде всего, в работах [766, 767] было показано, что:

- 1) газ теряется нормальной звездой через окрестность точки  $L_1$  в форме сверхзвуковой струи (см. рис. 1.3);
- 2) основная часть вещества вращается вокруг компактного объекта в форме аккреционного кольца/диска;
- 3) в результате приливного взаимодействия образуется две или три спиралевидные ударные волны (УВ);
- 4) газ нагревается в УВ, теряет свой угловой момент относительно аккрецирующей звезды. Количество углового момента, теряемого в УВ, больше, чем из-за численной (схемной) вязкости;
- 5) система может терять значительную часть вещества через точку  $L_2$ ;

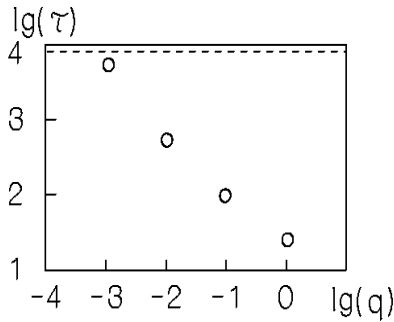


Рис. 5.10. Зависимость  $\tau$  от  $q$  по результатам экспериментов [611]

- 6) величина темпа потери вещества оптической звездой  $\dot{M}_e(t)$  может достаточно сильно осциллировать, в то время как темп аккреции  $\dot{M}(t)$  является более гладкой функцией (рис. 5.9);
- 7) отношение  $\dot{M}/\dot{M}_e$  сильно зависит от параметров системы и составляет  $\sim 20 \div 90$  %.

Причиной возникновения ударных волн является вторая компонента, то есть генератор находится на периферии АД, тем самым возникает вопрос о том, как близко к аккрецирующему объекту могут простираться УВ. Для решения этой проблемы была проведена серия экспериментов [768], в которых размер компактного объекта равнялся  $r_* = 0,01 a$ . Поскольку для тесных двойных с периодом от нескольких часов до дней величина  $a$  составляет  $\sim 10^{10} \div 10^{11}$  см, то  $r_* \simeq 10^8 \div 10^9$  см, что соответствует радиусу белого карлика. Если компактным объектом является нейтронная звезда с магнитным полем  $\sim 10^{12}$  Гс, то диск разрушается на расстоянии  $\sim 5 \cdot 10^8$  см [401]. Расчеты убедительно продемонстрировали, что ударные волны простираются вплоть до  $r = r_*$ .

Обсудим влияние численной вязкости. Используемые численные схемы для решения уравнений газодинамики имеют II порядок точности и дают схемное число Рейнольдса  $R_c \sim (r/\delta r)^2$  ( $\delta r$  — размер ячейки). Вблизи компактного объекта  $R_c \sim 100$ . Таким образом, угловой момент отводится наружу и газ падает на центр даже в случае осесимметричного потенциала (без ударных волн). Эффект численной вязкости можно снизить, уменьшая величину  $\delta r$ . Для ответа на вопрос: какая часть углового момента теряется в УВ, был поставлен эксперимент [766], в котором в момент времени  $t = 22/\Omega_0$  (диск находится в состоянии квазистационара) каждая пространственная ячейка в радиальном направлении делилась пополам и расчет продолжался до  $t = 27/\Omega_0$ . В целом глобальная структура течения не изменялась, а усредненная величина  $\dot{M}/\dot{M}_e$  уменьшалась от 0,9 до 0,7. Таким образом, по оценкам авторов, около  $60 \div 70$  % общих потерь углового момента связано с ударными волнами.

Процесс аккреции удобно характеризовать временем аккреции  $\tau = \mathcal{M}/\dot{M}$  ( $\mathcal{M}$  — масса диска). На рис. 5.10 показана экспериментальная зависимость величины  $\tau$  от отношения масс компонент  $q = M_2/M_1$

[611]. Горизонтальная линия соответствует осесимметричной модели ( $q = 0$ ), в которой аккреция полностью обусловлена численной вязкостью. В рамках вязкой стандартной модели АД величина  $\tau = r^2/\nu$  (п. 5.1.1). Для вязкости  $\nu = \alpha c_s^2/\Omega$  имеем

$$\tau = \frac{1}{\alpha \Omega} \left( \frac{\Omega r}{c_s} \right)^2 = \frac{M^2}{\alpha \Omega}, \quad (5.84)$$

где  $M$  — число Маха. Принимая для внешних областей  $M \sim 3$  и обращаясь к рис. 5.10, для  $q = 10^{-3} \div 1$  получим  $\alpha_{\text{эфф}} \simeq 5 \cdot 10^{-4} \div 4 \cdot 10^{-1}$ .

В перечисленных выше работах в расчеты не включались радиационные потери, что приводило к высокой температуре, близкой к вириальной. Учет процессов охлаждения должен, с одной стороны, увеличить характерное число Маха. С другой стороны, в рамках автомодельного подхода (п. 5.2.2) с уменьшением температуры уменьшается амплитуда ударных волн. Выяснение роли этих факторов еще требует анализа.

Обсудим результаты, вытекающие из описанного выше газодинамического моделирования, в сравнении с автомодельными решениями (п. 5.2.2). Из рис. 5.7 видно, что стационарные автомодельные решения, содержащие две спиральные УВ в диске постоянной толщины, невозможны для  $\gamma > 1,6$ . Численное моделирование при  $\gamma = 5/3$  приводит к сильно осциллирующим течениям (см. рис. 5.9), то есть стационарные решения также не получаются. При  $\gamma = 1,2$  осцилляции малы (рис. 5.9), и непосредственное сопоставление угла спирали  $\Theta$  автомодельной волны с экспериментальными результатами дает удовлетворительное согласие. Сравнению результатов численного моделирования ударных волн, автомодельных решений и стандартной теории дисковой аккреции посвящена работа [611]. Зависимость угла закрутки УВ  $\Theta$  от показателя адиабаты<sup>9</sup> показана на рис. 5.11. Измерения  $\Theta$  относятся к внутренней зоне АД, где влияние второй компоненты минимально. В области  $\gamma \lesssim 1,4$  имеется хорошее согласие. В численных экспериментах при  $\gamma \gtrsim 1,55$  две стационарные ударные волны не появлялись, автомодельный подход также запрещает их существование при  $\gamma > 1,595$  (см. рис. 5.7, 5.11). В области  $1,595 < \gamma < \sqrt{3}$  возможны стационарные решения с числом УВ больше двух. На рис. 5.12 показаны радиальные зависимости числа Маха ударной волны  $M$ . Наблюдается существенное различие по сравнению с автомодельными решениями во внешней области АД, которое уменьшается при приближении к центру. Такое поведение, по-видимому, вызвано тем, что приливное взаимодействие при построении автомодельных ре-

<sup>9</sup> В связи с выбором величины показателя адиабаты следует помнить, что значению  $\gamma = 5/3$  в трехмерном случае соответствует  $\gamma = 3/2$  в двумерных моделях (п. 4.1.1).

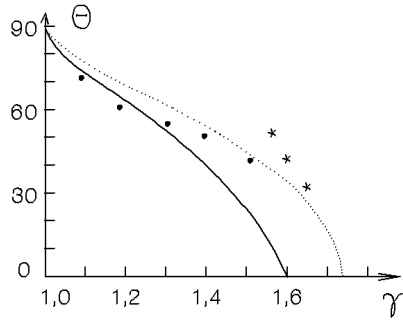


Рис. 5.11. Зависимости угла  $\Theta$  от  $\gamma$ . Сплошная линия — автомодельное решение для двух УВ ( $N = 2$ ), пунктирная линия — для  $N = \infty$  (см. рис.5.7). Кружком показаны результаты по данным численных экспериментов, приходящих к стационарному состоянию, а звездочкой — для моделей, далеких от стационарного состояния [611]

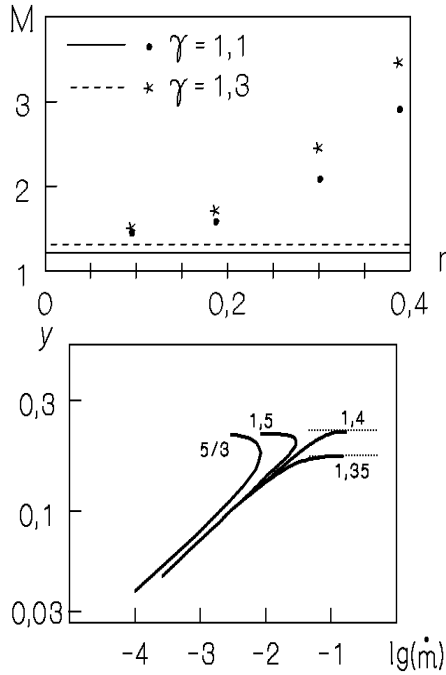


Рис. 5.12. Зависимость числа Маха ударной волны от радиальной координаты. Линиями показаны автомодельные решения

Рис. 5.13. Зависимость безразмерной температуры  $y = T/T_{\text{вир}}$  [ $T_{\text{вир}} = \mu G M_1 / (\mathcal{R} r)$ ] от темпа аккреции для дисков с автомодельными ударными волнами для различных показателей адиабаты. Сплошная линия — с учетом радиационных потерь, пунктирная — адиабатическая аккреция

шений не учитывалось.

Удивительным, на первый взгляд, аспектом вышеописанных результатов является возможность аккреции без радиационных потерь. В противоположность этому в рамках стандартной дисковой аккреции вся диссипирующая энергия высвечивается. В связи с этим рассмотрим автомодельные волны с радиацией (п. 5.2.2). Зависимость температуры от темпа аккреции в случае гидростатического равновесия в  $z$ -направлении показана на рис. 5.13. Здесь безразмерный темп аккреции  $\dot{m}$  определен следующим образом:

$$\dot{m} = \dot{M}/K, \quad K = 4\sqrt{\pi a c(\gamma - 1)} \left(\frac{\mu}{\mathcal{R}}\right)^2 (G M_1)^{7/4} k^{-1/2} r^{-1/4}, \quad (5.85)$$

где  $a$  — постоянная излучения;  $\mu$  — средняя молярная масса;  $k$  — непрозрачность. Существует критическое значение величины  $\gamma = \gamma_{\text{crit}} \simeq \sqrt{6} - 1 \simeq 1,45$ . При  $\gamma < \gamma_{\text{crit}}$  температура достигает конечной величины, в то время как темп аккреции не ограничен. В случае высокого темпа аккреции течение становится настолько оптически непрозрачным, что радиационные потери не играют роли, и решения асимптотически стремятся к адиабатическим решениям (горизонтальная пунк-

тирная линия). Следуя [611], покажем, что  $\alpha$ -моделям присуще аналогичное поведение.

Уравнение (5.18), выражающее баланс энергии, запишем для стационарного случая в виде

$$\sigma T u \frac{dS}{dr} = \frac{9}{4} \sigma \nu \Omega^2 - \frac{4 a c T^4}{3 \sigma k}. \quad (5.86)$$

С помощью соотношений  $\dot{M} = -2\pi r \sigma u$ ,  $u = -3\nu/(2r)$  исключим  $\sigma$  из (5.86)

$$\dot{M}^2 \left( \frac{2}{3} T r \frac{dS}{dr} + \Omega^2 r^2 \right) = \frac{16 \pi^2 a c T^4}{3 k} \nu r^2. \quad (5.87)$$

Если предположить  $k = k_0 r^{-1/2}$ , то возможны автомодельные решения с  $h \propto r$ ,  $p \propto r^{-5/2}$ ,  $\rho \propto r^{-3/2}$ . Для идеального газа, принимая во внимание (5.16), запишем уравнение для величины  $\dot{M}$ :

$$\dot{M}^2 [y(\gamma - 5/3) + \gamma - 1] = \frac{32 \pi^2 a c}{9 k_0} \left( \frac{\mu}{\mathcal{R}} \right)^4 (G M_1)^{7/2} \alpha y^5, \quad (5.88)$$

где  $y = \mathcal{R} T r / (\mu G M_1)$  — отношение температуры диска к вириальной температуре. С учетом (5.85) соотношение (5.88) можно переписать в виде

$$\dot{m} = \frac{\sqrt{2 \pi \alpha}}{3} \frac{y^{5/2}}{\sqrt{(\gamma - 5/3) y + \gamma - 1}}. \quad (5.89)$$

Зависимости  $y(\dot{m})$  аналогичны случаю с ударными волнами — ниже критической величины  $\gamma$  температура диска стремится к своему асимптотическому значению. В предельном случае адиабатической аккреции ( $a \rightarrow 0$ ) из (5.88) имеем

$$y = \frac{\gamma - 1}{5/3 - \gamma}. \quad (5.90)$$

Из (5.90) следует, что адиабатическая аккреция возможна только для  $\gamma < 5/3$ . Для значений  $\gamma$ , близких к единице, температура диска мала  $y \ll 1$ . Как видим, существует максимальное значение показателя адиабаты, ниже которого аккреция может идти с произвольным темпом. В случае  $\gamma > \gamma_{crit}$  имеется максимально возможный темп аккреции. Значение  $\gamma_{crit}$  определяется выбором модели АД. Заметим, что и для сферической аккреции существует критическое значение величины  $\gamma$  и  $\gamma_{crit} = 5/3$  [313]. Последнее связано с тем, что гравитационное поле в обоих случаях одинаковое.

Совершенно очевидно, что обсуждаемые здесь ударные волны весьма сходны с изучаемыми в теории спиральной структуры галактик. Рассмотрим (возможно слабый) источник неосесимметричных возмущений

во внешней области диска. Им может являться не только вторая компонента, но и, например, какая-либо неустойчивость. Такое возмущение распространяется по диску, принимая спиральную форму благодаря дифференциальности вращения. Волны в такой ситуации переносят угловой момент, взаимодействуя с веществом диска. Эта проблема широко обсуждалась в приложении к галактикам [658, 802, 853].

### 5.3. Неустойчивости в аккреционных дисках

Название данного раздела претендует на существенно большее количество страниц, чем содержит вся эта книга. Поскольку аккреционные диски — это газовые диски, то к ним в полной мере относятся результаты, касающиеся возможности развития в газовых дисках неустойчивостей, рассмотренных в гл. 4 и § 5.1.

Вещество в АД представляет собой полностью или частично ионизованную плазму. В плазме может существовать большое число неустойчивых мод [112, 113], развитие которых эффективно турбулизует вещество. Можно сказать, что турбулентное состояние является естественным для плазмы. Как показывают оценки, такие моды в основном мелкомасштабны по сравнению с толщиной диска. Но для последовательного решения проблемы устойчивости наши представления о физических условиях на этих масштабах недостаточны. По этой же причине автоматический перенос достижений физики плазмы на изучаемые здесь системы не дает реалистичной картины.

В данном разделе в дополнение к уже рассмотренным выше будем обсуждать крупномасштабные неустойчивости, для которых детальное знание вертикальной структуры дисков не существенно.

#### 5.3.1. Неустойчивость радиационно-доминирующей области

Рассмотрим стандартную модель аккреционного диска ( $\alpha$ -модель, см. § 5.1). Температура газа в АД растет с приближением к аккрецирующему объекту. Действительно, исходя из баланса энергии, выделяющейся вследствие действия вязкости (5.19) и уносимой излучением (5.20) в приближении чернотельного излучения, имеем

$$\frac{1}{2} W_{r\varphi} r \frac{d\Omega}{dr} = \frac{3}{8\pi} \dot{M} \frac{G M_1}{r^3} \left[ 1 - \sqrt{\frac{r_1}{r}} \right] = \sigma_{SB} T^4, \quad (5.91)$$

где  $\sigma_{SB}$  — постоянная Стефана–Больцмана;  $r_1$  — внутренняя граница диска. Из (5.91) для  $r \gg r_1$  находим радиальное распределение темпе-

ратуры

$$T = \left( \frac{3}{8\pi\sigma_{SB}} \frac{\dot{M} G M_1}{r^3} \right)^{1/4} \propto r^{-3/4}. \quad (5.92)$$

С ростом температуры, во-первых, увеличивается вклад давления излучения  $P_{rad} \propto T^4$  по сравнению с газовым давлением  $P_{gas}$ , и, во-вторых, роль томсоновского рассеяния на свободных электронах становится определяющей. В п. 5.1.2 приведены решения для трех областей: “ $a$ ” —  $p_{rad} \gg p_{gas}$ ,  $k_T \gg k_{ff}$ ; “ $b$ ” —  $p_{gas} \gg p_{rad}$ ,  $k_T \gg k_{ff}$ ; “ $c$ ” —  $p_{gas} \gg p_{rad}$ ,  $k_{ff} \gg k_T$ . Нетрудно получить выражения для границ между зонами [790]:

$$\frac{r_{ab}}{3R_g} \simeq 10^2 (\alpha m)^{2/21} (\dot{m})^{16/21}, \quad (5.93)$$

$$\frac{r_{bc}}{3R_g} \simeq 10^4 (\dot{m})^{2/3}. \quad (5.94)$$

Как видим, в случае черных дыр и нейтронных звезд со слабым магнитным полем возможно наличие радиационно доминирующей области ( $r_1 \simeq 3R_g \lesssim r \lesssim r_{ab}$ ).

Вопрос об устойчивости дисковой аккреции на черную дыру звездной массы был впервые поставлен в работах [580, 581]. Подробный анализ устойчивости относительно осесимметричных возмущений с учетом давления излучения был проведен Шакурой и Сюняевым [791]. В последующих работах рассматривались: стабилизирующее влияние эффектов общей теории относительности [228], общие политропные модели [335], неосесимметричные возмущения [617], учитывались звуковые и эпициклические колебания [205].

Прежде чем переходить к изучению дисперсионных свойств вязкого диска с излучением, заметим, что в случае  $p_{rad} \gg p_{gas}$  динамическая вязкость в стационарном состоянии выражается через комбинацию констант. Действительно, приравнявая (5.19) и (5.20) и используя (5.10), (5.21) для  $p = p_{rad}$ , получим

$$\frac{\nu \sigma}{2h} = 3,5 \cdot 10^{10} C^2 \text{ г/с} \cdot \text{см} \simeq (1 \div 3,5 \cdot 10^{10}) \text{ г/с} \cdot \text{см}. \quad (5.95)$$

Трудно ожидать, что значение турбулентной вязкости в *любом* диске будет определяться (5.95). Уже это заставляет подозревать возможность развития тепловой неустойчивости, обусловленной неравенством  $F_\nu \neq F_{rad}$ .

Ограничимся рассмотрением осесимметричных возмущений  $\propto \exp\{-i\omega t + ikr\}$ . Для возмущений  $h \ll 1/k \ll r$  будем оставлять в линеаризованных уравнениях лишь члены  $\propto (kh)^2$  и пренебрежем членами порядка  $(h/r)^2$  и  $kh^2/r$ . Для осесимметричных возмущений диск

остается кеплеровским с точностью до  $(h/r)^2$ ,  $kh^2/r$  и, следовательно, с учетом закона вязкости (5.16) можно воспользоваться уравнением (5.15) с  $\dot{M}_e \equiv D \equiv 0$ :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = 2\alpha \frac{\partial}{r\partial r} \left( \sqrt{r} \frac{\partial}{\partial r} (\Omega h^2 \sigma \sqrt{r}) \right). \quad (5.96)$$

Представим функции  $\sigma(r, t)$  и  $h(r, t)$  в виде

$$\sigma = \sigma_0(r)[1 + \Sigma(r, t)], \quad h = h_0(r)[1 + H(r, t)], \quad (5.97)$$

где  $\Sigma$  и  $H$  малы. После линеаризации имеем

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = 2\alpha \Omega h_0^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} (\Sigma + 2H). \quad (5.98)$$

Воспользуемся уравнением баланса энергии в форме (ср. с (4.12))

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\varepsilon}{\rho} \right) = \frac{\mathcal{P}}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} + q^+ - q^-, \quad (5.99)$$

где учитывается работа сил давления, диссипация  $q^+$  и излучение  $q^-$ , а  $d/dt = \partial/\partial t + u\partial/\partial r + w\partial/\partial z$ . Умножим (5.99) на  $\rho dz$  и проинтегрируем по всему диску, предполагая однородность расширения или сжатия диска вдоль оси  $z$ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(Eh) + P \frac{dh}{dt} + \frac{\partial}{r\partial r}(E + P) u h r - u \frac{\partial}{\partial r}(Ph) = F_\nu - F_{rad}, \quad (5.100)$$

где  $P(r, t)$  и  $E(r, t)$  — средние по  $z$ -координате соответственно давление и внутренняя энергия ( $p(r, t) = \int \mathcal{P} dz = 2hP$  — поверхностное давление). Уравнение (5.100) является обобщением (4.13) с учетом диссипативных эффектов для осесимметричной модели. Наряду с газодинамическим давлением будем учитывать давление излучения [90]

$$E = \frac{P_{gas}}{\gamma - 1} + 3P_{rad} = \frac{1 + \beta(3\gamma - 4)}{\gamma - 1} P, \quad (5.101)$$

где коэффициент  $\beta = P_{rad}/P$  ( $P = P_{rad} + P_{gas}$ ) характеризует долю излучения в полном давлении;  $\gamma$  — объемный показатель адиабаты. Используя уравнение непрерывности (4.7), (5.101) и связь  $p \propto \Omega^2 \sigma h^2$  (см. (4.6)), запишем уравнение (5.100) относительно поверхностного давления

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_{gas}}{\partial t} + \gamma_s p_{gas} \frac{\partial ru}{r\partial r} + u \frac{\partial p_{gas}}{\partial r} + 7 \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \left\{ \frac{\partial p_{rad}}{\partial t} + \frac{9}{7} p_{rad} \frac{\partial ru}{r\partial r} + u \frac{\partial p_{rad}}{\partial r} \right\} = \\ = 4 \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \left[ F_\nu - F_{rad} + \frac{pu}{2\Omega} \frac{d\Omega}{dr} \right], \end{aligned} \quad (5.102)$$

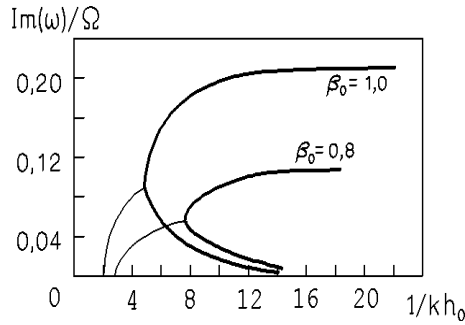


Рис. 5.14. Зависимость инкремента от волнового числа при различных  $\beta_0 = p_{rad}/p$ . При  $\beta_0 < 3/5$  модель диска устойчива ( $\text{Im}\omega < 0$ )

где величина  $\gamma_s$  определяется (4.16). Исключая давление при помощи (5.10) и с учетом выражений для  $F_\nu$ ,  $F_{rad}$ , после линеаризации уравнение (5.102) сводим для случая  $\gamma = 5/3$  к виду

$$(8 + 51\beta_0 - 3\beta_0^2) \frac{\partial H}{\partial t} + 3(4\beta_0^2 + 3\beta_0 + 1) \frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \quad (5.103)$$

$$= \frac{2}{3} (9\beta_0^2 + 18\beta_0 + 5) \alpha \Omega h_0^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} (\Sigma + 2H) + 6\alpha \Omega [(1 + \beta_0) \Sigma + (5\beta_0 - 3) H],$$

где параметр  $\beta_0$  соответствует невозмущенному состоянию. В рамках приближения  $h \ll 1/k \ll r$  ищем решение системы (5.98), (5.103) в виде  $\Sigma, H \propto \exp\{-i\omega t + ikr\}$ , что приводит к следующему дисперсионному уравнению<sup>10</sup>:

$$(8 + 51\beta_0 - 3\beta_0^2) \left( \frac{\omega}{\alpha \Omega} \right)^2 + i[2(4 + 23\beta_0 - 3\beta_0^2)(kh_0)^2 +$$

$$+ 6(3 - 5\beta_0)] \left( \frac{\omega}{\alpha \Omega} \right) - 4(5 - 3\beta_0)(kh_0)^2 = 0. \quad (5.104)$$

Решение уравнения (5.104) не представляет труда, и на рис. 5.14 показаны зависимости  $\omega(k)$  при разных значениях  $\beta_0$ . Для неустойчивости [ $\text{Im}(\omega) > 0$ ] необходимо

$$\frac{1}{3} (4 + 23\beta_0 - 3\beta_0^2)(kh_0)^2 < 5\beta_0 - 3.$$

При  $\beta_0 < 3/5$  устойчивы возмущения с любым  $kh_0$ . В случае  $\beta_0 > 3/5$  неустойчивы волны с  $k < k_{crit}$ . В коротковолновой области  $k_{crit} < k < k_0(\beta_0)$  имеется только одна неустойчивая мода, для которой  $\text{Re}(\omega) \neq 0$ , то есть возмущения имеют вид бегущих по диску концентрических волн. В случае  $k < k_0$  наблюдаем две неустойчивые ветки с  $\text{Re}(\omega) \equiv 0$ , что соответствует стоячим волнам. В пределе длинных волн для инкрементов получаем из (5.104) следующие асимптотики:

$$\text{Im}(\omega_T) \simeq \frac{6(5\beta_0 - 3)}{8 + 51\beta_0 - 3\beta_0^2} \alpha \Omega,$$

<sup>10</sup> Небольшие различия в числовых коэффициентах у разных авторов связаны со способом усреднения по  $z$ -координате исходных уравнений.

$$\mathrm{Im}(\omega_D) \simeq \frac{2(5-3\beta_0)}{3(5\beta_0-3)}(k h_0)^2 \alpha \Omega + O\left(\frac{k h^2}{r}\right). \quad (5.105)$$

Физика этих неустойчивостей различна. Используя связь между возмущениями  $\Sigma$  и  $H$ , вытекающую из (5.103), и дисперсионное уравнение (5.104), можно найти, что на нижней ветви для больших длин волн выполняется  $\Sigma = -H$ , то есть вязкость не возмущается [ $\tilde{\eta} = (\Sigma + H) \eta_0 \simeq 0$ ]. Неустойчивость называют динамической или вязкой.

Для другой неустойчивой ветви инкремент  $\mathrm{Im}(\omega_T)$  нарастает с увеличением длины волны и параметра  $\beta_0$ . При  $\beta_0 = 1$  имеем  $\mathrm{Im}(\omega_T) \simeq 0,2 \alpha \Omega$ . В пределе  $k h_0 \ll 1$  нетрудно получить оценку  $\Sigma/H \ll 1$ . Таким образом, верхняя ветвь описывает тепловую неустойчивость.

Исследование модифицированных  $\alpha$ -моделей, в которых вязкость пропорциональна не полному давлению, а газовому <sup>11</sup> [ $W_{r\varphi} = -\alpha(1-\beta)2hP$ , ср. с (5.6)], говорит об их устойчивости к осесимметричным возмущениям даже в радиационно доминирующей области. Анализ, проведенный в [209], показал, что критерий устойчивости для тепловой и вязкой моды  $\beta < \beta^{crit} = 3/5$  [791] справедлив только при  $\Delta_h = 0$ ,  $\Delta_\sigma = 0$ ,  $\delta_h = 2$ ,  $\delta_\sigma = 0$  (см. п. 5.3.6). Критическое значение  $\beta^{crit}$  в общем случае зависит от значений указанных параметров. Тепловая мода может быть неустойчивой и в случае преобладания газового давления ( $\beta = 0$ ), в частности, в модели оптически тонкого АД.

В рамках однородной равновесной модели дисперсионные свойства неосесимметричных ( $\propto \exp\{-i\omega t + ikr + im\varphi\}$ ) возмущений описываются уравнением (5.106) после замены  $\omega$  на  $\omega - m\Omega$ . Таким образом, инкременты рассмотренных неустойчивостей не меняются.

*Плоский показатель адиабаты.* В заключение получим выражение для эффективного плоского показателя адиабаты  $\gamma_s$  с учетом давления излучения (см. п. 4.1.1) [204]. В предельном случае  $p_{rad} \ll p_{gas}$  уравнение (5.102) приводит к соотношению (4.16). В обратном пределе  $p_{rad} \gg p_{gas}$  из равенства нулю фигурной скобки в (5.102) следует  $\gamma_s = 9/7$ . Поскольку для излучения  $\gamma = 4/3$ , то справедливой остается формула (4.16). При произвольном значении параметра  $\beta$  выражение для плоского показателя адиабаты можно получить, рассматривая динамику малых осесимметричных возмущений на фоне равновесного однородного состояния без учета диссипации и самогравитации. В коротковолновом приближении уравнения (5.102), (4.7), (4.10) приводят к дисперсионному

<sup>11</sup> Такую вязкость называют магнитной. Это связано с тем, что турбулентное динамо генерирует магнитное поле  $\vec{B} = (B_r, B_\varphi)$ , причем  $B_r/B_\varphi \simeq \sqrt{h/r}$  и магнитное давление  $P_m = B_\varphi^2/8\pi$  сравнимо с газовым.

соотношению для звуковых волн  $\omega^2 = \gamma_s p_0 k^2 / \sigma_0$  с

$$\gamma_s = 1 + 2 \frac{a_3 - a_1}{a_2}, \quad (5.106)$$

где  $a_1 = 1 + 3\beta + 4(3\gamma - 4)\beta^2$ ;  $a_2 = (1 + 3\beta)(1 + \gamma) + \beta(3\gamma - 4)(9 - \beta)$ ;  $a_3 = (1 + 3\beta)(\beta(3\gamma - 4) + \gamma)$  [205]. Соотношение (5.106) соответствует стандартному определению  $\gamma_s = (\partial \ln p / \partial \ln \sigma)_s$  с учетом последнего слагаемого справа в (5.102). При  $\gamma > 4/3$  учет давления излучения приводит к монотонному уменьшению величины  $\gamma_s$ . При  $\gamma \leq 4/3$  выполняется условие  $\gamma \leq 9/7$ , однако зависимость  $\gamma_s(\beta)$  не монотонна — имеется минимум. Этот результат похож на известный эффект для пузырьковой жидкости, в которой скорость звука оказывается меньше, чем в газе и жидкости по отдельности. Отметим, что при определенных значениях величин  $\gamma$  и  $\beta$  соотношение (5.106) допускает  $\gamma_s < 0$ , что свидетельствует о возникновении неустойчивых решений, когда с ростом поверхностной плотности величина поверхностного давления уменьшается.

### 5.3.2. Резонансные неустойчивости в моделях аккреционных дисков

Рассмотрим неустойчивости, которые обусловлены наличием в системе областей резкого перепада тангенциальной компоненты скорости (рис. 5.15). В случае существенно сверхзвукового перепада скорости ( $\Delta v > 2c_s$ ) такой слой газа спонтанно генерирует звуковые волны с длиной волны, большей или сравнимой с характерной толщиной слоя. Если же на конечном расстоянии от этого “генератора” расположена любая отражающая поверхность — например, область резкого градиента плотности или второй такой же слой, — энергия возмущений в таком волноводном слое экспоненциально нарастает во времени.

Неустойчивость поверхностных изгибной и пинчевой мод (фундаментальные гармоники) в струе есть неустойчивость Кельвина-Гельмгольца в результате эффекта Бернулли. Помимо их имеется большое число высших (отражательных [395, 396]) гармоник, которые различаются числом узлов собственных функций между границами струи. Хорошо известно, что падающая на сверхзвуковой тангенциальный разрыв (ТР) скорости звуковая волна может отражаться с усилением (см. книгу Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица [92]). Если имеется два параллельных существенно сверхзвуковых ТР, то амплитуда звуковой волны в таком слое газа нарастает со временем в результате многократного отражения от ТР с усилением (*эффект сверхотражения*). Это свидетельствует о неустойчивости исходного течения, которую будем называть неустойчивостью

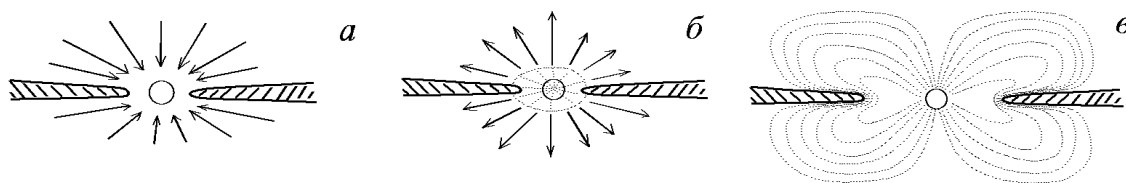


Рис. 5.15. Различные схемы дисковой аккреции: *a*, *b* — над диском находится корона, вращение которой сильно отличается от Кеплеровского закона; *в* — внутренняя зона диска обжата магнитным полем звезды

типа акустического резонанса (НТАР)<sup>12</sup> [81, 82]. Неустойчивость отражательных гармоник обусловлена эффектом сверхотражения звуковых волн, причем имеются резонансные углы падения, для которых коэффициент отражения обращается в бесконечность [92, с.454]. Сглаживание скачка скорости, сохраняя возможность усиления волн, приводит к новым неустойчивым Дразиновским модам [81, 373].

Исследованию НТАР посвящено большое количество работ с целью объяснить наблюдаемую структуру струй (галактические джеты, струйное истечение в системах с молодыми звездами, джеты в аккрецирующих тесных двойных системах, след за сверхзвуковым самолетом [218, 459, 460, 673, 686, 859]). Однако наличие двух параллельных ТР (точнее областей резкого изменения вектора скорости, где находится звуковая точка  $z_s$  ( $v/c_s = 1$ )) может иметь место и в случае дисковой аккреции, если допустить, что над диском находится газ (пусть существенно меньшей плотности), вектор скорости которого существенно отличается от вектора скорости вращения диска. Вещество над диском будем условно называть короной (в разных моделях говорят о короне, ветре, сферическом аккрецирующем потоке [18, 79, 100, 222, 314, 589, 790]). Две примерно параллельные звуковые поверхности, которые располагаются на расстоянии  $2z_s$ , могут обеспечить неустойчивость звуковых возмущений [150, 492, 493].

Линейный анализ устойчивости и численное нелинейное газодинамическое моделирование сверхзвуковых струй находятся в согласии с экспериментальными данными и, в частности, позволяют понять некоторые свойства наблюдаемой структуры астрофизических струй — галактических и звездных джетов [218]. Исследованию механизмов усиления амплитуды волн при наличии областей резкого изменения параметров сверхзвукового течения посвящена обширная литература [25, 157, 193]. Эффект сверхотражения для ТР при наличии магнитного поля ис-

<sup>12</sup> Физический механизм этой неустойчивости отличается от классической неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (НКГ), которая имеет место и в случае одиночного ТР. Однако в англоязычной литературе используется общий термин НКГ для обозначения всех неустойчивостей, связанных с резким перепадом скорости, включая разрыв скорости между плазмой и магнитным полем [887].

следовался в работах [232, 395, 460].

В приложении к дисковой аккреции необходимо учитывать влияние вращения, вертикальной силы тяжести и  $z$ -неоднородности равновесных параметров на частоты отражательных и фундаментальных гармоник. Обсудим устойчивость газового слоя, обжатого магнитным полем нейтронной звезды или белого карлика [99, 249, 887].

**5.3.2.1. Собственные частоты колебаний в вертикально неоднородном диске с учетом магнитного поля.** В данном пункте сформулируем математическую модель, определяющую динамику линейных возмущений на фоне равновесного вертикально неоднородного газового диска с учетом магнитного поля. Равновесное состояние характеризуется функциями  $\varrho_0(z)$ ,  $\mathcal{P}_0(z)$ ,  $v_0(z) = r\Omega$ ,  $\vec{B}_0(z)$ . Причем тангенциальная компонента скорости  $v_0$  лежит в плоскости диска, и в некоторой точке  $z = \pm z_s$  имеем  $v_0 = c_s$ .

Рассмотрим коротковолновое приближение в плоскости диска. На вертикальную структуру возмущений ограничений накладывать не будем. Запишем исходную систему МГД-уравнений:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \vec{\nabla}) \vec{u} = -\frac{1}{\varrho} \vec{\nabla} \left( \mathcal{P} + \frac{B^2}{8\pi} \right) - \vec{\nabla} \Psi + \frac{1}{4\pi\varrho} (\vec{B} \vec{\nabla}) \vec{B}, \quad (5.107)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot} [\vec{u} \times \vec{B}], \quad (5.108)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0, \quad (5.109)$$

которая должна быть дополнена уравнением непрерывности, уравнением состояния идеального газа и законом сохранения энтропии.

Проведем процедуру линеаризации системы уравнений, представляя каждую величину в рамках ВКБ-приближения вдоль  $r$ , в виде

$$f(r, \varphi, z, t) = f_0(r, z) + \tilde{f}(r, \varphi, z, t), \\ \tilde{f} = \hat{f}(z) \cdot \exp \{-i\omega t + ik_r r + im\varphi\}. \quad (5.110)$$

Учет радиальной зависимости у равновесных параметров необходим для корректного рассмотрения эффектов вращения, обусловленных силой Кориолиса. Ограничимся случаем  $\vec{v}_0 = \{0, v_0 = r\Omega, 0\}$ ,  $\vec{B}_0 = \{B_0, 0, 0\}$ , что приводит к условиям равновесия

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \mathcal{P}_0 + \frac{B_0^2}{8\pi} \right) = -\varrho_0 g, \quad \frac{\varrho_0 v_0^2}{r} = \frac{\partial \mathcal{P}_0}{\partial r} + \varrho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad (5.111)$$

где  $g = \partial \Psi / \partial z$ . Запишем вертикальное смещение  $\xi$  через  $z$ -компоненту скорости

$$w = \tilde{w} = \frac{d\xi}{dt} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + \Omega \frac{\partial \xi}{\partial \varphi} = -i\hat{\omega} \xi, \quad (5.112)$$

где  $\hat{\omega} = \omega - m\Omega$ . Исключая возмущения скорости  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{v}$ , магнитного поля  $\tilde{B}_r$ ,  $\tilde{B}_\varphi$ ,  $\tilde{B}_z$  и плотности  $\tilde{\varrho}$ , получаем линейную систему уравнений от-

носительно вертикального смещения  $\hat{\xi}$  и величины  $\hat{J} = \hat{\mathcal{P}} + \frac{\vec{B}_0 \vec{B}}{4\pi}$  (имеет смысл полного возмущенного давления с учетом магнитного давления):

$$\frac{d\hat{J}}{dz} = \varrho_0 \left\{ \hat{\omega}_A^2 + \frac{g}{\varrho_0} \frac{\partial \varrho_0}{\partial z} + \frac{g^2}{c_s^2 + V_A^2} \left[ 1 - \frac{\Omega_M^2 M_A^2}{\hat{\omega}_\Omega^2} \right] \right\} \hat{\xi} - \frac{g}{1 + M_A^2} \left\{ 1 + \frac{\Omega_M^2}{\hat{\omega}_\Omega^2} \right\} \frac{\hat{J}}{c_s^2}, \quad (5.113)$$

$$\frac{d\hat{\xi}}{dz} = \frac{g/c_s^2}{1 + M_A^2} \left\{ 1 + \frac{\Omega_M^2}{\hat{\omega}_{\partial e}^2} \right\} \hat{\xi} + \frac{\hat{J}}{\varrho_0 \hat{\omega}_A^2} \cdot \left\{ k^2 - \frac{\hat{\omega}^4 - \hat{\omega}^2 \partial^2 k^2 c_s^2 (1 + M_A^2) / \hat{\omega}_A^2}{(c_s^2 + V_A^2) \cdot \hat{\omega}_\Omega^2} \right\}, \quad (5.114)$$

где введены обозначения  $k^2 = k_r^2 + k_\varphi^2$ ,  $c_s^2 = \gamma \frac{\mathcal{P}_0}{\varrho_0}$ ,  $V_A = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi\varrho_0}}$  — альфвен-новская скорость,  $\Omega_A = (\vec{B}_0 \vec{k}) / \sqrt{4\pi\varrho_0}$ ,  $M_A = V_A / c_s$ ,  $\Omega_M^2 = \Omega_A^2 / (1 + M_A^2)$ ,  $\hat{\omega}_A^2 = \hat{\omega}^2 - \Omega_A^2$ ,  $\hat{\omega}_\Omega^2 = \hat{\omega}^2 - \frac{\partial^2 \hat{\omega}^2}{\hat{\omega}^2 - \Omega_A^2} - \Omega_M^2$ ,  $\hat{\omega}_{\partial e}^2 = \hat{\omega}^2 - \frac{\partial^2 \hat{\omega}^2}{\hat{\omega}^2 - \partial^2} - \Omega_M^2$ . Система уравнений справедлива для произвольных зависимостей  $v_0(z)$ ,  $g(z)$ ,  $B_0(z)$ ,  $\varrho_0(z)$ , причем  $v_0(z)$ ,  $B_0(z)$  и  $\varrho_0(z)$  могут быть разрывными при выполнении (5.111).

Дополним систему уравнений (5.113), (5.114) граничными условиями в точке  $z = 0$ . Рассмотрим два типа колебаний (рис. 5.16): 1) симметричные колебания ( $\hat{\xi}(z) = -\hat{\xi}(-z)$  или  $\hat{\mathcal{P}}(z) = \hat{\mathcal{P}}(-z)$ ), и, следовательно,

$$\hat{\xi}(0) = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d\hat{\mathcal{P}}}{dz} \Big|_{z=0} = 0 \quad (5.115)$$

— такие колебания называют пинч-модой или  $S$ -модой; 2) антисимметричные колебания ( $\hat{\xi}(z) = \hat{\xi}(-z)$  или  $\hat{\mathcal{P}}(z) = -\hat{\mathcal{P}}(-z)$ ), и, следовательно,

$$\hat{\mathcal{P}}(0) = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d\hat{\xi}}{dz} \Big|_{z=0} = 0, \quad (5.116)$$

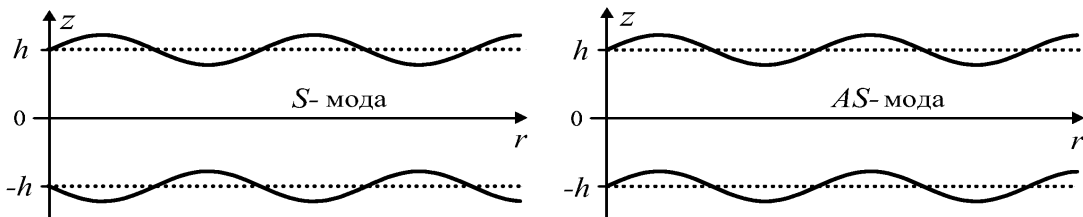


Рис. 5.16. Схема структуры  $S$ - и  $AS$ -мод

что соответствует изгибным колебаниям диска или  $AS$ -моде. На поверхности диска в отсутствие короны в линейном приближении должно выполняться условие:

$$\hat{\mathcal{P}}(h) + \left. \frac{\partial \mathcal{P}_0}{\partial z} \right|_{z=h} \hat{\xi}(h) = 0. \quad (5.117)$$

При наличии короны потребуем невозрастание возмущенных величин на бесконечности:

$$\xi(z = \pm\infty) = 0, \quad J(z = \pm\infty) = 0. \quad (5.118)$$

Получаем задачу на собственные значения. Система уравнений (5.113), (5.114) совпадает с результатом работы [120], где рассмотрена “плоская” геометрия в случае  $\varkappa = 0$ ,  $B_0 = 0$ . Проанализируем различные частные модели, основанные на уравнениях (5.113), (5.114).

**5.3.2.2. НТАР без магнитного поля.** Рассмотрим модель без магнитного поля. Кроме фундаментальных  $S$ - и  $AS$ -мод в системе имеются дополнительные гармоники, которые различаются друг от друга числом узлов возмущенного давления поперек плоскости диска, так что для характерного волнового числа в  $z$ -направлении  $k_z$  справедлива оценка:

$$k_z h \simeq \pi j \quad (S\text{-мода}), \quad k_z h \simeq \pi (j + 1/2) \quad (AS\text{-мода}), \quad (5.119)$$

где  $j$  — номер гармоники. Фундаментальные ( $j = 0$ ) и отражательные ( $j > 0$ ) гармоники существуют как для симметричной ( $S$ -), так и для антисимметричной ( $AS$ -) моды.

Для двух параллельных ТР неустойчивые возмущения существуют всегда [92]. В рамках простой модели плоской струи (ширина переходной зоны  $\delta \rightarrow 0$ ), рассмотрим влияние сил Кориолиса ( $\varkappa \neq 0$ ) на параметры НТАР в пределе  $g = 0$ ,  $B_0 = 0$ . Пусть в точках  $z = \pm h$  имеются скачки скорости  $\vec{v}_0$  и плотности  $\varrho_0$ , индексы “ $ex$ ” и “ $in$ ” будем относить соответственно к внешним  $|z| > h$  и внутренней  $|z| < h$  областям. При таких предположениях краевая задача сводится к дисперсионному уравнению, которое получается в результате сшивки решений уравнений (5.113), (5.114) для слоисто-однородной среды в точках  $z = \pm h$ . Решения во внутренней области  $-h < z < h$  ищем в виде  $\propto D_1 \exp(k_z^{in} z) + D_2 \exp(-k_z^{in} z)$ , а во внешних  $\propto \exp(-k_z^{ex} |z|)$ . Условие (5.118) невозрастания амплитуды возмущений при  $z \rightarrow \pm\infty$  накладывает требование  $\text{Re}(k_z^{ex}) > 0$ . Правила сшивки решений в точках  $z = \pm h$  получим из системы (5.113), (5.114). Представим равновесные величины  $\varrho_0$ ,  $v_0$  для  $z > 0$  в виде

$$f_0(z) = f_0^{in} + (f_0^{ex} - f_0^{in}) \cdot \Theta(z - h), \quad (5.120)$$

здесь  $\Theta$  — функция Хевисайда, производная от которой  $\Theta'(z) = \delta(z)$  — дельта-функция Дирака. Интегрируем уравнения (5.113), (5.114) по узкому слою толщины  $2\varepsilon$  в окрестности плоскостей  $z = \pm h$  и, устремляя затем  $\varepsilon \rightarrow 0$ , получаем условия сшивки, которые дают искомое дисперсионное уравнение:

$$R \hat{\omega}_{ex}^2 k_z^{in} \left[ \text{th}(kh\beta_{in}) \right]^{\wp} = -\hat{\omega}_{in}^2 k_z^{ex}, \quad (5.121)$$

где  $\wp = 1$  — симметричная (пинч-) мода в соответствии с (5.115),  $\wp = -1$  — изгибная мода (см. (5.116)),  $R = \frac{\varrho_0^{ex}}{\varrho_0^{in}}$ ,  $k_z = k \sqrt{\frac{1}{1 - \varkappa^2/\hat{\omega}^2} - \frac{\hat{\omega}^2}{k^2 c_s^2}}$ . В случаях  $v_0^{in} = 0$ ,  $v_0^{ex} \neq 0$  или  $v_0^{ex} = 0$ ,  $v_0^{in} \neq 0$  вещественные части частот  $\text{Re}(\omega)$  различаются, однако мнимые части частоты, естественно, не зависят от того, вращается внутренний слой и покоится внешний, или наоборот. Примем для определенности  $v_0^{ex} = v_0$ ,  $v_0^{in} = 0$ . В модели (5.121) имеем свободные параметры:  $kh$ ,  $M = \frac{k_\varphi v_0}{k c_s^{in}}$ ,  $R$ ,  $\chi = \frac{h \varkappa}{c_s^{in}}$ . Введем безразмерную частоту  $W = \frac{\omega}{k c_s^{in}}$ . Поскольку  $\frac{\varkappa^2}{\hat{\omega}^2} = \frac{\chi^2}{(W - M)^2 (kh)^2}$ , то в пределе  $\chi = 0$  имеем плоскую невращающуюся струю, и уравнение (5.121) переходит в рассмотренное в работах [396, 459].

В пределе  $kh \rightarrow \infty$  (одиночный ТР) дисперсионные кривые фундаментальных  $S$ - и  $AS$ -мод сливаются, вырождаясь в хорошо известную моду неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. Для случая  $R = 1$  она описывается аналитически [92]:

$$b = \frac{\omega}{k c_s} = \frac{M}{2} + \sqrt{\frac{M^2}{4} + 1 - \sqrt{M^2 + 1}}. \quad (5.122)$$

Спектр собственных частот, определяемый (5.121), является дискретным. На рис. 5.17 *a, б* показаны типичные дисперсионные кривые для сверхзвуковой плоской струи при  $R = 1$ . Гармоники различаются числом узлов  $j$  собственных функций между разрывами. Колебания с  $j = 0$  (фундаментальная мода) и отражательные ( $j \geq 1$ ) решения могут быть неустойчивыми. Отражательные гармоники в длинноволновом пределе стабилизируются, расщепляясь на две нейтральные, для которых  $W = M \pm 1$ . На рис. 5.17 *в, г* приведен расчет для  $R = 0,003$  с учетом  $\varkappa$  ( $\chi = 1$ ). Частотные зависимости сохраняют свой характерный вид. Учет эпициклической частоты  $\varkappa$  дает дополнительное решение  $W = M$ , но практически не влияет на дисперсионные свойства неустойчивых гармоник, за исключением длинноволнового предела  $kh \lesssim 0,1$  (рис. 5.17 *г, д*).

Рассмотрим влияние вертикальной неоднородности равновесных параметров, в первую очередь — наличие конечной ширины переходной

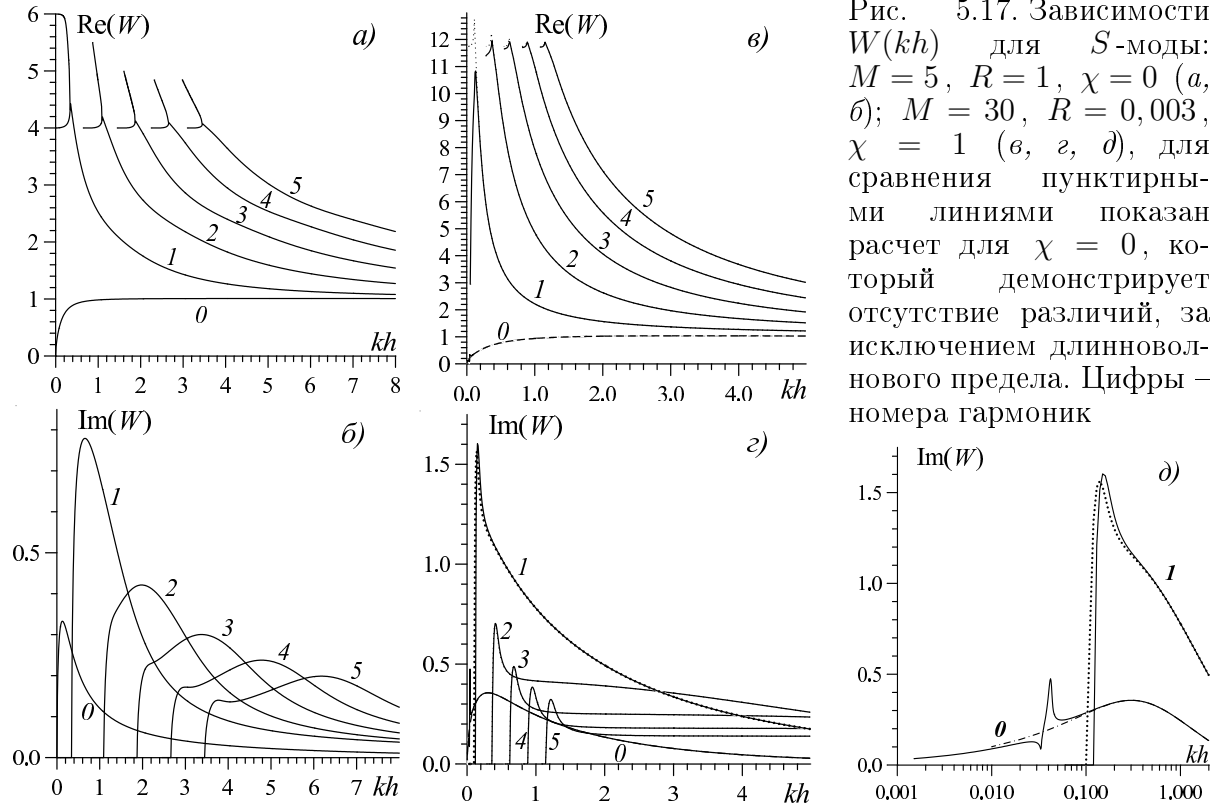


Рис. 5.17. Зависимости  $W(kh)$  для  $S$ -моды:  $M = 5$ ,  $R = 1$ ,  $\chi = 0$  (а, б);  $M = 30$ ,  $R = 0,003$ ,  $\chi = 1$  (в, г, д), для сравнения пунктирными линиями показан расчет для  $\chi = 0$ , который демонстрирует отсутствие различий, за исключением длинноволнового предела. Цифры – номера гармоник

области  $\delta_v$  и силы тяжести  $g(z)$  [150]. К числу свободных параметров относятся:  $K = kh$  — безразмерное волновое число; эффективное число Маха  $M = \frac{\vec{k}\vec{v}_0}{kc_s}$  в точке  $z = 0$ ;  $\delta_v$  — ширина переходной зоны, в которой скорость линейно меняется от скорости диска  $v^{disk}$  до скорости короны  $v^{cor} \ll v^{disk}$ , а также параметры, определяющие равновесный диск. Ограничимся пределом плоской струи ( $\chi = 0$ ) и вертикальным профилем плотности  $\varrho_0(z) = \varrho_0(0)[(1 - \epsilon) \cdot \exp(-z^2/h^2) + \epsilon]$ , где параметр  $\epsilon = \varrho_0(\infty)/\varrho_0(0)$  мал. Численное интегрирование системы уравнений (5.113), (5.114) совместно с условиями (5.118), (5.115) (или (5.116)) позволяет определить собственную частоту  $\omega$ . Проверка показала, что такой подход в пределе  $g \rightarrow 0$ ,  $\delta \rightarrow 0$  дает тот же результат, что дисперсионное уравнение (5.121).

На рис. 5.18 показана типичная зависимость инкрементов  $\text{Im}(\omega)$  от волнового числа для первых гармоник  $j$ . Более мелкомасштабные вдоль  $z$ -координаты возмущения ( $j \gg 1$ ) в первую очередь стабилизируются в случае очень широкой переходной зоны  $\delta_v \sim h$ , и только наиболее крупномасштабные волны в  $z$ -направлении остаются неустойчивыми. Конечная ширина переходной зоны  $\delta_v$  для скорости является стабилизирующим фактором: с увеличением  $\delta_v$  инкременты уменьшаются вплоть до стабилизации<sup>13</sup>. Причем в первую очередь при таких значениях па-

<sup>13</sup> В случае одиночного “разрыва”, для линейного вблизи критической точки профиля скорости, это было показано в работе [82].

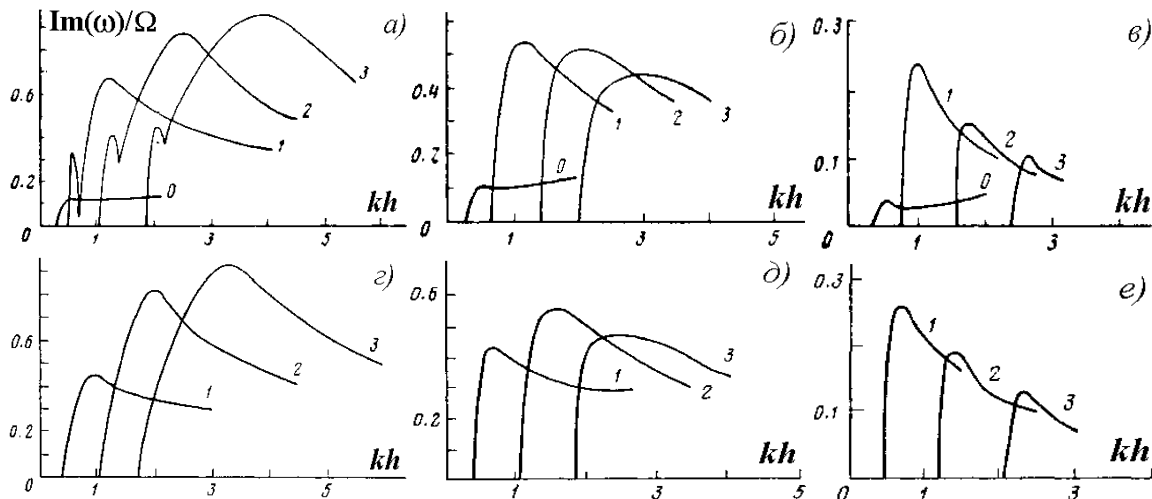


Рис. 5.18. Зависимости  $\text{Im}(\omega)/\Omega$  от величины  $kh$  для пинч-моды в случае эффективного числа Маха  $M = 5$  при различных значениях ширины переходной зоны: а)  $\delta_v = 0,01$ ; б)  $\delta_v = 0,1$ ; в)  $\delta_v = 0,5$ . Аналогичные зависимости для изгибных колебаний (г, д, е). Инкремент фундаментальной моды ( $j = 0$ ) всюду не превышает величины 0,03

раметров, при которых углы распространения возмущений значительно отличаются от резонансных, и, как следствие, ведет к четкому выделению на кривых  $\text{Im}(\omega)$  резких пиков (рис. 5.18 а<sup>14</sup>) в случае близости углов к резонансным. Наличие силы тяжести стабилизирует длинноволновые ( $kh \ll 1$ ) возмущения (ср. кривые для  $j = 0$  на рис. 5.17 б, д и рис. 5.18).

Таким образом, неустойчивость типа акустического резонанса может развиваться в дисковых системах, в которых характерные масштабы изменения физических величин (скорость и плотность вещества, сила тяжести) сравнимы с толщиной диска. Фундаментальные моды ( $j = 0$ ) в области длинных волн, приводящие в модели симметричной плоской струи к разрушению исходного течения [673], стабилизируются в случае диска поперечной силой тяжести.

**5.3.2.3. Механизм неустойчивости** типа акустического резонанса основывается на двух эффектах: отражении волн с усилением по амплитуде от слоя газа, в котором волна стационарна ( $\omega \equiv \vec{k} \vec{V}$ ), и резонансном обмене энергией между волной и основным течением, происходящем в том же критическом слое. Хотя следствием обоих эффектов является усиление звуковых волн, их физика различна.

Первый эффект (сверхотражение) может быть легко понят на примере падения звуковой волны из неподвижной среды на сверхзвуковой ( $\Delta V > c_1 + c_2$ ) разрыв скорости. Если скорость фазы прошедшей вол-

<sup>14</sup> Аналогичные пики на других рисунках не показаны.

ны вдоль вектора скорости газа оказывается меньше последней, то относительно газа линии равной фазы (например, максимумы давления) движутся в направлении, противоположном волновому вектору<sup>15</sup>. Поскольку физический смысл имеет именно относительное движение возмущения и среды, в которой оно распространяется, это означает, что прошедшая волна переносит энергию к разрыву (!), а не от него. Так как направление потока энергии в падающей и отраженной волнах обычное, энергию, принесенную к разрыву падающей и прошедшей волной, может унести только отраженная волна. Следовательно, энергия (и амплитуда) отраженной волны с необходимостью превышает амплитуду падающей.

Физика резонансного излучения энергии из критического слоя не столь тривиальна и сходна с физикой черенковского излучения и пучковой неустойчивости (эффект, обратный затуханию Ландау). К этому вопросу мы вернемся в п. 5.3.3.

**5.3.2.4. Учет магнитного поля в пределе узкой переходной зоны.** Учетом магнитное поле в уравнениях (5.113), (5.114), которое существенно усложняет поведение дисперсионных зависимостей  $\omega(\vec{k})$ , что связано с дополнительными свободными параметрами ( $\Omega_A^{disk}$ ,  $\Omega_A^{cor}$ ,  $V_A^{disk}$ ,  $V_A^{cor}$ ,  $\delta_B$ ) и появлением новых типов волн из-за магнитного поля.

В случае диска, обжатого магнитным полем, при определенных условиях граница переходной зоны  $\delta \ll h$  [249]. Более сложные стационарные конфигурации магнитного поля в режиме дисковой аккреции обсуждаются в [17, 20]. Рассмотрим предельный случай однородной плоской струи (ширина переходной зоны  $\delta \rightarrow 0$ ), которая отделена от однородной окружающей неподвижной среды (короны) двумя параллельными тангенциальными разрывами. В такой модели поперечной силой тяжести следует пренебречь. Пусть в точках  $z = \pm h$  имеются скачки скорости  $\vec{v}_0$ , плотности  $\rho_0$ , магнитного поля  $\vec{B}_0 = B_{0x}\vec{e}_x + B_{0y}\vec{e}_y$  и газодинамического давления  $\mathcal{P}$ , индексы “*ex*” и “*in*” будем относить соответственно к внешним  $|z| > h$  и внутренней  $|z| < h$  областям.

При таких предположениях краевая задача сводится к дисперсионному уравнению, которое получается в результате сшивки решений уравнений (5.113), (5.114) для слоисто-однородной среды в точках  $z = \pm h$ . Аналогично определяем правила сшивки решений в точках  $z = \pm h$  для равновесных величин  $\rho_0$ ,  $v_0$ ,  $B_0$  вида (5.120), что приводит к непрерывности  $\hat{\xi}$  и  $\hat{J}$  в точках  $z = \pm h$ . В результате получаем обобщение (5.121) с учетом магнитного поля [493]:

<sup>15</sup> Другими словами, вдоль поверхности разрыва газ убегает от волны быстрее, чем она его догоняет.

$$\left[ \text{th}(kh\beta_{in}) \right]^{\wp} = -\frac{Z_{in}}{Z_{ex}}, \quad (5.123)$$

где  $\wp = 1$  — симметричная (пинч-) мода в соответствии с (5.115),  $\wp = -1$  — изгибная мода (см. (5.116)),  $Z_{in} = \frac{W^2 - A_{in}^2}{W\beta_{in}}$ ,  $Z_{ex} = \frac{R[(W-M)^2 - A_{ex}^2]}{W\beta_{ex}}$ ,  $\beta_{in} = \sqrt{1 - \frac{W^4}{W^2(a_{in}^2 + 1) - A_{in}^2}}$ ,  $\beta_{ex} = \sqrt{1 - \frac{s(W-M)^4}{(W-M)^2(sa_{ex}^2 + 1) - A_{ex}^2}}$ ,  $W = \omega/kc_{sin}$ ,  $M = (k\vec{v}_0)/kc_{sin}$ ,  $s = c_{sin}^2/c_{sex}^2$ ,  $R = \varrho_{ex}/\varrho_{in}$ ,  $a_{in} = B_{in}/\sqrt{4\pi\varrho_{in}c_{sin}}$ ,  $a_{ex} = B_{ex}/\sqrt{4\pi\varrho_{ex}c_{sin}}$ ,  $A_{in} = (k\vec{B}_{in})/\sqrt{4\pi\varrho_{in}kc_{sin}}$ ,  $A_{ex} = (k\vec{B}_{ex})/\sqrt{4\pi\varrho_{ex}kc_{sin}}$ . В пределе  $kh \rightarrow 0$  уравнение (5.123) в приложении к аккреции рассматривалось в [248]. Величины  $Z_{in}, Z_{ex}$  — волновые импедансы соответствующих сред. Должны выполняться условия  $\text{Re}(\beta_{ex}) \geq 0$ . Баланс равновесных давлений в точках  $z = \pm h$  приводит к выражению

$$s = \frac{c_{in}^2}{c_{ex}^2} = \frac{2R}{2 + \gamma(a_{in}^2 - Ra_{ex}^2)}. \quad (5.124)$$

Возможно развитие, по крайней мере, двух классов неустойчивостей: магнитогидродинамической неустойчивости типа акустического резонанса и раскачки неустойчивых поверхностных мод разрывов между веществом диска и внешним магнитным полем (рассмотрена Нортропом [675] — принято называть неустойчивостью Кельвина-Гельмгольца (НКГ)). В первом случае присутствие вещества вне диска необходимо, во-втором неустойчивость развивается и при  $\varrho_{ex} = 0$  при учете тока смещения (см. подробнее в [887, 493]). Как показывает анализ [493], результаты рассматриваемого и гидродинамического (без магнитных полей) случаев качественно совпадают для произвольных  $M$ ,  $kh$  и  $R \sim 1$ . В случае  $R \ll 1$  зависимость  $\omega(k; M, \vec{B}_0)$  оказывается достаточно сложной — поверхности уровней  $\text{Im}(\omega)$  и  $\text{Re}(\omega)$  оказываются многолиственными. Инкременты как  $AS$ -, так и  $S$ -мод достигают своих максимумов при малых значениях параметра  $R \sim 1/M^2$ . На рис. 5.19 показан пример расчета частот при отсутствии магнитного поля внутри диска  $a_{in} = 0$ , но  $a_{ex} \neq 0$ . Изображены фундаментальная мода и первые 8 отражательных гармоник. Устойчивость фундаментальных мод сильно зависит от взаимной ориентации векторов  $\vec{k}$ ,  $\vec{B}_{ex}$ ,  $\vec{B}_{in}$ ,  $\vec{v}_0$ .

Отметим, что в пределе “слабосжимаемой среды” ( $M \ll 1$ , но  $v_0 > c_s$ ) неустойчивость фундаментальных гармоник есть классическая неустойчивость Кельвина-Гельмгольца [92]. Для несжимаемой МГД-жидкости в пределе одиночного ТР получаем хорошо известное условие устойчивости  $[\vec{B}_{in} \times \vec{B}_{ex}]^2 \geq \frac{4\pi\varrho_{ex}}{1+R} \{ [\vec{B}_{ex} \times \vec{v}_0]^2 + [\vec{B}_{in} \times \vec{v}_0]^2 \}$ ,

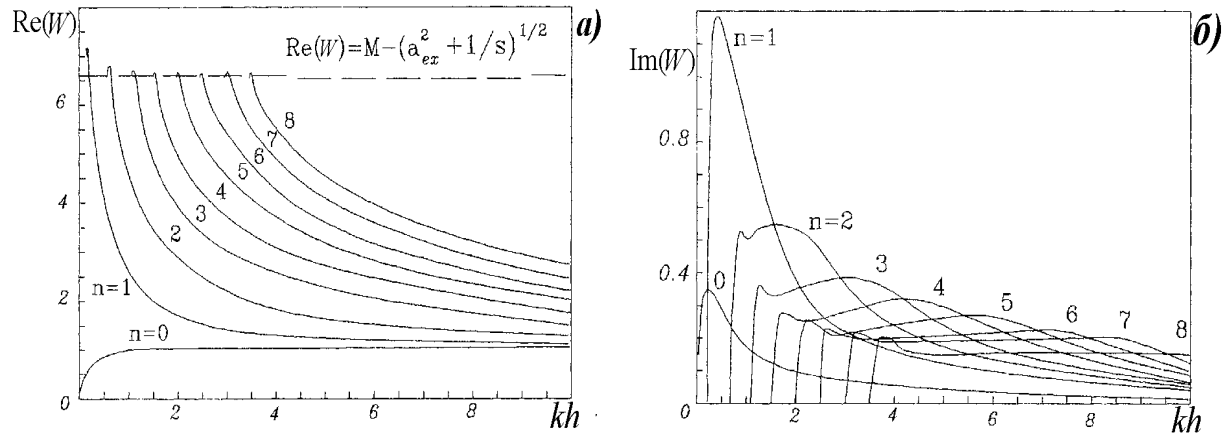


Рис. 5.19. Зависимости безразмерных фазовой скорости  $\text{Re}(\omega)/kc_s^{in}$  и инкремента от величины  $kh$  для симметричной моды в случае  $M = 10$ ;  $R = 0,1$ ;  $s = 1$ ;  $\vec{k} \parallel \vec{v}_0$ ;  $\vec{k} \perp \vec{B}_{ex}$ ;  $B_{in} = 0$  (диамагнитный диск) [493]

$Ra_{ex}^2 + a_{in}^2 > \frac{R}{1+R} \frac{v_0^2}{c_s^2}$  [91]. С увеличением эффективного числа Маха  $M$  при фиксированных значениях других параметров происходит стабилизация. Этот эффект аналогичен известному для случая без магнитного поля, когда при  $v_0 < 2\sqrt{2}c_s$  неустойчивы возмущения с произвольной ориентацией вектора  $\vec{k}$ , а при  $v_0 > 2\sqrt{2}c_s$  неустойчивыми остаются лишь возмущения с  $\vec{k}\vec{v}_0 < 2\sqrt{2}c_s k$  [91]. В случае двух плоскопараллельных тангенциальных разрывов скорости фундаментальные моды остаются неустойчивыми и при  $M \gg 1$  вследствие эффекта сверхотражения.

Итак, в случае дисковой аккреции на замагниченный объект в АД, помимо НКГ [675, 887], развивающейся на разрывах между веществом АД и магнитным полем в вакууме, может существовать и магнитогидродинамическая НТАР, для раскачки которой существенным является наличие вещества в магнитосфере. Помимо фундаментальных мод возможна раскачка коротковолновых ( $kh \gtrsim 1$ ) отражательных гармоник. Причем в случае НКГ также возможно существование высших гармоник, однако они оказываются нейтральными [492], и неустойчивы только фундаментальные моды.

### 5.3.2.5. Неустойчивость медленных магнитозвуковых волн.

Выше рассмотрены неустойчивые решения для быстрых магнитозвуковых ветвей колебаний. Причиной раскачки отражательных гармоник ( $j \geq 1$ ) в первую очередь является резонансное взаимодействие *быстрых магнитозвуковых волн* с потоком. И такую неустойчивость будем условно называть неустойчивостью БМВ. В [206] показана возможность развития неустойчивости, обусловленной наличием *медленных магнитозвуковых ветвей* колебаний (ММВ). Причем, когда происходит стабили-

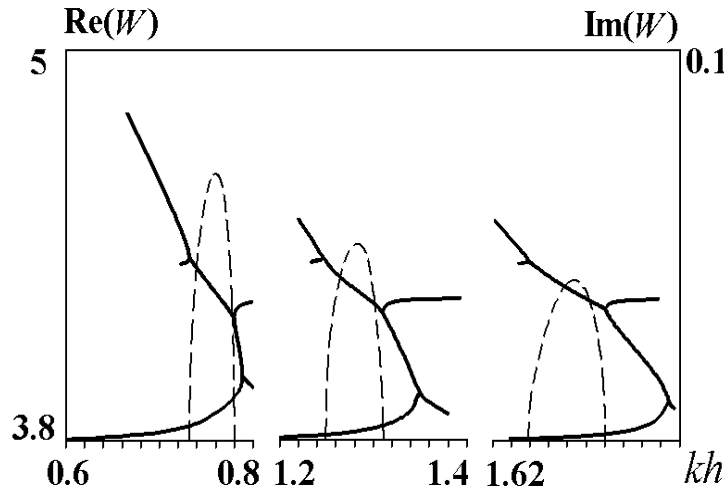


Рис. 5.20. Зависимость реальной (левая ось, сплошная линия) и мнимой (правая ось, штриховая линия) части частоты от волнового числа. Показаны только области неустойчивости медленных магнитозвуковых волн ( $\text{Im}(W) > 0$ )

зация основной неустойчивости на быстрых магнитозвуковых волнах, ММВ могут оставаться неустойчивыми.

Законы дисперсии БМВ и ММВ для однородной среды с параметрами внешних областей дают условие  $Z_{ex} = 0$  (см. (5.123)), из которого следует

$$W_{1,2}^2 = \frac{1 + sa_{ex}^2 \pm \sqrt{(1 + sa_{ex}^2)^2 - 4A_{ex}^2 s}}{2s}, \quad (5.125)$$

где для частоты БМВ  $W_1$  необходимо брать знак “+”, для частоты ММВ  $W_2$  — знак “−”.

В коротковолновом пределе ( $kh \gg 1$ ) ветви, соответствующие корням  $W = M + W_1$ , стремятся к значению частоты быстрых магнитозвуковых волн для среднего слоя

$$W_4 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + a_{in}^2 + \sqrt{(1 + a_{in}^2)^2 - 4A_{in}^2} \right\}. \quad (5.126)$$

При выполнении условия

$$M > W_2 + W_4 \quad (5.127)$$

всегда существует диапазон неустойчивых длин волн (рис. 5.20). Критерий (5.127) является более мягким по сравнению с условием неустойчивости БМВ, для которых необходимо  $M > W_1 + W_4 > 2$ . Действительно, поскольку из (5.125) следует  $0 < W_2$ , а из (5.126)  $W_4 \geq 1$ , то при определенных соотношениях параметров неустойчивость может иметь место при  $1 < M < 2$ .

Представляет интерес область значений параметров, при которых неустойчивость БМВ стабилизируется, однако неустойчивость ММВ остается. Помимо упомянутого выше случая малых эффективных чисел Маха ( $1 < M < 2$ ) имеется другая возможность, связанная с эффектом стабилизации отражательных гармоник БМВ при  $a_{in} \lesssim 1$ ,  $s \sim 1$ ,  $R \lesssim 1/M^2 \ll 1$ , для чего в соответствии с (5.124) необходимо

$a_{ex}^2 \gtrsim 1/R$ . При достаточно сильном внешнем магнитном поле выполняется  $M - W_1 < W_4$ , и неустойчивость БМВ исчезает, однако при этом условие (5.127) может оставаться справедливым и раскачка возмущений, связанных с ММВ, остается. Отметим, что, поскольку эффективное число Маха  $M = \vec{k}\vec{u}_0/kc_{s_{in}}$ , то для данной длины волны  $\lambda = 2\pi/k$  всегда существует направление распространения возмущений в существенно сверхзвуковой струе ( $v_0 \gg c_s$ ), при которой выполняется  $1 < M < 2$ .

**5.3.2.6. Нелинейные эффекты.** Изложенные выше результаты получены в рамках линейной теории и, строго говоря, справедливы, пока амплитуда нарастающих возмущений мала. Линейный анализ позволяет судить только о пространственных размерах раскачивающихся возмущений и характерных временах их роста, относящихся только к самому первоначальному этапу. Разумеется, проследить судьбу возмущений на нелинейном этапе можно только в рамках численного гидродинамического эксперимента [460, 673]. Весьма знаменательно, что проведенное Норманом и Харди [459, 673] детальное сравнение результатов линейного анализа с нелинейными расчетами неустойчивости типа акустического резонанса в модели плоской существенно сверхзвуковой ( $M \gg 1$ ) струи не выявило принципиальных расхождений.

На нелинейной стадии низшие ( $j \leq 3$ ) отражательные гармоники эволюционируют в систему слабых косых ударных волн. Высшие отражательные ( $j > 3$ ) гармоники насыщаются на значительно меньших амплитудах, однако приводят к возникновению иерархии пространственных и временных масштабов. Такой многомодовый процесс должен приводить к развитой акустической турбулентности.

Областью приложения указанных работ являются астрофизические джеты (галактические и звездные). Если не касаться роли магнитных полей, то основным отличием джета от АД является наличие в последнем случае поперечной компоненты силы тяжести, обусловленной центральным объектом. Однако внешняя сила  $g(z)$  стабилизирует длинноволновые возмущения ( $kh \ll 1$ ) и практически не влияет на раскачку волн с  $kh \gtrsim 1$ .

Особая привлекательность многомодовых неустойчивостей в приложении к проблеме турбулизации среды связана с наличием ряда (иерархии) выделенных пространственных масштабов в диске, соответствующих максимальным значениям инкрементов различных гармоник.

### 5.3.3. Неустойчивость Папалойзу–Прингла

Выше рассмотрены <sup>16</sup> некоторые примеры неустойчивостей, в основе которых лежит резонансный механизм усиления звуковых волн. В 1984 г.

<sup>16</sup> Данный пункт написан совместно с В.В. Мусцевым.

Папалойзу и Прингл [692] получили неустойчивые моды резонансного типа в *плоскости дифференциально вращающегося* газового диска (см. также работы [693, 694, 695, 765]).

Будем рассматривать толстые аккреционные диски <sup>17</sup> (или торы), которые часто привлекают для объяснения феномена активных галактических ядер — квазаров, сейфертов, радиогалактик. Диск может стать геометрически толстым при светимостях, превышающих эддингтоновский предел. Если скорость звука газа становится сравнимой с круговой скоростью, то толщина диска становится сравнимой с радиусом. Давление начинает определять равновесную структуру системы в радиальном направлении и, таким образом, закон вращения может существенно отличаться от кеплеровского.

Построим простую равновесную конфигурацию дифференциально вращающегося несамогравитирующего толстого диска (тора) во внешнем потенциале  $\Psi$ :

$$-\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}\mathcal{P} - \vec{\nabla}\Psi + \Omega^2 r \vec{e}_r = 0. \quad (5.128)$$

Гравитационный потенциал точечной массы  $M_1$  имеет вид

$$\Psi = -\frac{G M_1}{\sqrt{r^2 + z^2}}. \quad (5.129)$$

Будем использовать модель газа

$$\mathcal{P} = A \rho^\gamma \quad [n = 1/(\gamma - 1) - ]. \quad (5.130)$$

Воспользуемся приближением  $\partial\Omega/\partial z = 0$  [692]. Определим величину  $\Psi_{\text{вр}}$

$$\frac{\partial\Psi_{\text{вр}}}{\partial r} = -\Omega^2 r. \quad (5.131)$$

С учетом (5.130) и (5.131) перепишем уравнение (5.128):

$$\vec{\nabla}\left\{\Psi_{\text{вр}} + \Psi + (n+1)\frac{\mathcal{P}}{\rho}\right\} = 0 \quad (5.132)$$

и, следовательно,

$$(n+1)\mathcal{P}/\rho + \Psi + \Psi_{\text{вр}} = C = \text{const}. \quad (5.133)$$

Если на поверхности тора  $\mathcal{P} = \rho = 0$ , то она определяется уравнением

$$\Psi + \Psi_{\text{вр}} = C. \quad (5.134)$$

Наиболее простой для анализа является модель с постоянным угловым моментом  $l \equiv r^2\Omega = \text{const}$ . Из (5.131) следует, что  $\Psi_{\text{вр}} = l^2/(2r^2)$  и, принимая во внимание (5.129), уравнение (5.133) сводим к виду

$$\frac{\mathcal{P}}{\rho} = \frac{G M_1}{(n+1)r_0} \left\{ \frac{r_0}{\sqrt{r^2 + z^2}} - \frac{1}{2} \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 - C' \right\}, \quad (5.135)$$

<sup>17</sup> См. п. 5.1.6.

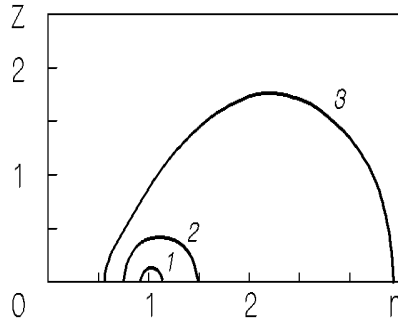


Рис. 5.21. Поверхность нулевой плотности тора в плоскости  $(r, z)$  для различных  $C'$ : 1 —  $C' = 0,495$ ; 2 —  $C' = 0,444$ ; 3 —  $C' = 0,25$

где  $r_0 = l^2/GM_1$ ,  $C' = -Cr_0/GM_1$ . На поверхности тора давление обращается в нуль и уравнение (5.135) дает радиальные координаты  $r_{\pm}$ , которые ограничивают тор в плоскости  $z = 0$ :

$$r_{\pm} = r_0/(1 \mp \sqrt{1 - 2C'}). \quad (5.136)$$

На рис. 5.21 показаны равновесные конфигурации для различных  $C'$ .

Диск является толстым и это вынуждает нас использовать трехмерные уравнения газодинамики в цилиндрической системе координат. Проведем стандартную процедуру линеаризации этих уравнений — проводя выкладки в духе главы 4, получим для возмущенных величин  $\propto \exp\{im\varphi - i\omega t\}$  (выделенных значком “ $\sim$ ”):

$$\tilde{u}_r = \frac{i}{\hat{\omega}^2 - \varkappa^2} \left( \hat{\omega}^2 \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{\varkappa^2 \hat{\omega} m W}{2 r \Omega} \right), \quad (5.137)$$

$$\tilde{u}_{\varphi} = \frac{1}{\hat{\omega}^2 - \varkappa^2} \left\{ -\frac{m \hat{\omega}^2 W}{r} + \frac{\hat{\omega} \varkappa^2}{\Omega} \left( \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{m W}{\hat{\omega}} \frac{d\Omega}{dr} \right) \right\}, \quad (5.138)$$

$$\tilde{u}_z = i \frac{\partial W}{\partial z}, \quad (5.139)$$

$$i \hat{\omega} \tilde{\rho} = \text{div}(\rho_0 \tilde{\vec{u}}), \quad (5.140)$$

$$\tilde{\mathcal{P}}/\mathcal{P}_0 = \gamma \tilde{\rho}/\rho_0, \quad (5.141)$$

где  $W = -\tilde{\mathcal{P}}/(\rho_0 \hat{\omega})$ ;  $\hat{\omega} = \omega - m\Omega$ . Используя (5.137)–(5.139) и (5.141), исключим из (5.140) возмущенные плотность и скорость, в результате получим уравнение для величины  $W$  [692]:

$$\begin{aligned} & \frac{D^2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{\rho_0 r}{D} \left( \hat{\omega}^2 \frac{\partial W}{\partial r} - \varkappa^2 \frac{\hat{\omega} m W}{2 r \Omega} \right) \right\} + \\ & + \rho_0 D \left\{ -\frac{m^2 W}{r^2} \left( \frac{\varkappa^2 r}{2 \Omega} \frac{d\Omega}{dr} + \hat{\omega}^2 \right) + \frac{\varkappa^2 \hat{\omega} m}{2 r \Omega} \frac{\partial W}{\partial r} \right\} + \\ & + D^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \frac{\partial W}{\partial z} \right) + D^2 \hat{\omega}^2 \rho_0^2 W / \gamma \mathcal{P}_0^2 = 0, \end{aligned} \quad (5.142)$$

где  $D \equiv \hat{\omega}^2 - \varkappa^2$ .

Уравнение (5.142) описывает динамику малых возмущений в торе с произвольными равновесными зависимостями  $\rho_0(r, z)$ ,  $\Omega(r)$ . Анализ уравнения (5.142) был проведен в работах [229, 692, 693, 695, 765] в рамках как аналитического подхода, так и численного.

В пределе коротких волн в  $z$ - и  $r$ -направлениях можно искать решения в виде

$$W = W_0 \exp\{i(k_r r + k_z z)\}. \quad (5.143)$$

В этом случае уравнение (5.142) дает дисперсионное уравнение

$$\hat{\omega}^2 = \alpha^2 k_z^2 / (k_z^2 + k_r^2), \quad (5.144)$$

и для устойчивости достаточно  $\alpha^2 = 4\Omega^2 [1 + r d\Omega / (2\Omega dr)] \geq 0$ .

Естественно, основной интерес представляет изучение возможности нарастания возмущений, то есть получение условий, при которых  $\text{Im}(\omega) > 0$ . Прежде всего обсудим роль сжимаемости газа. Ограничимся рамками модели с постоянным удельным угловым моментом  $l = r^2\Omega = \text{const}$ . Поскольку в этом случае  $\alpha = 0$ , то (5.142) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \rho_0 r \frac{\partial W}{\partial r} \right) - \frac{m^2}{r^2} \rho_0 W + \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho_0 \frac{\partial W}{\partial z} \right) = -\frac{\hat{\omega}^2 \rho_0}{c_s^2} W. \quad (5.145)$$

Определим величину  $\omega_c \equiv \omega - m\Omega_c$ , где  $\Omega_c$  — некоторое фиксированное значение угловой скорости. Умножим уравнение (5.145) на  $rW^*$  ( $W^*$  — комплексно сопряженная  $W$ ) и проинтегрируем по плоскости  $(r, z)$ . В результате получим

$$A\omega_c^2 - B\omega_c - C = 0, \quad (5.146)$$

где

$$A = \int |W|^2 \rho_0 c_s^{-2} r dr dz, \quad (5.147)$$

$$B = \int |W|^2 2m(\Omega - \Omega_c) \rho_0 c_s^{-2} r dr dz, \quad (5.148)$$

$$C = \int \rho_0 \left[ \left| \frac{\partial W}{\partial r} \right|^2 + \left| \frac{\partial W}{\partial z} \right|^2 + m^2 |W|^2 \left( \frac{1}{r^2} - \frac{(\Omega - \Omega_c)^2}{c_s^2} \right) \right] r dr dz. \quad (5.149)$$

Запишем решение уравнения (5.146)

$$\omega_c = \left( B \pm \sqrt{B^2 + 4AC} \right) / (2A). \quad (5.150)$$

Рост возмущений [ $\text{Im}(\omega) > 0$ ] возможен только в случае больших отрицательных значений величины  $C$ . Из (5.149) следует, что всегда существует такое критическое значение скорости звука, при котором  $B^2 + 4AC = 0$ . В несжимаемом пределе ( $c_s \rightarrow \infty$ ) возмущения заведомо являются устойчивыми. Сжимаемый газ может быть неустойчивым,

причем чем меньше величина  $c_s$ , тем более благоприятны условия для развития неустойчивости. Второй вывод заключается в том, что осесимметричные возмущения ( $m = 0$ ) являются устойчивыми.

Для объяснения природы неустойчивых глобальных мод отметим, что в газовом диске (или торе) имеются три характерных радиуса, определяемых соотношением

$$\omega - m \Omega(r) = l \kappa(r), \quad (5.151)$$

где  $l = 0$  соответствует радиусу коротации;  $l = -1$  — внутреннему, а  $l = 1$  — внешнему линдбладовскому резонансу. Между линдбладовскими резонансами лежит запрещенная для нейтральных волн область, где решения (5.145) с  $\text{Im}(\omega) = 0$  не могут осциллировать по радиальной координате, а снаружи, наоборот, расположены так называемые колебательные полости.

В основе неустойчивости лежат два механизма:

1). *Резонансное взаимодействие мод противоположных знаков энергии.* Этот эффект заключается в туннелировании волн через запрещенную область и соответственно обмену энергией между модами, локализованными в различных колебательных полостях. Фактически это явление представляет собой сверхотражение от окрестности коротационного радиуса и не отличается принципиально от описанного в предыдущем пункте.

2). *Излучение углового момента и энергии из коротационного резонанса.* Физика данного эффекта основана на резонансном обмене между волной и течением и сходна с затуханием (усилением) Ландау. Отметим, что для звездного диска обмен энергией на радиусе коротации подробно разобран в монографии Поляченко и Фридмана [163], однако он существенно отличается в силу бесстолкновительности плазмы звезд и различия в знаках плотности энергии акустических волн в газе и волн, раскачивающихся на гравитационной ветви колебаний звездного диска.

В работе [694] было показано, что для политропного газа из системы (5.137)–(5.141) может быть получено уравнение баланса углового момента с источником:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(rf)}{r \partial r} = - \frac{\text{Im}(\omega) |\tilde{u}_r|^2 \sigma_0^2 r}{|\omega - m\Omega|^2} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\sigma_0 r} \frac{dH}{dr} \right), \quad (5.152)$$

где  $h = r \cdot \langle \tilde{\sigma} \tilde{u}_\varphi \rangle_\varphi$  — плотность углового момента и  $f = r \sigma_0 \cdot \langle \tilde{u}_r \tilde{u}_\varphi \rangle_\varphi$  — плотность радиального потока углового момента возмущений, осредненные по азимутальному углу,  $H = \Omega(r) r^2$  — распределение углового момента вещества в диске. Если правая часть (5.152) положительна, она описывает излучение, а если отрицательна — поглощение углового

момента возмущений в единицу времени в окрестности коротационного радиуса (где  $|\omega - m\Omega|$  минимален).

Внутри радиуса коротации волновой узор вращается медленнее газа, а снаружи — быстрее; поэтому угловой момент волны отрицателен во внутренней области и положителен во внешней. Этим обусловлена возможность развития неустойчивости как в случае излучения, так и в случае поглощения углового момента возмущений на коротации, и различная локализация неустойчивых возмущений в диске. В первом случае угловой момент излучается на коротации и передается наружной “положительной” моде, а во втором — угловой момент отбирается у моды внутри радиуса коротации, которая и без того обладает отрицательным угловым моментом, из-за чего последний растет по абсолютной величине<sup>18</sup>. Из приведенного описания механизмов неустойчивости понятно, что скорость роста возмущений определяется скоростью переноса энергии и углового момента звуковой волной, то есть рост возмущений происходит в динамической шкале времени:

$$\text{Im}(\omega) \sim c_s/L, \quad (5.153)$$

где  $L$  — характерный радиальный масштаб в диске.

В заключение отметим, что резонансные неустойчивости газовых дисков и торов являются многомодовыми — для каждой из азимутальных мод (с фиксированным номером  $m$ ) удастся обнаружить до 30 неустойчивых гармоник, различающихся числом и расположением узлов функции возмущенного давления по радиальной координате и скоростью вращения волнового узора (радиусом коротации). Указанная многомодовость, с одной стороны, и относительная малость инкремента — с другой (см. (5.153)), приводят к возможности одновременного существования в диске большого числа таких гармоник<sup>19</sup>. Поэтому, несмотря на то, что каждая спиральная волна имеет малую амплитуду, суммарный перенос этими волнами углового момента на периферию диска может оказаться значительным.

<sup>18</sup> Как показывает численное решение, плотность потока углового момента возмущений везде в диске направлена наружу. Это является отражением фундаментального принципа Ле-Шателье — неустойчивые спиральные моды отводят наружу угловой момент вещества, аккрецирующего и тем самым высвобождающего гравитационную энергию.

<sup>19</sup> Суперпозиция неустойчивых мод с большим инкрементом, как правило, невозможна, поскольку наиболее быстро растущая мода на нелинейном этапе “переключает на себя” энергетический источник неустойчивости.

#### 5.3.4. Неустойчивости, обусловленные радиальной неоднородностью давления и энтропии

В предыдущих двух пунктах были рассмотрены неустойчивости, вызванные *неоднородностью скорости* движения вещества. В п. 4.3.4 изучена градиентно-энтропийная неустойчивость (ГЭН) в плоскости неоднородного тонкого газового диска. Прямыми аналогами ГЭН являются конвективная и Рэлея-Тейлора неустойчивости. Они могут развиваться в неоднородной среде, находящейся в поле тяжести<sup>20</sup>. В связи с этим необходимо сказать о встречающемся в литературе утверждении о том, что, поскольку вещество, вращающееся по кеплеровским орбитам, невесомо, то неустойчивость конвективного типа в случае дисковой аккреции не играет роли. Разумеется, это справедливо для случая постоянного давления, но такая модель представляется достаточно искусственной. Рассмотрим стационарный равновесный неоднородный диск без радиального движения и вязкости, для которого баланс сил в радиальном направлении определяется (4.11). Хотя два последних слагаемых дают малый вклад в равновесие, но их учет является необходимым для развития неустойчивостей в плоскости диска. Удобно ввести удельную равновесную силу, для которой с учетом уравнения (4.11) запишем

$$g \equiv \frac{d\Phi}{dr} - \frac{v_0^2}{r} + D \frac{p_0}{\sigma_0} \frac{d \ln \Omega_z}{dr} = - \frac{dp_0}{\sigma_0 dr}, \quad (5.154)$$

она мала в случае тонкого диска ( $g \ll d\Phi/dr \simeq r\Omega^2$ ), но этого оказывается достаточно для развития конвективных неустойчивостей с характерным временем роста возмущений  $\tau = 1/\text{Im}(\omega) \sim (h^2 k/r)\Omega$  (эту оценку нетрудно получить из (4.108) или (5.157)). Для равновесных параметров  $f = \{\sigma_0, p_0, v_0 = r\Omega, \dots\}$  определим масштабы радиальной неоднородности  $L_f = (d \ln(f)/dr)^{-1}$ .

Возможность раскачки ГЭН определяется, как мы видели в п. 4.3.4, соотношением характерных масштабов неоднородности поверхностной плотности и температуры ( $L_\sigma$  и  $L_T$ ). К настоящему времени построено уже довольно много осесимметричных стационарных моделей АД, отличающихся в конечном счете различным радиальным распределением поверхностной плотности и температуры и, следовательно, значениями  $L_\sigma$  и  $L_T$  [ $L_f = \{d(\ln f)/dr\}^{-1}$ ] [144].

Представим все функции в виде  $f(r, \varphi, t) = f_0(r) + \tilde{f}(r, \varphi, t)$  и линеаризуем уравнения относительно возмущенных величин  $\tilde{f}$  с уче-

<sup>20</sup> В физике плазмы их называют диффузионными, перестановочными. Тяжелая жидкость над легкой, холодная над горячей, плазма над магнитным полем — все это примеры развития данного типа неустойчивостей.

том (5.154). В рамках ВКБ-приближения считаем для возмущений  $\tilde{f} = f_1 \cdot \exp\{-i\omega t + i k_r r + i m \varphi\}$ . Условие существования нетривиальных решений для линеаризованной системы приводит к дисперсионному уравнению 4-й степени относительно частоты  $\omega$ . Если рассматривать отдельно радиационно-доминирующий диск  $p_{rad} \gg p_{gas}$  и обратный случай  $p_{rad} \ll p_{gas}$ , то в результате дисперсионное уравнение принимает вид:

$$\begin{aligned} & \hat{\omega}^4 - \hat{\omega}^2 \cdot \left[ \hat{\omega}^2 + k^2 c_s^2 \cdot \left( 1 - 2 \sin^2(\Theta) \frac{r}{\hat{\omega}^2} \frac{d\Omega^2}{dr} \right) \right] - 2 s \Omega \hat{\omega} k c_T^2 \Gamma \times \\ & \times \frac{d}{dr} \ln \left( \frac{2\Omega p_0^{2/\Gamma}}{\hat{\omega}^2 \sigma_0} \Omega_z^{2(1-\Gamma)/\Gamma} \right) - \left( \frac{2s \Omega k c_T^2}{\hat{\omega}^2} \right)^2 \frac{d \ln(p_0 \Omega_z)}{dr} \cdot \frac{d}{dr} \ln \frac{p_0}{\sigma_0^\Gamma \Omega_z^{\Gamma-1}} = 0, \end{aligned} \quad (5.155)$$

где  $s = \sin(\Theta) = k_\varphi/k = k_\varphi/\sqrt{k_r^2 + k_\varphi^2}$  определяет степень неосесимметричности возмущений,  $k_\varphi = m/r$ . В случае  $p_{rad} \gg p_{gas}$  необходимо считать  $\gamma = 4/3$  и  $\Gamma = 9/7$  (см. (4.16)). Строго говоря, (5.155) справедливо для  $k_r r \gg 1$ ,  $k_r L_f \gg 1$  (неоднородность учитывалась в первом порядке),  $|\sin(\Theta)| \ll 1$ .

В пределе изэнтропической модели  $\frac{p_0}{\sigma_0^\Gamma \Omega_z^{\Gamma-1}} = \text{const}$  (см. подробнее § 4.1.1) порядок уравнения (5.155) понижается, поскольку энтропийная ветвь колебаний вырождается  $\hat{\omega} = 0$ . В общем случае уравнение (5.155) описывает две высокочастотные ветви колебаний (акустические), для которых приближенно можно записать  $\hat{\omega}^2 \sim \hat{\omega}^2 + k^2 c_s^2$ , и две низкочастотные (энтропийную и вихревую).

Формальный переход в (5.155) к невращающейся среде  $\Omega = 0$  и  $\Omega_z = \text{const}$  дает для низкочастотных волн  $\omega^2 = \frac{\sin^2(\Theta)}{\gamma^2} \frac{1}{L_p} \left( \frac{\gamma}{L_\sigma} - \frac{1}{L_p} \right) \cdot c_s^2$ , и для устойчивости необходимо:

$$\frac{1}{L_p} \left( \frac{\gamma}{L_\sigma} - \frac{1}{L_p} \right) > 0, \quad (5.156)$$

что в точности совпадает с условием конвективной устойчивости в неоднородной среде [92]. Отметим, что в осесимметричной модели с учетом вертикальных движений устойчивость определяется критерием Hoiland для вращающегося потока газа [506] и рассматривалась также в [183]. Возможность развития конвективной неустойчивости во вращающемся газовом диске в приложении к проблеме спиральной структуры обсуждалась в [155].

**Границы конвективной устойчивости.** Уравнение (5.155) позволяет определить границы конвективной неустойчивости с учетом дифференциальности вращения ( $1/L_\Omega \neq 0$ ) и конечной толщины диска в

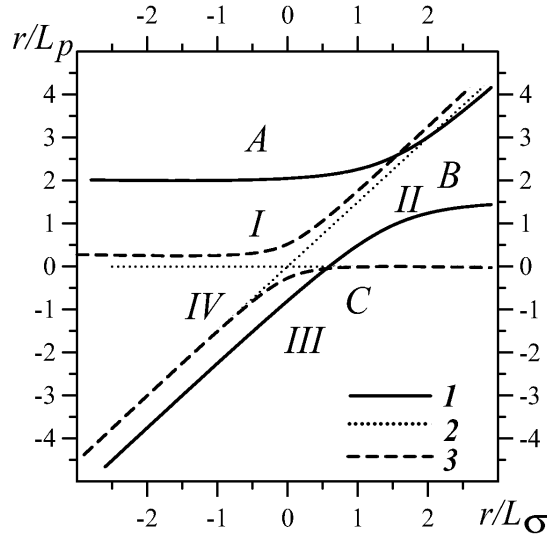


Рис. 5.22. Границы конвективной устойчивости для моделей: линия 1 —  $r/L_\Omega = r/L_z = -3/2$ ,  $\gamma = 5/3$ ,  $\Lambda = 10$ . В областях  $A, C$  возмущения неустойчивы,  $B$  — зона устойчивости; 2 — для невращающейся атмосферы в соответствии с (5.156) (в областях  $I, III$  возмущения неустойчивы;  $II, IV$  — зоны устойчивости); 3 — для случая  $r/L_z = 0$

главном приближении ( $1/L_z \equiv d \ln \Omega_z / dr \neq 0$ ). Перепишем (5.155) в пределе низкочастотных волн ( $|\hat{\omega}^2| \ll \Omega^2$ , малость  $|\omega|/\Omega$  не требуется):

$$\Lambda \cdot \nu^2 + \delta \cdot \sin(\Theta) \cdot \left[ \frac{2r}{\Gamma L_p} - \frac{r}{L_\sigma} - 2 \frac{\Gamma - 1}{\Gamma} \frac{r}{L_z} + \frac{r}{L_\Omega} - 2 \frac{r}{L_\partial} \right] \cdot \nu +$$

$$+ \sin^2(\Theta) \frac{\delta^2}{\Gamma^2} \cdot \left[ \frac{r}{L_p} - \Gamma \frac{r}{L_\sigma} - (\Gamma - 1) \frac{r}{L_z} \right] \cdot \left[ \frac{r}{L_p} + \frac{r}{L_z} \right] = 0, \quad (5.157)$$

где  $\nu = \hat{\omega}/\Omega$ ,  $\Lambda = \frac{\partial^2}{\Omega^2} + \frac{k^2 c_s^2}{\Omega^2} \cdot [1 + 6 \sin^2(\Theta)]$ ,  $\delta = 2k c_s^2 / (\Omega^2 r)$ . Принимая во внимание оценку для полутолщины диска  $h \sim c_s/\Omega$ , параметр  $\Lambda$  может принимать значения от  $\Lambda \sim 1$  в длинноволновом пределе до  $\Lambda \lesssim 100$  для возмущений, у которых длина волны сравнима с толщиной диска. Для многих стационарных моделей АД можно принять степенную зависимость равновесных параметров диска от радиальной координаты:  $r/L_f = \text{const}$ . При выполнении условия  $\text{Im}(\nu) > 0$  имеем неустойчивые решения, рассмотренные в [144] в случае  $r/L_z = 0$ .

На рис. 5.22 на плоскости параметров  $r/L_\sigma$  и  $r/L_p$  изображены границы конвективной неустойчивости, определенные из условия  $\text{Im}(\nu) = 0$ , для базовой модели  $r/L_\Omega = r/L_z = -3/2$ ,  $\gamma = 5/3$ ,  $\Lambda = 10$ . Здесь же для сравнения приведены границы устойчивости для невращающейся среды, для которой равновесие обеспечивается только внешней силой и градиентом давления, а также для модели  $r/L_z = 0$ . Как видим, вращение и конечная толщина диска заметно изменяют условия существования конвективной неустойчивости. Причем, в зависимости от знаков  $L_\sigma$  и  $L_p$  области на плоскости  $(r/L_\sigma, r/L_p)$ , благоприятные для возникновения градиентной неустойчивости, могут как увеличиваться, так и уменьшаться. Для равновесных распределений с  $r/L_\sigma < 0$  и  $r/L_p < 0$  дифференциальность вращения и конечная толщина дисков являются

стабилизирующими факторами. При любых значениях  $r/L_\sigma$  с уменьшением  $\gamma$  критическое значение  $|r/L_p|$  становится меньше. Этот эффект согласуется с критерием (5.156).

Параметр  $\Lambda$  характеризует пространственную структуру возмущений. Большие значения параметра  $\Lambda \gg 1$  достигаются для коротковолновых в радиальном направлении волн  $k \sim \Omega/c_s$ . Величина  $\Lambda$  выше для возмущений с бóльшим азимутальным номером  $m$ . Следует подчеркнуть, что наиболее неустойчивыми с точки зрения уравнений (5.155), (5.157) являются предельно неосесимметричные возмущения  $\sin(\Theta) = 1$  (поскольку  $\text{Im } \omega \propto \sin\{\Theta\}$ ), для которых заведомо нарушаются приближения, лежащие в основе дисперсионных уравнений. Границы конвективной неустойчивости в плоскости диска зависят от степени неосесимметричности возмущений только через параметр  $\Lambda(\Theta)$ . Наиболее сильно параметр  $\Lambda$  влияет на модели с  $r/L_p > 0$ . И в случае  $r/L_p > 0$  неустойчивыми могут быть только мелкомасштабные возмущения.

Наличие предельных переходов свидетельствует, что физический механизм, обуславливающий рост возмущений со временем, аналогичен классической конвективной неустойчивости при наличии градиента энтропии, сонаправленного с внешней силой, либо неустойчивости Рэлея-Тейлора, если градиенты равновесных давления и плотности имеют разные знаки. Для неустойчивости, которая в основном имеет  $r/L_p < 0$ , следует различать две области. В одной поверхностная плотность убывает с увеличением радиальной координаты ( $r/L_\sigma < 0$ ), прямым аналогом такой неустойчивости является конвективная в однородном поле тяжести. В другом случае поверхностная плотность растет с удалением от центра ( $r/L_\sigma > 0$ ), что соответствует неустойчивости Рэлея-Тейлора.

Поскольку в “земных условиях” данный тип неустойчивости приводит к эффективному перемешиванию вещества, то можно предположить аналогичный процесс в *плоскости* аккреционного диска.

**Нелинейная стадия радиальной конвекции.** Проведенный выше анализ подразумевает выполнение, как минимум, трех условий: 1) линейность; 2) малость длины возмущения в радиальном направлении по сравнению с масштабом неоднородности; 3) волны должны быть сильнозакрученными (ограничение связано с дифференциальностью вращения). Инкремент пропорционален  $\sin(\Theta)$ , поэтому необходимо изучить влияние сильной дифференциальности вращения на формирующиеся на линейной стадии конвективные ячейки. Обсудим результаты нелинейной эволюции конвективно неустойчивого диска методом TVD-E (см. [754]) без учета вязкости, ограничившись  $\Omega_z = \text{const}$ , используя безразмерные

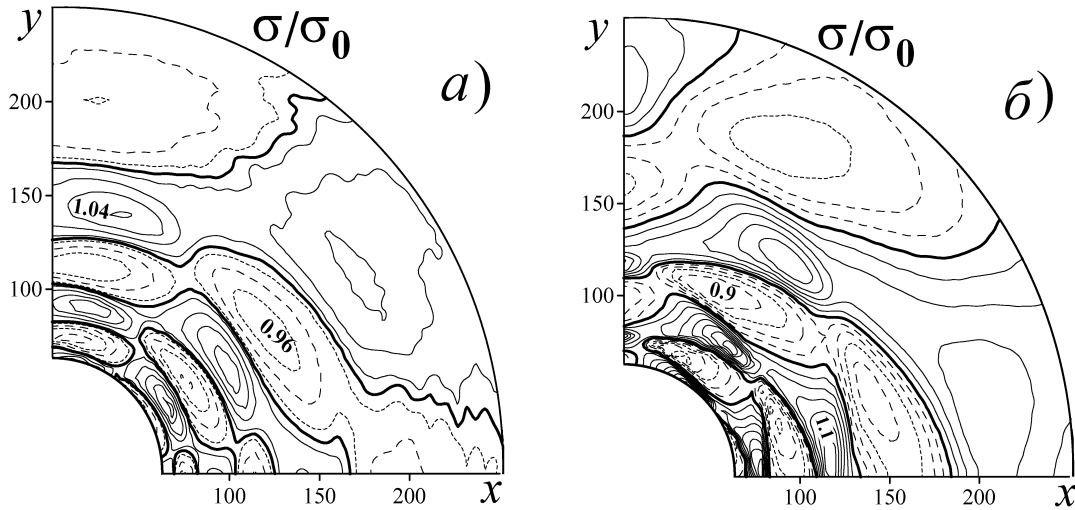


Рис. 5.23. Изолинии поверхностной плотности  $\sigma/\sigma_0$  в два разных момента времени  $t_1 = 15000$  (а),  $t_2 = 41000$  (б)

координаты и время:  $t = 1$  — период обращения на радиусе  $r = 1$  [541].

В начальный момент времени задаем степенные зависимости плотности и давления ( $r/L_p = \text{const}, r/L_\sigma = \text{const}$ ). Если начальное равновесное состояние, определяемое функциями  $p_0(r)$  и  $\sigma_0(r)$ , обеспечивает устойчивость диска в соответствии с (5.155) ( $\text{Im}(\omega) = 0$ ), то роста возмущений со временем в численных моделях не наблюдается.

Рассмотрим модель с  $r/L_p = -3/2$  и  $r/L_\sigma = -1/2$ ,  $\gamma = 5/3$ , которая попадает в неустойчивую область в соответствии с (5.155). Независимо от амплитуды начального возмущения происходит формирование растущих со временем волн, имеющих характерную спирально-ячеистую структуру. На рис. 5.23 показаны изолинии отношения плотности  $\sigma(r, \varphi)$  к равновесному значению  $\sigma_0(r)$  в два момента времени  $t_1 = 15\,000$  и  $t_2 = 41\,000$ . На начальной стадии формируются типичные конвективные ячейки (см. рис. 5.23 а) с небольшой относительной амплитудой поверхностной плотности  $|\sigma - \sigma_0|/\sigma_0 \lesssim 5\%$ . Со временем происходит рост амплитуды возмущений и усложнение пространственной структуры из-за дифференциальности вращения диска (см. рис. 5.23 б).

Закон вращения слабо отличается от кеплеровского  $\Omega_K$ . Поле возмущений скорости наглядно демонстрирует вихревой характер течения. Параметры  $k$  и  $m$ , характеризующие пространственную структуру возмущений, независимы в рамках линейного анализа. И формально, при прочих равных, наиболее неустойчивы волны с углом закрутки  $\Theta \rightarrow 90^\circ$ . В численной модели нарастают волны с  $\Theta \simeq 15^\circ \div 25^\circ$  в результате компромисса между неустойчивостью и дифференциальностью вращения. Структура неустойчивых возмущений на нелинейной стадии определяется параметрами модели  $(\mathcal{M}, m, \delta_p, \delta_\sigma, \gamma)$ , причем азимутальное

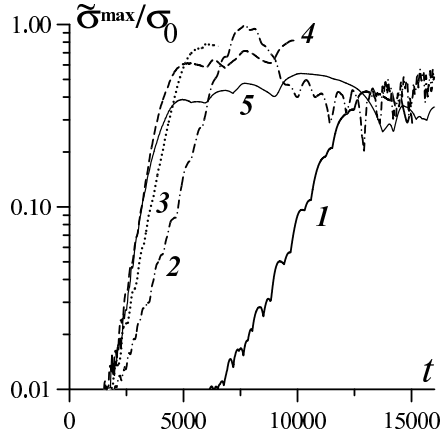
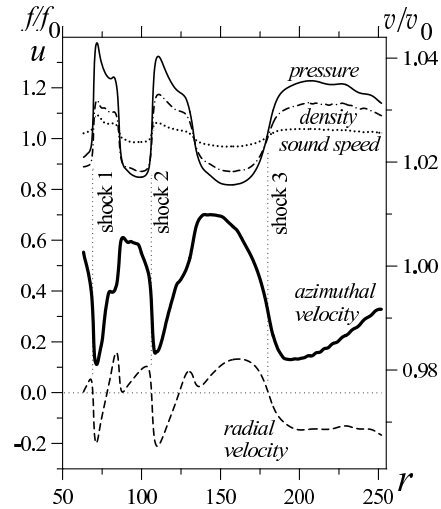


Рис. 5.24. Зависимость максимального значения возмущенной плотности  $\tilde{\sigma}/\sigma_0$  для конвективной ячейки от времени для различных моделей:  $\mathcal{M} = 10$ , 1 —  $m = 2$ , 2 —  $m = 4$ , 3 —  $m = 6$ , 4 —  $m = 8$ , 5 —  $m = 12$ . Чем больше номер гармоники, тем выше темп роста возмущений, который следует экспоненциальному закону вплоть до насыщения

Рис. 5.25. Радиальные зависимости  $\sigma/\sigma_0$ ,  $p/p_0$ ,  $c_s/c_{s0}$ ,  $u$  (левая ось ординат),  $v/v_0$  (правая ось) для азимутального угла  $\varphi = 0$  в момент времени  $t = 2 \cdot 10^4$ . Указаны положения ударных волн



число  $m$  мы можем изменять, варьируя начальные возмущения вдоль угла  $\varphi$ . С ростом азимутального числа возмущения становятся более мелкомасштабными и в радиальном направлении. Аналогичный эффект имеем при увеличении числа Маха.

Из линейного анализа следует, что инкремент неустойчивости пропорционален  $\text{Im} \omega \propto m$ , что в целом подтверждается на начальной стадии эволюции возмущений. На рис. 5.24 показаны зависимости от времени максимальных значений относительного возмущения для выбранной конвективной ячейки для различных  $m$  и  $\mathcal{M}$ . За характерные времена  $t^{(sat)} \simeq 350\mathcal{M}$  происходит нарастание возмущений до существенно нелинейной стадии, близкое к насыщению. Амплитуда возмущений с малым азимутальным числом нарастает медленнее.

Сверхзвуковое натекание газа на область повышенной плотности в зоне спиральной волны приводит к формированию слабых ударных волн на задней кромке. Радиальные профили течения аналогичны полученным в п. 5.3.6 при рассмотрении диссипативной неустойчивости, поскольку волны являются сильно закрученными (рис. 5.25).

Конвекция в плоскости диска приводит в среднем к падению вещества на гравитационный центр. Поток вещества  $\dot{M} = r \int_0^{2\pi} \sigma u d\varphi$  в

целом отрицателен. Поток удельного углового момента направлен наружу и среднее радиальное движение к центру связано с отводом углового момента спиральными волнами, что обеспечивает аккрецию в результате перераспределения вещества.

Полученные результаты, сделанные в рамках квазикеплеровского диска, в основном сохраняются в случае законов вращения с  $r/L_\Omega > -3/2$ . В приложении к газовым подсистемам дисковых галактик значения параметра  $r/L_\Omega$  лежат от 0 (близкая к твердотельной центральная зона) до  $-1$  — кривая типа “плато” характерна для большинства галактик в существенной части диска.

### 5.3.5. Приливная неустойчивость

В газовом диске, вращающемся вокруг компактного объекта массой  $M_1$ , может развиваться неустойчивость, связанная с приливным влиянием со стороны второго компонента массой  $M_2$  тесной двойной системы. Физику этой неустойчивости легко понять, рассматривая движение пробной частицы в гравитационном поле двойной системы.

Пусть в случае  $M_2 = 0$  пробная частица движется по периодической орбите. Как известно, малые колебания вблизи траектории происходят с эпициклической частотой  $\varkappa = \varkappa_0$ , и отклонения описываются обычным уравнением гармонического осциллятора (см. п. 1.1.3)

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \varkappa^2\xi = 0. \quad (5.158)$$

С учетом нормальной звезды ( $M_2 \neq 0$ ), вращающейся с периодом  $T_0 = 2\pi/\Omega_0$ , частота колебаний в (5.158) будет периодической функцией времени и можно считать

$$\varkappa^2 = \varkappa_0^2 \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n \cos(n\Omega t) \right], \quad (5.159)$$

где  $\Omega$  — средняя угловая скорость при движении частицы по периодической орбите, коэффициенты  $\varepsilon_n$  определяются потенциалом второй звезды [484]. В этом случае уравнение (5.158) описывает параметрический резонанс [92]. При определенных соотношениях между собственной частотой и частотой вынуждающей силы отклонение  $\xi$  начинает быстро нарастать со временем — развивается приливная неустойчивость. Поскольку период двойной системы  $T_0$  зависит от относительной массы возмущающего тела  $\mu = M_2/(M_1 + M_2)$ , то и параметры  $\varepsilon_n$  определяются величиной  $\mu$ , причем отличны от нуля только нечетные члены (из-за симметрии потенциала). Наиболее интенсивным является резонанс с

$\varepsilon_3 = 1,85\mu$ , и, следовательно, приливная неустойчивость возникает, когда период пробной частицы составляет  $\simeq 1/3$  от периода второй звезды в инерциальной системе <sup>21</sup> [484, 485, 894].

В случае кеплеровского диска период обращения частиц растет с радиусом и существует значение  $r_0$ , при котором наступает резонанс. Как мы видели в п. 5.1.1, 5.1.4, из-за приливного взаимодействия в ТДС диск имеет конечный размер. Внешний радиус диска  $R$  определяется отношением  $q = M_2/M_1$  — чем больше  $q$ , тем меньше величина  $R$ . Для значений  $q \ll 1$  диск простирается за радиус  $r_0$ . В результате во внешней области диска развивается приливная неустойчивость, приводящая к возникновению медленно прецессирующего эллиптического диска. Период обращения такого эллиптического диска на 3–6 % превышает орбитальный период двойной. При  $q \simeq 1/4$  выполняется равенство  $R \simeq r_0$ . Поэтому в системах с  $q \geq 1/4$  приливная неустойчивость не развивается.

Возникновение приливной неустойчивости, обусловленной параметрическим резонансом 3 : 1 между орбитальным движением газа в диске и орбитальным вращением двойной, подробно исследовано в рамках численного моделирования газового диска в ТДС [484, 485, 894]. Возможно, что так называемые “супергорбы” в системах типа SU UMa (периодическое увеличение блеска кривой на 20–30 % с периодом, несколько превышающим орбитальный период во время супервспышек (см. п. 1.5.1)) вызваны эллиптическим диском.

### 5.3.6. Диссипативно-акустическая неустойчивость

**Динамика длинноволновых возмущений.** Характерной особенностью стандартной модели АД является наличие зависимости турбулентных диссипативных коэффициентов от параметров диска. В § 4.4 рассматривалась динамика малых возмущений без учета возмущения величины вязкости. Обсудим в рамках предельно простой модели влияние зависимости динамической вязкости от плотности ( $\eta = \sigma\nu \propto \sigma^{1+\delta}$ ) на характер звуковых колебаний в плоскости диска.

С учетом возмущения динамической вязкости  $\eta_1/\eta_0 = (1 + \delta)\sigma_1/\sigma_0$  для кеплеровского диска система уравнений для относительно длинноволновых возмущений (4.118)–(4.120) принимает вид:

$$-i\omega\sigma_1 + i\sigma_0 k u_1 = 0, \quad (5.160)$$

$$-i\omega u_1 - 2\Omega v_1 = -ikc_T^2 p_1/p_0 - \lambda_0 k^2 u_1, \quad (5.161)$$

<sup>21</sup> Данный резонанс хорошо известен в небесной механике в ограниченной задаче трех тел. Примерами являются особенности движения астероидов в системе Солнце–Юпитер и некоторые особенности структуры колец Сатурна с учетом спутников планеты [36].

$$-i\omega v_1 + \frac{1}{2}\Omega u_1 = -k^2\nu_0 v_1 - ik\frac{3}{2}\Omega\nu_0\eta_1/\eta_0. \quad (5.162)$$

В первом приближении будем считать  $p_1/p_0 = \gamma_s\sigma_1/\sigma_0$  (в работах [205, 209] в уравнении теплового баланса учитывались диссипативные факторы). В результате получаем дисперсионное уравнение

$$\omega^3 + ik^2(\lambda_0 + \nu_0)\omega^2 - (\Omega^2 + k^2c_s^2 + k^4\nu_0\lambda_0)\omega - ik^2\nu_0\Omega^2[3(1+\delta) - c_s^2k^2/\Omega^2] = 0. \quad (5.163)$$

Будем искать выражение для частоты длинноволновых звуковых колебаний в виде  $\omega/\Omega = 1 + \varepsilon k^2$  ( $|\varepsilon k^2| \ll 1$ ). Таким образом, для мнимой части частоты имеем

$$\text{Im}(\omega) \simeq \frac{k^2\nu_0}{2}(2 + 3\delta - \lambda_0/\nu_0). \quad (5.164)$$

При выполнении условия  $(2 + 3\delta)\nu_0 > \lambda_0$  имеем неустойчивость акустических колебаний. Отметим, что для  $\alpha$ -модели в области доминирования газового давления и непрозрачности  $k_T$  имеем  $\delta = 2/3$  (см. § 5.1). Нарастание возмущений целиком обусловлено зависимостью динамической вязкости  $\eta$  от параметров диска. Учет тепловых процессов, излучения, давления излучения, зависимости вязкости от температуры, вертикальной структуры диска и вертикальных колебаний изменяет значения инкрементов, сохраняя возможность неустойчивости  $\text{Im}(\omega) > 0$  [205, 209, 538].

Зависимости вязкости и непрозрачности от поверхностной плотности и толщины диска ( $\nu \propto \sigma^{\delta_\sigma} h^{\delta_h}$ ,  $\bar{\kappa} \propto \sigma^{\Delta_h} h^{\Delta_h}$ ) оказывают решающее влияние на диссипативные неустойчивости акустических, а также вязкой и тепловой (см. п. 5.3.1) ветвей колебаний. Построенные к настоящему времени многочисленные модели АД оказываются как в устойчивой, так и в неустойчивой областях по параметрам  $\Delta_h$ ,  $\Delta_\sigma$ ,  $\delta_h$ ,  $\delta_\sigma$  для различных ветвей колебаний [209].

**Неустойчивость коротковолновых акустических волн.** Модель тонкого диска накладывает ограничение на длину волны  $\lambda \gg h$  и частоты возмущений [36]. Поэтому для корректного исследования динамики возмущений с  $\lambda \lesssim h$  необходимо рассматривать вертикальные движения и  $z$ -структуру АД. Модель тонкого диска позволяет рассматривать только пинч-колебания ( $S$ -мода). Для них возмущенное давление является симметричной функцией  $z$ -координаты, а вертикальные смещения газа не сдвигают центр массы в диске относительно плоскости симметрии  $z = 0$ . Таким образом, изгибные колебания ( $AS$ -мода) исключаются из рассмотрения. Кроме того, двумерные модели не позволяют изучать высокочастотные (отражательные) гармоники с  $\omega \gg \Omega$ . Изучим динамику акустических возмущений с учетом вертикальных движе-

ний. Кроме того, попутно рассмотрим вопрос о пределах применимости модели тонкого диска.

**Задача определения собственных частот.** Аналогично п. 5.3.2.1 рассмотрим математическую модель, позволяющую определять собственные частоты для различных неустойчивых мод в  $z$ -неоднородном вязком осесимметричном диске [538]. В отличие от (5.113), (5.114), пренебрежем магнитным полем, но учтем вязкость.

Будем считать, что равновесная скорость в диске имеет только  $r$ - и  $\varphi$ -компоненты:  $\vec{u}_0(r, z) = (u_0, v_0, 0)$ . Для компонент тензора вязких напряжений примем:

$$\Pi_{ij} = -\alpha_{ij} \mathcal{P}, \quad (5.165)$$

где  $i, j = (r, \varphi, z)$ . Параметры  $\alpha_{rz}$ ,  $\alpha_{\varphi z}$  и  $\alpha_{r\varphi}$  определяют уровень турбулентности в диске. Причем  $\alpha_{rz}$  и  $\alpha_{\varphi z}$  обусловлены сдвиговым характером течения в  $z$ -направлении, а величина  $\alpha_{r\varphi}$  связана с дифференциальностью вращения в плоскости диска и совпадает с  $\alpha$ -параметром стандартной теории дисковой аккреции [221]. С учетом оценок  $\alpha_{r\varphi} : \alpha_{rz} : \alpha_{\varphi z} : \alpha_{rr} : \alpha_{\varphi\varphi} \sim \left| \frac{r \partial \Omega}{\partial r} \right| : \left| \frac{\partial u_0}{\partial z} \right| : \left| \frac{r \partial \Omega}{\partial z} \right| : \left| \frac{\partial u_0}{\partial r} \right| : \left| \frac{u_0}{r} \right|$ ,  $h \ll r$ , ограничимся в уравнениях движения только компонентой  $\Pi_{r\varphi}$ . Считаем, что равновесный баланс сил определяется системой уравнений:

$$\frac{v_0^2}{r} = \frac{1}{\varrho_0} \frac{\partial \mathcal{P}_0}{\partial r} + \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad u_0 \frac{\partial r v_0}{r \partial r} = -\frac{\alpha}{\varrho_0} \frac{\partial r^2 \mathcal{P}_0}{r^2 \partial r}, \quad \frac{\partial \mathcal{P}_0}{\partial z} = -\varrho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial z}. \quad (5.166)$$

Равновесные функции представим в виде:  $f_0(r, z) = f_{01}(r) \cdot f_{02}(z)$ . Воспользуемся решениями п. 4.1.1. Соотношение

$$c_s^2(r, z) = \frac{\gamma \mathcal{P}_0}{\varrho_0} = c_s^2(r, 0) f(z), \quad \text{где } c_s^2(r, 0) = \frac{\gamma}{a} \Omega_K^2 h^2 \quad (5.167)$$

определяет адиабатическую скорость звука ( $\gamma$  — показатель адиабаты, в общем случае  $\gamma \neq \ell$ ). Для равновесных скоростей  $v_0$  и  $u_0$  из уравнений (5.166) с учетом (5.167) получим:

$$v_0(r, z) = r \Omega(r, z) = \sqrt{r^2 \Omega_K^2 + \ell_P c_s^2 / \gamma}, \quad (5.168)$$

$$u_0(r, z) = -\frac{\alpha(2 + \ell_P)}{\gamma(1 + \ell_v)} \frac{c_s^2}{v_0}, \quad (5.169)$$

где параметры  $\ell_P = \partial(\ln \mathcal{P}_0) / \partial(\ln r)$ ,  $\ell_\varrho = \partial(\ln \varrho_0) / \partial(\ln r)$ ,  $\ell_v = \partial(\ln v_0) / \partial(\ln r) = 1 - n$  характеризуют радиальные неоднородности равновесных величин.

После стандартной процедуры линеаризации получим систему уравнений относительно возмущенных величин:

$$\frac{\partial \tilde{\varrho}}{\partial t} + \frac{\partial}{r \partial r} [r(u_0 \tilde{\varrho} + \varrho_0 \tilde{u})] + \frac{\partial(\varrho_0 \tilde{w})}{\partial z} = 0, \quad (5.170)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} + \tilde{u} \frac{\partial u_0}{\partial r} + \tilde{w} \frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{2v_0}{r} \tilde{v} = -\frac{1}{\varrho_0} \left( \frac{\partial \tilde{\mathcal{P}}}{\partial r} - \frac{\tilde{\varrho}}{\varrho_0} \frac{\partial \mathcal{P}_0}{\partial r} \right), \quad (5.171)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + u_0 \frac{\partial(r\tilde{v})}{r\partial r} + \tilde{u} \frac{\partial(rv_0)}{r\partial r} + \tilde{w} \frac{\partial v_0}{\partial z} = -\frac{1}{\varrho_0} \left( \alpha \frac{\partial(r^2 \tilde{\mathcal{P}})}{r^2 \partial r} - \frac{\alpha \tilde{\varrho}}{\varrho_0} \frac{\partial(r^2 \mathcal{P}_0)}{r^2 \partial r} \right), \quad (5.172)$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} = -\frac{\partial \tilde{\mathcal{P}}}{\varrho_0 \partial z} - g \frac{\tilde{\varrho}}{\varrho_0}, \quad (5.173)$$

здесь  $g \equiv \partial \Psi / \partial z$ .

Поскольку мы будем изучать динамику только акустических колебаний, то в уравнении (5.100) правую часть можно не учитывать. Тогда тепловое уравнение в линейном приближении удобно записать в форме закона сохранения энтропии:

$$\frac{\partial \tilde{s}}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \tilde{s}}{\partial r} + \tilde{u} \frac{\partial s_0}{\partial r} + \tilde{w} \frac{\partial s_0}{\partial z} = 0, \quad (5.174)$$

здесь  $s_0$  — удельная энтропия равновесного газа. Исключим возмущение энтропии  $\tilde{s}$  из (5.174) с помощью уравнения состояния  $s = s(\mathcal{P}, \varrho)$ , которое в линейном приближении запишем:

$$\tilde{s} = \left( \frac{\partial s}{\partial \mathcal{P}} \right)_{\varrho} \cdot \tilde{\mathcal{P}} + \left( \frac{\partial s}{\partial \varrho} \right)_{\mathcal{P}} \cdot \tilde{\varrho} = c_V \frac{\tilde{\mathcal{P}}}{\mathcal{P}_0} - c_P \frac{\tilde{\varrho}}{\varrho_0}, \quad (5.175)$$

где  $c_V = T (\partial s / \partial T)_{\varrho}$ ,  $c_P = T (\partial s / \partial T)_{\mathcal{P}}$  — удельные теплоемкости при постоянных плотности и давлении. Введем функцию смещения вещества в вертикальном направлении  $\xi$ :

$$w = \frac{d\xi}{dt} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial r} + v \frac{\partial \xi}{r \partial \varphi}. \quad (5.176)$$

С учетом ВКБ-приближения в радиальном направлении ( $kr \gg 1$ ,  $k$  — радиальное волновое число) представим решения в виде:

$$\tilde{f}(r, z, t) = \hat{f}(z) \cdot \exp\{-i\omega t + ikr\}. \quad (5.177)$$

С учетом (5.175) и (5.177), система (5.170)–(5.174) сводится к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям относительно амплитуд возмущенных давления  $\hat{\mathcal{P}}(z)$  и вертикального смещения  $\hat{\xi}(z)$  от плоскости  $z = 0$ :

$$\frac{d\hat{\xi}}{dz} = \frac{D_1(\hat{\omega}, k, z)}{\hat{\omega}(\hat{\omega}^2 - \varkappa^2) c_s^2 \varrho_0} \hat{\mathcal{P}} + \frac{g}{c_s^2} \cdot \hat{\xi}, \quad (5.178)$$

$$\frac{d\hat{\mathcal{P}}}{dz} = \varrho_0 \left\{ \hat{\omega}^2 - \frac{g}{\gamma} S_z \right\} \cdot \hat{\xi} - \frac{g}{c_s^2} \cdot \hat{\mathcal{P}}, \quad (5.179)$$

здесь  $\hat{\omega} = \omega - ku_0$ ,  $\mathfrak{x} = \Omega\sqrt{2(2-n)}$  — эпициклическая частота,  $D_1 = -(\hat{\omega}^3 - \hat{\omega}(\mathfrak{x}^2 + k^2 c_s^2) - 2i\alpha\Omega k^2 c_s^2)$ ,  $S_z = \frac{1}{c_V} \frac{\partial s_0}{\partial z} = (\ln \mathcal{P}_0)' - \ell (\ln \varrho_0)'$ , штрих означает дифференцирование по  $z$ -координате ( $f' \equiv \partial f / \partial z$ ),  $\hat{\xi}$  — комплексная амплитуда материального  $z$ -смещения от равновесного состояния, так что с учетом (5.176) выполняется  $\tilde{w} = d\tilde{\xi}/dt = -i\hat{\omega} \tilde{\xi}$ . В более общем виде с учетом радиальных неоднородностей система уравнений на  $\hat{\xi}$ ,  $\hat{\mathcal{P}}$  приведена в [538]. Отметим, что ВКБ-приближение вдоль  $r$  требует, чтобы в бездиссипативном пределе коэффициенты в уравнениях типа (5.178), (5.179) были вещественными. В невязком приближении без магнитного поля имеем согласие с (5.113), (5.114), а без учета вращения имеем предельный переход к уравнениям, рассмотренным в [120].

Численно решая краевую задачу для системы уравнений (5.178), (5.179) с учетом граничных условий (5.117) и (5.115) для  $S$ -моды (или (5.116) для  $AS$ -моды), мы находим собственные значения комплексной частоты  $\omega$  для заданных распределений равновесных параметров диска вдоль  $z$ -координаты. Одновременно получаем собственные функции  $\hat{\xi}(z)$  и  $\hat{\mathcal{P}}(z)$ , которые с учетом (5.170)–(5.173) дают вертикальные зависимости для всех остальных возмущенных величин. Вышеизложенную схему будем называть “3D-модель”, а модель тонкого диска — “2D-модель”. Будем пользоваться безразмерной частотой  $W = \omega/\Omega_K$  и безразмерным волновым числом  $K = kh$ . Если специально не оговаривается, то параметры принимают значения:  $\alpha = 0,2$ ;  $\gamma = \ell = 5/3$ ;  $h/r = 0,05$ ;  $n = 3/2$ .

**Фундаментальные  $S$ - и  $AS$ -моды в 2D- и 3D-моделях.** Предварительно, для коротковолновых возмущений в вертикальном направлении формально подставим  $\hat{\mathcal{P}}, \hat{\xi} \propto \exp[i k_z z]$  в (5.178), (5.179) и, пренебрегая неоднородностью равновесных величин, запишем дисперсионное уравнение:

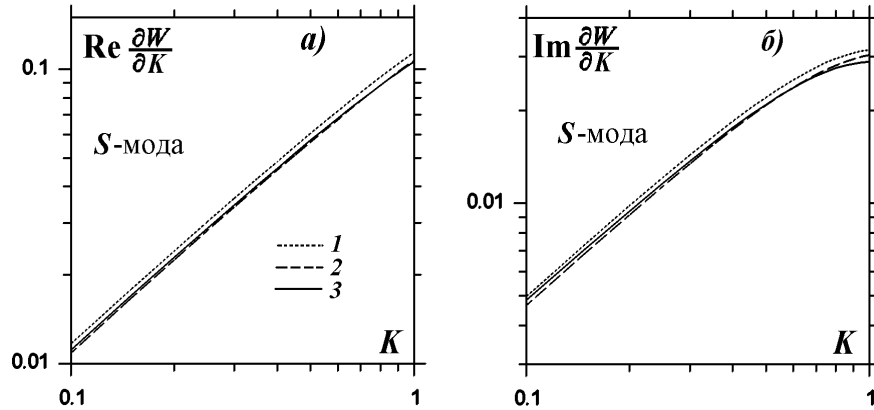
$$\omega^4 - \omega^2 [\mathfrak{x}^2 + c_s^2 (k^2 + k_z^2)] - 2i\alpha\Omega c_s^2 k^2 \omega + \mathfrak{x}^2 c_s^2 k_z^2 = 0, \quad (5.180)$$

здесь  $k_z$  есть волновое число в  $z$ -направлении. Естественно, что уравнение (5.180) при  $k_z = 0$  совпадает с результатом [209] для 2D-модели в соответствующем приближении в случае замены  $\gamma$  на плоский показатель адиабаты  $\Gamma$  (5.106), (4.16), и квадрат адиабатической скорости звука в плоскости диска должен определяться следующим выражением:

$$c_s^2 = \Gamma \frac{\int_0^h \mathcal{P}(z) dz}{\int_0^h \varrho(z) dz}. \quad (5.181)$$

Очевидно, что эти колебания соответствуют  $S$ -моде (5.115).

Рис. 5.26. Зависимости величины  $\partial W/\partial K$  от  $K$  в случае: 1 — 2D-модель с  $\Gamma$ , вычисляемой по (4.16); 2 — 2D-модель с  $\Gamma = \Gamma_2$ ; 3 — 3D-модель



При  $\alpha > 0$  уравнение (5.180) определяет две неустойчивые акустические ветви колебаний и две затухающие моды (вязкую и тепловую). Затухание последних связано с отсутствием радиационного давления, диссипации и охлаждения в тепловом уравнении. При учете этих факторов вязкая и тепловая низкочастотные колебательные ветви могут быть неустойчивыми (см. п. 5.3.1).

На рис. 5.26 показаны зависимости  $\frac{\partial W}{\partial K}$  от  $K$  в 2D- и 3D-модели, демонстрирующие слабое различие между собой. Там же приведен результат вычисления с плоским показателем адиабаты  $\Gamma_2 = \frac{3\gamma - 1 - \gamma\delta}{1 + \gamma - \delta}$  ( $\delta = \alpha^2/\Omega_K^2 = 1$ ), полученным при более аккуратном учете вертикальных движений [78]. Линейная зависимость  $\frac{\partial W}{\partial K}$  указывает на то, что  $\omega \propto k^2$  в широких пределах в соответствии с асимптотикой (5.164).

Таким образом, прямое сравнение дает удовлетворительное согласие между моделью тонкого диска и результатами решения 3D-задачи. Собственные частоты колебаний, полученные из уравнения (5.180) при  $k_z = 0$  с учетом (5.181) и посредством решения краевой задачи (5.178)–(5.117), слабо различаются в области  $kh \lesssim 3$  (рис. 5.26). Заметные отличия появляются только при  $kh \gtrsim 3$ . Отметим, что в этой области заведомо нарушается формальное условие применимости 2D-модели ( $kh \ll 1$ ). В случае малых значений параметра  $\gamma$  расхождения возникают при больших  $kh$ , поскольку характерный масштаб неоднородности равновесных параметров в вертикальном направлении увеличивается с уменьшением  $\gamma$  [538]. В коротковолновой области инкремент и фазовая скорость возмущений в рамках 3D-модели меньше, чем в 2D-модели, что связано с неоднородным  $z$ -распределением равновесных величин и поперечной силы тяжести. Инкремент неустойчивости линейно пропорционален  $\alpha$ -параметру, а значение волнового числа  $k$ , при котором появляются различия между моделями, слабо зависит от значения  $\alpha$ -параметра.

Обсуждаемая здесь низкочастотная мода ( $\omega \simeq \sqrt{\Omega^2 + k^2 c_s^2}$ ) слабо

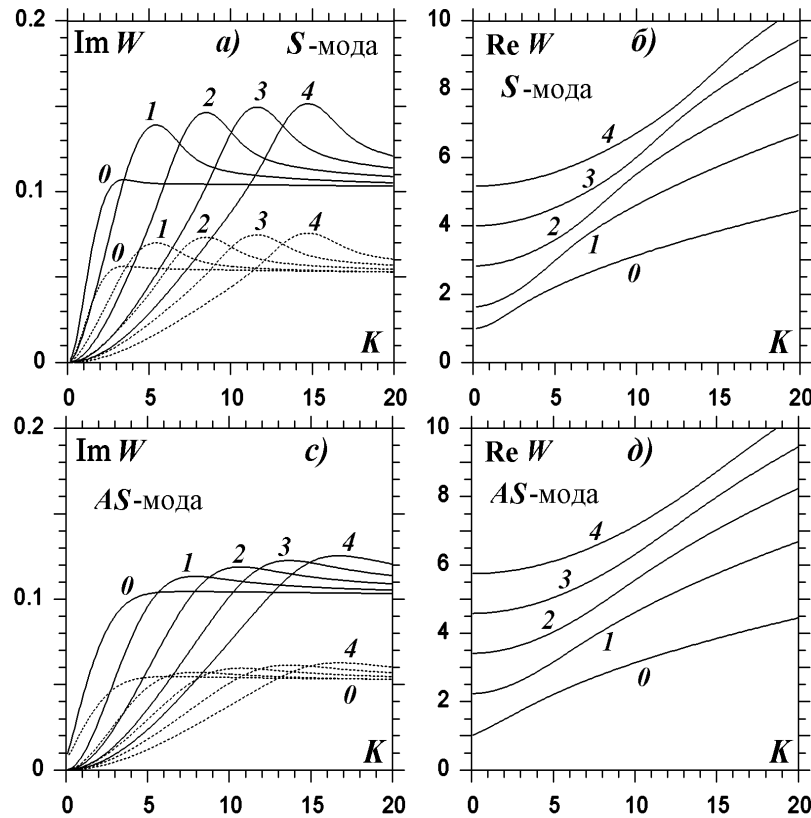


Рис. 5.27. Зависимость  $W$  от  $kh$  для  $S$ - и  $AS$ -мод при различных значениях  $\alpha$ . Сплошная линия соответствует  $\alpha = 0,2$ , пунктирная линия —  $\alpha = 0,1$ . Числа на рисунке указывают номера гармоник  $j$ . На рисунках б) и д) сплошная и пунктирная линии совпадают

зависит от  $z$ -структуры, она имеет место и в 2D-, и в 3D-моделях, поэтому ее естественно называть *фундаментальной модой*. В случае  $\alpha \ll 1$  для фундаментальной моды из (5.180) получаем

$$\omega^2 = \alpha^2 + k^2 c_s^2 + i\alpha \frac{\Omega c_s^2 k^2}{\alpha^2 + c_s^2 k^2}, \quad (5.182)$$

что согласуется с результатами расчета по 3D-модели.

Таким образом, прямая проверка показывает, что 2D-модель пригодна для изучения диссипативно-акустической неустойчивости с характерными пространственными масштабами возмущений в плоскости диска в пределах  $\sim (2h \div r)$ .

**Дисперсионные свойства высокочастотных неустойчивых мод.** Газовый диск является своеобразным волноводом (см. п. 5.3.2), где может распространяться дискретный набор волн, различающихся вертикальным волновым числом, так что между  $z = -h$  и  $z = +h$  укладывается целое или полуцелое число длин волн. Вертикальная неоднородность равновесных параметров приводит к более сложной картине, поскольку гармонические волны не являются собственными решениями краевой задачи (5.178), (5.179).

Кроме фундаментальных  $S$ - и  $AS$ -мод в вязких аккреционных дис-

ках может генерироваться любое число неустойчивых гармоник, обусловленных диссипативным механизмом [538]. На рис. 5.27 изображены зависимости собственной частоты  $\omega$  от радиального волнового числа  $k$  для фундаментальной моды  $j = 0$  и первых четырех отражательных гармоник  $j = 1, 2, 3, 4$ . Неустойчивыми являются как пинч-колебания, так и изгибные моды. Инкременты рассматриваемых неустойчивостей возрастают с увеличением  $k$  и достигают максимума при некоторых значениях волнового числа. Максимум  $\text{Im}(\omega)$  сдвигается в более коротковолновую область с ростом номера гармоники  $j$ , причем значение максимума увеличивается с уменьшением характерного масштаба возмущений в  $z$ -направлении. Инкремент у всех гармоник увеличивается с ростом  $\alpha$ -параметра, а  $\text{Re}(\omega)$  практически не зависит от  $\alpha$ .

Для каждой гармоники  $j$  реальная часть частоты изгибных колебаний в области длинных волн больше соответствующей пинч-моды, что следует уже из приближенного дисперсионного уравнения  $\omega^2 \simeq \varkappa^2 + (k^2 + k_z^2) c_s^2$  с учетом  $k_z h \simeq \pi j$  для  $S$ -моды и  $k_z h \simeq \pi(j + 1/2)$  для  $AS$ -колебаний. Пинч-возмущения в целом более неустойчивы по сравнению с изгибными. При больших значениях  $kh$  различие между  $S$ - и  $AS$ -колебаниями исчезает. Причем с ростом номера гармоники  $j$  это происходит при больших значениях радиального волнового числа  $k$ . Однако необходимо отметить, что очень коротковолновые возмущения ( $kh \geq 2 \div 10$ ) должны быть устойчивыми из-за наличия радиального градиента возмущенной скорости в вязком тензоре напряжений, который не учитывается в законе (5.165). С учетом этого фактора максимальные значения инкрементов будут уменьшаться с ростом номера гармоники  $j$ , и очень мелкомасштабные волны (как по  $r$ -, так и по  $z$ -координате) не должны проявляться на нелинейной стадии.

В данном параграфе продемонстрирована принципиальная возможность неустойчивости высокочастотных акустических волн в дифференциально вращающемся газовом диске для бегущих возмущений. Они пребывают в системе ограниченное время, и наличие положительного инкремента не означает еще, что возмущения достигнут нелинейной стадии развития. Возмущения распространяются в диске со скоростью

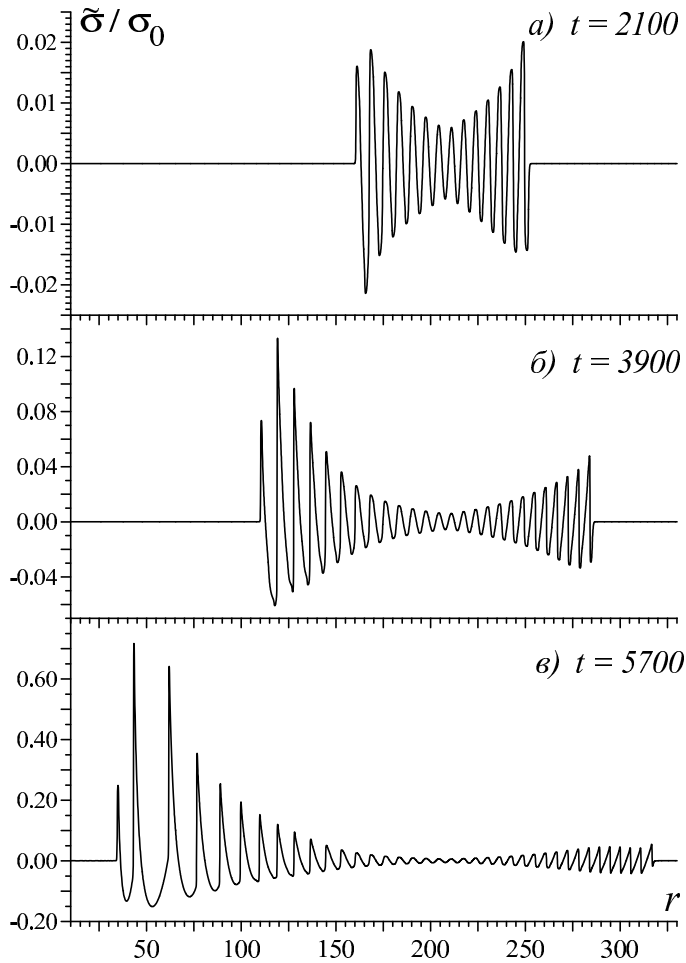


Рис. 5.28. Радиальные зависимости относительных возмущений поверхностной плотности  $\tilde{\sigma}/\sigma_0$  в различные моменты времени для базовой модели. В момент времени  $t = 2100$  (а) относительная амплитуда поверхностной плотности не превышает 2 % и ударные волны отсутствуют, но амплитуда возмущений увеличивается с удалением от генератора ( $r_g = 208$ ). Начиная с момента времени  $t \gtrsim 3500$  возникают условия для формирования ударных волн в наиболее удаленных от источника возмущенных областях  $r \gtrsim 270$  и  $r \lesssim 130$  (б). К моменту времени  $t \simeq 6000$  возмущения достигают внутренней ( $r_{in}$ ) и внешней ( $r_{out}$ ) границ (в)

$\partial\omega/\partial k \sim c_s k h / \sqrt{1 + k^2 h^2} < c_s$ , и характерное время пребывания усиливающихся волн в диске равно  $\sim r/h \sim 10^2$  периодам вращения диска. Если принять для оценки  $\text{Im}(\omega) \sim 0,1\Omega$ , то для  $kh > 1$  возможен заметный рост амплитуды волны ( $\exp\{0,1 \cdot r/h\}$ ). Неосесимметричные колебания могут играть более важную роль, потому что они находятся в системе дольше, чем осесимметричные волны, и, следовательно, нелинейная стадия развития может заведомо достигаться.

**Нелинейное моделирование вязких АД.** В работе [212] изучена нелинейная динамика рассмотренной выше диссипативно-акустической неустойчивости с использованием различных численных схем решения уравнений гидродинамики.

Оказалось, что при наличии начальных возмущений с амплитудой  $\gtrsim 0,1$  % от равновесных значений акустические колебания могут нарастать до слабых ударных волн за время прохождения звуковой волны по диску (рис. 5.28). В результате в диске формируется нестационарная система мелкомасштабных ударных волн, относительная амплитуда ко-

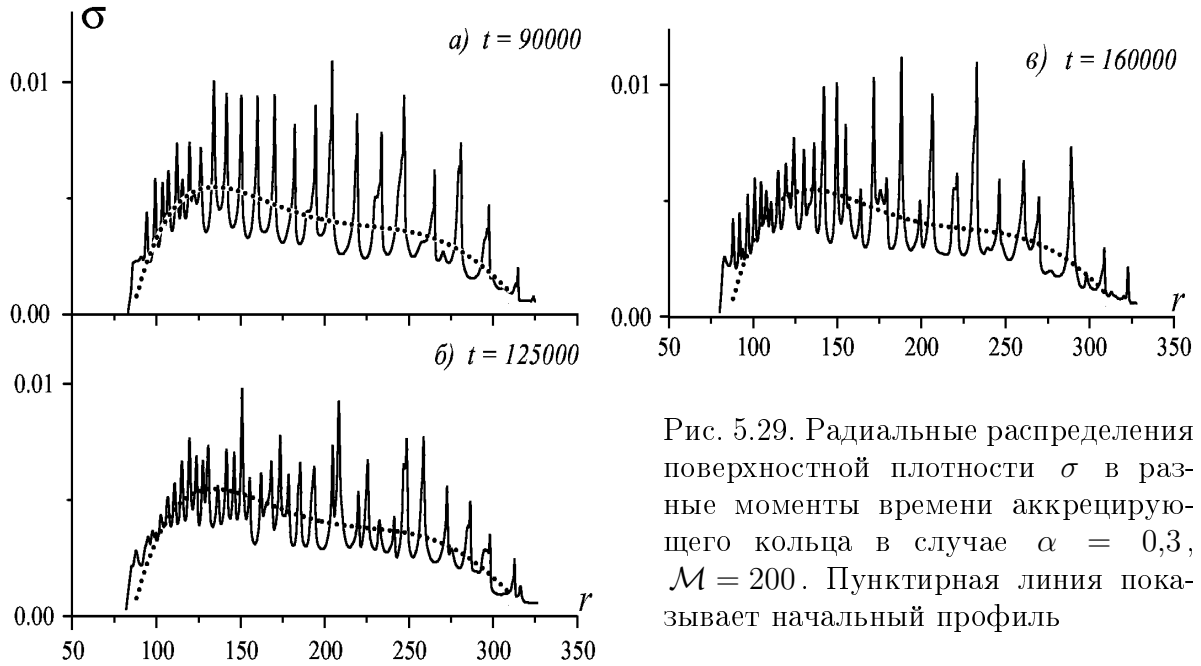


Рис. 5.29. Радиальные распределения поверхностной плотности  $\sigma$  в разные моменты времени аккрецирующего кольца в случае  $\alpha = 0,3$ ,  $M = 200$ . Пунктирная линия показывает начальный профиль

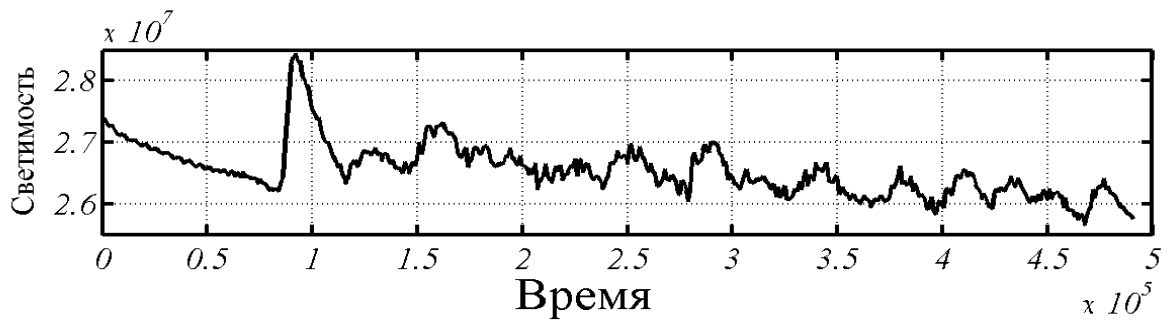


Рис. 5.30. Долговременная зависимость светимости неустойчивого кольца, которое расположено в области  $70 \lesssim r \lesssim 350$  в модели с  $M = 200$

торых может превышать 50 % в случае  $\alpha \gtrsim 0,2$  (рис. 5.29). Следствием указанных волновых движений в АД является нестационарная компонента светимости диска с амплитудой в несколько процентов (рис. 5.30).

Эффективность рассмотренных процессов (формирование ударных волн и квазипериодические осцилляции светимости) сильно зависит от уровня турбулентной вязкости, и образование системы волн значительной амплитуды без учета эффектов отражения от границ в данных моделях оказывается возможным только при  $\alpha \gtrsim 0,05$ .

## Глава 6

### Замечания о природе спирального волнового узора

Первые успехи в понимании коллективных процессов в гравитирующем диске дали возможность ряду исследователей построить теорию квазистационарных волн плотности на гравитационной ветви колебаний звездного диска для объяснения природы спирального узора Галактики ([585, 586, 587]; см. обзор [46]). В связи с результатами Томре [851], говорящими о гравитационной устойчивости звездного диска Галактики, и явным несоответствием между джинсовским масштабом ( $\lambda \gtrsim 7 \div 8$  кпк) и наблюдаемой длиной волны спирального узора в Галактике ( $\lambda_s \simeq 2$  кпк) механизм возбуждения последнего в рамках первоначального варианта теории специально не оговаривается. Это привело к появлению в упомянутой выше теории ряда свободных параметров и в том числе  $\Omega_p$  (угловой скорости вращения спиральных ветвей), величина которой определялась сопоставлением геометрии теоретического спирального узора с геометрией наблюдаемого или из других морфологических соображений [587, 735, 803].

Вскоре, однако, выяснилось, что предсказываемый теорией Лина и Шу спиральный узор нестационарен — в течение трех-четырех оборотов диска он сносится к центру Галактики и исчезает [853]. Одна из первых попыток преодоления этой трудности заключалась в переходе на длинноволновую часть гравитационной ветви колебаний диска [607], что привело к изменению направления сноса спирального волнового пакета на противоположное (в теории Лина и Шу использовалась коротковолновая часть гравитационной ветви колебаний звездного диска). Такой подход потребовал также введения еще одного свободного параметра — той части поверхностной плотности звездного диска, которая “участвует” в создании спирального узора, и, кроме того, локализации генератора спиральных ветвей в центральной части Галактики. В качестве последнего был предложен вращающийся в центральной части диска бар [607].

В то же время существенная часть спиральных галактик не имеет перемычки — бара [28, 35, 52, 739]. Поэтому естествен огромный интерес к осесимметричным механизмам возбуждения и усиления гравитационных спиральных волн, проявившийся в последние годы. В этой

главе мы проанализируем эффективность некоторых таких механизмов: рассмотрим механизм коротковолновой гравитационной неустойчивости, инициируемой звездообразованием в достаточно богатой газом периферии плоской галактики (п. 6.1.1, 1.2); изучим механизм пучковой неустойчивости радиального потока газа в звездно-газовом диске (п. 6.1.3); исследуем нелинейную стадию резонансного усиления спиральной волны в окрестности коротационного радиуса (п. 6.1.4). Рассмотрим также вопрос о возможности построения достаточно протяженного в радиальном направлении спирального узора на гравитационной и градиентной ветвях колебаний диска и обсудим перспективы использования гидродинамических механизмов возбуждения спирального узора галактик.

Подробное обсуждение проблем спиральной структуры в исторической ретроспективе проведено И. И. Пашой [713].

## 6.1. Проблемы возбуждения гравитационных волн плотности

### 6.1.1. Механизм гравитационной неустойчивости на периферии богатого газом диска

Население дисков галактик неоднородно по своим динамическим характеристикам — парциальным вкладам в полную поверхностную плотность диска и дисперсиям скоростей составляющих его объектов. Так, подсистемы довольно молодых звезд ранних спектральных классов (О, В, А) характеризуются малой поверхностной плотностью и малыми дисперсиями скоростей, в то время как подсистемы старых звезд гораздо более массивны и дисперсии их радиальных скоростей велики [897]. Относительный же вклад газовой подсистемы в полную плотность диска растет с удалением от центра при практически постоянной дисперсии скоростей газовых облаков (много меньшей дисперсии скоростей старых звезд).

Исследуем динамику малых возмущений гравитационного типа в плоскости такого многокомпонентного диска, пренебрегая в первом приближении радиальной неоднородностью его равновесных параметров ( $kL \gg 1$ , где  $k$  — волновое число;  $L$  — масштаб радиальной неоднородности диска). Это приближение позволяет исключить из рассмотрения ветви градиентного типа и тем самым изучить независимо важные для теории Лина и Шу [585, 586] дисперсионные свойства гравитационных спиральных волн плотности. Эта задача была впервые поставлена Лином и Шу [586] (ими был исследован двухкомпонентный звездно-газовый диск с  $c_s/c_r = \sqrt{0,1} \simeq 0,316$ ), а излагаемые ниже результаты получены

в [127].

Равновесные функции распределения звезд полагаем шварцшильдовскими (см. п. 2.1.2) с парциальными поверхностными плотностями звездных подсистем  $\sigma_{*i}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) и соответствующими дисперсиями радиальных скоростей  $c_{ri}$ . Газовую подсистему характеризуем аналогичными параметрами  $\sigma_{g0}$ ,  $c_g$ . В принятом приближении возмущенная плотность  $i$ -й звездной подсистемы  $\tilde{\sigma}_i$  связана с возмущенным гравитационным потенциалом  $\tilde{\Phi}$  соотношением (см. п. 2.2.2)

$$\tilde{\sigma}_i = -\frac{\sigma_{*i}}{c_{ri}^2} \tilde{\Phi} \left\{ 1 - I_0(z_i) \exp(-z_i) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{\omega}^2 I_n(z_i) \exp(-z_i)}{\hat{\omega}^2 - n^2 \hat{\omega}^2} \right\}, \quad (6.1)$$

где  $z_i = k^2 c_{ri}^2 / \hat{\omega}^2$ , а остальные обозначения приведены в § 2.2. В том же приближении возмущенная плотность газовой подсистемы имеет вид (см. § 4.2)

$$\tilde{\sigma}_g = \frac{\sigma_{g0} k^2}{\hat{\omega}^2 - \hat{\omega}^2 - k^2 c_g^2} \tilde{\Phi}. \quad (6.2)$$

Подставляя затем в уравнение Пуассона для многокомпонентного диска

$$\tilde{\sigma}_g + \sum_{i=1}^N \tilde{\sigma}_i = -k \tilde{\Phi} / 2 \pi G \quad (6.3)$$

выражения (6.1), (6.2), получим искомое дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} \frac{k}{2 \pi G} = & -\frac{\sigma_{g0} k^2}{\hat{\omega}^2 - \hat{\omega}^2 - k^2 c_g^2} + \\ & + \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_{*i}}{c_{ri}^2} \left\{ 1 - I_0(z_i) \exp(-z_i) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{\omega}^2 I_n(z_i) \exp(-z_i)}{\hat{\omega}^2 - n^2 \hat{\omega}^2} \right\}. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Дальнейший анализ проведем в рамках модели двухкомпонентного звездного диска ( $N = 2$ ), одна из компонент которого ( $i = 1$ ) — массивная подсистема старых звезд, а другая ( $i = 2$ ) — менее массивная ( $\sigma_{*2} < \sigma_{*1}$ ) и более холодная ( $c_{r2} < c_{r1}$ ) подсистема молодых звезд. Для газовой подсистемы будем считать выполненными неравенства  $\sigma_{g0} < \sigma_{*1}$ ,  $c_g < c_{r1}$ . При исследовании дисперсионных свойств возмущений с  $\hat{\omega}^2 < \hat{\omega}^2$  можно пренебречь в (6.4) членами с  $n \geq 2$  в суммах по модифицированным функциям Бесселя. В этом приближении (6.4) может быть записано в виде

$$\begin{aligned} 1 = & \frac{1}{k k_{T_1} \rho_1^2} \left\{ 1 - a_1 + \frac{\alpha}{\beta^2} (1 - a_2) - 2 \frac{\hat{\omega}^2}{\hat{\omega}^2 - \hat{\omega}^2} (b_1 + \frac{\alpha}{\beta^2} b_2) - \right. \\ & \left. - \frac{z_1 \hat{\omega}^2 \delta}{\hat{\omega}^2 - \hat{\omega}^2 - k^2 c_g^2} \right\}, \end{aligned} \quad (6.5)$$

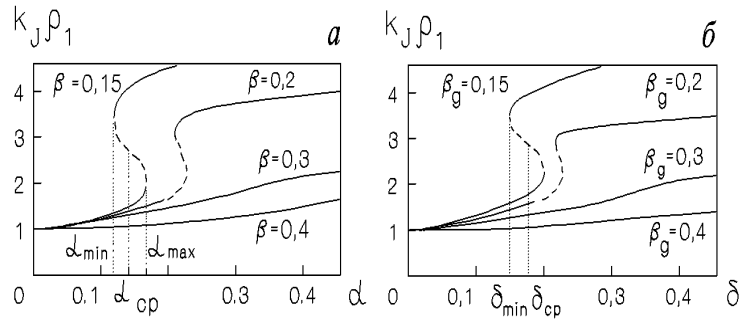


Рис. 6.1. Зависимость обратного джинсовского масштаба  $k_J \rho_1$  от параметров моделей: *a* — двухкомпонентного звездного диска; *б* — звездно-газового диска

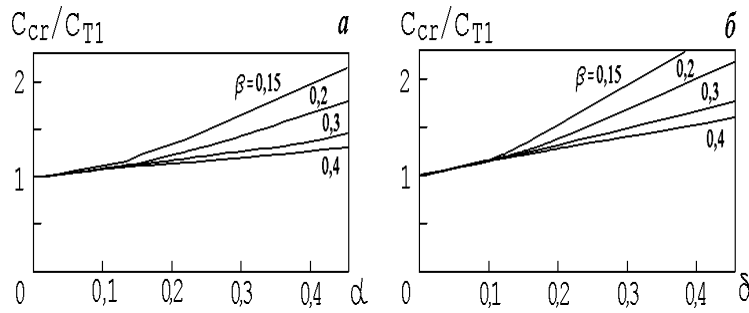


Рис. 6.2. Зависимость необходимой для маргинальной устойчивости диска как целого дисперсии радиальных скоростей в массивной подсистеме старых звезд ( $c_{cr} = c_{r1}$ ) от параметров моделей: *a* — двухкомпонентного звездного диска; *б* — звездно-газового диска

где  $\alpha = \sigma_{*2}/\sigma_{*1}$ ;  $\delta = \sigma_{g0}/\sigma_{*1}$ ;  $\beta = c_{r2}/c_{r1}$ ;  $\rho_i = c_{ri}/\alpha$ ;  $k_{Ti} = \alpha^2/2\pi G\sigma_{*i}$ ;  $a_i = I_0(z_i) \exp(-z_i)$ ;  $b_i = I_1(z_i) \exp(-z_i)$ .

Граница гравитационной устойчивости рассматриваемой модели диска определяется из условия  $\hat{\omega}^2 = 0$  в минимуме дисперсионной кривой  $\hat{\omega}^2 = \hat{\omega}^2(k)$ . Условие  $\hat{\omega}^2 = 0$  получаем непосредственно из (6.5):

$$\sqrt{z_1} k_{T1} \rho_1 + (a_1 - 1) + \frac{\alpha}{\beta^2} (a_2 - 1) - \frac{z_1 \delta}{1 + z_g} = 0, \quad (6.6)$$

где  $z_g = k^2 c_g^2 / \alpha^2$ , а условие минимума на дисперсионной кривой — дифференцируя (6.5) по  $k$  и полагая  $\hat{\omega}^2 = d\hat{\omega}^2/dk = 0$ :

$$[1 - a_1 - 2z_1(b_1 - a_1)] + \frac{\alpha}{\beta^2} [1 - a_2 + 2z_2(b_2 - a_2)] - \frac{z_1(1 - z_g)\delta}{(1 + z_g)^2} = 0. \quad (6.7)$$

Совместное решение системы (6.6), (6.7) определяет джинсовский масштаб  $\lambda_J = 2\pi/k_J$  (масштаб маргинально устойчивых возмущений) и условие маргинальной устойчивости диска. В частности, для однокомпонентного звездного диска ( $\alpha = \delta = 0$ ) из этой системы вытекает известный результат Тоомре [851]:  $k_J \rho_1 = 0,974$ ;  $k_T \rho_1 \simeq 0,535$ , или  $c_{r1} = c_T = 3,36 G \sigma_{*1} / \alpha$ ;  $\lambda_J = 21,7 G \sigma_{*1} / \alpha^2$ .

В качестве первого примера рассмотрим модель, в которой диск-I представляет собой массивную и “горячую” подсистему старых звезд, диск-II — маломассивную и “холодную” подсистему молодых звезд ( $\alpha < 1$ ,  $\beta < 1$ ), а газовой подсистемы нет ( $\delta = 0$ ). Результаты решения системы (6.6), (6.7) в рамках этой модели представлены на рис. 6.1 а и 6.2 а. Из рис. 6.1 а видно, что при  $\beta = c_{r2}/c_{r1} \gtrsim 0,2$  зависимость

$\lambda_J(\sigma_{*2}/\sigma_{*1})$  однозначна, и с ростом  $\alpha = \sigma_{*2}/\sigma_{*1}$  и уменьшением  $\beta$  граница устойчивости диска смещается в коротковолновую область, но незначительно. При переходе к меньшим значениям  $\beta \lesssim 0,2$  происходит качественное изменение — зависимость  $\lambda_J(\alpha)$  становится неоднозначной: в некоторой области по параметру  $\alpha$  [ $\alpha_{\min}(\beta) \leq \alpha \leq \alpha_{\max}(\beta)$ ] уравнение (6.7) имеет три вещественных корня. Два из них соответствуют двум минимумам на дисперсионной кривой  $\hat{\omega}^2 = \hat{\omega}^2(k)$ , а третий — максимуму между ними (на рис. 6.1 *a* — пунктиром). Длинноволновый минимум обусловлен массивной подсистемой старых звезд, и он определяет маргинальную устойчивость диска с  $\alpha < \alpha_{cr}$  (см. рис. 6.1 *a*). Коротковолновый же минимум создается “холодной” подсистемой молодых звезд. При  $\alpha > \alpha_{\max}(\beta)$  дисперсионная кривая  $\hat{\omega}^2 = \hat{\omega}^2(k)$  вновь имеет один минимум, лежащий уже в коротковолновой области и обусловленный маломассивной “холодной” подсистемой звезд.

Рис. 6.1 *a* ярко демонстрирует интересную особенность составной (двухкомпонентной) модели гравитирующего диска: если одна из подсистем достаточно “холодна” ( $\beta \lesssim 0,2$ ), то, даже будучи весьма маломассивной ( $\beta \lesssim \alpha \ll 1$ ), именно она определяет величину джинсовского масштаба  $\lambda_J$  и устойчивость диска в целом. В связи с этим следует отметить, что, если обе подсистемы будут в достаточной мере “охлажденными”, то в обоих минимумах дисперсионной кривой может оказаться  $\hat{\omega}^2 < 0$ . Таким образом могут возникать две изолированные  $k$ -области (два кольца на  $k$ -плоскости) неустойчивых возмущений. Это означает, что в таком диске смогут возбуждаться структуры с двумя сильно различающимися пространственными масштабами ( $\lambda_{J1}/\lambda_{J2} \sim c_{r1}/c_{r2}$ ). В общем же случае  $N$ -компонентного диска при определенных ограничениях на значения параметров подсистем могут возникнуть  $N$  изолированных  $k$ -областей гравитационно неустойчивых возмущений [411].

Значение величины  $c_{r1} = c_{cr}(\alpha)$ , необходимой для маргинальной устойчивости диска как целого при фиксированном  $\beta = c_{r2}/c_{r1}$ , является, очевидно, такой функцией параметра  $\alpha$ , что  $c_{cr}(\alpha = 0) \equiv c_{T1} = 3,36 G\sigma_{*1}/\varkappa$ . Эта функциональная зависимость изображена на рис. 6.2 *a*. Видно, что в области параметров  $\alpha \lesssim \beta$  эта зависимость оказывается достаточно слабой:  $c_{cr}(\alpha) \simeq c_{T1}(1 + \alpha)$ , то есть в соответствии с результатом Тоомре [851] величина  $c_{cr} \propto (\sigma_{*1} + \sigma_{*2})$ . Однако, если одна из подсистем достаточно “холодна” ( $\beta \lesssim 0,2$ ), то в области  $\alpha \gtrsim \beta$  величина  $c_{cr}$  растет гораздо быстрее с увеличением параметра  $\alpha$ . Тем не менее важно отметить, что устойчивость диска с довольно массивной холодной подсистемой II ( $\alpha > \beta$ ) может быть обеспечена достаточно горячей

подсистемой старых звезд.

Рассмотрим теперь другую составную модель — двухкомпонентный звездно-газовый диск, состоящий из подсистемы старых звезд ( $\sigma_{*1}, c_{r1}$ ) и газовой подсистемы ( $\sigma_{g0} = \delta\sigma_{*1}$ ;  $c_g = \beta_g c_{r1}$ ). На первый взгляд может показаться, что результаты исследования такой модели будут идентичны результатам, полученным для двухкомпонентного звездного диска, с точностью до переобозначений  $\alpha \rightarrow \delta$ ,  $\beta \rightarrow \beta_g$ . Однако это не так, поскольку динамика возмущений в газовом диске описывается гидродинамическими уравнениями, а в звездном — бесстолкновительным кинетическим уравнением, и как раз в области длин волн  $kc_r/\alpha \gtrsim 1$  (или  $kc_g/\alpha \gtrsim 1$ ) эти способы описания не эквивалентны. Последнее обстоятельство оказывается существенным, потому что даже для наиболее “холодных” подсистем молодых звезд и газа  $\min(c_g, c_r) k_s/\alpha \sim 1$  (здесь  $k_s = 2\pi/\lambda_s$ ;  $\lambda_s$  — длина волны спирального узора).

Результаты вычислений в модели звездно-газового диска изображены на рис. 6.1 б, 6.2 б. Качественно эти результаты не отличаются от описанных выше для модели двухкомпонентного звездного диска. Количественные же различия состоят в следующем. Во-первых, появление коротковолнового минимума происходит при большей относительной доле “холодной” (газовой) подсистемы:  $\delta_{\min}(\beta_g = \beta) > \alpha_{\min}(\beta)$  (ср. рис. 6.1 а и 6.1 б). Во-вторых, величина, необходимой для маргинальной устойчивости диска как целого  $c_{r1} = c_{cr}(\delta)$ , с ростом параметра  $\delta$  увеличивается существенно быстрее, чем с ростом параметра  $\alpha = \sigma_{*2}/\sigma_{*1}$  в модели двухкомпонентного звездного диска (ср. рис. 6.2 а и 6.2 б).

Прежде чем перейти к конкретным оценкам в приложении к Галактике, остановимся еще на трехкомпонентной модели диска (старые звезды + молодые звезды + газ) и роли конечной толщины подсистем. Будем считать, что легкая подсистема молодых звезд (О, В-спектральных типов) обладает той же величиной дисперсии радиальных скоростей, что и газ, то есть  $\beta = c_{r2}/c_{r1} = c_g/c_{r1} \equiv \beta_g$  [761, 897]. Тогда рассматриваемая модель характеризуется тремя параметрами:  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\beta$ . Результаты исследования этой модели в наиболее интересном пределе  $\alpha \ll \delta$  можно представить в следующем виде. Зависимость обратного (нормированного) джинсовского масштаба  $k_J \rho_1$  от параметров модели практически соответствует изображенной на рис. 6.1 б, если по горизонтальной оси откладывать не  $\delta$ , а сумму  $\hat{\delta} = \delta + \alpha$ . Величина  $c_{cr}(\hat{\delta}, \beta)$  близка к изображенной на рис. 6.2 б, но несколько меньше.

Однако наиболее существенное влияние на приведенные выше результаты оказывает учет конечной толщины подсистем диска. Способ

учета этих величин известен (см. п. 2.3.2, 4.2.2), и соответствующие вычисления [410] показали, что при разумных значениях  $h/\rho_1 \simeq 0,05 \div 0,1$  и  $\Delta_{*1}/\rho_1 \simeq 0,2 \div 0,4$  величина  $\hat{\delta} \simeq 0,3 \div 0,4$  (коротковолновый минимум становится глубже длинноволнового, и именно он определяет границу гравитационной устойчивости диска при  $\hat{\delta} > \hat{\delta}$ ). Близкие результаты были также получены Джогом и Соломоном [521], исследовавшими гравитационную неустойчивость двухкомпонентной модели диска, в которой и звездная, и газовая подсистемы описывались в рамках гидродинамического приближения.

На основании этих результатов сделаем предварительные оценки, связанные с “парадоксом Тоомре”:  $\lambda_J \gg \lambda_s$  — см. введение к настоящей главе. Примем, что  $\sigma_{*1} \simeq 83 \text{ М}_\odot/\text{пк}^2$ ;  $R = 8 \text{ кпк}$ ;  $\varpi = 38 \text{ (км/с)/кпк}$  и, следовательно, только по старым звездам  $\lambda_J = 21,7 G\sigma_{*1}/\varpi^2 \simeq 5,5 \text{ кпк}$  (отличие от оценки Тоомре  $\lambda_J \simeq 7,5 \text{ кпк}$  связано в основном с тем, что им использовалась модель Шмидта [770], в которой  $\sigma_{*1\odot} \simeq 114 \text{ М}_\odot/\text{пк}^2$ ). Плотность газа [761]  $\sigma_{g0\odot} \simeq 12 \text{ М}_\odot/\text{пк}^2$ . Отсюда  $\delta \simeq 0,14$ , а  $\hat{\delta} = \delta + \alpha \simeq 0,15$  (здесь параметр  $\alpha$  учитывает только О, В - звезды с  $c_r \lesssim 10 \text{ км/с}$ ). По старым звездам с учетом толстого диска  $c_{r1} \simeq 48 \text{ км/с}$ , а по газу  $c_g \simeq 7 \div 8 \text{ км/с}$  [428]. Таким образом, нижняя оценка  $\beta \simeq 0,15 \div 0,16$  и, согласно рис. 6.2 б,  $c_{r1} \simeq 1,3 c_{T1}$ , а из рис. 6.1 б следует, что наиболее близкий к границе устойчивости минимум дисперсионной кривой  $\hat{\omega}^2 = \hat{\omega}^2(k)$  — длинноволновый с  $k_J c_{r1}/\varpi \simeq 1,35$ . Отсюда получаем старый результат  $\lambda_J \simeq 5,5 \text{ км/с}$ , и “парадокс Тоомре” в окрестности Солнца не снимается. Аналогичные оценки не позволяют надеяться на преодоление “парадокса Тоомре” и в области  $r > R_\odot$ . Таким образом, для возбуждения спиральных волн плотности коротковолновой гравитационной неустойчивостью в Галактике нет необходимой доли “холодных” (газа и молодых звезд) подсистем. Подобный вывод будет, по-видимому, справедлив и для большинства других не слишком богатых газом галактик.

### 6.1.2. Роль звездообразования

Для достаточно богатых газом плоских галактик рассмотренная выше коротковолновая гравитационная неустойчивость может, по-видимому, возбуждать структуры, характерные масштабы которых порядка длины волны спирального узора. Неясным, однако, остается механизм возбуждения неустойчивости, поскольку гравитационная неустойчивость имеет тенденцию к достаточно быстрому самоподавлению [801]. Обсудим с этой точки зрения возможность возбуждения гравитационной

неустойчивости процессом звездообразования. Впервые на эту возможность указал Като [528]. Им, в частности, было показано, что в модели двухкомпонентного звездно-газового диска с  $\beta = \sqrt{0,1} \simeq 0,316$  и  $c_{r1} = c_{T1} = 3,36 G\sigma_{*1}/\alpha$  рождение звезд из газа приводит к раскачке гравитационной неустойчивости, инкремент которой максимален для возмущений джинсовского масштаба ( $k\rho_1 \simeq 1$ ).

Исследуем этот вопрос в рамках рассмотренной выше трехкомпонентной модели звездно-газового диска. Предположим, что в начальный момент времени диск был маргинально устойчив, то есть  $c_{r1} \equiv c_{cr}(\alpha, \beta, \delta, k_J)$ . Затем в течение промежутка времени  $dt$  часть газа превратилась в молодые звезды с  $c_{r2} = c_g$ , то есть  $\alpha$  и  $\delta$  получили приращения, связанные соотношением

$$d\alpha + d\delta = 0. \quad (6.8)$$

В системе с измененными  $\alpha$  и  $\delta$  должна сместиться граница устойчивости по длине волны на  $dk_J$  от  $k_J$  и  $c_{cr}$  измениться на величину  $dc_{cr}$ . Если при  $d\alpha > 0$  окажется  $dc_{cr} > 0$ , то система в целом станет неустойчивой, так как  $c_{r1} = c_{cr}(\alpha, \beta, \delta, k_J) < c_{cr}(\alpha + d\alpha, \beta, \delta + d\delta, k_J + dk_J) = c_{cr}(\alpha, \beta, \delta, k_J) + dc_{cr}$ . Таким образом, обусловленная звездообразованием неустойчивость возникает, если

$$\frac{dc_{cr}}{d\alpha} = \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} - \frac{\partial}{\partial \delta} + \frac{dk_J}{d\alpha} \frac{\partial}{\partial k_J} \right\} c_{cr} > 0, \quad (6.9)$$

где  $dk_J/d\alpha$  может быть вычислена непосредственно из (6.7). Вычисления показывают, что во всей изученной выше области параметров диска ( $0,15 \leq \beta \leq 0,4$ ;  $0 \leq \alpha \leq 0,5$ ;  $0 \leq \delta \leq 0,5$ ) величина  $dc_{cr}/d\alpha > 0$ .

Таким образом, процесс звездообразования приводит к раскачке гравитационной неустойчивости в первоначально устойчивом многокомпонентном галактическом диске. При этом, по-видимому, в диске галактики будут протекать релаксационные процессы, увеличивающие дисперсии скоростей объектов, составляющих диск подсистем, и, следовательно, стремящиеся вернуть систему к устойчивому состоянию. Однако продолжающиеся звездообразование и запаздывание релаксационных процессов будут поддерживать такую “тлеющую” неустойчивость вплоть до выхода диска на такое стационарное состояние, в котором процессы звездообразования и разрушения звезд окажутся взаимно скомпенсированными. Таким образом, процесс звездообразования оказывается постоянно действующим генератором структур джинсовского масштаба в многокомпонентном диске. Величина джинсовского масштаба зависит от доли “холодных” подсистем в диске и их “температуры”.

### 6.1.3. Резонанс радиального потока газа с гравитационной спиральной волной

Интересным механизмом возбуждения гравитационных спиральных волн плотности может быть механизм, обусловленный неустойчивостями в системе с относительным движением ее подсистем. Неустойчивости этого типа обычно называют пучковыми. Впервые, по-видимому, такой механизм был изучен [162] в гидродинамических моделях многокомпонентного диска с вращающимися с существенно различными угловыми скоростями подсистемами. Позднее Като [529] рассмотрел более реалистичную модель звездно-газового диска, в котором газ помимо участия в общем вращении диска испытывает еще макроскопическое движение в радиальном направлении. Дисперсионное уравнение этой модели имеет вид (ср. с (6.4))

$$\frac{k}{2\pi G} = \frac{\sigma_{g0}k^2}{(\omega - m\Omega_g - ku_g)^2 - \varkappa_g^2 - k^2c_g^2} + \frac{\sigma_*}{c_r^2} \left\{ 1 - I_0(z) \exp(-z) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\omega - m\Omega)^2 I_n(z) \exp(-z)}{(\omega - m\Omega)^2 - n^2\varkappa^2} \right\}, \quad (6.10)$$

где  $u_g$  — скорость радиального потока газа;  $\Omega$ ,  $\Omega_g$  — угловые скорости;  $\varkappa$ ,  $\varkappa_g$  — эпициклические частоты звездного и газового дисков соответственно;  $z = (kc_r/\varkappa)^2$ .

Дисперсионное уравнение (6.10) было решено Като [529] численно лишь при нескольких значениях входящих в него параметров, что не позволяет использовать полученные результаты для выяснения роли пучкового механизма в возбуждении спирального узора различных галактик. Приведем аналитическое исследование уравнения (6.10) и сделаем соответствующие оценки для Галактики [125]. Будем считать, что  $|u_g| \lesssim c_r \ll r\Omega$ . Тогда

$$|\Omega_g/\Omega - 1| \lesssim c_r^2/r^2\Omega^2 \ll 1,$$

и тем самым можно положить  $\Omega_g \simeq \Omega$ . Для используемых в теории Лина и Шу [586] возмущений с частотами  $|\omega - m\Omega| < \varkappa$  дисперсионное уравнение (6.10) принимает вид (ср. с (6.5))

$$1 - \sqrt{z} k_T \rho - a - \frac{2b\nu^2}{\nu^2 - 1} - \frac{z\delta}{(\nu - \eta)^2 - (1 + z_g)} = 0, \quad (6.11)$$

где  $\nu = (\omega - m\Omega)/\varkappa$ ,  $\eta = ku_g/\varkappa$ ,  $z_g = k^2c_g^2/\varkappa^2$ . Если газовой подсистемы нет ( $\delta = 0$ ), то решением (6.11) являются гравитационные ветви колебаний звездного диска (см. (2.82)):

$$\nu^2 = \nu_0^2 = \frac{1 - \sqrt{z} k_T \rho - a}{1 - \sqrt{z} k_T \rho - a - 2b}. \quad (6.12)$$

В соответствии с данными наблюдений полагаем  $\delta = \sigma_{g0}/\sigma_* \ll 1$ . Тогда, если величина  $\nu_0$  не слишком близка к  $\nu_1 = \eta + \hat{s}\sqrt{1+z_g}$  (здесь  $\hat{s} = \pm 1$ ), то дисперсионное уравнение (6.11) приводит к появлению вещественных поправок порядка  $\delta$  к частоте  $\nu_0$ . Однако в резонансном случае <sup>1</sup>  $\nu_0 \simeq \nu_1$  уравнение (6.11) дает неустойчивое решение  $\nu = \nu_0 + \varepsilon$  с  $\text{Im}(\varepsilon) \gg |\nu_0 - \nu_1|$ . Действительно, из (6.11) в этом случае следует

$$\varepsilon^2 = \frac{\hat{s} z (\nu_0^2 - 1) \delta}{4 \nu_0 \sqrt{1+z_g} (1 - \sqrt{z} k_T \rho - a - 2b)}. \quad (6.13)$$

Так как  $(\nu_0^2 - 1) < 0$  и в устойчивом по Тоомре [851] диске  $(1 - \sqrt{z} k_T \rho - a - 2b) < 0$ , искомая резонансная пучковая неустойчивость ( $\varepsilon^2 < 0$ ) имеет место при  $\hat{s} = -\text{sign}(\nu_0)$ . Условие раскачки этой неустойчивости (условие резонанса) имеет вид

$$u_g \simeq \frac{\varkappa}{k} (|\nu_0| + \sqrt{1+z_g}) \text{sign}(\nu_0), \quad (6.14)$$

а максимальный инкремент неустойчивости согласно (6.13)

$$\text{Im}(\omega) \simeq \varkappa \sqrt{\delta} \left\{ \frac{z (1 - \nu_0^2)}{4 |\nu_0| \sqrt{1+z_g} (a + 2b + \sqrt{z} k_T \rho - 1)} \right\}^{1/2}. \quad (6.15)$$

Для оценки необходимой для возбуждения наблюдаемой в Галактике спиральной структуры величины радиальной скорости газового потока  $u_g$  используем приведенные в п. 6.1.1 данные наблюдений и полагаем  $\lambda_s \simeq 1,7$  кпк [724]. Считая спираль отстающей и двухрукавной ( $m = 2 > 0$ ,  $k > 0$ ), из (6.12) получаем  $\nu_0 = -0,97$  (знак  $\nu_0$  выбран в соответствии с теорией Лина и Шу [587]), а из (6.14) — необходимую для возбуждения спиралей  $u_g \simeq -22$  км/с. Полагая затем  $\delta = 0,14$  (см. п. 6.1.1), из (6.15) получаем  $\text{Im}(\omega) = 0,3 \varkappa \sqrt{\delta} \simeq 0,16 \Omega$ . Таким образом, даже при наличии необходимой для раскачки исследуемой неустойчивости  $u_g$  характерное время возбуждения спирального узора, оцененное по максимальному инкременту, равно  $\tau = 6$  оборотов диска, что почти в два раза превышает время сноса волнового спирального пакета к центру Галактики [853].

Радиальных потоков газа в окрестности Солнца с  $|u_g| \geq 3$  км/с, по-видимому, нет. Отсюда следует, что механизм резонансной пучковой неустойчивости радиального потока газа в окрестности  $r = R_\odot$  не может быть генератором гравитационных спиральных волн плотности. Отметим также, что в рамках теории Лина и Шу согласно (6.14) резонансная

<sup>1</sup> Ширину резонансной области мы не вычисляем, поскольку, как будет видно из приведенных ниже оценок, максимальный инкремент исследуемой неустойчивости порядка или меньше обратного времени радиального сноса пакета спиральных гравитационных волн [853].

пучковая неустойчивость может иметь место только в случае направленного к центру Галактики радиального потока газа.

Нетрудно видеть, что минимально необходимая для раскачки резонансной пучковой неустойчивостью гравитационных спиральных волн плотности величина  $|u_g/c_g| = \sqrt{1/z_g + z_g}$  может быть достигнута на коротационном радиусе, где  $\nu_0 = 0$ . Абсолютный минимум  $|u_g| \simeq \sqrt{2} c_g$  достигается, если в этой области  $z_g = (2\pi c_g/\varpi \lambda_s)^2 = 1$ . Такая оценка показывает, что пучковый механизм вряд ли перспективен как механизм возбуждения спирального узора в плоских галактиках.

#### 6.1.4. Нелинейное насыщение резонансного усиления спиральных волн на коротационном радиусе

Благодаря дифференциальности вращения диска спиральной галактики  $\Omega = \Omega(r)$  на некотором расстоянии от ее центра  $r = r_c$  угловая скорость спирального узора равна  $\Omega_p = \Omega(r_c)$  (величину  $r_c$  называют коротационным радиусом). Поэтому звезды диска, локализованные в окрестности коротационного радиуса, оказываются в резонансе со спиральной волной. Линден-Белл и Калнайс [596] показали, что в рамках линейной теории такое резонансное взаимодействие волны со звездами диска приводит к усилению волны (физика этого процесса подробно описана Фридманом и Поляченко [163, 420]).

Усиливающаяся таким образом волна должна оказывать влияние на динамику резонансных звезд, меняя их функцию распределения и тем самым условия усиления волны. Поэтому ясно, что исследование эффективности механизма резонансного усиления спиральных гравитационных волн на коротационном радиусе в нелинейном режиме является весьма актуальным. Проведем изучение этого вопроса, следуя работе [148].

В системе отсчета, вращающейся с угловой скоростью спирального узора  $\Omega_p$ , величину энергии отдельной звезды можно представить в виде

$$H = \frac{v_r^2}{2} + \frac{[r_0 \Omega(r_0) + v_\varphi]^2}{2} - r_0 \Omega_p [r_0 \Omega(r_0) + v_\varphi] + \Phi_0 + \tilde{\Phi}, \quad (6.16)$$

где  $r_0$  — радиус орбиты центра эпицикла звезды (см. п. 1.1.3). Гамильтониан (6.16) в рамках эпициклического приближения удобно записать в переменных действие-угол

$$H = \varpi(r_0) I_1 + \frac{2 \Omega_p \Omega_p'}{r_c \varpi_c} I_2^2 + \tilde{\Phi}(w_1, w_2, I_1, I_2), \quad (6.17)$$

где  $I_1 = v_\perp^2/2\varpi(r_0)$ ;  $I_2 = r_0^2 \Omega(r_0) - r_c^2 \Omega_p$  — переменные действия (эпициклические интегралы движения);  $w_1, w_2$  — соответствующие угловые

переменные ( $w_1$  — фаза быстрого движения звезды по эпициклической траектории,  $w_2$  — фаза медленного движения центра эпицикла в системе отсчета, вращающейся с угловой скоростью  $\Omega_p$ ). Индекс “с” у ряда величин означает, что они вычисляются при  $r = r_c$ .

Уравнения движения отдельной звезды вытекают из уравнений Гамильтона:  $dI_i/dt = -\partial H/\partial w_i$ ;  $dw_i/dt = \partial H/\partial I_i$ . Ограничиваясь малой окрестностью коротационного радиуса

$$|x| = |r_0 - r_c| = |(2\Omega_p/r_c \varkappa_c^2) I_2| \ll r_c, \quad (6.18)$$

запишем эти уравнения в виде:

$$\frac{dI_1}{dt} = -\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial w_1}, \quad (6.19)$$

$$\frac{dI_2}{dt} = \frac{r_c \varkappa_c^2}{2\Omega_p} \frac{dx}{dt} = -\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial w_2}, \quad (6.20)$$

$$\frac{dw_1}{dt} = \varkappa_c + x \varkappa'_c + \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial I_1}, \quad (6.21)$$

$$\frac{dw_2}{dt} = \frac{2\Omega_p}{r_c \varkappa_c^2} (\varkappa'_c I_1 + \Omega'_c I_2) + \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial I_2}. \quad (6.22)$$

Из (6.20), (6.22) видно, что условие резонанса звезды в плоскости  $(I_1, I_2)$  имеет вид  $(\varkappa'_c I_1 + \Omega'_c I_2) = 0$ . В частности, среди звезд с круговыми орбитами ( $I_1 = 0$ ) резонансными оказываются только те, радиус орбиты которых равен  $r_c$ ; звезды же, у которых  $I_1 \neq 0$  попадают в резонанс с волной, если радиус орбиты ведущего центра их эпицикла лежит в некоторой окрестности коротационного радиуса.

Из уравнений (6.21), (6.22) следует, что  $w_1 \gg w_2$ . Это обстоятельство позволяет упростить задачу, перейдя от системы (6.19) ÷ (6.22), описывающей движение отдельной звезды, к уравнениям, описывающим движение центра ее эпицикла. Такой переход может быть выполнен с помощью метода усреднения по “быстрой” фазе  $w_1$ , разработанного Боголюбовым и Митропольским [23]<sup>2</sup>. Для этого представим переменные “действие-угол” в виде  $I_i = \langle I_i \rangle + \tilde{I}_i$ ;  $w_i = \langle w_i \rangle + \tilde{w}_i$ , где  $\tilde{I}_i$ ,  $\tilde{w}_i$  описывают “дрожательное” движение с быстрой фазой  $w_1$ , а  $\langle I_i \rangle$ ,  $\langle w_i \rangle$  — плавное движение с медленной фазой  $w_2$ . Оставляя в дальнейших вычислениях для плавно меняющихся величин прежние обозначения (без

<sup>2</sup> Аналогичный подход позволил развить теорию дрейфового движения заряженных частиц в магнитном поле посредством усреднения их реального движения по “быстрой” фазе ларморова вращения.

знака усреднения), из системы (6.19)  $\div$  (6.22) получим

$$\dot{I}_2 = \left( \frac{r_c \varpi_c^2}{2\Omega_p} \right) \dot{x} = - \frac{\partial \langle \tilde{\Phi} \rangle}{\partial w_2}, \quad (6.23)$$

$$\dot{w}_2 = \frac{2\Omega_p}{r_c \varpi_c^2} (\varpi'_c I_1 + \Omega'_c I_2) + \frac{\partial \langle \tilde{\Phi} \rangle}{\partial I_2}, \quad (6.24)$$

и, кроме того,

$$I_1 = \text{const}. \quad (6.25)$$

Представим гравитационный потенциал спиральной волны во вращающейся с угловой скоростью  $\Omega_p$  системе отсчета в виде

$$\tilde{\Phi} = S(r) \cos(m [\varphi + \chi(r)]), \quad (6.26)$$

где  $r = r_0 + \hat{\rho} \sin(w_1)$ ;  $\varphi = w_2 + (2\Omega/r_0 \varpi) \hat{\rho} \cos(w_1)$ ;  $w_1 = \varpi_c t$ ;  $\hat{\rho} = \sqrt{2I_1/\varpi}$  (см. (2.56)). Тогда, усредняя  $\tilde{\Phi}$  по быстрой фазе  $w_1$ , получим

$$\langle \tilde{\Phi} \rangle = S(r_0) J_0(\tilde{k} \hat{\rho}) \cos\{m [w_2 + \chi(r_0)]\}, \quad (6.27)$$

где величина  $\tilde{k}$  определена в (2.62),  $k_r = m \left( \frac{\partial \chi}{\partial r} \right)_{r=r_0}$ ;  $J_0(\tilde{k} \hat{\rho})$  — функция Бесселя первого рода нулевого порядка. В дальнейших вычислениях полагаем спиральный узор тугозакрученным [ $\text{tg}(i) = m/k_r r_0 \ll 1$ ] и двухрукавным ( $m = 2$ ). С учетом этого в окрестности коротационного резонанса можно считать  $\tilde{k} = k_r(r_c) = k$ ;  $\hat{\rho} = \sqrt{2I_1/\varpi_c}$ ;  $S(r_0) = S(r_c) = S_c$ ;  $m \chi(r_0) = m \chi(r_c) + kx$ .

Полагая затем без ограничения общности  $\chi(r_c) = 0$  и обозначая фазу спиральной волны  $\Theta = w_2 + kx/2$ , приведем систему (6.23), (6.24) к уравнению

$$\ddot{\Theta} + \frac{4\Omega_p |\Omega'_c|}{r_c \varpi_c^2} S_c J_0(k \hat{\rho}) \sin(2\Theta) = 0, \quad (6.28)$$

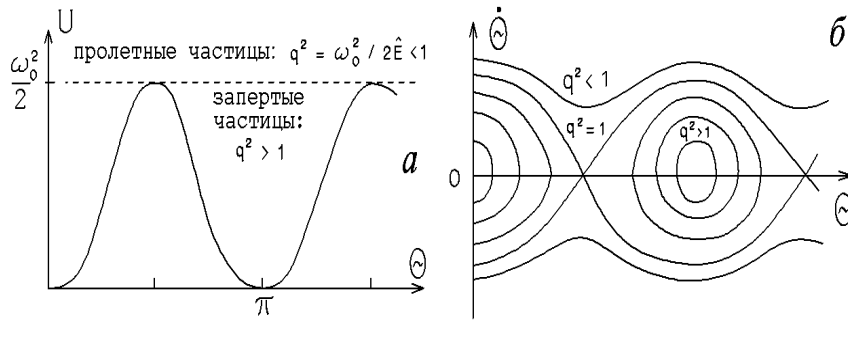
где в соответствии с наблюдениями считалось  $\Omega'_c < 0$ , а связь координат центра эпицикла  $x$ ,  $\varphi$  с фазой  $\Theta$  определяется соотношениями

$$x = \frac{1}{|\Omega'_c|} \left( \frac{2\Omega_p \varpi'_c}{r_c \varpi_c^2} I_1 - \dot{\Theta} \right); \quad \varphi = \Theta - \frac{kx}{2}. \quad (6.29)$$

Уравнение (6.28), к решению которого свелась задача о движении центра эпицикла звезды в поле спиральной волны, имеет интеграл энергии

$$\hat{E} = \frac{\dot{\Theta}^2}{2} + \frac{\omega_0^2}{2} \begin{cases} \sin^2 \Theta & \text{при } J_0(k \hat{\rho}) > 0, \\ \cos^2 \Theta & \text{при } J_0(k \hat{\rho}) < 0, \end{cases} \quad (6.30)$$

где



**б** Рис. 6.3. *а* — эффективный потенциал  $U = \omega_0^2 \sin^2 \Theta / 2$  для движения центра эпицикла (случай  $J_0^2(k\hat{\rho}) > 0$ ); *б* — траектории движения центров эпициклов на фазовой плоскости  $(\Theta, \dot{\Theta})$

$$\omega_0^2 = \frac{8\Omega_p |\Omega'_c|}{r_c \alpha_c^2} |J_0(k\hat{\rho})| S_c. \quad (6.31)$$

Решение (6.28) может быть получено как в эллиптических функциях, так и в более наглядном виде — асимптотическом. Однако, даже не решая это уравнение, можно получить качественное представление о характере движения центров эпициклов (в дальнейшем для краткости — частиц). Эффективный потенциал (см. (6.30)), в котором движутся такие частицы, изображен на рис. 6.3 *а*. Видно, что все частицы можно разделить на запертые в волне, для которых  $q^2 = \omega_0^2 / 2\hat{E} > 1$ , и пролетные, для которых  $q^2 < 1$ . Траектории этих частиц на фазовой плоскости  $(\Theta, \dot{\Theta})$  изображены на рис. 6.3 *б*.

Запертые частицы, благодаря тому, что эффективный потенциал (см. рис. 6.3 *а*) не является квадратичным, в зависимости от величины параметра  $q^2$ , обладают различными периодами движения по координате  $\Theta$ . Таким образом, в окрестности коротационного радиуса возникает перемешивание частиц в фазовом пространстве, в результате чего на функции распределения этих частиц должно возникать плато за промежутки времени порядка  $\tau_0 = 2\pi/\omega_0$  (известны аналогичные нелинейные эффекты в плазме, физика этого явления прекрасно описана Кадомцевым [68]).

Если охарактеризовать интенсивность волны безразмерной амплитудой гравитационной силы  $F = kS_c/r_c\Omega_p^2$ , то характерное время  $\tau_0 \sim T_c/\sqrt{F \operatorname{tgi}}$ , где  $T_c = 2\pi/\Omega_p$  (по параметрам спиральных волн в Галактике  $\tau_0 \sim 10 T_c$ ). После возникновения плато рост амплитуды волны, обусловленный градиентом функции распределения в фазовом пространстве, должен прекратиться. Поэтому для проверки эффективности предложенного Линден-Беллом и Калнайсом [596] механизма усиления спиральных волн необходимо вычислить амплитуду насыщения волны к моменту “выключения” этого механизма и уточнить величину промежутка времени его работы.

Спиральная волна, будучи волной отрицательной энергии в области

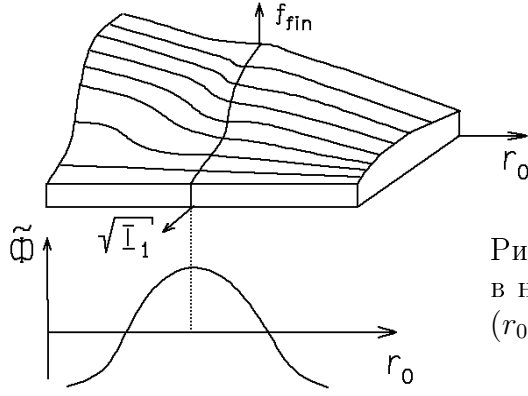


Рис. 6.4. Конечная функция распределения звезд в направлении  $\varphi = 0$ . Начало системы координат  $(r_0, \sqrt{I_1})$  расположено на коротационном радиусе

$r < r_c$ , должна резонансным образом усиливаться в окрестности коротационного радиуса за счет передачи момента  $\mathcal{L}$  и энергии  $\mathcal{E}$  резонансным звездам. Темп такой передачи в рамках линейной теории определяется следующими соотношениями:

$$\dot{\mathcal{L}} = -\frac{\pi S_c^2 r_c \varkappa_c^2}{2 \Omega_c |\Omega'_c|} \frac{\partial \hat{f}}{\partial I_2} \Big|_{I_2=0}, \quad \dot{\mathcal{E}} = \Omega_p \dot{\mathcal{L}}, \quad (6.32)$$

где

$$\hat{f} = \hat{f}(I_2) = \int f_0(I_1, I_2) dw_1 dw_2 dI_1 = 4\pi^2 \int f_0(I_1, I_2) dI_1, \quad (6.33)$$

а  $f_0(I_1, I_2(r_0))$  — начальная функция распределения частиц. В окрестности резонанса  $\varkappa'_c I_1 + \Omega'_c I_2 = 0$  представим эту функцию в виде ряда

$$\begin{aligned} f_0(I_1, r_0) &\simeq f_0(I_1, r_c - bI_1) + \frac{\partial f_0}{\partial r_0} \Big|_{r_0=r_c-bI_1} \cdot (x + bI_1) = \\ &= f_0(I_1, r_c - bI_1) - \frac{\omega_0 \text{sign}(x + bI_1)}{q |\Omega'_c|} \sqrt{1 - q^2 \sin^2 \Theta} \frac{\partial f_0}{\partial r_0} \Big|_{r_0=r_c-bI_1}, \end{aligned} \quad (6.34)$$

где  $b = 2\Omega_p \varkappa'_c / r_c \varkappa_c^2 \Omega'_c$ . Фазовое перемешивание приведет к тому, что функция распределения запертых частиц станет постоянной [68]:

$$f_{fin}^{(tr)} = f_0(I_1, r_c - bI_1), \quad (6.35)$$

а функция распределения пролетных частиц примет вид

$$f_{fin}^{(circ)} = f_0(I_1, r_c - bI_1) + \frac{\pi \omega_0 \text{sign}(x + bI_1)}{2q K(q) |\Omega'_c|} \frac{\partial f_0}{\partial r_0} \Big|_{r_0=r_c-bI_1}, \quad (6.36)$$

где  $K(q)$  — полный эллиптический интеграл первого рода.

Наглядное представление о функции распределения (6.35), (6.36) можно получить из рис. 6.4. В качестве начальной функции распределения  $f_0(I_1, r_0)$  при построении этого рисунка была взята шварцшильд-овская (2.42) с  $\Omega(r_0) = \Omega_p r_c / r_0$ ;  $c_r / r_c \Omega_p = 0,17$ ;  $\sigma_*(r_0) = \sigma_0 \exp(-r_0/L)$ ;

$L = 0,5 r_c$  и параметрами волны  $F = k S_c / r_c \Omega_p^2 = 0,05$ ;  $\operatorname{tg} i = 2 / k r_c = 0,14$  [908]. Рис. 6.4 представляет  $f_{fin}$  в направлении  $\varphi = 0$  в спиральном гравитационном потенциале (6.26) с  $\chi(r_0) = k(r_0 - r_c)$ .

Величину переданного волне момента от резонансных частиц

$$\delta \mathcal{L} = \int [f_{fin} - f_0] \cdot (I_2 + r_c^2 \Omega_p) dw_1 dw_2 dI_1 dI_2 \quad (6.37)$$

вычисляем, полагая дисперсию скоростей звезд малой и тем самым пренебрегая отклонением резонансной линии от  $r = r_c$ . В результате получаем

$$\delta \mathcal{L} = - \frac{32 S_c^2 r_c \varkappa_c^2}{\omega_0 |\Omega'_c| \Omega_p} \frac{\partial \hat{f}}{\partial I_2} \Big|_{I_2=0} \cdot \{Q^{(tr)} + Q^{(circ)}\}, \quad (6.38)$$

где величины

$$Q^{(tr)} = \int_0^1 \frac{q}{\pi} [E(q) + (q^2 - 1) K(q)] dq \simeq 0,071, \quad (6.39)$$

$$Q^{(circ)} = \int_0^1 \left[ \frac{E(q)}{\pi} - \frac{\pi}{4K(q)} \right] \frac{dq}{q^4} \simeq 0,028 \quad (6.40)$$

характеризуют вклады в передачу момента и энергии спиральной волне от запертых и пролетных частиц соответственно ( $E(q)$  — полный эллиптический интеграл второго рода).

Из сравнения (6.32) с (6.38) следует

$$\delta \mathcal{L} \simeq 0,32 \tau_0 \dot{\mathcal{L}}. \quad (6.41)$$

Отсюда ясно, что характерное время работы механизма усиления спиральной волны оказывается порядка трех оборотов Галактики на коротационном радиусе (см. оценку  $\tau_0$ , сделанную выше при  $F = 0,05$ ;  $\operatorname{tg}(i) = 0,14$ ).

Предположим теперь, что в Галактике возникли спиральные волны бесконечно малой амплитуды, и оценим амплитуду их насыщения благодаря работе механизма резонансного усиления таких волн на коротационном радиусе. Для этого необходимо приравнять момент, который может быть передан волне резонансными звездами (6.38), моменту волны [524]

$$\mathcal{L}_w = \int \frac{k m r_0}{4 \varkappa G} \tilde{\Phi}^2 \frac{\partial D}{\partial \nu} dr_0 d\varphi, \quad (6.42)$$

где  $\nu = m(\Omega_p - \Omega) / \varkappa$ ;  $D = D(k, \nu)$  — “диэлектрическая проницаемость” звездного диска. Последнюю в приближении, использовавшемся для вычисления  $\delta \mathcal{L}$  (6.38), можно записать в виде

$$D \simeq \frac{2 \pi G \sigma_* k}{\varkappa^2 (1 - \nu^2)}. \quad (6.43)$$

Тогда по порядку величины

$$\mathcal{L}_w \simeq 2\pi^2 \frac{S_c^2 \sigma_*}{\varkappa^3 \operatorname{tg}^2 i}. \quad (6.44)$$

Полагая в (6.38) функцию распределения звезд шварцшильдовской, получаем оценку амплитуды насыщения волны

$$F_s \sim \eta^2 \operatorname{tg}^3 i \sim \operatorname{tg}^3 i, \quad (6.45)$$

где  $\eta = d \ln(\mu(r_0))/d \ln(r_0)$ ;  $\mu(r_0) = 2\pi \sigma_* r_0 dr_0/dI_2^2$  — масса, приходящаяся на единицу квадрата углового момента.

Для обычно принимаемого в Галактике значения  $\operatorname{tg}(i) = 0,14$  [116, 908] это дает  $F_s \sim (3 \div 4) \cdot 10^{-3}$ , что, по крайней мере на порядок, меньше значений, получающихся в результате сравнения расчетных и наблюдаемых кинематических эффектов, связанных с динамикой спиральных волн в Галактике.

Решенная здесь задача близка по смыслу к задаче о нелинейном взаимодействии системы заряженных частиц с волной электрического потенциала [68]. В то же время, в отличие от плазмы, где в резонансе с волной оказывается малая доля частиц в пространстве скоростей, в нашем случае волна находится в резонансе почти со всеми частицами скоростного пространства, локализованными, однако, в малой окрестности коротационного радиуса. Этот фактор “портит” пространственное распределение гравитационного потенциала, и для того, чтобы его влиянием можно было пренебречь, ширина образующегося плато  $\Delta x$  должна быть мала по сравнению с длиной волны  $\lambda_s = 2\pi/k$ . Из (6.29)–(6.31) следует оценка  $\Delta x = 2\sqrt{S_c}/\Omega_p$ , и поэтому  $\Delta x/\lambda_s \simeq \sqrt{2F/\pi^2 \operatorname{tg} i} \lesssim 0,3$  по параметрам спиральной структуры Галактики.

Необходимо также отметить, что, согласно Галееву и Сагдееву [29], результаты задачи о нарастании волны до конечной амплитуды, в отличие от результатов задачи о затухании волны конечной амплитуды, следует рассматривать лишь как оценку, поскольку при вычислении движения частиц ростом потенциала пренебрегали. Тем не менее полученный здесь вывод о неэффективности резонансного усиления спиральной волны на коротационном радиусе верен, так как оценка амплитуды насыщения волны (6.45) показывает, что  $F_s \ll F_{obs}$ .

Заметим еще, что в похожей на плазменную постановке в [114] была решена задача о нелинейном взаимодействии пучка звезд, движущегося вдоль оси самогравитирующего цилиндра с волной, распространяющейся в том же направлении.

## 6.2. Гидродинамическая концепция образования спиральной структуры

На протяжении этой книги не раз упоминалось о гидродинамической концепции образования спиральных структур плоских галактик. Согласно этой концепции, предложенной А.М. Фридманом в 1972 г., спиральные рукава представляют собой волны плотности, нарастающие до нелинейных амплитуд из-за развития гидродинамических (неджинсовских) неустойчивостей в газовом галактическом диске. Различным аспектам этой концепции посвящен ряд обзорных статей и монографий [138, 153, 195, 420].

В основе этой концепции лежит следующий факт. Газовый диск галактики, как правило, обладает массой, много меньшей массы звездного диска (см. п. 1.2.1), и, следовательно,  $\rho_g \ll \rho_*$ . Из этого, казалось бы, должен следовать вывод, что газ не вносит заметного вклада в гравитационный потенциал. Это справедливо для осесимметричных моделей. Однако необходимо учитывать, что в бесстолкновительной плазме звезд везде, кроме центральных областей *SB*-галактик, амплитуда плотности неосесимметричных особенностей значительно меньше полной плотности звездного диска ( $|\tilde{\rho}_*| \ll \rho_*$ ), тогда как в силу столкновительности газа распространяющиеся в нем возмущения плотности могут достигать значительных амплитуд  $\tilde{\rho}_g \sim \rho_g$  (значком “ $\sim$ ” помечены возмущенные величины). Если значения величин  $\rho_g$  и  $|\tilde{\rho}_*|$  составляют несколько процентов от  $\rho_*$ , то возможна ситуация  $|\tilde{\rho}_g| \sim |\tilde{\rho}_*|$ , или даже  $|\tilde{\rho}_g| \gg |\tilde{\rho}_*|$  (см. [197, 420]).

Пусть в газовом диске возникло возмущение плотности. Для оценок (см. подробнее работу Фридмана [197]) воспользуемся выражением для возмущенного гравитационного потенциала с учетом конечной толщины газового диска

$$\tilde{\Phi} = -\frac{2\pi G \tilde{\sigma}_g}{k I_g}, \quad I_g = \frac{1}{1 + kh}. \quad (6.46)$$

Запишем выражение для возмущенной поверхностной плотности звезд-

ной компоненты в пренебрежении неоднородностью (см. (2.72), (2.80))

$$\tilde{\sigma}_* = -\frac{\sigma_{*0}}{1+k\Delta_*} \frac{\tilde{\Phi}}{c_r^2} \left\{ 1 - e^{-\tilde{z}} I_0(\tilde{z}) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n(\tilde{z}) \frac{\hat{\omega}^2}{\hat{\omega}^2 - n^2 \hat{\omega}^2} e^{-\tilde{z}} \right\}. \quad (6.47)$$

Принимая во внимание условие  $\tilde{z} \gg 1$ , которое выполняется для Галактики [197], можно для оценок принять  $\tilde{\sigma}_* = -[\sigma_{*0}/(1+k\Delta_*)](\tilde{\Phi}/c_r^2)$ . Последнее соотношение совместно с (6.46) дает

$$\frac{\tilde{\sigma}_*}{\tilde{\sigma}_g} = \frac{G \sigma_{*0}}{c_r^2} \frac{2\pi}{k} \frac{1+kh}{1+k\Delta_*}. \quad (6.48)$$

Для длины волны спирального узора  $\lambda = 2\pi/k = 2$  кпк и значений  $\sigma_{*0} = 80 \text{ М}_\odot/\text{пк}^2$ ,  $c_r = 50 \text{ км/с}$ ,  $h = 70 \text{ пк}$ ,  $\Delta_* = 400 \text{ пк}$  получаем

$$\tilde{\sigma}_*/\tilde{\sigma}_g \simeq 0,15. \quad (6.49)$$

В области внутреннего максимума на кривой вращения ( $r \simeq 1$  кпк) это отношение оказывается еще меньше [197]. Как видим, при исследовании гидродинамических механизмов генерации спиральной структуры можно в первом приближении не учитывать возмущение звездной подсистемы.

Наиболее вероятным претендентом на роль генератора спиральной структуры (по времени развития и параметрам возникающих спиралей в рамках линейного анализа) среди гидродинамических неустойчивостей является центробежная. Эта неустойчивость возбуждается в области отрицательного градиента скорости в галактиках с двугорбыми кривыми вращения (в § 4.5 в рамках различных моделей подробно проанализированы условия возникновения центробежной неустойчивости и свойства возникающего спирального узора).

Обсуждаемая здесь проблема допускает уникальную возможность лабораторного моделирования (“галактика на кухонном столе”). Незлин и Снежкин [153] подробно описали как методику экспериментов на установке с вращающейся “мелкой водой”, так и результаты. Поэтому ниже мы кратко остановимся только на основных моментах.

В основе возможности лабораторного моделирования спирального галактического узора лежит эквивалентность систем уравнений, описывающих динамику обширных центральных областей газовых дисков

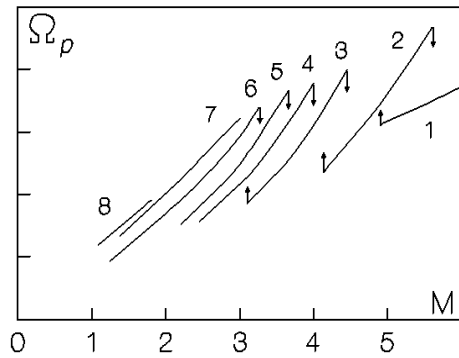


Рис. 6.5. Угловая скорость вращения спирального узора  $\Omega_p$  в зависимости от числа Маха  $M$ . Указаны номера мод  $m$ , стрелки показывают направление перестройки моды (по результатам [153])

плоских галактик и тонкого слоя вращающейся несжимаемой жидкости. При этом толщина слоя жидкости  $h$  соответствует поверхностной плотности сжимаемого газа, а роль скорости звука в газе играет характерная скорость волн на мелкой воде  $c_s \rightarrow c_0 = \sqrt{gh}$  [92]. Для моделирования двугорбой кривой вращения (“скачка” скорости) можно использовать два параболоида, вращающихся с различной угловой скоростью. Проведенные опыты показали, что развитие неустойчивости приводит к возникновению спиральных волн поверхностной плотности различных азимутальных мод ( $m = 0, 1, 2, \dots, 8$ ). Спирали являются отстающими. Вращение спирального узора происходит со скоростью, промежуточной между скоростями вращения центральной части и периферии. Для определенной моды угловая скорость вращения спирального узора  $\Omega_p$  является монотонно возрастающей функцией от числа Маха (рис. 6.5). Каждая мода может существовать только в определенном диапазоне параметров. Так, в условиях рис. 6.5 моды  $m = 6, 5, 4, 3$  могут реализоваться, если число Маха не превышает значений соответственно  $M = 3,3; 3,7; 4,0; 4,4$ . Когда при плавном увеличении  $M$  система проходит через эти границы, наблюдается перестройка данной моды в более крупномасштабную ( $m$  уменьшается). Перестройка мод является существенно нелинейным процессом — это видно уже из того, что переходы между модами имеют скачкообразный и гистерезисный характер. Общая закономерность заключается в том, что число спиралей на периметре системы уменьшается при увеличении числа  $M$ . Сравнение результатов лабораторных экспериментов с выводами линейной теории (речь не идет, разумеется, об амплитуде) свидетельствует о различиях, не превышающих 30 %.

Помимо центробежной неустойчивости в рамках гидродинамической концепции исследуются и другие. Между краем центрального моле-

кулярного диска и особенностью на кривой вращения (излом или скачок) образуется волноводный слой, в котором могут “раскачиваться” неустойчивости резонансного типа, аналогичные обсуждавшимся в § 5.3. Другой возможный механизм — резонансно-центробежный, обсуждается в § 4.5 и 6.3. К появлению крупномасштабного спирального узора должно приводить и развитие мод неустойчивости Папалойзу–Прингла с низшими азимутальными номерами  $m = 2 \div 6$  даже в диске без особенностей на кривой вращения (см. п. 5.3.3). Предлагались и другие гидродинамические механизмы [32].

### 6.3. Сложные спиральные узоры галактик

Красивые правильные спирали, получающиеся у теоретиков в рамках волнового подхода Линдблада (безотносительно к механизму генерации), в природе, скорее, исключение, чем правило. Весьма часто наблюдаются сложные структуры [28]. Различают  $\gamma$ - и  $\Theta$ -формы, многорукусность, ветвления (в том числе ветви, начинающиеся как бы “ниоткуда”); во взаимодействующих галактиках встречаются более сложные структуры (“хвосты”, “перемычки”, “мосты”, “усы”, “антенны”) [71]. Не будем здесь касаться вопроса о происхождении флоккулентных спиралей и взаимодействующих систем. Несмотря на еще имеющиеся трудности волновой теории, возбуждением и самоподдержанием той или иной гравитационной или гидродинамической моды колебаний, вообще говоря, удастся объяснить генерацию спиральной структуры с тем или иным числом рукавов в той или иной галактике. Для понимания причин образования более сложных наблюдаемых спиральных узоров (ветвления рукавов в таких галактиках, как NGC 151, 1288, 1297, 2997, 4725, 4736, 5033, 6946, 7412 и др.) необходимы дополнительные предположения. Так, например, в процессе лабораторного моделирования на “мелкой воде” был обнаружен эффект перестройки азимутальных мод (изменение числа рукавов генерируемых спиралей) при плавном изменении скорости вращения внутренней части установки (“ядра” галактики) в ходе эксперимента (см. рис. 6.5). В связи с этим была высказана гипотеза, что наблюдаемые галактики с ветвящимися рукавами находятся в существенно нестационарном состоянии и, соответственно, ветвление рукавов представляет собой переходный процесс перестройки азимутальных мод [138, 153]. В то же время широкая распространенность галактик с ветвящимися рукавами указывает, вероятно, на длительный срок существования

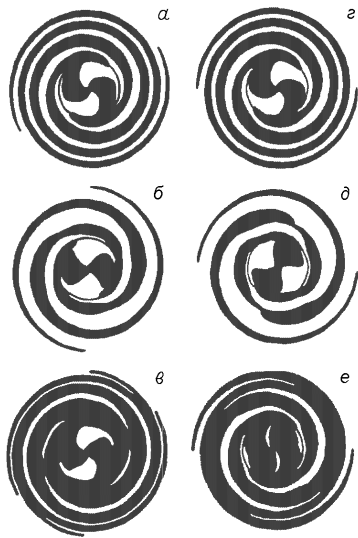


Рис. 6.6. Геометрия собственных функций возмущенной плотности для высокочастотной ( $a$ ,  $c$ ) и низкочастотной ( $b$ ,  $d$ ) мод, а также результаты их суперпозиции ( $e$ ,  $f$ ) для двух различных наборов значений параметров. Заштрихованы участки повышенной плотности, окружность проведена на радиусе  $r = R$

этих образований, что не совсем укладывается в рамки представления о сильной нестационарности таких систем.

Общий подход предложен А.М. Фридманом [195], объяснявшим многоярусность спиральной структуры — различное число рукавов в различных областях диска по  $r$  — тем, что в этих областях существуют различные условия для предпочтительного развития той или иной неустойчивости. Каждая из этих неустойчивостей характеризуется своей зависимостью максимального инкремента от номера азимутальной моды  $m$ , что и приводит к различным видам спиральной структуры в разных областях системы. Обсудим сходную идею, основанную на возможности *одновременного* существования (суперпозиции) в диске галактики двух или нескольких колебательных мод с одинаковыми или различными азимутальными номерами и с одинаковыми или различными механизмами возбуждения (гравитационным и/или гидродинамическим) [136, 137]. Подчеркнем, что речь идет о квазистационарных модах, обусловленных одновременным развитием различных неустойчивых мод в одной и той же области диска. В рамках такого предположения, помимо ветвления рукавов, можно объяснить наличие плотного газового кольца, наложенного на спиральную структуру (NGC 1024, 2223, 3124, 3344, 7329 и др.), существование в одном спиральном узоре рукавов с различным углом закрутки, наличие спиральной структуры в центральной области бара (NGC 1512) и т. д. В работе [137] были рассмотрены сложные спиральные узоры галактик как результат суперпозиции двух конкретных центробежных мод — высокочастотной и низкочастотной (см. § 4.5). Определение волнового узора для каждой из мод  $[\tilde{\sigma}(r, \varphi), \Omega_p]$  и наложение их друг на друга позволило получить спиральные узоры со следующими характерными особенностями (рис. 6.6): 1) наличие ветвящихся спираль-

ных рукавов; при различных значениях параметров  $q$ ,  $L$  и  $M$  можно получить комбинации ветвящихся спиралей с различной геометрией; 2) наличие бароподобной перемычки между спиральными рукавами; 3) наличие “кольца” повышенной плотности, соединяющего спиральные рукава на радиусе  $r = 2R$ ; 4) наличие четырех правильных спиральных рукавов, несмотря на то, что номер азимутальной моды  $m = 2$ . Случаи “1” и “2” могут иметь место в одной и той же системе, но в зависимости от момента времени наблюдения. Отметим также интересную возможность генерации гидродинамическим механизмом газового бара в диске.

Разумеется, результаты, основанные на линейном анализе, носят предположительный характер. Однако, если возмущения рассмотренных мод смогут достичь на стадии насыщения значительных амплитуд, вероятно появление и других интересных эффектов: нелинейного взаимодействия возмущений при прохождении спирального рукава одной моды через рукав другой; взаимодействия рукавов низкочастотной моды с бананообразными антициклоническими вихрями, наблюдавшимися в экспериментах между рукавами высокочастотной моды в области круга коротации [153] и т. д. В то же время имеются факты, свидетельствующие, что различие между линейной теорией и результатами нелинейного моделирования будет не слишком велико. Во-первых, эксперименты, поставленные группой М.В. Незлина [153], показали, что высокочастотная мода достигает насыщения на стадии образования ударных волн, причем параметры возбуждаемых спиралей отличаются от предсказанных линейной теорией не более чем на 30 %. Во-вторых, низкочастотная мода имеет ярко выраженный отражательный характер, а в нелинейных численных экспериментах Нормана и Харди [673] и в более поздних работах по моделированию плоской сверхзвуковой струи показано, что возмущения отражательного типа насыщаются на стадии образования системы ударных волн, пространственная структура которой великолепно согласуется с предсказаниями линейного анализа (см. п. 5.3.3).

## Список литературы

Принятые сокращения названий периодических изданий:

|       |   |                                                         |
|-------|---|---------------------------------------------------------|
| ApJ   | — | Astrophysical Journal                                   |
| AsAp  | — | Astronomy and Astrophysics                              |
| MN    | — | Monthly Notices of the Royal Astronomical Society       |
| ApJSS | — | Astrophysical Journal Supplement                        |
| AsJ   | — | Astronomical Journal                                    |
| ASS   | — | Astrophysics and Space Science                          |
| PASJ  | — | Publications of the Astronomical Society of Japan       |
| PASP  | — | Publications of the Astronomical Society of the Pacific |
| АЖ    | — | Астрономический журнал                                  |
| ПАЖ   | — | Письма в астрономический журнал                         |
| АЦ    | — | Астрономический циркуляр                                |
| КФНТ  | — | Кинематика и физика небесных тел                        |
| Аф    | — | Астрофизика                                             |
| УФН   | — | Успехи физических наук                                  |
| ЖЭТФ  | — | Журнал экспериментальной и теоретической физики         |
| ИНТ   | — | Итоги науки и техники, сер. “Астрономия”                |
| ДАН   | — | Доклады АН СССР                                         |

1. Абрамян М.Г. Волны плотности во вложенных дисках//Аф. 1978. Т. 14. С. 579–590.
2. Антонов В.А. Точное определение спектра колебаний звездных систем, представленных моделью однородного плоского слоя//Учен. зап. ЛГУ. Сер. мат. наук. 1971. Вып. 47. № 359, Р. 64–85.
3. Антонов В.А., Осипков Л.П., Чернин А.Д. К динамике корон галактик//Сб. ЛОВАГО “Динамика и эволюция звездных систем”. М.; Л., 1975, С. 289–301.
4. Афанасьев В.Л. Связь структуры галактик с активностью их ядер//УФН. 1986. Т. 150. С. 313–315.
5. Вращение внутренних областей спиральных галактик. ч. II/В.Л. Афанасьев, А.Н. Буренков, А.В. Засов, О.К.Сильченко//Аф. 1988. Т. 28. С. 142–150.
6. Вращение внутренних областей спиральных галактик. Ч. III /В.Л. Афанасьев, А.Н. Буренков, А.В. Засов, О.К.Сильченко//Аф. 1988. Т. 29. С. 497–504.
7. Вращение внутренних областей спиральных галактик. NGC 497, 895, 972 и 3646. /В.Л. Афанасьев, А.Н. Буренков, А.В. Засов, О.К.Сильченко//АЖ. 1991. Т. 68. С. 1134–1149.
8. Вращение внутренних областей спиральных галактик. NGC 4100, 4536, 5351, 6181, 7171, 7721. /В.Л. Афанасьев, А.Н. Буренков, А.В. Засов, О.К.Сильченко//АЖ. 1992. Т. 69. С. 19–37.
9. Афанасьев В.Л., Леви В.В., Морозов А.Г. Кинематика газа в поле вращающейся эволюционирующей перемычки: Препринт ВолГУ 6-89. Волгоград, 1989. 24 с.
10. Афанасьев В.Л., Шаповалова А.И. Поле скоростей сейфертовской галактики Маркарян 744//Аф. 1981. Т. 17. С. 403.
11. Бэдсел Ч., Ленгдон А. Физика плазмы и численное моделирование. М.: Энергоатомиздат, 1989.
12. Барабанов А.В., Засов А.В. О существовании центрального минимума плотности звездного диска в некоторых галактиках//АЖ. 1979. Т. 56. С. 252–257.

13. Бартая Р.А. Массовая двумерная спектральная классификация звезд в площадках Каптейна и применение ее данных к решению звездоастрономических задач//Бюлл. Абастум. АО, 1979. Т. 50. С. 238.
14. Бектасова Н.К., Петровская И.В. The rotational low of the neutral hydrogen subsystem in the Galaxy with regard to expansion//Учен. зап. ЛГУ. Сер. матем. наук. 1983. Вып. 60. Т. 38. С. 127–141.
15. Белоцерковский О.М. Турбулентность: Новые подходы / О.М. Белоцерковский, А.М. Опарин, В.М. Чечеткин. М.: Наука, 2003. 286 с.
16. Структура газовых течений в тесных двойных системах=The structure of matter flows in semi-detached binaries after the termination of mass transfer/Д.В.Бисикало, А.А.Боярчук, А.А.Килпио и др.//АЖ. 2001. Т. 78. С. 707-716.
17. Бисноватый-Коган Г.С., Рузмайкин А.А. Аккреция вещества с магнитным полем на коллапсирующую звезду. ч. II. Самосогласованная стационарная картина//АЖ. 1976. Т. 42. С. 375–399.
18. Бисноватый-Коган Г.С., Блинников С.И. Black-hole accretion disk as a model for Cygnus X-1//ПАЖ. 1976. Т. 2. С. 489–493.
19. Бисноватый-Коган Г.С., Блинников С.И., Костюк Н.Д., Федорова А.В. Эволюция быстро вращающихся звезд на стадии гравитационного сжатия//АЖ. 1979. Т. 56. С. 770–780.
20. Бисноватый-Коган Г.С. The stability of elliptical stellar disks. I./ Balanced disks//Astrofizika. 1984. Т. 20. С. 547–563.
21. Бисноватый-Коган Г.С. Физические вопросы теории звездной эволюции. М.: Наука, 1989.
22. Блэндфорд Р. Аккреция на массивные черные дыры в активных ядрах галактик//Численное моделирование в астрофизике: Сб. М.: Мир, 1988. С. 15–39.
23. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.
24. Бочкарев Н.Г. Основы физики межзвездной среды. М.: Изд-во МГУ, 1991. 352 с.
25. Бреховских Л.М., Годин О.А. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989.
26. Бреховских Л.М., Гончаров В.В. Введение в механику сплошных сред. М.: Наука, 1982.
27. Вильковский Э.Я. Квазары. М.: Наука, 1985.
28. Воронцов-Вельяминов Б.А. Внегалактическая астрономия. М.: Наука, 1978.
29. Галеев А.А., Сагдеев Р.З. Нелинейная теория плазмы//Вопр. теории плазмы. Вып. 7. 1973. С. 3–145.
30. Генкин И.Л., Мирошкин А.Д. Статистика Линден-Белла и распределение скоростей звезд в окрестности Солнца//Труды АФИ АН КазССР. 1983. Т. 40. С. 87–90.
31. Герасимов А.Г., Петровская И.В. Кривая вращения во внешней области Галактики //КФНТ. 1990. Т. 6. С. 17–24.
32. Гестрин С.Г., Конторович В.М. О возможной причине появления пересеченной спиральной структуры в галактиках//ПАЖ. 1987. Т. 13. С. 648–653.
33. Гоффмейстер К., Рихтер Г., Венцель В. Переменные звезды. М.: Наука, 1990.
34. Горбацкий В.Г., Сербин В.М. Перенос углового момента в галактическом диске при взаимодействии облаков межзвездного газа//Аф. 1983. Т. 19. С. 79–89.
35. Горбацкий В.Г. Введение в физику галактик и скоплений галактик. М.: Наука, 1986. 256 с.
36. Горькавый Н.Н., Фридман А.М. Физика планетных колец. М.: Наука, 1994.
37. Гоффмейстер К., Рихтер Г., Венцель В. Переменные звезды. М.: Наука, 1990.

38. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: ГИФМЛ, 1963.
39. Гусев А.С. Особенности звездного населения бара в БМО//АЖ. 1998. № 42. С. 446–452.
40. Дамбис А.К., Мельник А.М., Расторгуев А.С. Кривая вращения системы классических цефеид и расстояние до галактического центра//ПАЖ. 1995. Т. 21. С. 331–347.
41. Дамбис А.К., Мельник А.М., Расторгуев А.С. Тригонометрические параллаксы и кинематически установленная шкала расстояний для ОВ-ассоциаций//ПАЖ. 2001. Т. 27. С. 68–75.
42. Расторгуев А.С., Заболотских М.В., Дамбис А.К. Кинематические параметры молодых подсистем и кривая вращения Галактики//ПАЖ. 2002. Т. 28. С. 454–464.
43. Дибай Э.А. Замечания к проблеме сейфертовских ядер галактик//АЦ. 1971. Т. 660. С. 1–6.
44. Дибай Э.А. Нестационарные явления в галактиках//ИНТ. 1981. Т. 67.
45. Ефремов Ю.Н. Очаги звездообразования в галактиках: звездные комплексы и спиральные рукава. М.: Наука, 1989.
46. Современные представления о природе спиральной структуры галактик / Ю.Н. Ефремов, В.И. Корчагин, Л.С. Марочник, А.А. Сучков//УФН. 1989. Т. 157. С. 599–629.
47. Ефремов Ю.Н. Вглубь Вселенной. М.: Едиториал УРСС, 2002.
48. Засов А.В. Звездный диск галактик может иметь “дыру” в центре//АЦ. 1976. Т. 933. С. 1–2.
49. Засов А.В. Нормальные галактики//ИНТ. 1981. Т. 18. С. 3–47.
50. Засов А.В. Оценка массы диска и гало галактик по локальному критерию устойчивости диска//ПАЖ. 1985. Т. 11. С. 730–736.
51. Засов А.В. Оценка верхнего предела расстояния до галактик из условия устойчивости газового диска//АЦ. 1986. Т. 1443. С. 5–7.
52. Засов А.В. Физика галактик. М.: Изд-во МГУ, 1988.
53. Засов А.В., Макаров Д.И., Михайлова Е.А. Толщина тонких звездных дисков и масса темного гало//ПАЖ. 1991. Т. 17. С. 884–892.
54. Засов А.В., Морозов А.Г. Модели дисков галактик: сравнение с наблюдениями//АЖ. 1985. Т. 62. С. 475–481.
55. Засов А.В., Морозов А.Г. Имеется ли запас гравитационной устойчивости у газовых дисков галактик?//АЦ. 1985. Т. 1356. С. 1–3.
56. Засов А.В., Михайлова Е.А., Морозов А.Г. Влияние массивного гало на устойчивость изгибных мод звездного диска//Динамика гравит. систем и методы аналитической небесной механики. Алма-Ата: Наука, 1987. С. 23–24.
57. Засов А.В., Михайлова Е.А., Морозов А.Г. О влиянии массивного гало на устойчивость крупномасштабных изгибных мод звездного диска//Вопросы небесной механики и звездной динамики. Алма-Ата: Наука, 1990. С. 87–91.
58. Засов А.В., Михайлова Е.А., Морозов А.Г. Эволюция центральной депрессии плотности в звездных дисках галактик//АЖ. 1990. Т. 67. С. 222–229.
59. Засов А.В., Неизвестный С.И. Цвет внутренних областей галактик Сейферта в сравнении с нормальными галактиками//ПАЖ. 1989. Т. 15. С. 963–970.
60. Засов А.В., Сильченко О.К. Вращение внутренних частей спиральных галактик. NGC 4353, 4814, 5371//ПАЖ. 1987. Т. 13. С. 455–463.
61. Засов А.В., Симаков С.Г. Распределение газа в галактиках и гравитационная устойчивость газовых дисков//АФ. 1988. Т. 29. С. 190–198.

62. Засов А.В., Зотов В.М. Частота встречаемости плоских галактик с двугорбыми кривыми вращения//ПАЖ. 1989. Т. 15. С. 210–215.
63. Засов А.В., Хоперсков А.В. Обладает ли БМО темным балджем?//АЖ. 2002. Т. 79. С. 195–204.
64. Засов А.В., Хоперсков А.В. К вопросу о форме кривых вращения галактик, наблюдаемых с ребра//ПАЖ. 2003. Т. 29. С. 497–507.
65. Засов А.В., Хоперсков А.В., Тюрина Н.В. Дисперсия скоростей звезд и оценка массы галактических дисков//ПАЖ. 2004. Т. 30. С. 653–662 (astro-ph/0405400).
66. Зельдович Я.Б. Судьба звезды и выделение гравитационной энергии при аккреции//ДАН. 1964. Т. 155. С. 67–69.
67. Кадомцев Б.Б. Турбулентность плазмы//Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1964. Т. 4. С. 188–339.
68. Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1988.
69. Каплан С.А., Пикельнер С.Б. Физика межзвездной среды. М.: Наука, 1978.
70. Караченцева В.Е., Караченцев И.Д. О форме и средних характеристиках спиральных рукавов галактик//Сообщ. Бюроканской АО. 1967. Т. 38. С. 49–57.
71. Караченцев И.Д. Двойные галактики. М.: Наука, 1987.
72. Караченцев И.В., Чжоу Шу. Оптические кривые вращения плоских спиральных галактик//ПАЖ. 1991. Т. 17. С. 321–326.
73. Каримова Д.К., Павловская Е.Д. Определение кинематических параметров звезд в ближайших окрестностях Солнца ( $r < 25$  пк)//АЖ. 1974. Т. 51. С. 597–605.
74. Каримова Д.К., Павловская Е.Д. Кинематические параметры сверхгигантов спектрального класса В//АЖ. 1976. Т. 53. С. 495–500.
75. Каримова Д.К., Павловская Е.Д. Определение нуля-пункта зависимости период–светимость и исследование кинематики цефеид//АЖ. 1981. Т. 58. С. 984–995.
76. Каримова Д.К., Павловская Е.Д. Кинематика звезд спектрального класса О//АЖ. 1984. Т. 61. С. 66–74.
77. Кинг А.Р. Введение в классическую звездную динамику. М.: Едиториал УРСС, 2002.
78. Коваленко И.Г., Лукин Д.В. Ударные волны в астрофизических газовых дисках: эффекты конечности толщины диска и вертикальных движений//ПАЖ. 1999. Т. 25. С. 260–269.
79. Колыхалов П.И., Сюняев Р.А. Образование диска при аккреции звездного ветра//ПАЖ. 1979. Т. 5. С. 338–344.
80. Колыхалов П.И., Сюняев Р.А. Внешние области аккреционных дисков вокруг сверхмассивных черных дыр в ядрах галактик и квазаров//ПАЖ. 1980. Т. 6. С. 680–686.
81. Колыхалов П.И. Неустойчивость тангенциального разрыва в газе, движущемся вблизи твердой стенки: Препринт № 824. М.: ИКИ АН СССР, 1983. 15 с.
82. Колыхалов П.И. Усиление звуковых возмущений при отражении от критического слоя в сверхзвуковых потоках//ДАН. 1985. Т. 280. С. 95–98.
83. Корчагин В.И., Марочник Л.С. Бароподобные образования в центральных областях галактик как возможный генератор спиральных волн плотности. I//АЖ. 1976. Т. 52. С. 15–25.
84. Корчагин В.И., Петвиашвили В.И. Солитоны Россби в галактических дисках//ПАЖ. 1985. Т. 11. С. 121–122.
85. Корчагин В.И., Шевелев Ю.Г. Генерация спиральных волн перемычкой в дифференциально вращающихся дисках//Аф. 1980. Т. 16. С. 757–767.

86. Корчагин В.И., Шевелев Ю.Г. Генерация спиральных волн перемычками в дифференциально вращающихся дисках//АФ. 1981. Т. 17. С. 455–468.
87. Кузмин Г.Г. Об изменении дисперсии скоростей звезд//Публ. Тартуской АО. 1961. Т. 33. С. 351–370.
88. Кязумов Г.А. Поле скоростей галактики NGC 7541//ПАЖ. 1980. Т. 6. С. 398–401.
89. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
90. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Ч. I. М.: Наука, 1976.
91. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
92. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
93. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М.: Наука, 1988.
94. Леви В.В., Морозов А.Г. Каким должен быть градиент дисперсии скоростей газовых облаков в дисках галактик?//АЖ. 1987. Т. 64. С. 919–928
95. Леви В.В., Морозов А.Г. О механизме возбуждения гравитационных волн России//АЦ. 1989. Т. 1535. С. 3–4.
96. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика. Ч.2. М.: Наука, 1978.
97. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
98. Липунов В.М. Нерадиальная аккреция на замагниченные нейтронные звезды//АЖ. 1980. Т. 57. С. 1253–1265.
99. Липунов В.М., Шакура Н.И. Взаимодействие аккрецирующего диска с магнитным полем нейтронной звезды//ПАЖ. 1980. Т. 6. С. 28–33.
100. Липунов В.М. Астрофизика нейтронных звезд. М.: Наука, 1987.
101. Липунова Г.В., Шакура Н.И., Нестационарные аккреционные диски в рентгеновских новых: моделирование вспышек новой Единорога 1975 года и новой Мухи 1991 года//АЖ. 2002. Т. 79. С. 407–421.
102. Конвективная турбулентность и магнитные поля в аккреционном диске черных дыр/ Дж.Г. Ломинадзе, З.А. Сохадзе, Г.Д. Чагелишвили, Г.Д. Чанишвили//Бюлл. Абастуманской АО. 1985. № 58. С. 211–226.
103. Лютый В.М. Оптическая переменность ядер сейфертовских галактик. II. UVV и H<sub>2</sub>-фотометрия//АЖ. 1977. Т. 54. С. 1153.
104. Амплитуды кривых вращения галактик, видимых с ребра, по оптическим и радиоданным/ Д.И. Макаров, И.Д. Караченцев, Н.В.Тюрина, С.С. Кайсин//ПАЖ. 1997. Т. 23. С. 509–514.
105. Кривые вращения галактик, видимых с ребра//Д.И. Макаров, И.Д. Караченцев, А.Н. Буренков и др.//ПАЖ. 1997. Т. 23. С. 734–739.
106. Макаров Д.И., Буренков А.Н., Тюрина Н.В. Галактики, видимые с ребра. Обзор кривых вращения//ПАЖ. 1999. Т. 25. С. 813–819.
107. Марочник Л.С., Сучков А.А. Галактика. М.: Наука, 1984.
108. Михайлова Е.А., Морозов А.Г. Численный эксперимент по динамике бар-моды в звездных дисках с “дырой” в центре//АЦ. 1988. Т. 1528. С. 3–4.
109. Михайлова Е.А., Морозов А.Г. Анизотропия скоростей звезд в дисках галактик в численном эксперименте. Классич. гравифизика: Матер. 2-й всесоюзной конф. Волгоград: Изд-во ВолГУ, 1989. С. 18–19.
110. Михайлова Е.А., Морозов А.Г. Численно-экспериментальное исследование динамики перемычек в звездных дисках//Вопросы небесной механики и звездной динамики. Алма-Ата: Наука, 1990. С. 124–128.
111. Михайлова Е.А., Хоперсков А.В. Зависимость дисперсии скоростей от радиальной координаты в звездных дисках плоских галактик//АЖ. 1992. Т. 69. С. 1112–1116.

112. Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей. Т. 1. М.: Атомиздат, 1975; Т. 2. М.: Атомиздат, 1977.
113. Михайловский А.Б. Электромагнитные неустойчивости неоднородной плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1991.
114. Михайловский А.Б., Френкель А.Л., Фридман А.М. Нелинейное взаимодействие монохроматической волны с частицами в гравитирующей системе//ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 20–30.
115. Мишуров Ю.Н., Пефтиев В.М., Сучков А.А. Неустойчивость гравитирующих вращающихся газовых систем при наличии вязкости и природа кольцевой структуры галактик//АЖ. 1976. Т. 53. С. 268–272.
116. Мишуров Ю.Н., Павловская Е.Д., Сучков А.А. Определение параметров спиральной структуры Галактики по кинематике звезд//АЖ. 1979. Т. 56. С. 268–278.
117. Моисеев А.В. Панорамная спектроскопия галактик с двойными барами//ПАЖ. 2002. Т. 28. С. 840–854.
118. Моисеев А.В. Морфология и кинематика газа и звезд в галактиках с перемычками. Дис. канд. физ.-мат. наук. Нижний Архыз, 2002. 170 с.
119. Морозов А.Г., Файнштейн В.Г., Фридман А.М. Неустойчивость Кельвина–Гельмгольца в гравитирующей среде//ЛОВАГО “Динамика и эволюция звездных систем”. М.;Л.: Наука, 1975. С. 238–249.
120. Морозов А.Г., Файнштейн В.Г., Фридман А.М. Неджинсовские неустойчивости гравитирующей среды//ДАН. 1976. Т. 231. С. 588–591.
121. Морозов А.Г., Поляченко В.Л., Файнштейн В.Г., Фридман А.М. Гидродинамические неустойчивости гравитирующего цилиндра//АЖ. 1976. Т. 53. С. 946–949.
122. Морозов А.Г., Файнштейн В.Г., Фридман А.М. Об аналогии между процессами образования спиральных рукавов галактик и волн плотности во вращающейся лабораторной плазме//ЖЭТФ. 1976. Т. 71. С. 1249–1262.
123. Морозов А.Г. Раскачка спиральных возмущений в дисках плоских галактик неустойчивостью Кельвина–Гельмгольца//ПАЖ. 1977. Т. 3. С. 195–199.
124. Морозов А.Г. Генерация спиральной структуры в плоских галактиках с двугорбыми кривыми вращения//АЖ. 1979. Т. 56. С. 498–504.
125. Морозов А.Г. О пучковом механизме генерации спиральной структуры//АЦ. 1980. Т. 1137. С. 1–3.
126. Морозов А.Г. Об устойчивости неоднородного звездного диска//АЖ. 1980. Т. 57. С. 681–686.
127. Морозов А.Г. Коротковолновая джинсовская неустойчивость в многокомпонентных дисках галактик//ПАЖ. 1981. Т. 7. С. 9–13.
128. Морозов А.Г. Об ограничениях на величину дисперсии радиальных скоростей звезд в дисках плоских галактик//ПАЖ. 1981. Т. 7. С. 197–200.
129. Морозов А.Г. Исследование динамики моделей звездных дисков в численном эксперименте//АЖ. 1981. Т. 58. С. 34–40.
130. Морозов А.Г. О соотношении масс гало и диска в Галактике//АЖ. 1981. Т. 58. С. 734–742.
131. Морозов А.Г. Диссипативные эффекты в газовых подсистемах плоских галактик//АЖ. 1982. Т. 59. С. 864–869.
132. Морозов А.Г. О принципах построения моделей Галактики//ПАЖ. 1983. Т. 9. С. 716–720.
133. Морозов А.Г. Об уровне равновесных шумов в гравитирующем диске//АЖ. 1983. Т. 60. С. 466–470.

134. Морозов А.Г. Локальный критерий устойчивости газовых подсистем плоских галактик//АЖ. 1985. Т. 62. С. 209–217.
135. Морозов А.Г. Влияние неоднородности газового диска на параметры спиральной структуры в галактиках с двугорбыми кривыми вращения//КФНТ. 1989. Т. 5. С. 75–80.
136. Морозов А.Г., Мусцевой В.В. О спиральном узоре галактик как суперпозиции неустойчивых мод//АЦ. 1991. № 1550. С. 1–2.
137. Морозов А.Г., Мусцевой В.В., Просвиров А.Э. Сложные спиральные узоры галактик как результат суперпозиции гидродинамических мод//ПАЖ. 1992. Т. 18. С. 46–55.
138. Лабораторное моделирование процесса генерации спиральной структуры галактик (теория и эксперимент)/А.Г. Морозов, М.В. Незлин, Е.Н.Снежкин, А.М. Фридман//УФН. 1985. Т. 145. С. 160.
139. Эволюция газового галактического диска в процессе развития в нем спиральной структуры, возбуждаемой гидродинамической неустойчивостью/А.Г. Морозов, М.В. Незлин, Е.Н.Снежкин, А.М. Фридман, Ю.М. Торгашин//АЦ. 1985. Т. 1414. С. 7–8.
140. Морозов А.Г., Фридман А.М. Связь между основными параметрами плоской и сферической подсистем в галактиках//АЖ. 1973. Т. 50. С. 1028–1033.
141. Морозов А.Г., Хоперсков А.В. Каким должен быть градиент дисперсии радиальных скоростей звезд в дисках галактик?//АФ. 1986. Т. 24. С. 467–476.
142. Морозов А.Г., Хоперсков А.В. Стационарные аккреционно-струйные течения//КФНТ. 1989. Т. 5. С. 37–42.
143. Морозов А.Г., Хоперсков А.В. Стационарные осесимметричные аккреционные течения вещества с радиационным давлением//КФНТ. 1990. Т. 6. С. 36–40.
144. Морозов А.Г., Хоперсков А.В. К вопросу о природе турбулентной вязкости в аккреционных дисках//ПАЖ. 1990. Т. 16. С. 567–573.
145. Морозов А.Г., Хоперсков А.В. О возможной природе квазипериодических режимов аккреции в системах типа U-Gem//АЦ. 1991. Т. 154. С. 11–12.
146. Морозов А.Г., Поляченко В.Л., Шухман И.Г. Устойчивость гравитирующих систем с квадратичным потенциалом. О некоторых принципиальных моментах исследования точных моделей звездных систем: Препринт/СиБИЗМИР СО АН СССР. Иркутск, 1973. С. 1–73.
147. Морозов А.Г., Поляченко В.Л., Фридман А.М., Шухман И.Г. О колебаниях гравитирующего диска в магнитном поле: Препринт/СиБИЗМИР СО АН СССР. Иркутск, 1974. С. 2–74.
148. Морозов А.Г., Шухман И.Г. Нелинейное взаимодействие спиральной волны со звездами вблизи радиуса коротации в дисках галактик//ПАЖ. 1980. Т. 6. С. 87–91.
149. Морозов А.Г., Торгашин Ю.М., Фридман А.М. Турбулентная вязкость гравитирующего газового диска//ПАЖ. 1985. Т. 11. С. 231–238.
150. Мусцевой В.В., Хоперсков А.В. Линейный анализ устойчивости двухпотоковой аккреции//ПАЖ. 1991. Т. 17. С. 281–288.
151. Назарова Л.С. Эмиссионные спектры сейфертовских галактик и квазаров (обзор наблюдений и моделей активных ядер галактик)//Сообщ. САО АН СССР. 1991. Т. 66. С. 37–100.
152. Предсказание вихревого движения газа между спиральными рукавами галактик на основе лабораторного моделирования/М.В. Незлин, В.Л. Поляченко, Е.Н. Снежкин и др.//ПАЖ. 1986. Т. 12. С. 504–521.

153. Незлин М.В., Снежкин Е.Н. Вихри Россби и спиральные структуры: Астрофизика и физика плазмы в опытах на мелкой воде. М.: Наука, 1990.
154. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. II. М.: Наука, 1987. 464 с.
155. Никонов С.В., Соловьев Л.С. О развитии конвективной неустойчивости во вращающемся газовом диске//Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44. С. 163–166.
156. Огородников К.Ф., Осипков Л.П. Неопределенность оценки дисперсии радиальных скоростей звезд в окрестности Солнца//Бюлл. Абастуманской АО. 1980. Т. 52. С. 37–42.
157. Островский Л.А., Рыбак С.А., Цимринг Л.Ш. Волны с отрицательной энергией в гидродинамике//УФН. 1986. Т. 150. С. 417–437.
158. Паша И.И. Особенность спирального узора и звездообразования в галактике NGC 1566//АЦ. 1985. Т. 1387. С. 4–6.
159. Паша И.И., Цицин Ф.А. О верхнем пределе численности лидирующих спиралей среди нормальных спиральных галактик//АЦ. 1979. Т. 1071. С. 1–3.
160. Петровская И.В. Кинематика и распределение нейтрального водорода в Галактике//ИНТ. 1985. Т. 26. С. 113–154.
161. Пикельнер С.Б. Ударные волны в спиральных ветвях галактик Sc//АЖ. 1970. Т. 47. С. 752–759.
162. Поляченко В.Л., Сынах В.С., Фридман А.М. Связь морфологии спиральных галактик с их основными параметрами//АЖ. 1971. Т. 48. С. 1174–1182.
163. Поляченко В.Л., Фридман А.М. Равновесие и устойчивость гравитирующих систем. М.: Наука, 1976.
164. Поляченко В.Л. Анизотропная (“шланговая”) неустойчивость гравитирующих систем и изгиб плоскости галактики//ПАЖ. 1977. Т. 3. С. 99–103.
165. Поляченко В.Л., Фридман А.М. Когда неустойчивый гравитирующий диск можно считать бесконечно тонким?//ПАЖ. 1981. Т. 7. С. 136–141.
166. Поляченко В.Л. К теории баров дисковых галактик как выстроенных орбит//АЖ. 1992. Т. 69. С. 10–18.
167. Поляченко В.Л., Поляченко Е.В. Формирование медленных баров в спиральных галактиках раннего типа//ПАЖ. 1996. Т. 22. С. 337–344.
168. Поляченко В.Л., Поляченко Е.В., Стрельников А.В. Критерий устойчивости для газовых самогравитирующих дисков//ПАЖ. 1997. Т. 23. С. 551–560.
169. Поляченко В.Л., Поляченко Е.В., Стрельников А.В. Неустойчивости звездных дисков//ПАЖ. 1997. Т. 23. С. 598–605.
170. Поляченко В.Л., Чурилов С.М., Шухман И.Г. Нелинейная стадия гравитационной неустойчивости в плоских газовых системах//АЖ. 1980. Т. 57, С. 497–504.
171. Поляченко В.Л., Шухман И.Г. Препринт/СибИЗМИР СО АН СССР, Иркутск, 1972. № 1–2.
172. Поляченко В.Л., Шухман И.Г. Определение максимальной анизотропии распределения звезд по скоростям в галактиках//ПАЖ. 1977. Т. 3. С. 254–257.
173. Поляченко В.Л., Шухман И.Г. О величине массы неплоских подсистем галактик//АЖ. 1979. Т. 56. С. 724–731.
174. Поляченко В.Л., Стрельников А.В. Критерий устойчивости гравитирующего газового диска//АЦ. 1988. Т. 1529. С. 1–2.

175. Взаимодействующие двойные звёзды. / Под ред. Дж.Е. Прингла, Р.А. Уэйда. М.: Физматлит, 1993.
176. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
177. А.С. Расторгуев, Е.В. Глушкова, А.К. Дамбис, М.В. Заболотских. Статистические параллаксы и кинематические параметры классических цефеид и кластеров молодых звезд//Письма в АЖ. 1999. Т. 25. С. 689–703.
178. Решетников В.П. Поверхностная фотометрия галактик. СПб.: Изд.-во СПбГУ, 2003.
179. Рольфс К. Лекции по теории волн плотности. М.: Мир, 1980. 208 с.
180. Рудницкий Г.М. Наблюдательные проявления протопланетных дисков вокруг молодых звезд//Астрон. вестн. 1987. Т. 21. С. 311–313.
181. Саслау У. Гравитационная физика звездных и галактических систем. М.: Мир, 1989.
182. Сафронов В.С. О гравитационной неустойчивости в плоских вращающихся системах с осевой симметрией//ДАН. 1960. Т. 130. С. 53–56.
183. Сафронов В.С. Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. М.: Наука, 1969. 243 с.
184. Сильченко О.К., Лицунов В.М. Аккреция в газовых дисках галактик//Аф. 1987. Т. 26. С. 443–456.
185. Симаков С.Г. Эволюция галактик: формирование квазиэкспоненциальных дисков//ПАЖ. 1990. Т. 16. С. 679–689.
186. Соболев В.В. Курс теоретической астрофизики. М.: Наука, 1985.
187. Сотникова Н.Я., Родионов С.А. О механизмах векового разогрева звездного диска в вертикальном направлении//ПАЖ. 2003. Т. 29. С. 367.
188. Сумин А.А., Фридман А.М., Хауд У.А. Трехкомпонентная динамическая модель Галактики//ПАЖ. 1991. Т. 17. С. 698–701.
189. Сумин А.А., Фридман А.М., Хауд У.А. Динамическая роль центрального молекулярного кольца в семикомпонентной модели Галактики//ПАЖ. 1991. Т. 17. С. 779–786.
190. Сучков А.А. Зависимость эллипсоида скоростей близких звезд от спектрального класса и химического состава//ПАЖ. 1983. Т. 9. С. 44–47.
191. Тимофеев А.В. Колебания неоднородных течений плазмы и жидкости//УФН. 1970. Т. 102. С. 185–210.
192. Торгашин Ю.М. Дис. канд. физ.-мат. наук. М., 1986.
193. Фабрикант А.Л. //Известия вузов. Радиофизика. 1987. . 30. . 275.
194. Фадеева В.Н., Терентьев А.М. Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента. М.: Гостехиздат, 1954.
195. Фридман А.М. Природа спиральной структуры галактик//УФН. 1978. Т. 125. С. 352–355.
196. Фридман А.М. О наблюдательных данных, необходимых для построения теории спиральной структуры галактик//АЖ. 1986. Т. 63. С. 884–895.
197. Фридман А.М. Теория градиентных неустойчивостей газового галактического диска и вращающейся мелкой воды//ЖЭТФ. 1990. Т. 96. С. 1121–1137.
198. Фридман А.М., Хоружий Щ.В. Неуниверсальность классической концепции тангенциального разрыва//УФН. 1993. Т. 163. С. 79–85.

199. Вертикальные движения в газовом диске спиральной галактики NGC 3631/А.М. Фридман, О.В. Хоружий, А.В. Засов и др.//ПАЖ. 1998. Т. 24. С. 883–893.
200. Фуджимото М. Газ, текущий через модель спирального рукава. Нестационарные явления в галактиках/Симпозиум МАС 29. Бюрокан, Ереван, 1968. С. 453–463.
201. Хауд У.А. Кривая вращения Галактики с учетом расширения газовой составляющей//ПАЖ. 1979. Т. 5. С. 124–127.
202. Ходж П. Галактики. М.: Наука, 1992.
203. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. М.: Мир, 1987/(Hockney R.W., Eastwood J.W. Computer simulation using particles. N.Y.: McGraw-Hill, 1981).
204. Хоперсков А.В. Показатель адиабаты в модели тонкого слоя//Акустич. журн. 1995. Т. 41. С. 1–3.
205. Хоперсков А.В., Храпов С.С. Неустойчивость звуковых волн в тонком газовом диске//ПАЖ. 1995. Т. 21. С. 388–393.
206. Хоперсков А.В. К вопросу об устойчивости сверхзвуковой МГД-струи//Известия ВУЗов. Радиофизика. 1996. Т.39. С. 891–900.
207. Хоперсков А.В., Засов А.В., Тюрина Н. Оценка масс сферических и дисковых компонент галактик с использованием численного моделирования//АЖ. 2001. Т. 78. С. 213–228.
208. Хоперсков А.В. Имеют ли галактики NGC 936 и NGC 3198 массивные сфероидальные подсистемы?//АЖ. 2001. Т. 78. С. 985–989.
209. Хоперсков А.В., Храпов С.С. Неустойчивость тепловой, вязкой и акустических мод в тонких аккреционных дисках//АЖ. 1999. Т. 76. С. 256–269.
210. Хоперсков А.В. Отношение массы гало к массе диска в галактиках поздних типов//ПАЖ. 2002. Т. 28. С. 723–727.
211. Хоперсков А.В. Самосогласованные модели двойных баров//Вестник ВолГУ, 2002. Сер. 1: Математика. Физика. Вып. 7. С. 66–71.
212. Хоперсков А.В., Храпов С.С., Недугова Е.А. Диссипативно-акустическая неустойчивость в аккреционных дисках на нелинейной стадии//ПАЖ. 2003. Т. 29. С. 288–299.
213. Хоперсков А.В., Тюрина Н.В. Динамическая модель Галактики//АЖ. 2003. Т. 80. С. 483–498.
214. Хоперсков А.В., Засов А.В., Тюрина Н.В. Минимальная дисперсия скоростей в устойчивых звездных дисках. Численные эксперименты//АЖ. 2003. Т. 80. С. 387–408.
215. Чандрасекхар С. Принципы звездной динамики. М.: ИЛ, 1948.
216. Черепашук А.М. Наблюдения массивных тесных двойных систем на поздних стадиях эволюции//Современные проблемы физики и эволюции звезд. М.: Наука, 1989. С. 133–168.
217. Черепашук А.М. Поиски черных дыр//УФН. 2003. Т. 173. № 4. С. 345–384.
218. Численное моделирование в астрофизике/Под ред. Дж. Сентрелла, Дж. Лебланка, Р. Бауэrsa. М.: Мир. 1988. С. 95.
219. Чурилов С.М., Шухман И.Г. Спектр колебаний газовой подсистемы галактик//Исслед. по геомагн., аэрон. и физ. Солнца. 1981. Т. 57. С. 75–79.
220. Чурилов С.М., Шухман И.Г. О связи “объемного” и “поверхностного” показателей адиабаты для газовых подсистем галактик//АЦ. 1981. Т. 1157. С. 1–2.

221. Шакура Н.И. Дискковая модель аккреции газа релятивистской звездой в двойной системе//АЖ. 1972. Т. 49. С. 921–929.
222. Шапиро С.А., Тьюколски С.А. Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды. М.: Мир, 1985.
223. Шацова Р.Б. Планковское распределение скоростей звезд в окрестности Солнца. Ростов н/Д: Изд-во Ростовского гос. ун-та, 1965.
224. Шацова Р.Б. Построение и применение функции фазовой плотности звезд: Дис. д-ра физ.-мат. наук. 1975.
225. Динамическое свидетельство наличия скрытой массы в галактиках/Я. Эйнасто, Э. Саар, А. Каасик, П. Траат//АЦ. 1974. Т. 811. С. 3–4.
226. Aarseth S.J. Direct integration methods of the N-body problem//ASS. 1971. V. 14. P. 118–132.
227. Abramowicz M.A., Calvani M., Nobili L. Thick accretion disks with super-Eddington luminosities//ApJ. 1980. V. 242. P. 772–788.
228. Abramowicz M.A. Innermost parts of accretion discs are thermally and secularly stable//Nature. 1981. V. 294. P. 235.
229. Abramowicz M.A., Blaes O.M., Ghosh P. A new example of the Papaloizou–Pringle instability//ApJ. 1987. V. 323. P. 629–633.
230. Abramowicz M.A., Kato S. Constraints for transonic black hole accretion//ApJ. 1989. V. 336. P. 304–312.
231. Abramowicz M.A., Chen X., Kato S., Lasota J.-P., Regev O. Thermal equilibria of accretion disks//ApJ. 1995. V. 438. L37–L39
232. Acheson D.J. On over-reflexion//J. Fluid Mech. 1976. V. 77. P. 433–472.
233. Abramowicz M.A., Igumenshchev I.V., Quataert E., Narayan R. On the radial structure of radiatively inefficient accretion flows with convection//ApJ. 2002. V. 565. P. 1101–1106.
234. Afanasiev V.L., Sil'chenko O.K. Complex Formation History of the Lenticular Galaxies with Stellar Counterrotation: NGC 4138 and NGC 4550//AsJ. 2002. V. 124. P. 706–721.
235. Afanasiev V.L., Sil'chenko O.K. A lopsided chemically distinct nucleus in NGC 5055//AsAp. 2002. V. 388. P. 461–469.
236. Afanasiev V.L., Dodonov S.N., Moiseev A.V. Kinematics of circumnuclear regions of galaxies: 2D spectroscopy on SAO RAS 6m Telescope. Stellar Dynamics: From Classic to Modern. Saint Petersburg: Sobolev Astronomical Institute, 2001. P. 103–109.
237. Two-dimensional hydrodynamic simulations of convection in radiation-dominated accretion disks/E. Agol, J.Krolik, N.J. Turner, J.M. Stone//ApJ. 2001. V. 558. P. 543–552.
238. Alard C. Flaring and warping of the Milky Way disk: not only in the gas... / astro-ph/0007013, P. 1–9.
239. Albada van G.D., Roberts W.W. A high-resolution study of the gas flow in barred spirals//ApJ. 1981. V. 246. P. 740–750.
240. Albada van T.S., Sanders R.H. Periodic orbits and gas flow in barred spirals//MN. 1982. V. 201. P. 303–316.
241. Albada van T.S., Bahcall J.N., Begeman K., Sancisi R. Distribution of dark matter in the spiral galaxy NGC 3198//ApJ. 1985. V 295. P. 305–313.

242. Allen C., Santillan A. An improved model of the galactic mass distribution for orbit computations//*Rev. Mexicana Astron. Astrof.* 1991. V. 22. P. 255–263.
243. Alves D.R. Rotation of the Disk of the Large Magellanic Cloud. In: *Galaxy Disks and Disk Galaxies*. ASP Conf. Series, V. 3x108, 2000/Eds. J.G. Funes, S.J. and E.M. Corsini. P. 537–540.
244. Alves D.R., Nelson C.A. The rotation curve of the Large Magellanic Cloud and the implications for microlensing//*ApJ*. 2000. V. 542. P. 789–803.
245. Akiyama S., Wheeler J.C., Meier D.L., Lichtenstadt I. The Magnetorotational Instability in Core-Collapse Supernova Explosions//*ApJ*. 2003. V. 584. P. 954–970.
246. Amaral L.H., Ortiz R., Lepine J.R.D., Maciel W.J. The rotation curve of the Galaxy obtained from planetary nebulae and AGB stars//*MN*. 1996. V. 281. P. 339–347.
247. Anderson M. Thermal conduction and self-similar accretion flows//*MN*. 1987. V. 227. P. 623–638.
248. Anzer U., Börner G. Accretion onto rotating, magnetic neutron stars – The inner edge of the disk//*AsAp*. 1983. V. 122. P. 73–78.
249. Anzer U., Borner G., Meyer-Hofmeister E. The influence of external magnetic fields on the structure of thin accretion disks//*AsAp*. 1987. V. 188. P. 85–88.
250. Araki S. A Theoretical Study of the Stability of Disk Galaxies and Planetary Rings: Thesis PH.D./Massachusetts Institute of Technology. Boston, 1986.
251. On the history of star formation in the bar of the Large Magellanic Cloud/A. Ardeberg, B. Gustafsson, P. Linde, P.-E. Nissen//*AsAp*. 1997. V. 322. P. 13–16L.
252. Structure of accretion disks with optically thick–optically thin transitions/I.V. Artemova, G.S. Bisnovaty-Kogan, G. Bjoernsson, I.D. Novikov//*ApJ*. 1996. V. 456. P. 119–123.
253. On the structure of advective accretion disks at high luminosity/ I.V. Artemova, G.S. Bisnovaty-Kogan, I.V. Igumenshchev, I.D. Novikov //*ApJ*. 2001. V. 549. P. 1050–1061.
254. Athanassoula E. Bar-driven spiral structure//*AsAp*. 1980. V. 88. P. 184–193.
255. Athanassoula E. The spiral structure of galaxies. Amsterdam: North-Holland, 1984 (Athanassoula E. The spiral structure of galaxies//*Physics Reports*. 1984. V. 114. P. 321–403).
256. Athanassoula E., Sellwood J.A. Bi-symmetric instabilities of the Kuz'min – Toomre disc//*MN*. 1986. V. 221. P. 213–232.
257. Athanassoula E. The spiral structure of galaxies//*Physics Reports*. 1984. V. 114. P. 321–403.
258. Athanassoula E., Bosma A., Papaioannou S. Halo parameters of spiral galaxies//*AsAp*. 1987. V. 179. P. 23–40.
259. Athanassoula E. Some recent results on the dynamical evolution of galactic structures//*Towards understanding galaxies at large redshifts*/Eds. R. Kron, A. Renzini. Kluwer Acad. 1988. P. 111–116.
260. Athanassoula E., Misiriotis A. Morphology, photometry and kinematics of N-body bars. I Three models with different halo central concentrations//*MN*. 2002. V. 330. P. 35–52.
261. Athanassoula E., Fady E., Lambert J.C., Bosma A. Optimal softening for force calculations in collisionless N-body simulations//*MN*. 2000. V. 314. P. 475–488.
262. Athanassoula E. Bar-halo interaction and bar growth//*ApJ*. 2002. V. 569. P. 83–86L.

263. Badhwar G.D., Stephens S.A. Hydrostatic equilibrium of gas, extent of cosmic ray confinement, and radio emission in the Galaxy//ApJ. 1977. V. 212. P. 494–506.
264. Baggett W.E., Baggett S.M., Anderson K.S.J. Bulge-Disk decomposition of 659 spiral and lenticular galaxy brightness profiles//AsJ. 1998. V. 116. P. 1626–1642.
265. Bahcall J.N., Soneira R.M. The Universe at faint magnitudes. I. Models for the Galaxy and the predicted star counts//ApJSS. 1980. V. 44. P. 73–110.
266. Bahcall J.N. The distribution of stars perpendicular to galactic disk// ApJ. 1984. V. 276. P. 156–168.
267. Bahcall J.N., Casertano S. Velocity dispersions of disk stars in spiral galaxies// ApJ. 1984. V. 284. P. 35–38L.
268. Bahcall J.N., Kylafis N.D. On the spatial distribution of Population II stars in SB and later type galaxies//ApJ. 1985. V. 288. P. 252–258.
269. Baker P.L., Barker P.K. The interaction of interstellar gas with stellar density wave packets//AsAp. 1974. V. 36. P. 179–189.
270. Balbus S.A., Hawley J.F. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. Linear analysis//ApJ. 1991. V. 376. P. 214–222.
271. Balbus S.A., Hawley J.F. Instability, turbulence, and enhanced transport in accretion disks//Rev. Modern Phys. 1998. V. 70. P. 1–53.
272. Balbus S.A., Hawley J.F. On the Nature of Angular Momentum Transport in Nonradiative Accretion Flows//ApJ. 2002. V. 573. P. 749–753.
273. Bardeen J.M. Global instabilities of disk// Dynamics of stellar systems, IAU Symp. 69, 1975. P. 297–320.
274. Barnes J., Hernquist L.E. Fueling starburst galaxies with gas-rich mergers//ApJ. 1991. V. 370. P. 65–68.
275. Barnes J., Hut P. A Hierarchical O(NlogN) Force-Calculation Algorithm//Nature. 1986. V. 324. P. 446–449.
276. Barnes J.E., Hut P. Error analysis of a tree code//ApJSS. 1989. V. 70. P. 389–417.
277. Barton W.B., Gordon M.A. Carbon monoxide in the Galaxy. III: The overall nature of its distribution the equatorial plane//AsAp. 1978. V. 63. P. 7–27.
278. The circumstellar environment of two young stars in Cassiopeia. Model Stellar Environ.: How and Why?/P. Bastien, F. Menard, L. Asselin, L. Turbide//Proc. 4th IAP Astrophys. Meet. Hon. Jean-Claude Pecker. Paris. 1988. P. 185–188.
279. Bath G.T. Dynamical instabilities and mass exchange in binary systems//MN. V. 1975. V. 171. P. 311–328.
280. Bath G.T., Pringle J.E. The evolution of viscous discs. I: Mass transfer variations//MN. 1981. V. 194. P. 967–986.
281. Bath G.T., Pringle J.E. The evolution of viscous discs. II: Viscous variations//MN. 1982. V. 199. P. 267–280.
282. Bath G.T., Edwards A.C., Manthle V.J. The evolution of viscous discs. IV: Stream penetration effects//MN. 1983. V. 205. P. 171–185.
283. Discovery of solar system-size halos around young stars/S. Beckwith, B. Zuckerman, M.F. Skrutskie, H.M. Dyck//ApJ. 1984. V. 287. P. 793–800.
284. Beers T.C., Sommer-Larsen J. Kinematics of metal-poor stars in the Galaxy//ApJSS. 1995. V. 96. P. 175–221.

285. Begelman M.C., Meier D.L. Thick accretion disks: self-similar, supercritical models//ApJ. 1982. V. 253. P. 873–896.
286. Begeman K.G. H I rotation curves of spiral galaxies. I – NGC 3198//AsAp. 1989. V. 223. P. 47–60.
287. Begeman K.G., Broels A.H., Sanders R.H. Extended rotation curves of spiral galaxies: dark haloes and modified dynamics//MN. 1991. V. 249. P. 523–537.
288. Bell E., de Jong R.S. Stellar Mass-to-Light Ratios and the Tully-Fisher Relation//ApJ. V 2001. V. 550. P. 212–229.
289. Kinematic properties of gas and stars in 20 disc galaxies/J.C.V. Beltran, A. Pizzella, E.M. Corsini et al.//AsAp. 2001. V. 374. P. 394–411.
290. Numerical Simulations of Interacting Gas-Rich Barred Galaxies/I. Berentzen, C.H. Heller, K.J. Fricke, E. Athanassoula//ASS. 2001. V. 276. P. 699–706.
291. Numerical simulations of interacting gas-rich barred galaxies: vertical impact of small companions/I. Berentzen, E. Athanassoula, C.H. Heller, K.J. Fricke//MN. 2003. V. 341. P. 343–360.
292. Bershadsky M., Verheijen M., Anders D.A. // Disks of Galaxies. Kinematics, Dynamics and Perturbations. ASP Conf. Proc. 2002. V. 275. P. 43.
293. Berman R.H., Brownrigg D.R.K., Hockney R.W. Numerical models of galaxies I. The variability of spiral structure//MN. 1978. V. 185. P. 861–875.
294. Berman R.H., Mark J.W.-K. Are massive galactic haloes necessary to prevent rapid, global bar formation?//AsAp. 1979. V. 77. P. 31–36.
295. Bertin G., Lin C.C., Lowe S.A., Thurstans R.P. Modal approach to the morphology of spiral galaxies. I - Basic structure and astrophysical viability//ApJ. 1989. V. 338. P. 78–103.
296. Bianchini A. Solar-type cycles in close binary systems//AsJ. 1990. V. 99. P. 1941–1952.
297. Biermann P. A simple gasdynamical model of mass exchange in close binary systems//AsAp. 1971. V. 10. P. 205–212.
298. Binney J., Gerhard O., Spergel D. The photometric structure of the inner Galaxy//MN. 1997. V. 288. P. 365–374.
299. Binney J., Jiang I.-G., Dutta S. The persistence of warps in spiral galaxies with massive haloes//MN. 1998. V. 297. P. 1237–1244.
300. Binney J., Dehnen W., Bertelli G. The age of the Solar neighbourhood//MN. 2000. V. 318. P. 658–664.
301. Birdsall C.K., Fuss D. Clouds-in-clouds, clouds-in-cells physics for many-body plasma simulation//JCP. 1969. V. 3. P. 494–511.
302. Three-dimensional numerical simulation of gaseous flow structure in semidetached binaries/D.V. Bisikalo, A.A. Boyarchuk, V.M. Chechetkin et al.//MN. 1998. V. 300. P. 39–48.
303. Bisnovatyi-Kogan G.S., Blinnikov S.I. Disk accretion onto a black hole at subcritical luminosity//AsAp. 1977. V. 59. P. 111–125.
304. Bisnovatyi-Kogan G.S., Lovelace R.V.E. Advective Accretion Disks and Related Problems Including Magnetic Fields//New Astronomy Reviews. 2001. V. 45. P. 663–742.
305. Blitz L. The rotation curve of the Galaxy to R=16 kiloparsecs//ApJ. 1979. V. 231. P. 115–119L.

306. Bizyaev D., Kajsin S. Surface photometry of LSB edge-on galaxies//American Astr. Soc. Meeting. 2002. V.201. #146.05 (astro-ph/0306190).
307. Bizjaev D.V., Khoperskov A.V., Tiurina N.V. The galactic disk thickness and the mass of spherical component//American Astronomical Society Meeting. 2003. V. 202. #40.13 (astro-ph/0306193).
308. The centre of the Milky Way/L. Blitz, J. Binney, K.Y. Lo et al.//Letters to Nature. 1993. V. 361. P. 417–424.
309. Block D.L., Stockton A.S. Structure in host galaxies of steep-spectrum radio QSOs//AsJ. 1991. V. 102. P. 1928–1932.
310. Radial velocities of M giants at 300 parsec projected radius from the galactic center/R.D. Blum, J.S. Carr, D.L. DePoy et al.//ApJ. 1994. V. 422. P. 111–117.
311. M giant kinematics in off-axis fields between 150 and 300 parsecs from the galactic center/R.D. Blum, J.S. Carr, K. Sellgren, D.M. Terndrup//ApJ. 1995. V. 449. P. 623–634.
312. Bode P., Ostriker J.P. Tree Particle-Mesh: An adaptive, efficient, and parallel code for collisionless cosmological simulation//ApJSS. 2003. V. 145. P. 1–13.
313. Bondi H. On spherical symmetrical accretion//MN. 1952. V. 112. P. 195
314. Disk formation at the magnetosphere of wind-fed pulsars – Application to VELA X-1/G. Börner, S. Hayakawa, F. Nagase, U. Anzer//AsAp. 1987. V. 182. P. 63–70.
315. Boroson T.A., Oke J.B. Spectroscopy of the galaxy components of N and Seyfert galaxies//PASP. 1987. V. 99. P. 809–815.
316. Bottema R. The stellar kinematics of the spiral galaxies NGC 3198 and NGC 3938//AsAp. 1988. V. 197. P. 105–122.
317. Bottema R. The stellar velocity dispersion of the spiral galaxies NGC 6503 and NGC 6340//AsAp. 1989. V. 221. P. 236–249.
318. Bottema R. The intricate kinematics of the Sb spiral galaxy NGC 2613//AsAp. 1989. V. 225. P. 358–368.
319. Bottema R., van der Kruit P.C., Freeman K.C. The stellar velocity dispersion in the disk of the spiral galaxy NGC 5170//AsAp. 1987. V. 178. P. 77–90.
320. Bottema R., van der Kruit P.C., Valenijn E.A. The stellar velocity dispersion of the edge-on spiral galaxy NGC 891//AsAp. 1991. V. 247. P. 357–367.
321. Bottema R. The stellar kinematics of galactic disks//AsAp. 1993. V. 275. P. 16–36.
322. Bottema R., Gerritsen J.P.E. An investigation of the kinematics of the spiral galaxy NGC 6503//MN. 1997. V. 290. P. 585–597.
323. Bottema R. The maximum rotation of a galactic disc//AsAp. 1997. V. 328. P. 517–525.
324. Bottema R. Simulations of normal spiral galaxies//MN. 2003. V. 344. P. 358–384.
325. Brand J., Blitz L. The velocity field of the outer Galaxy//AsAp. 1993. V. 275. P. 67–90.
326. Brun A.S., Toomre T. Turbulent convection under the influence of rotation: sustaining a strong differential rotation//ApJ. 2002. V. 570. P. 865–885.
327. Brush S.G. Theories of the origin of the solar system 1956–1985//Rev. Mod. Phys. 1990. V. 62. P. 43–50.
328. Bureau M., Freeman K.C. The nature of Boxy/Peanut-Shaped bulges in spiral galaxies//AsJ. 1999. V. 118. P. 126–138.

329. Burstein D. Structure and origin of SO galaxies. III. The luminosity distribution perpendicular to the plane of the disks in SO's//ApJ. 1979. V. 234. P. 829–836.
330. Burton W.B. Galactic structure derived from neutral hydrogen observations using kinematic models based on the density wave theory//AsAp. 1971. V. 10. P. 76–96.
331. Bylly J. Observations of bipolar outflows//Publ. Astr. Inst. Czechosl. Acad. Sci. 1987. V. 69. P. 9–16.
332. Byrd G.G., Klaric M. The spiral compact-galaxy pair AM 2208–251: computer simulations versus observations//AsJ. 1990. V. 99. P. 1461–1469.
333. Byrd G.G., Sundellus B., Valtonen M. Tidal triggering of syfert galaxies and quasars: occurence in multiple systems//AsAp. 1987. V. 171. P. 16–24.
334. Caldwell J.A.R., Ostriker J.P. The mass distribution within our Galaxy: a three component model//ApJ. 1981. V. 251. P. 61–87.
335. Camenzind M., Demole F., Straumann N. The stability of radiation–pressure–dominated accretion discs//AsAp. 1986. V. 158. P. 212–216.
336. Cannizzo J.K., Kenyon S.J. The secondary outburst maximum of T Coronae Borealis: implications for the physics of accretion disks//ApJ. 1992. V. 386. P. 17–21.
337. Deep kinematics and dynamics of edge-on S0 galaxies. I. NGC 3115/M. Capaccioli, E. Cappellaro, E.V. Held, M. Vietri// AsAp. 1993. V. 274. P. 69–78.
338. Carlberg R.G., Sellwood J.A. Dynamical evolution in galactic discs// ApJ. 1985. V. 292. P. 79–89.
339. Carter D. Weak disks in rapidly rotating elliptical galaxies//ApJ. 1987. V. 312. P. 514–517.
340. Casoli F., Combes F., Stark A.A. Mapping of a molecular complex in a northern spiral arm of M31//AsAp. 1987. V. 173. P. 43–48.
341. Charles P.A. The mysterious SU UMa stars//Sky & Telesc. 1990. V. 79. P. 607–610.
342. Cherepashchuk A.M. SS 433 as an eclipsing binary//MN. 1981. T. 194. C. 761–769.
343. Christodoulou D.M., Shlosman I., Tohline J.E. A new criterion for bar-forming instability in rapidly rotating gaseous and stellar systems. II. Nonaxisymmetric formApJ. 1995. V. 443. P. 563–569.
344. Clarke C.J. Chemical evolution of viscously evolving galactic disks//MN. 1989. V. 238. P. 283–292.
345. Clemens D.P. Massachusetts-stony brook galactic plane CO survey: the galactic disk rotation curve//ApJ. 1985. V. 295. P. 422–436.
346. Cohen M. The Tauri stars//Phys. Rep. 1984. V. 116. P. 173–249.
347. Colin J., Athanassoula E. Asymmetrical barred galaxies//AsAp. 1989. V. 214. P. 99–105.
348. Combes F., Gerin M. Spiral structure of molecular clouds in response to bar forcing: a particle simulation//AsAp. 1985. V. 150. P. 327–338.
349. Combes F., Elmegreen B.G. Bars in early- and late-type galaxies//AsAp. 1993. V. 271. P. 391–401.
350. Combes F., Sanders R.H. Formation and properties of persisting stellar bars//litAA. 1981. V. 96. P. 164–173.
351. Combes F. Properties of dark matter haloes//New Astron. Reviews. 2002. V. 46. P. 755–766.

352. Cook M.C. High-speed photometry of the eclipsing dwarf nova OY Carinae//MN. 1985. V. 215. P. 211–232.
353. Cook M.C. High-speed photometry of Z Chamaeleontis covering the 1983 March normal outburst//MN. 1985. V. 216. P. 219–239.
354. Coppi B., Coppi P. Angular momentum transport in thin accretion disks and intermittent accretion//Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. P. 1101–1103.
355. Corbelli E., Salucci P., The extended rotation curve and the dark matter halo of M33//MN. 2000. V 311. P. 441–447.
356. Cote S., Carignan C., Sancisi R. A dark-halo-dominated galaxy: NGC 5585//AsJ. 1991. V. 102. P. 904–913.
357. Could A., Bahcall J.N., Flynn C. Disk M dwarf luminosity function from Hubble Space Telescope star counts//ApJ. 1996. V. 465. P. 759–768.
358. Courteau S., Rex H. Maximal disks and the Tully-Fisher relation//ApJ. 1999. V. 513. P. 561–571.
359. Courvoisier T.J.-L., Clavel J. Observational constraints on disc models for quasars and Seyfert galaxies//AsAp. 1991. V. 248. P. 389–394.
360. The distribution of nearby stars in phase space mapped by Hipparcos? I. The potential well and local dynamical mass/M. Creze, E. Chereul, O. Bienayme, C. Pichon // AsAp. 1998. V. 329. P. 920–936.
361. Cruz-Gonzales C. Local density gradient and galactic parameters determined from nearby stars//MN. 1974. V. 168. P. 41–52.
362. Culsrud R.M., Mark J.W.-K., Caruso A. The hose-pipe instability in stellar systems//ASS. 1971. V. 14. P. 52–55.
363. Danver C.-G. A morphological investigation of some near galaxies//Annals of the observatory of Lund. 1942. V. 10. P. 7.
364. Dather M., Biermann P.L. Accretion in disk galaxies: the hydrodynamical evolution of molecular rings//AsAp. 1990. V. 235. P. 55–59.
365. Dauphole B., Colin J. Globular clusters as a new constraint for the potential of our Galaxy//AsAp. 1995. V. 300. P. 117–125.
366. Debattista V.P., Sellwood J.A. Dynamical friction and the distribution of dark matter in barred galaxies//ApJ. 1998. V. 493. P. 5–8L.
367. Debattista V.P., Sellwood J.A. Constraints from dynamical friction on the dark matter content of barred galaxies//ApJ. 2000. V. 543. P. 704–721.
368. Dehnen W. Towards optimal softening in three-dimensional N-body codes. I. Minimizing the force error//MN. 2001. V. 324. P. 273–291.
369. Dehnen W., Binney J.J. Local stellar kinematics from *Hipparcos* data//MN. 1998. V. 298. P. 387–394.
370. Dehnen W. The distribution of nearby stars in velocity space inferred from HIPPARCOS data//AsJ. 1998. V. 115. P. 2384–2396.
371. Digel S., Bally J., Thaddeus P. Giant molecular clouds in the outer arm of the Galaxy//ApJ. 1990. V. 357. P. 29–33.
372. The radial-azimuthal instability of a hot two-temperature accretion disc with advection/S.-X. Ding, L.-T. Yang, X.-B. Wu, Ye. Lu//MN. 2000. V. 317. P. 737–742.
373. Drazin P.G, Reid W.H. Hydrodynamic Stability. Cambridge; New York: Cambridge University Press, 1981 (Drazin P.G., Davey A. J. Fluid Mech. 1977. V. 82. P. 255).

374. Driel van W., Woerden van H. Distribution and motions of H I in the SA galaxies NGC 1169 and NGC 3898//*AsAp*. 1994. V. 286. P. 395–407.
375. Drimmel R., Spergel D.N. Three-dimensional Structure of the Milky Way Disk: The Distribution of Stars and Dust beyond  $0.35 R_{\odot}$ //*ApJ*. 2001. V. 556. P. 181–202.
376. Dutta S.N. Substructure in clusters of galaxies and the value of  $\Omega$ //*MN*. 1995. V. 276. P. 1109–1115.
377. Discovery of the 0.08 Hz quasi periodic oscillation from the black hole candidate LMC X-1/K. Ebisawa, K. Mitsuda, H. Inoue, T. Dotani// *Phys. Neutron stars and black holes*. Tokyo, 1988. P. 149–153.
378. Edwards D.A. Instability in the red star of semi-detached binary systems. III.//*MN*. 1988. V. 231. P. 25–36.
379. Efstathiou G., Lake G., Negroponte J. The stability and masses of disk galaxies//*MN*. 1982. V. 199. P. 1069–1088.
380. Central holes in disks of spiral galaxies/J. Einasto, P. Tenjes, A.V.Barabanov, A.V. Zasov//*ASS*. 1980. V. 67. P. 31–43.
381. Elmegreen B.G., Wilcots E.M., Pisano D.J. HI observations of the spiral arm pattern speed in the late-type barred galaxy NGC 925//*ApJ*1998. V. 494. P. 37–39L.
382. Emsellem E., Dejonghe H., Bacon R. Dynamical models of NGC 3115//*MN*. 1999. V. 303. P. 495–514.
383. England M.N., Gottesman S.T., Hunter J.H. High-resolution observations, kinematics, and dynamics of the barred spiral NGC 1073//*ApJ*. 1990. V. 348. P. 456–466.
384. Erickson R.R. The third and fourth moments of the local stellar velocity distribution//*litApJ*. 1975. V. 195. P. 343–358.
385. Erwin P., Sparke L.S. Triple bars and complex central structures in disk galaxies//*ApJ*. 1999. V. 521. P. 37–40L.
386. Erwin P., Sparke L. Double bars, inner disks, and nuclear rings in early-type disk galaxies//*AsJ*. 2002. V. 124. P. 65–77.
387. Eskridge P.B., Frogel J.A. What is the true fraction of barred spiral galaxies?*ASS*. 1999. V. 269-270. P. 427–430.
388. Evans N.W., Read J.C.A. Stability of Power-Law Disks I. The Fredholm integral equation//*MN*. 1998. V. 300. P. 83–105.
389. Evans N.W., Read J.C.A. Stability of power-law discs – II. The global spiral modes//*MN*. 1998. V. 300. P. 106–130.
390. Faulkner J., Lin D.N.C., Papaloizou J. On the evolution of accretion disc flow in cataclysmic variables. I. The prospect of a limit cycle in dwarf novae systems//*MN*. 1983. V. 205. P. 359–375.
391. Faulkner J., Lin D.N.C., Papaloizou J. Workshop on cataclysmic variables and low-mass X-ray binaries. Cambridge: Mass, 1983.
392. Faulkner J., Lin D.N.C., Papaloizou J. On the evolution of accretion disc flow in cataclysmic variables//*MN*. 1985. V. 212. P. 105–149.
393. Feitzinger J.V. Magellanic-type galaxies//*Space Sci Review*. 1980. V. 27. P. 35–105.
394. Ferguson A.M.N., Clarke C.J. The evolution of stellar exponential discs//*MN*. 2001. V. 325. P. 781–791.
395. Ferrari A., Trussoni E., Zaninetti L. Magnetohydrodynamic Kelvin-Helmholtz instabilities in astrophysics. II Cylindrical boundary layer in vortex sheet approximation//*MN*. 1981. V. 196. P. 1051–1066.

396. Ferrari A., Massaglia S., Trussoni E. Magnetohydrodynamic Kelvin-Helmholtz instabilities in astrophysics. III - Hydrodynamic flows with shear layers//MN. 1982. V. 198. P. 1065–1079.
397. Filipov L.G. Self-similar problems of the time-dependant discs accretion and the nature of the temporary X-ray sources//Adv. Space Res. 1984. V. 3. P. 305–313.
398. Filipov L., Shakura N., Ljubarskii Yu. Self-similar processes in accretion discs//Adv. Space Res. 1988. V 8. P. 163–169.
399. Fillmore J.A., Boroson T.A., Dressler A. Internal kinematics of spiral galaxies: gas and stellar rotation curves and dispersion profiles//ApJ. P. 1986. V. 302. P. 208–233.
400. Fisher D. Kinematic profiles of S0 galaxies//AsJ. 1997. V. 113. P. 950–974.
401. Frank J., King A.R., Raine D.J. Accretion power in astrophysics. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
402. Frank J., Shlosman I. On the stability of Kuzmin/Toomre disks//ApJ. 1989. V. 346, P. 118–121.
403. Freeman K.C. On the disks of spiral and SO galaxies//ApJ. 1970. V. 160. P. 811–830.
404. Freeman K.C. The distribution of light in galaxies//Struct. and Prop. Nearby Galaxies: Symp. IAU. N 77. Bad Münstereifel., 1978. P. 3–14.
405. Freeman K.C. Kinematics and dynamics of the Magellanic Clouds//Structure and evolution of the Magellanic Clouds, IAU Symp. N 108. Tuebingen, West Germany. Dordrecht. D. Reidel Publ. Co, 1984. P. 107–114.
406. Freeman K.C. The old population//The Milky Way galaxy: Symp. IAU N 106. The Netherlands, 1985. P. 113–122.
407. Freeman K.C. The galactic spheroid and old disk//Ann. Rev. AsAp. 1987. V. 25. P. 603–632.
408. Freudenreich H.T. COBE's Galactic bar and disk//ApJ. 1998. V. 492. P. 495–510.
409. Fridman A.M. Dynamics of disks in the Milky Way: some solved problems and some puzzles//Physics of the gaseous and stellar disks of the Galaxy/I.R. King, ed. ASP Conference Series. 1994. V. 66. P. 15–28.
410. On the gravitational instability of three-component model of Galaxy/A.M. Fridman, A.G. Morozov, J. Palous, A.F. Piskunov//Symp. Stellar clusters and associations. Prague, 1983. P. 98.
411. Centrifugal instability in rotating shallow water and the problem of the spiral structure in galaxies/A.M. Fridman, A.G. Morozov, M.V. Nezlin, E.N. Snezhkin//Phys. Lett. 1985. V. 109A. P. 228–231.
412. Fridman A.M., Khoruzhii O.V., Lyakhovich V.V. Is the mini-spiral in the innermost center of the galaxy caused by a new hydrodynamical instability? Physics of the Gaseous and Stellar Disks of the Galaxy//ASP Conference Series./I.R. King, ed. 1994. V. 66. P. 285–303.
413. Fridman A.M., Khoruzhii O.V., Piskunov A.E. Physics of the Gaseous and Stellar Disks of the Galaxy//ASP Conference Series/ I.R. King, ed. 1994. V. 66. P. 215–233.
414. Fridman A.M., Khoruzhii O.V., Lyakhovich V.V., Ozernoy L., Sil'chenko O.K, Blitz L. The dynamics of the Galactic center: origin of the mini-spiral. The Galactic Center/Edit. by R. Gredel, ASP. 1996. V. 102, P. 335–344.
415. Fridman A.M., Khoruzhii O.V., Lyakhovich V.V., Ozernoy L., Blitz L. Mini-spiral at the galactic center: A link between its structure and the value of a central point mass. Unsolved problems of the Milky Way/L. Blitz, P. Teuben (eds), Dordrecht Kluwer, 1996. P. 241–246.

416. Fridman A.M., Khoruzhii O.V., Lyakhovich V.V., Avedisova V.S., Silchenko O.K., Zasov A.V., Rastorguev A.S., Afanasiev V.L., Dodonov S.N., Boulesteix J. Spiral-Vortex structure in the gaseous disks of galaxies//ASS. 1997. V. 252. P. 115–131.
417. Fridman A.M., Khoruzhii O.V., Polyachenko E.V., Zasov A.V., Sil'chenko O.K., Afanas'ev V.L., Dodonov S.N., Moiseev A.V. Giant cyclones in gaseous discs of spiral galaxies//Physics Letters A. 1999. V. 264. P. 85–93.
418. Fridman A.M., Khoruzhii O.V., Lyakhovich V.V., Sil'chenko O.K., Zasov A.V., Afanasiev V.L., Dodonov S.N., Boulesteix J. Restoring the full velocity field in the gaseous disk of the spiral galaxy NGC 157//AsAp. 2001. V. 371. P. 538–559.
419. Fridman A.M., Khoruzhii O.V., Polyachenko E.V., Zasov A.V., Sil'chenko O.K. et al. Gas motions in the plane of the spiral galaxy NGC 3631//MN. 2001. V. 323. P. 651–662.
420. Fridman A.M., Polyachenko V.L. Physics of gravitating systems. N. Y.: Springer-Verlag, 1984. 698 p.
421. Fridman A.M., Polyachenko V.L. Instabilities of gravitating systems. Vol. 1. Layer, Cylinder, and Sphere. M: Izdatelskii centr "Akademiya", 1998.
422. Friedli D., Martinet L. Bars within bars in lenticular and spiral galaxies: a step in secular evolution?//AsAp. 1993. V. 277. P. 27–41.
423. Derivation of the galactic rotation curve using space velocities/S. Frink, B. Fuchs, S. Roser, R. Wiellen//AsAp. 1996. V. 314. P. 430–437.
424. Fuchs B., von Linden S. Dynamical stability and evolution of the discs of Sc galaxies//MN. 1998. V. 294. P. 513–522.
425. Fuchs B., Möllenhoff C., Heidt H. Decomposition of the rotation curves of distant field galaxies//AsAp. 1998. V. 336. P. 878–882.
426. Fuchs B. NGC 2613, 3198, 6503, 7184: Case studies against "Maximum" disks//Galaxy Dynamics. ASP Conf. Ser. / Eds. Merrit D.R. et. al. 1999. V. 182. P. 365–368.
427. Fuchs B. Constraints on the decomposition of the rotation curves of spiral galaxies//Identification of Dark Matter/ Eds. N.J.C. Spooner, V. Kudryavtsev. Singapore: WS, 2003. P. 72–77.
428. Fuchs B., Thielheim K.O. On the hydrostatic equilibrium of the interstellar gas//ApJ. 1979. V. 227. P. 801–807.
429. Fux R. 3D self-consistent N-body barred models of the Milky Way. I. Stellar dynamics//AsAp. 1997. V. 327. P. 983–1003.
430. Fux R. Gas dynamics in the galactic bar region from N-Body and SPH simulations//Astrophysics and Space Science. 2001. V. 276. P. 367–374.
431. Fux R. 3D self-consistent N-body barred models of the Milky Way. II. Gas dynamics//AsAp. 1999. V. 345. P. 787–812.
432. Fux R., Martinet L. The disc scale length of the Galaxy//AsAp. 1994. V. 287. P. 21–24L.
433. Gallagher J.S., Cole A.A., Holtzman J., Smecker-Hane T.// Star Formation History of the Disk of the Large Magellanic Cloud. New Views of the Magellanic Clouds. IAU Symposium #190/ Ed. by Y.-H. Chu, N. Suntzeff, J. Hesser & D. Bohlender, 1999. P. 306–312.
434. Galliano E., Alloin D. Near-IR 2D-spectroscopy of the 4'' x 4'' region around the Active Galactic Nucleus of NGC 1068 with ISAAC/VLT//AsAp. 2002. V. 393. P. 43–56.

435. Gardiner L.T., Turfus C., Putman M.E. Numerical simulation of asymmetric spiral structure in the Large Magellanic Cloud. *ApJ*, 1998, 507, L35–38
436. Gelato S., Chernoff D.F., Wasserman I. An adaptive hierarchical particle-mesh code with isolated boundary conditions//*ApJ*. 1997. V. 480. P. 115–131.
437. Gerber R.A., Lamb S.A., Balsara D.S. Combined hydrodynamical and N-body studies of colliding galaxies: the formation of ring galaxies//*Bull. Amer. Astron. Soc.* 1990. V. 22. P. 1243.
438. Breaking the degeneracy between anisotropy and mass. The dark halo of the E0 galaxy NGC 6703/O. Gerhard , G. Jeske, R.P. Saglia, R. Bender//*MN*. 1998. V. 295. P. 197–215.
439. Gerhard O.E. Structure and mass distribution of the Milky Way bulge and disk // *Galaxy Disks and Disk Galaxies*/Ed. by Jose G. Funes, S. J. and Enrico Maria Corsini. San Francisco: Astron. Soc. of the Pacific, 2001. P. 21–30.
440. Gerin M., Combes F., Athanassoula E. The influence of galaxy interactions on stellar bars//*AsAp*. 1990. V. 230. P. 37–54.
441. Gildreich P., Lynden–Bell D. Gravitational instability of uniformly rotating disks//*MN*. 1965. V. 130. P. 97–124.
442. Gilham S. Scale-free axisymmetric accretion with weak viscosity//*MN*. 1981. V. 195. P. 755–763.
443. Giovanelli R., Avera E., Karachentsev I.D. Spectroscopy of edge-on spirals//*AsJ*. 1997. P. 114. P. 122–137.
444. Giovanelli R., Haynes M.P. The inner scale length of spiral Galaxy rotation curves//*ApJ*. 2002. V. 571. P. 107–111L.
445. Goad J.W., Roberts M.S. Spectroscopic observations of superthin galaxies//*ApJ*. 1981. V. 250. P. 79–86.
446. Goad J.M. Kinematics of the gas in the nuclear disk of M81//*ApJSS*. 1976. V. 32. P. 89–113.
447. Goldreich P., Lynden-Bell D. I. Gravatational stability of uniformly rotating disks//*MN*. 1965. V. 130. P. 97–124.
448. Gould A. Galactic disc column density by maximum likelihood//*MN*. 1990. P. 244. P. 25–28.
449. Gradie J., Hauashi J. Physical properties of the Beta Pictoris circumstellar disk//*Lunar and Planet Sci.* 1987. V. 18. P. 351–352.
450. Graff D.S., Gould A.P., et al. The velocity structure of Large Magellanic Cloud carbon stars: young disk, old disk, and perhaps a separate population//*ApJ*. 2000. V. 540. P. 211–216.
451. Greengard L. The numerical solution of the N-body problem//*Computers in physics*, 1990. № 3–4. P. 142–152.
452. de Grijs R., van der Kruit. Structure analysis of edge-on spiral galaxies//*AASS*. 1996. V. 117. P. 19–37.
453. de Grijs R. Edge-on disk galaxies. A structure analysis in the optical and near-infrared. PhD thesis, Univ. Groningen, The Netherlands, 1997.
454. Griv E., Yuan C., Gedalin M. The first detection of warping of outer stellar disk in N-body simulations of isolated and rapidly rotating disk-shaped galaxies//*ApJ*. 2002. V. 580. P. 27–30L.
455. Grosbol P.J. Morphology of spiral galaxies. I. General properties// *ASS*. 1989. V. 60. P. 261.

456. Hanawa T., Hirofani H., Kawai N. A theory of the rapid burster (MXB 1730-335)//X-Ray Binaries. Paris, 1989. P. 423-426.
457. Advection-dominated flows and the X-ray Delay in the outburst of GRO J1655-40/J.-M. Hameury, J.-P. Lasota, J.E. McClintock, R. Narayan//ApJ. 1997. V. 489. P. 234-243.
458. Hammersley P.L., Cohen M., Garzon F. et al. Structure in the First Quadrant of the Galaxy: an Analysis of "TMGS" Star Counts using the "SKY" Model//MN. 1999. V. 308. P. 333-363.
459. Hardee P.E., Norman M.L. Spatial stability of the slab jet. I. Linearized stability analysis//ApJ. 1988. V. 334. P. 70-79.
460. Hardee P.E., Rosen A. Dynamics and Structure of Three-dimensional Trans-Alfvenic Jets. II. The Effect of Density and Winds//ApJ. 2002. V. 576. P. 204-221.
461. Harten A., Hight resolution schemes for hyperbolic conservation laws//JCP. 1983. V. 49. P. 357-393.
462. Hartmann L., Kenyon S.J. Further evidence for disk accretion in FU Orionis objects//ApJ. 1987. V. 312. P. 243-253.
463. Hasan H., Norman C. Chaotic orbits in barred galaxies with central mass concentrations//ApJ. 1990. V. 361. P. 69-77.
464. Hashimoto Y., Funato Y., Makino J. To circularize or not to circularize? Orbital evolution of satellite galaxies//ApJ. 2003. V. 582. P. 196-201.
465. Haud U., Einasto J. Galactic models with massive corona//AsAp. 1989. V. 223. P. 95-106.
466. Haward S., Byrd G.G. A self-gravitating simulation of the M51 system//AsJ. 1990. V. 99. P. 1798-1812.
467. Hawley J.F., Smarr L.L., Wilson J.R. A numerical study of nonspherical black hole accretion. I. Equations and test problems//litApJ. 1984. V. 277. P. 296-311.
468. Hawley J.F., Gammie C.F., Balbus S.A. Local three-dimensional magnetohydrodynamic simulations of accretion disks//ApJ. 1995. V. 440. P. 742-763.
469. Haywood M., Robin A.C., Creze M. The evolution of the Milky Way disc. II. Constraints from star counts at the galactic poles//AsAp. 1997. V. 320. P. 440-459.
470. Heller C.H., Shlosman I. Fueling nuclear activity in disk galaxies: starbursts and monsters: Preprint. 1993.
471. Heller C.H., Shlosman I. Fueling nuclear activity in disk galaxies: starbursts and monsters//ApJ. 1994. P. 424. P. 84-105.
472. Lopsidedness in dwarf irregular galaxies/A.B. Heller, N. Brosch, E. Almoznino et al.//MN. 2000. V. 316. P. 569-587.
473. Hellsten U., Sommer-Larsen J. Dynamical and chemical evolution of viscous, star-forming galactic discs//MN. 1992. V. 255. P. 650-654.
474. Henkel C., Baan W.A., Mauersberger R.//AsApRev. 1991. V. 3. P. 47.
475. Heraudeau Ph., Simien F. Stellar kinematical data for the central region of spiral galaxies. I.//ASS. 1998. V. 133. P. 317-323.
476. Stellar kinematic data for the central region of spiral galaxies. II/Ph. Heraudeau, F. Simien, G. Maubon, Ph. Prugniel//ASS. 1999. V. 136. P. 509-514.
477. Herquist L., Katz N. TreeSPH: a unification of SPH with the hierarchical TREE method//ApJSS. 1989. V. 70. P. 419-446.

478. Hernquist L., Katz N. TREE SPH: a unification of SPH with the hierarchical tree method//ApJSS. 1989. V. 70. P. 419–446.
479. Hernquist L. An analytical model for spherical galaxies and bulges//ApJ. 1990. V. 356. P. 359–364.
480. Hernquist L., Hut P., Makino J. Discreteness noise versus force errors in N-body simulations//ApJ. 1993. V. 402. P. 85–88.
481. Hernquist L., Heyl J.S., Spergel D.N. Bending instabilities in galaxy merger remnants//ApJ. 1993. V. 416. P. 9–12L.
482. Hernquist L. N-body realizations of compound galaxies//ApJSS. 1993. V. 86. P. 389–400.
483. Hewitt A., Burbidge G. A new optical catalog of quasi-stellar objects//ApJSS. 1987. V. 63. P. 1–246.
484. Hirose M., Osaki Y. Hydrodynamic simulations of accretion disks in cataclismic variables: superhump phenomenon in SU UMa stars//PASJ. 1990. V. 42. P. 135–163.
485. Hirose M., Osaki Y. Three-dimensional structure of accretion disks in close binary systems//PASJ. 1991. V. 43. P. 809–821.
486. Hohl F., Hohn R.W. A computer model of disks of stars//J. Comput. Phys. 1969. V. 4. P. 306–323.
487. Hohl F. Dynamics of plane stellar systems//Astron. and Space Sci. 1971. V. 14. P. 91–109.
488. Hohl F. Numerical experiments with a disk of stars//ApJ. 1971. V. 168. P. 343–359.
489. Hohl F. Effect on halo component on bar formation in disk galaxies//– Colloq. Int CNRS. 1975. № 241. P. 55–63.
490. Hohl F. Three-dimensional galaxy simulations//AsJ. 1978. V. 83. P. 768–778.
491. Observations and implications of the star formation history of the Large Magellanic Cloud/J.A. Holtzman, J.S. Gallagher, A.A. Cole et. al.// AsJ. 1999. V. 118. P. 2262–2279.
492. Hopperskov A.V., Mustsevaya Ju.V., Mustsevoj V.V. Shear-layer instabilities in accretion disks around magnetized compact objects//ASS. 1992. V. 195. P. 373–387.
493. Hopperskov A.V., Mustsevaya Ju.V., Mustsevoj V.V. Disc accretion onto magnetized compact objects//AATr. 1993. V. 4. P. 65–80.
494. Horellou C., Combes F. A Model for the Cartwheel Ring Galaxy//ASS. 2001. V. 276. P. 1141–1149.
495. Horiuchi T., Kato S. A model of hydromagnetic turbulent viscosity in radiation-pressure-dominated disks//PASJ. 1990. V. 42. P. 661–674.
496. Howell S.B., Szhody P. High galactic latitude cataclismic variables//ApJ. 1990. V. 356. P. 623–629.
497. Howell S.B., Szhody P. Cataclismic variables at high galactic latitude: photometric survey results after three years of observations//Bull. Amer. Astr. Soc. 1991. V. 23. P. 943.
498. Huang K. Statistical Mechanics. 4-th edition. Wiley, 1987.
499. Hummel E., Dettmar R.J., Wielebinski R. Neutral hydrogen and radio continuum observations of NGC 55//AsAp. 1986. V. 166. P. 97–106.
500. Hunter C. The structure and stability of self-gravitating disks//MN. 1963. V. 126. P. 299–315.

501. Hunter C., Toomre A. Dynamics of the bending of the galaxy//ApJ. 1969. V. 155. P. 747–776.
502. Hunter C. Self-gravitating gaseous disks//Ann. Rev. Fluid Mech. 1972. V. 4. P. 219–242.
503. Hunter C. Patterns of waves in the galactic disks//ApJ. 1973. V. 181. P. 685–705.
504. Ibrahim A.I., Swank J.H., Parke W. New Evidence of Proton-Cyclotron Resonance in a Magnetar Strength Field from SGR 1806-20//ApJ. 2003. V. 584. P. 17–21L.
505. Ichikawa S., Osaki Y. Time evolution of the accretion disk radius in a dwarf nova//PASJ. 1992. V. 44. V. 15–26.
506. Igumenshchev I.V., Chen X., Abramowicz M.A. Accretion discs around black holes: two-dimensional, advection-cooled flows//MN. 1996. V. 278. P. 236–250.
507. Igumenshchev I.V., Abramowicz M.A. Rotating accretion flows around black holes: convection and variability//MN. 1999. V. 303. P. 309–320.
508. Igumenshchev I.V., Abramowicz M.A. Two-dimensional models of hydrodynamical accretion flows into black holes//ApJSS. 2000. V. 130. P. 463–484.
509. Igumenshchev I.V., Abramowicz M.A., Narayan R. Numerical simulations of convective accretion flows in three dimensions//ApJ. 2000. V. 537 P. 27–30L.
510. Igumenshchev I.V. On angular momentum transport in convection-dominated accretion flows//ApJ. 2002. V. 577. P. 31–34L.
511. Illarionov A.F., Sunyaev R.A. Why the number of galactic X-ray stars is so small?//AsAp. 1975. T. 39. C. 185–195.
512. Illingworth G., Schechter P.L. Velocity and velocity dispersion profiles in NGC 3115//ApJ. 1982. V. 256. P. 481–496.
513. Polar ring galaxies and the Tully Fisher relation: implications for the dark halo shape/E. Iodice, M. Arnaboldi, F.Bournaud et al.//ApJ. 2003. V. 585. V. 730–738.
514. On the turbulent  $\alpha$ -disks and the intermittent activity in active galactic nuclei/A. Janiuk, B. Czerny, A. Siemiginowska, R. Szczerba//ApJ. 2004. V. 602. P. 595–602.
515. James R.A., Sellwood J.A. Galactic models with variable spiral structure//MN. 1978. V. 182. P. 331–344.
516. Jaroszynski M., Abramowicz M.A., Paczynski B. Supercritical accretion disks around black holes//Acta Astron. 1980. V. 30. P. 1–34.
517. Jenkins A., Binney J. Spiral heating of galactic discs//MN. 1990. V. 245. P. 305–317.
518. Jernigan J.C., Porter D.H. A tree code with logarithmic reduction of force terms, hierarchical regularization of all variables, and explicit accuracy controls//ApJ. 1989. V. 71. P. 871–893.
519. Jiang I.-G., Binney J. The orbit and mass of the Sagittarius dwarf galaxy//MN. 2000. V. 314. P. 468–474.
520. Jog C.J., Solomon P.M. Two-fluid gravitational instabilities in a galactic disk//ApJ. 1984. V. 276. P. 114–126.
521. Jog C.J., Solomon P.M. A Galactic disk as a two-fluid system: consequences for the critical stellar velocity dispersion and the formation of condensations in the gas//ApJ. 1984. V. 276. P. 127–134.
522. Johnston H.M., Kulkarni S.R., Oke J.B. The black hole A 0620–00 and its accretion disk//ApJ. 1989. V. 345. P. 492–497.

523. A search for the infrared counterpart of type II OH masers I. A model for the IR background source confusion//T.J. Jones, M. Ashley, A.R. Hyland, A. Ruelas-Mayorga// MN. 1981. V. 197. P. 413–428.
524. Kalnajs A.J. Dynamics of flat galaxies. I//ApJ. 1971. V. 166. P. 275–293.
525. Kalnajs A.J. The equilibria and oscillations of a family of uniformly rotating stellar disks//ApJ. 1972. V. 175. P. 63–76.
526. Kalnajs A.J., Athanassoula G.E. The bar modes of uniformly rotating stellar disks//MN. 1974. V. 168. 287–290.
527. Kamahori H., Fujimoto M. Velocity dispersion of stars and giant molecular clouds//PASJ. 1986. P. 38. P. 77–94.
528. Kato S. Oscillation and overstability of density waves in a rotating disk-like star-gas system//PASJ. 1972. V. 24. P. 61–86.
529. Kato S. Excitation of spiral density waves by gas flow in a star-gas disk//PASJ. V. 1973. V. 25. P. 231–242.
530. Photometric study of new southern SU UMa-type dwarf novae and candidates - III. NSV 10934, MM Sco, AB Nor and CAL 86//T. Kato, P. Nelson, Ch. Stockdale et al.// MN. 2004. V. 347. P. 861–872.
531. Karachentsev I.D., Karachentseva V.E., Parnovsky S.L. Flat Galaxy Catalogue// Astron. Nachr. 1993. V. 314. P. 97–222.
532. The arc and other structures in the center of M81/M. Kaufman, F.N. Bash, P.C. Crane, G.H. Jacoby//AsJ. 1996. V. 112. P. 1021–1034.
533. GRAPE-5: a special-purpose computer for N-body simulations/A. Kawai et al.//PASJ. 2000. V. 52. P. 659–676.
534. Kent S.M. Dark matter in spiral galaxies. I. Galaxies with optical rotation curves//AsJ. 1986. V. 91. P. 1301–1327.
535. Kent S.M. Dark matter in spiral galaxies. II. Galaxies with H I rotation curves//AsJ. 1987. V. 93. P. 816–832.
536. Kent S.M., Dame T.M., Fazio G. Galactic structure from the *Spacelab* infrared telescope. II. Luminosity models of the Milky Way//ApJ. 1991. P. 378. P. 131–138.
537. Kenyon S.J., Hartmann L.W. On the apparent positions of T Tauri stars in the H–R diagram//ApJ. 1990. V. 349. P. 197–207.
538. Khoperskov A.V., Khrapov S.S. Instability of high-frequency acoustic waves in accretion disks with turbulent viscosity//AsAp. 1999. V. 345. P. 307–314.
539. Khoperskov A.V., Moiseev A.V., Chulanova E.A. Dynamical modeling of SB galaxies//Bull. Spec. Astrophys. Obs. of the Russian AS. 2001. V. 52. P. 135–145.
540. Khoperskov A.V., Tiurina N.V. Milky Way parameters by the results of N-body simulation/Commun. from the Konkoly Obs. Hungarian AS. Budapest, 2003. V. 13. Part 3. № 103. P. 163–166.
541. Khoperskov A.V., Khrapov S.S. Computer modeling of non-stationary gas quasi-Keplerian disk/“Progress in Study of Astrophysical Disks: Collective and Stochastic Phenomena and Computational Tools”. Kluwer Academic Publishers, 2005.
542. Khoperskov A.V., Khrapov S.S. Self-consistent gas and stellar dynamics of disk galaxies. A problem of dark mass /“Progress in Study of Astrophysical Disks: Collective and Stochastic Phenomena and Computational Tools”. Kluwer Academic Publishers, 2005.

543. Kim W.-T., Hong S.S., Yun H.S. The smoothed particle hydrodynamics and the binary tree combined into BTSH: performance tests//J. Kor. Astron. Soc. 1994. V. 27. P. 13–29.
544. An HI aperture synthesis mosaic of the Large Magellanic Cloud/S. Kim, L. Staveley-Smith, M.A. Dopita et al.//ApJ. 1998. V. 503. P. 674–688.
545. Klahr H.H., Bodenheimer P. Turbulence in accretion disks: vorticity generation and angular momentum transport via the global baroclinic instability//ApJ. 2003. V. 582. P. 869–892.
546. Klis van der M., Jansen F., Paradijs van J. et. al. Intensity – dependent quasiperiodic oscillations in X-ray flux of GX5–1//Nature. 1985. V. 316. P. 225–230.
547. van der Klis M. Millisecond oscillations in X-ray binaries//ARAA. 2000. V. 38. P. 717–160.
548. Knapen J.H., Shlosman I., Peletier R.F., A subarcsecond resolution near-infrared study of Seyfert and ‘normal’ galaxies: II. Morphology//ApJ. 2000. V. 529. P. 93–100.
549. Knobloch E., Spruit H.C. Baroclinic waves in a vertically stratified thin accretion disk//AsAp. 1986. V. 66. P. 359–365.
550. Korchagin V., Theis Ch. Global spiral modes in star-forming gravitating disks//AsAp. 1999. V. 347. P. 442–454.
551. Kormendy J. The velocity dispersion in the disk of the SO galaxy NGC 1553//ApJ. 1984. V. 286. P. 116–131.
552. Kormendy J. The velocity dispersion in the disk of the SBO galaxy NGC 936//ApJ. 1984. P. 286. P. 132–143.
553. Kormendy J., Richstone D. Evidence for a supermassive black hole in NGC 3115//ApJ. 1992. V. 393. P. 559–578.
554. Kormendy J., McClure R.D. The nucleus of M33//AsJ. 1993. V. 105. P. 1793–1812.
555. Kovalenko I.G., Levy V.V. Steady gas flow with a shock wave in a potential well//AsAp. 1992. V. 264. P. 406–414.
556. Kruit van der P.C. The thickness of the hydrogen layer and the three-dimensional pass distribution in NGC 891//AsAp. V. 1981. P. 99. P. 298–304.
557. Kruit van der P.C. The radial distribution of surface brightness in galactic disks//AsAp. 1987. V. 173. P. 59–80.
558. Kruit van der P.C., Freeman K.C. Stellar kinematics and the stability of disks in spiral galaxies// ApJ. 1986. V. 303. P. 556–572.
559. Kruit van der P.C., de Grijs R. On the axis ratio of the stellar velocity ellipsoid in disks of spiral galaxies//AsAp. 1999. V. 352. P. 129–137.
560. Kruit van der P.C., Searle L. Surface photometry of edge-on spiral galaxies. I. A model of the three-dimensional distribution of light in galactic disks//AsAp. 1981. V. 95. P. 105–115.
561. Kruit van der P.C., Searle L. Surface photometry of edge-on spiral galaxies. II. The distribution of light and colour in the disk and spheroid of NGC 891//AsAp. 1981. V. 95. P. 116–126.
562. Kruit van der P.C., Searle L. Surface photometry of edge-on spiral galaxies. III. Properties of the three-dimensional distribution of light and mass in disks of spiral galaxies//AsAp. 1982. V. 110. P. 61–78.
563. Kruit van der P.C., Shostak G.S. Vertical motion and the thickness of HI disks: implications for galactic mass models: Internal kinematics and dynamics of galaxies Symp. IAU. 100. 1983. P. 69–76.

564. Kruit van der P.C. Truncations in stellar disks/ Edited by J.G. Funes and E.M. Corsini//Galaxy Disks and Disk Galaxies. San Francisco: Astron. Soc. of the Pacific, 2001. V. 230. P. 119–126.
565. Kuijken K., Gilmore G. The Galactic disk surface mass density and the galactic force  $K_z$  at  $z = 1.1$  kiloparsecs//ApJ. 1991. V. 367. P. 9–13L.
566. Kulsrud R.M., Mark J.W.-K., Caruso A. The hose-pipe instability in stellar systems//ASS. 1971. V. 14. P. 52–55.
567. Kumar S.S. On gravitational instability// PASJ. 1960. V. 12. P. 552–555.
568. Kundt W., Robnik M. Dipole confined by a disk//AsAp. 1980. V. 91. P. 305–310.
569. Kunkel W. E., Demers S., Irwin M. J., Albert L. The dynamics of the Large Magellanic Cloud periphery: mass limit and polar ring. ApJ, 1997, 488, L129–132
570. The collective mode and turbulent viscosity in accretion discs/A.M. Fridman, A.A. Boyarchuk, D.V. Bisikalo, O.A. Kuznetsov et al.//Phys. Lett. A. 2003. V. 317. P. 181–198.
571. Lacey C.G. The influence of massive gas clouds on stellar velocity dispersions in galactic discs//MN. 1984. V. 208. P. 687–707.
572. Is the accretion flow in NGC 4258 advection-dominated? /J.-P. Lasota, M.A. Abramowicz, X. Chen et al. ApJ. 1996. V. 462. P. 142–146L.
573. Lawrence A. Repeated X-ray flaring in NGC 4151//MN. 1980. V. 192. P. 83–94.
574. Lewis B.M. Face-on galaxies//ApJ. 1984. V. 285. P. 453–457.
575. Lewis J.R., Freeman K.C. Kinematics and chemical properties of the old disk of the Galaxy//AsJ. 1989. V. 97. P. 139–162.
576. The effects of gasdynamics, cooling, star formation, and numerical resolution in simulations of cluster formation/G.F. Lewis, A. Babul, N. Katz et al.//ApJ. 2000. V. 536. P. 623–644.
577. Levy V.V., Mustsevoj V.V., Sergienko V.A. The quasi-periodic regime in barred galaxies//PASP. 1994. T. 66.
578. Levine S.E., Sparke L.S. A Model for lopsided galactic disks//ApJ. 1998. V. 496. P. 13–16L.
579. Liang E.P. Two-dimensional self-similar accretion flows. I. Generalized  $\alpha$ -viscosity models//ApJ. 1988. V. 334. P. 339–348.
580. Lightman A.P., Eardley D.M. Black holes in binary systems: instability of disk accretion//ApJ. 1974. V. 187. P. 1–3L.
581. Lightman A.P. Time-dependent accretion disks around compact objects. I. Theory and basic equations//ApJ. 1974. V. 194. P. 419–427.
582. Lin D.N.C., Papaloizou J. On the structure and evolution of the primordial solar nebula//MN. 1980. V. 191. P. 37–48.
583. Lin D.N.C. Convective accretion disk model for the primordial solar nebula//ApJ. 1981. V. 246. P. 972–984.
584. Lin D.N., Pringle J.E. The formation of the exponential disk in spiral galaxies//ApJ. 1987. V. 320. P. 87–91L.
585. Lin C.C., Shu F.H. On the spiral structure of disk galaxies//ApJ. 1964. V. 140. P. 646–655.
586. Lin C.C., Shu F.H. On the spiral structure of disk galaxies. II.//Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1966. V. 55. P. 229–234.

587. Lin C.C., Yuan C., Shu F.H. On the spiral structure of disk galaxies. III. Comparison with observations//ApJ. 1969. V. 155. P. 721–746.
588. Lindblad P.O., Jorsater S. Large scale galactic shocks in barred galaxies//Proc. 10th Europ. Reg. Astr. Meeting IAU. Praha, 1987. P. 289–298.
589. Lipunov V.M. A model of two-stream non-radial accretion for binary X-ray pulsars//ASS. 1982. V. 82. P. 343–361.
590. Lipunov V. M., Postnov K.A. Accretion spin-up of low magnetic neutron stars//ASS. 1984. T. 106. C. 103–115.
591. Little B., Carlberg R.G. The long-term evolution of barred galaxies//MN. 1991. V. 250. P. 161–170.
592. Livio M., Verbunt F. The response of the accretion disc radius to a temporary enhancement of mass transfer//MN. 1988. V. 232. P. 1–5.
593. Liu C.M., Najita J., Tokunaga A.T. A survey for circumstellar disks around young substellar objects//ApJ. 2003. V. 585. P. 372–391.
594. Old stellar Galactic disc in near-plane regions according to 2MASS: Scales, cut-off, flare and warp//M. Lopez-Corredoira, A. Cabrera-Lavers, F. Garzon, P.L. Hammersley//AA. 2002. V. 394. P. 883–900.
595. Lynden-Bell D. Statistical mechanics of violent relaxation in stellar systems//MN. 1967. V. 136. P. 101–121.
596. Lynden-Bell D., Kalnajs A.J. On the generating mechanism of spiral structure//MN. 1972. V. 157. P. 1–30.
597. Lynden-Bell D. On spiral generating//Galaxies and relativistic astrophysics /Eds. B. Barbanis, J.D. Hadjidemetriou. Berlin: Springer, 1974. P. 114–119.
598. Lynden-Bell D., Pringle J.E. The evolution of viscous disks and the origin of nebular variables//MN. 1974. 168. P. 603–637.
599. Makarov D.I., Karachentsev I.D., Burenkov A.N. Survey of rotation curves for northern spiral edge-on galaxies. 2000. Astro-ph/0006158.
600. Makino J., Ito T., Ebisuzaki T. Error analysis of the GRAPE-1 special-purpose N-body machine//PASJ. 1990. V. 42. P. 717–736.
601. Marcelin M., Athanassoula E. Kinematics and dynamics of the barred spiral galaxy NGC 1313//AsAp. 1982. V. 105. P. 76–84.
602. Marconi A., Hunt L.K. The relation between black hole mass, bulge mass, and near-infrared luminosity//ApJ. 2003. V. 589. P. 21–24L.
603. Margon B. Observations of SS 433//ARAA. 1984. V. 22. P. 507–536.
604. Margon B. SS 433 continues to perplex//Nature. 1987. V. 328. P. 293–294.
605. Mark J.W.-K. Collective instabilities and waves for inhomogeneous stellar systems. II. The normal modes problem of the self-consistent plane-parallel slab//ApJ. 1971. V. 169. P. 455–475.
606. Mark J.W.-K. On density waves in galaxies. IV. Wave amplification through processes that remove angular momentum from galactic disks//ApJ. 1976. V. 206. P. 418–434.
607. Marochnik L.S., Mishurov Yu.N., Suchkov A.A. On the spiral structure of our Galaxy//ASS. 1972. T. 19. C. 285–292.
608. Márquez I., Moles M. Effects of the interaction on the properties of spiral galaxies. I. The data//AASS. 1996. V. 120. P. 1–34.

609. Matsuda T., Inoue M., Sawada K. Spin-up and spin-down of an accreting compact object//MN. 1987. V. 226. P. 785–811.
610. A reinvestigation of gas response to an ovaly deformed gravitational potential/T. Matsuda, M. Inoue, K. Sawada et al.//MN. 1987. V. 229. P. 295–314.
611. Mass transfer by tidally induced spiral shocks in an accretion disk/T. Matsuda, N. Sekino, E. Shima et al.//AsAp. 1990. V. 235. P. 211–218.
612. Matthews L.D., Gallagher J.S., van Driel W. The extraordinary superthin spiral galaxy UGC 7321. I. Disk color gradients and global properties from multiband observations//AsJ. 1999. V. 118. P. 2751–2766.
613. Matthews L.D. The extraordinary superthin spiral galaxy UGC 7321. II. The vertical disk structure//AsJ. 2000. V. 120. P. 1764–1778.
614. The metamorphosis of tidally stirred dwarf galaxies/L. Mayer, F. Governato, M. Colpi et al.//ApJ. 2001. V. 559. P. 754–784.
615. Meyer F., Meyer-Hofmeister E. On the elusive cause of cataclysmic variable outbursts//AsAp. 1981. V. 104. P. 10–12.
616. Meyer-Hofmeister E., Meyer F. The pre-outburst state of dwarf novae//AsAp. 1988. V. 194. P. 135–142.
617. McKee M.R. The radial-azimuthal stability of accretion disks around black holes//AsAp. 1990. V. 235. P. 521–525.
618. The kinematics of the planetary nebulae in the Large Magellanic Cloud/S.J. Meatheringham, M.A. Dopita, H.C. Ford, B.L. Webster//ApJ. 1988. V. 327. P. 651–663.
619. Melia F., Falcke H. The supermassive black hole at the Galactic center//ARAA. 2001. V. 39. P. 309–352.
620. Demonstrating discreteness and collision error in cosmological N-body simulations of dark matter gravitational clustering/ A.L. Melott, S.F. Shandarin, R.J. Splinter, Y. Suto//ApJ. 1997. V. 479. P. 79–83L.
621. Merritt D., Sellwood J.A. Bending instabilities in stellar systems//ApJ. 1994. V. 425. P. 551–567.
622. Merritt D., Ferrarese L. The  $M - \sigma$  relation for supermassive black holes//ApJ. 2001. V. 547. P. 140–145.
623. Mestel L. On galactic low rotation//MN. 1963. V. 126. P. 553–575.
624. Meyer F., Meyer-Hofmeister E. On the elusive cause of cataclysmic variable outbursts//AsAp. 1981. V. 104. P. 10–12L.
625. Michel F.C. Hydraulic jumps in “viscous” accretion disks//ApJ. 1984. V. 279. P. 807–813.
626. Mihos J.C., Hernquist L. Star-forming galaxy models: blending star formation into TREESPH//ApJ. 1994. V. 437. P. 611–624.
627. Mikhailova E.A., Khoperskov A.V., Sharpak S.S. The Z-structure of Disk Galaxies. Numerical Experiments // Stellar dynamics: from classic to modern/Edited by L.P. Ossipkov, I.I. Nikiforov. Saint Petersburg, 2001. P. 147–153.
628. Miles J.W. On the reflection of sound at an interface of relative motion//J. Acoustic Soc. Amer. 1957. V. 29. P. 226–228.
629. Miller R.H., Prendergast K.H., Quirk W.J. Numerical experiments on spiral structure//ApJ. 1970. V. 161. P. 903–916.

630. Miller R.H. Numerical experiments in collisionless systems//ASS. 1971 V. 14. P. 73–90.
631. Miller R.H. On the stability of a disk galaxy//ApJ. 1974. V. 190. P. 539–542.
632. Miller R.H. Validity of disc galaxy simulations//JCPH. 1976. V. 21. P. 400–437.
633. Miller R.H. Numerical experiments on the stability of disklike galaxies//ApJ. 1978. V. 223. P. 811–823.
634. Miller R.H. On the stability of disklike galaxies in massive haloes//ApJ. 1978. V. 224. P. 32–38.
635. Miller R.H. Recent investigations on disk galaxies in massive halos//Celest. Mech. 1985. V. 37. P. 307–324.
636. Miller R.H., Smith B.F. Dynamics of stellar bar//ApJ. 1979. V. 227. P. 785–797.
637. Mineshige S., Osaki Y. Disk-instability model for outbursts of dwarf novae: time-dependent formation and one-zone model//PASJ. 1983. V. 35. P. 377–396.
638. Mineshige S., Shields G.A. Accretion disk thermal instability in galactic nuclei//ApJ. 1990. V. 351. P. 47–61.
639. Rotation of the galactic bulge/D. Minniti, S.D.M. White, E.W. Olszewski, J.M. Hill//ApJ. 1992. V. 393. P. 47–50L.
640. Minniti D. Velocities of supergiants in the bulge of M 33//AsAp. 1996. V. 306. P. 715–720.
641. McMillan S.L.W., Aarseth S.J. An  $O(N \log N)$  integration scheme for collisional stellar Systems//ApJ. 1993. V. 414. P. 200–212.
642. Merrifield M.R., Kuijken K. The pattern speed of the bar in NGC 936// MN. 1995. V. 274. P. 933–938.
643. Mineshige S., Shields G.A. Accretion disk thermal instability in galactic nuclei//ApJ. 1990. V. 351. P. 47–61.
644. Miyamoto M., Nagai R. Three-dimensional models for the distribution of mass in galaxies//PASJ. 1975. V.27. P. 533–543.
645. Moiseev A.V. Velocity dispersion of stars and gas motion in double-barred galaxies//Bull. SAO. 2001. V. 51. P. 140–150.
646. Moiseev A.V. 2D spectroscopy of double-barred galaxies//“Galaxies: the third dimension”/Eds: Rossado et. al.// ASP Conf. Ser. 2002. V. 264. P. 232–239.
647. Bending instability of an accretion disc around a black hole/D. Molteni, K. Acharya, O. Kuznetsov et al.// ApJ. 2001. V. 563. P. 57–60L.
648. On the angular momentum transfer on to compact stars in binary systems/D. Molteni, O.A. Kuznetsov, D.V. Bisikalo et al.//MN. 2001. V. 327. P. 1103–1110.
649. Monet D.G., Richstone D.O., Schechter P.L. The effect of massive disks on bulge isophotes//ApJ. 1981. V. 245. P. 454–458.
650. Moorsel G.A. Dark matter associated with binary galaxies//AsAp. 1987. V. 176. P. 13–24.
651. Morrison H.L., Flynn C., Freeman K.C. Where does the disk stop and the halo begin?//AsJ. 1990. V. 100. P. 1191–1222.
652. Stellar populations in edge-on galaxies from deep CCD surface photometry. II. One-dimensional fits of NGC 891/H.L. Morrison, E.D. Miller, P. Harding et al.//AsJ. 1997. V. 113. P. 2061–2074.

653. Moss D., Shukurov A. Accretion disc dynamos opened up by external magnetic fields//*AsAp*. 2004. V. 413. P. 403–414.
654. Mundt R. Jets from young stars//*Mitt. Astr. Ges.* 1987. V. 70. P. 100–115.
655. Mundt R., Brugel E.W., Buhrke T. Jets from young stars: CCD imaging, long-slit spectroscopy, and interpretation of existing data//*ApJ*. 1987. V. 319. P. 275–303.
656. Murakami T. Progress in gamma-ray burst astronomy with Ginga//*Adv. Space Res.* 1990. V. 10. P. 63–67.
657. Nakai N. Radial distribution of CO in barred spirals and the bar structure of our Galaxy//*PASJ*. 1992. V. 44. P. 27–30L.
658. Narayan R., Goldreich P., Goodman J. Physics of model in a differentially rotating system—analysis of the shearing sheet//*MN*. 1987. V. 228. P. 1–41.
659. Narayan R., Yi I. Advection-dominated accretion: a self-similar solution//*ApJ*. 1994. V. 428. P. 13–16L.
660. Narayan R., Yi I. Advection-dominated accretion: Self-similarity and bipolar outflows//*ApJ*. 1995. V. 444. P. 231–243.
661. Narayan R., McClintock J.E., Yi I. A new model for black hole soft X-Ray transients in quiescence//*ApJ*. 1996. V. 457. P. 821–833.
662. Narayan R., Mahadevan R., Quataert E. Advection-dominated accretion around black holes//*Theory of black hole accretion discs*/Ed. M. A. Abramowicz, G. Bjornsson, J.E. Pringle. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1998. P. 148–157.
663. Narayan R., Igumenshchev I.V., Abramowicz M.A. Self-similar accretion flows with convection//*ApJ*. 2000. V. 539. V. 798–808.
664. Narayan R. Why Do AGN lighthouses switch off? lighthouses of the Universe: The most luminous celestial objects and their use for cosmology. *Proc. of the MPA/ESO/*. 2002. 405 p. (astrp-ph/0201260)
665. The magnetohydrodynamics of convection-dominated accretion flows/R. Narayan, E. Quataert, I.V. Igumenshchev, M.A. Abramowicz//*ApJ*. 2002. V. 577. P. 295–301.
666. Nather R.E. High-speed photometry//*Vistat Astron.* 1973. V. 15. P. 91–112.
667. Nees C.L., Yoss K.M. Kinematic and abundance gradients in the galactic disk//*AsJ*. 1988. V. 95. P. 463–495.
668. A Tully-Fisher relation for S0 galaxies/E. Neistein, D. Maoz, H.-W. Rix, J.L. Tonry//*AsJ*. 1999. V. 117. P. 2666–2675.
669. Nikiforov I.I. Small Galaxy Groups: IAU Colloquium 174/Edited by Mauri J. Valtonen and Chris Flynn. 2000. 403p.
670. Nikiforov I.I. Stellar dynamics: from classic to modern/Ed. Ossipkov L.P., Nikiforov I.I. Saint Petersburg, 2001. P. 28–31.
671. Nityananda R., Narayan R. The relevance of the Eddington limit to thick accretion disks//*Adv. Space Res.* 1984. V. 3. P. 29–34.
672. Noordermeer E., Sparke L.S., Levine S.E. The kinematics of lopsided galaxies//*MN*. 2001. V. 328. P. 1064–1080.
673. Norman M.L., Hardee P.E. Spatial stability of the slab jet. II. Numerical simulations//*ApJ*. 1988. V. 334. P. 80–94.
674. Norman C.A., Ikeuchi S. The disk-halo interaction: superbubbles and the structure of the interstellar medium//*ApJ*. 1989. V. 345. P. 372–383.

675. Northop T. Helmholtz instability of a plasma//Phys. Rev. 1956. V. 103. P. 1150–1155.
676. Oblak E., Mayor M. The galactic radial gradient of velocity dispercion/10th Eorop. Reg. Astron. Meet. IAU. Praha, 1987. P. 263–265.
677. Oda M. Cyg X-1 — a candidate of the black holes// Space Sci. Rev. 1977. V. 20. P. 757.
678. Odewahn S.C. Properties of the Magellanic-type spirals. I - Surface photometry of NGC 4618 and NGC 4625//AsJ. 1991. V. 101. P. 829–844.
679. O'Donoghue D. The radius of the accretion disc in Z Cha between outbursts//MN. 1986. V. 220. P. 23–26L.
680. WX Cet and the WZ Sge stars/D. O'Donoghue, A. Chen, F. Marang et al.//MN. 1991. V. 250. P. 363–372.
681. Okumura S.K., Ebisuzaki T. Kinematic structures of merger remnants//PASJ. 1991. V. 43. P. 781–793.
682. Olling R.P., Merrifield M.R. Two measures of the shape of the dark halo of the Milky Way//MN. 2000. V. 311. P. 361–369.
683. Ortega V.G., Volkov E., Monte-Lima L. Axisymmetric instabilities in gravitating discs with mass spectrum//AsAp. 2001. V. 366. P. 276–280.
684. Orlova N., Korchagin V., Theis Ch. Global spiral modes in multi-component disks//AsAp. 2002. V. 384. P. 872–878.
685. Ostriker J.P., Peebles P.J.E. A numerical study of the stability of flattened galaxies: or can cold galaxies survive?//ApJ. 1973. 186. P. 467–480.
686. Ouyed R., Clarke D.A., Pudritz R.E. Three-dimensional simulations of jets from Keplerian disks: self-regulatory stability//ApJ. 2003. V. 582. P. 292–319.
687. Paczynski B. Close binaries//Coments on Astrophysics. 1976. V. 6. P. 95–98.
688. Paczyński B., Biita P.J. Thick accretion disks and supercritical luminosities//AsAp. 1980. V. 88. P. 23–31.
689. Paczyński B., Bisnovatyi-Kogan G. A model of a thin accretion disk around a black hole//AcAs. 1981. V. 31. P. 283–291.
690. Papaloizou J.C.B., Bath G.T. Stellar stability in close binary systems//MN. 1975. V. 172. P. 339–357.
691. Papaloizou J., Pringle J.E. Tidal torques on accretion discs in close binary systems//MN. 1977. V. 181. P. 441–454.
692. Papaloizou J.C.B., Pringle J.E. The dynamical stability of differentially rotating discs with constant specific angular momentum//MN. 1984. V. 208. P. 721–750.
693. Papaloizou J.C.B., Pringle J.E. The dynamical stability of differentially rotating discs. II//MN. 1985. V. 213. P. 799–820.
694. Papaloizou J.C.B., Pringle J.E. The dynamical stability of differentially rotating discs. III//MN. 1987. V. 225. P. 267–283.
695. Papaloizou J.C., Savonije G.J. Instabilities in self-gravitating gaseous discs//MN. 1991. V. 248. P. 353–369.
696. Pariev V.I., Blackman E.G., Boldyrev S.A. Extending the Shakura-Sunyaev approach to a strongly magnetized accretion disc model//AsAp. 2003. V. 407. P. 403–421.
697. Pasha I.I., Polyachenko V.L. The Lynden-Bell slow bar as a determinant of the spiral-ring structure in barred galaxies//MN. 1994. V.266. P. 92–96.

698. Edge-on boxy profiles in non-barred disc galaxies/P.A. Patsis, E. Athanassoula, P. Grosbøl, Ch. Skokos//MN. 2002. V. 335. P. 1049–1053.
699. Payne D.G., Gohn H. The stability of confined radio jets: the role of reflection modes//ApJ. 1985. V. 291. P. 655–667.
700. A subarcsecond-resolution near-infrared study of Seyfert and “Normal” galaxies. I. Imaging Data/R.F. Peletier, J.H. Knapen, I. Shlosman et al.//ApJSS.1999. V. 125. P. 363–407.
701. Pence W.D., Blackman C.P. Gas dynamics in barred spiral galaxies. II. NGC 7496 and 289//MN. 1984. V. 210. P. 547–563.
702. Quasiperiodic oscillations in GX 17+2/W. Penninx, W.H.G. Lewin, K. Mitsuda et al.//MN. 1990. V. 243. P. 114–125.
703. Multi-wavelength study of a new sample of blue compact dwarf galaxies. IV. Optical multi-pupil spectroscopy of 18 objects/A.R. Petrosian, T. Movsessian, G. Comte et al.//AsAp. 2002. V. 391. P. 487–508.
704. Physics Neutron Stars and Black Holes: Proc. Int. Symp. Tokyo, 1–3 Febr. 1988.
705. Pichon C., Lynden-Bell D. Equilibria of flat and round galactic disks//MN. 1996. V. 282. P. 1143–1158.
706. Kinematics of 10 early-type galaxies from Hubble Space Telescope and Ground-based spectroscopy/J. Pinkney, K. Gebhardt, R. Bender et al.//ApJ. 2003. V. 596. P. 903–929.
707. Pisano D.J., Wilcots E.M., Elmegreen B.G. The HI distribution and dynamics in two late-type barred spiral galaxies: NGC 925 and NGC 1744//AsJ. 1998. V. 115. P. 975–999.
708. Pisano D.J., Wilcots E.M., Elmegreen B.G. Structure and star formation in NGC 925//AsJ. 2000. V. 120. P. 763–776.
709. Pfenniger D., Combes F., Martinet L. Is dark matter in spiral galaxies cold gas? I. Observational constraints and dynamical clues about galaxy evolution//ApJ. 1994. V. 285. P. 79–93.
710. Evidence for a large stellar bar in the low surface brightness galaxy UGC 7321/M. Pohlen, M. Balcells, R. Lütticke, R.-J. Dettmar//AsAp. 2003. V. 409. P. 485–490.
711. Polyachenko V.L. Galactic bars and associated structures//Physics of the gaseous and stellar disks of the Galaxy/ASP Conference Series/Ed. I.R. King V. 1994. V. 66. P. 103–115.
712. Pasha I.I., Polyachenko V.L. The Lynden-Bell slow bar as a determinant of the spiral ring structure in barred galaxies//MN. 1994. V. 266. P. 92–96.
713. Pasha I.I. Density-wave spiral theories in the 1960s. I. II. Astro-ph/0406142, astro-ph/0406143.
714. On the possibility of reconstructing the phase density for star clusters/V.L. Polyachenko, A.S. Rastorguev, A.M. Fridman, H.K. Eichhorn//Astron. Lett. 1996. V. 22. P. 459–465.
715. Modelling the spectral energy distribution of galaxies I. Radiation fields and grain heating in the edge-on spiral NGC 891/C.C. Popescu, A. Misiriotis, N.D. Kylafis et al.//AsAp. 2000. V. 362. P. 138–150.
716. Pounds K.A., Turner T.Y., Warwick R.S. Rapid X-ray variability of the Seyfert galaxy MCG 6–30–15//MN. 1986. V. 221. P. 7–12.
717. Discovery of a strong soft X-ray excess in Mkn 335 — evidence for an accretion disk?/K.A. Pounds, V.J. Stanger, T.J. Turner et al.//MN. 1987. V. 224. P. 443–452.

718. X-ray spectra of Hercules X-1. II. The pulse/S.H. Pravdo, E.A. Boldt, S.S. Holt, P.J. Serlemitsos//ApJL. 1977. V. 216. P. 23–26.
719. Friedhorsky W.C., Verbunt F. Tidal forces and mass transfer instabilities in low-mass X-ray binaries//ApJ. 1988. V. 333. P. 895–905.
720. Pringle J.E., Rees M.J. Accretion disc models for compact X-ray sources//AsAp. 1972. V. 21. P. 1–9.
721. Quillen A.C., Garnett D.R. The saturation of disk heating in the solar neighborhood and evidence for a merger 9 Gyrs ago// Galaxy Disks and Disk Galaxies: ASP Conference Series/Edited by J.G. Funes, S.J. Corsini. San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, 2001. V. 230. P. 87–88.
722. Quirk W.J. Numerical experiments in spiral structure II//ApJ. 1971. V. 167. P. 7–19.
723. Quirk W.J. On the gas content of galaxies//ApJ. 1972. V. 176. P. 9–14L.
724. Quiroga R.J. The spiral structure in the inner parts of the Galaxy//ApJSS. 1977. V. 50. P. 281–300.
725. A dynamical instability of bars in disk galaxies/N. Raha, J.A. Sellwood, R.A. James, F.D. Kahn//Nature. 1991. V. 352. P. 411–412.
726. Rees M.J. Accretion and quasar phenomena//Physica Scripta. 1978. V. 17. P. 193.
727. Statistics of galaxy warps in the HDF North and South/V. Reshetnikov, E. Battaner, F. Combes, J. Jiménez-Vicente// AsAp. 2002. V. 382. P. 513–521.
728. Reshetnikov V., Combes F. Spiral galaxies with large optical warps//AASS. 1999. V. 138. P. 101–107.
729. Reshetnikov V.P., Sotnikova N.Ya. The polar stellar ring and dark halo of NGC 5907//Astron. Lett. 2000. V. 26. P. 277–284.
730. Reid N.I., Majewski S.R. Star counts redivivus. I. A new look at the Galaxy at faint magnitudes//ApJ. 1993. V. 409. P. 635–662.
731. Ribner H.S. Reflection, transmission and amplification of sound by a moving medium//J. Acoustic. Soc. Amer. 1957. V. 29. P. 435–441.
732. Rich R.M. Kinematics and abundances of K giants in the nuclear bulge of the Galaxy//ApJ. 1990. V. 362. P. 604–619.
733. Roberts W.W. Large-scale shock formation in spiral galaxies and its implications on star formation//ApJ. 1969. V. 158. 123p.
734. Roberts W.W., Yuan C. Application of the density-wave theory to the spiral structure of the Milky Way system. III. Magnetic field: large-scale hydromagnetic shock formation//ApJ. 1970. V. 161. P. 877–902.
735. Roberts W.W.Jr., Roberts M.S., Shu F.H. Density wave theory and the classification of spiral galaxies//ApJ. 1975. V. 196. P. 381–405.
736. Robin A.C., Creze M., Mohau V. The radial structure of the galactic disc//AsAp. 1992. V. 265. P. 32–40.
737. Robinson E.L. The structure of cataclysmic variables//ARAA. 1976. V. 14. P. 119–142.
738. Robinson B.J., van Damme K.J. 21 cm observations of NGC 55//Aust. J. Phys. 1966. V. 19. P. 111.
739. Rohlfs K. Lectures on density wave theory. N.Y.: Springer – Verlag, 1977 (Имеется перевод: Рольфс К. Лекции по теории волн плотности. М.: Мир, 1980).

740. The rotation curve of the Galaxy/K. Rohlfs, R. Chini, J.E. Wink, R. Bohme//AsAp. 1986. V. 158. P. 181–190.
741. Rohlfs K., Kreitschmann J. A realistic model of the Galaxy//ApJSS. 1981. V. 79. P. 289–319.
742. Romeo A.B. How faithful are N-body simulations of disc galaxies?//AsAp. 1994. V. 286. P. 799–806.
743. Romeo A.B. Modelling gravity in N-body simulations of disc galaxies. Optimal types of softening for given dynamical requirements//AsAp. 1998. V. 335. P. 922–928.
744. Romeo A.B., Horellou C., Bergh J. N-body simulations with two-orders-of-magnitude higher performance using wavelets//MN. 2003. V. 342. P. 337–344.
745. Rots A.H. Distribution and kinematics of neutral hydrogen in the spiral galaxy M 81. II. Analysis//AsAp. 1975. V. 45. P. 43–55.
746. Rubin V.C., Ford W.K. Rotation of the Andromeda nebula from a spectroscopic survey of emission regions//ApJ. 1970. V. 159. P. 379–403.
747. Rubin V.C., Ford W.K., Kumar C.K. Stellar motion near the nucleus of M 31//ApJ. 1973. V. 181. P. 61.
748. Rubin V.C., Ford W.K., Thonnard N. Rotational properties of 21 Sc galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 (R=4 kps) to UGC 2885 (R=122 kps)//ApJ. 1980. V. 238. P. 71–487.
749. Rotational properties of 23 Sb galaxies/V.C. Rubin, W.K. Ford, N. Thonnard, D. Burstein//ApJ. 1982. V. 261. P. 439–456.
750. Rotation velocities of 16 Sa galaxies and a comparison of Sa, Sb and Sc rotation properties/V.C. Rubin, D. Burstein, W.K. Ford, N. Thonnard//ApJ. 1985. V. 289. P. 81–104.
751. Rudnick G., Rix H.-W. Lopsidedness in early type disk galaxies//AsJ. 1998. V. 116. P. 1163–1168.
752. Rudnick G., Rix H.-W., Kennicutt R.C.Jr. Lopsided galaxies, weak interactions, and boosting the star formation rate//ApJ. 2000. V. 538. P. 569–580.
753. The peculiar rotation curve of NGC 157/S.D. Ryder, A.V. Zasov, O.K. Sil'chenko et al.//MN. 1998. V. 293. P. 411–428.
754. A cosmological hydrodynamic code based on the total variation diminishing scheme/D. Ryu, J.P. Ostriker, H. Kang, R. Cen//ApJ. 1993. V. 414. P. 1–19.
755. Sackett P.D. Does the Milky Way have a maximal disk?//ApJ. 1997. V. 483. P. 103–110.
756. Salucci P., Persic M. Maximal halos in high-luminosity spiral galaxies//AsAp. 1999. V. 351. P. 442–446.
757. Sancisi R., Allen R.J. Neutral hydrogen observations of the edge-on disk galaxy NGC 891//AsAp. 1979. V. 74. P. 73–84.
758. The structure of dust discs/G. Sandell, C. Aspin, W.D. Duncan et al.//AsAp. 1990. V. 232. P. 347–355.
759. Sanders D.B. The distribution of molecular clouds in the Galaxy//Kinematics, dynamics and structure of the Milky Way. Vancouver, 1982. P. 115–125.
760. Sanders R.H., Huntley J.M. Gas response to oval distortions in disk galaxies//ApJ. 1976. V. 209. P. 53–65.
761. Sanders D.B., Solomon P.M., Scoville N.Z. Giant molecular clouds in the Galaxy. I. The axisymmetrical distribution of  $H_2$ //ApJ. 1984. V. 276. P. 182–203.

762. Sanders D.B., Scoville N.Z., Solomon P.M. Giant molecular clouds in the Galaxy. II. Characteristics of discrete features//ApJ. 1985. V. 289. P. 373–387.
763. Sanders R.H., Tubbs A.D. Gas as a tracer of barred spiral dynamics//ApJ. 1980. V. 235. P. 803–820.
764. Sato S. Circumstellar materials of young stellar objects: Progr. Theor. Phys. Suppl. 1988. V. 96. P. 37–49.
765. Savonije G.J., Heemskerk M.H.M. Non-axisymmetric unstable modes in a thin differentially rotating gaseous disc//AsAp. 1990. V. 240. P. 191–202.
766. Sawada K., Matsuda T., Hachisu I. Spiral shocks on a Roche lobe overflow in a semidetached binary system//MN. 1986. V. 219. P. 75–88.
767. Sawada K., Matsuda T., Hachisu I. Accretion shocks in close binary system//MN. 1986. V. 221. P. 679–686.
768. Is the standart accretion disc model invulnerable?/K. Sawada, T. Matsuda, M. Inoue, I. Hachisu//MN. 1987. V. 224. P. 307–322.
769. Inhomogeneous wind accretion: comparison between 3D and 2D computations/ K. Sawada, T. Matsuda, U. Anzer et al.//AsAp. 1989. V. 221. P. 263–272.
770. Schmidt M. Stars and stellar systems. 1965. V. 4. P. 513–527.
771. Schmidt M. The mass of the galactic halo derived from the luminosity function of high-velocity stars//ApJ. 1975. V. 202. P. 22–29.
772. Kinematics of star clusters in M 33/R.A. Schommer, C.A. Christian et al.//AsJ. 1991. V. 101. P. 873–883.
773. Schroeder H.C., Comins N.F. Relaxation times in two-dimensional galaxy simulations//ApJ. 1989. V. 346. P. 108–117.
774. Scorza C., Bender R. A disk in the elliptical galaxy NGC 3610//AsAp. 1990. V. 235. P. 49–54.
775. Scoville N., Young J.S. The molecular gas distribution in M 51//ApJ. 1983. V. 265. P. 148–165.
776. Sellwood J.A. Galaxy models with live halos//AsAp. 1980. V. 89. P. 296–307.
777. Sellwood J.A. Bar instability and rotation curves//AsAp. 1981. V. 99. P. 362–374.
778. Sellwood J.A. The art of N-body building//ARAA. 1987. V. 25. P. 151–186.
779. Sellwood J.A. Meta-stability in galactic discs//MN. 1989. V. 238. P. 115–131.
780. Sellwood J.A., Athanassoula E. Instabilities of hot stellar discs//Instabilities of hot stellar disks. Internal Kinematics and dynamics of galaxies. 1983. V. 100. P. 203–204.
781. Sellwood J.A., Athanassoula E. Unstable modes from galaxy simulations// MN. 1986. V. 221. P. 195–212.
782. Sellwood J.A., Carlberg R.G. Spiral instabilities provoked by accretion and star formation//ApJ. 1984. P. 282. P. 61–74.
783. Sellwood J.A., Evans N.W. The stability of disks in cusped potentials//ApJ. 2001. V. 546. P. 176–188.
784. Sellwood J.A., Lin D.N.C. A reccurent spiral instability cycle in self-graviting particle discs//MN. 1989. V. 240. P. 991–1007.
785. Sellwood J.A. Peanut shaped bars // Galactic bulges/Eds. H. Dejonghe, H.J. Habing. 1993. V. 153. P. 391–392.

786. Sellwood J.A., Merritt D. Instabilities of counterrotating stellar disks//ApJ. 1994. V. 425. P. 530–550.
787. Sellwood J.A. Axisymmetric bending oscillations of stellar disks//ApJ. 1996. V. 473. P. 733–745.
788. Sil'chenko O.K., Afanasiev V.L. Inner Polar Rings in Regular Lenticular Galaxies//AsJ. 2004. V. 127. P. 2641–2658.
789. Shalyapina L.V., Moiseev A.V., Yakovleva V.A. A spectroscopic study of the peculiar galaxy UGC 5600//ПАЖ. 2002. V. 28. P. 505–515.
790. Shakura N.I., Sunyaev R.A. Black holes in binary systems. Observational appearance//AsAp. 1973. V. 24. P. 337–355.
791. Shakura N.I., Sunyaev R.A. A theory of the instability of disk accretion onto black holes and the variability of binary X-ray sources, galactic nuclei and quasars//MN. 1976. V. 175. P. 613–632.
792. Shapiro K.L., Gerssen J., van der Marel R.P. Observational constraints on disk heating as a function of Hubble type//AsJ, 2003. V. 126. P. 2707–2716.
793. Shapiro S.L., Lightman A.P., Eardley D.M. A two-temperature accretion disk model for Cygnus X-1: structure and spectrum//ApJ. 1976. V. 204. P. 187.
794. Shaw M.A., Gilmore G. The luminosity distributions of edge-on spiral galaxies. I. A two-dimensional model and its application to NGC 891 and 4565//MN. 1989. V. 237. P. 903–927.
795. Numerical calculations are performed for axisymmetric flow/E. Shima, T. Matsuda, H. Takeda, K. Sawada//MN. 1985. V. 217. P. 367–386.
796. Discovery of the quasi-periodic oscillations from the X-ray pulsar X1627–673/K. Shinoda, T. Kii, K. Mitsuda et al.//PASJ. 1990. V. 42. P. 27–32.
797. Shlosman I., Frank J., Begelman M.C. Bars within bars – A mechanism for fuelling active galactic nuclei//Nature. 1989. V. 338. P. 45–47.
798. Shlosman I., Noguchi M. The effects of gas on global stability galactic discs: radial flows//ApJ. 1993. V. 414. P. 474–486.
799. Shostak G.S. The distribution of HI in the lenticular galaxy NGC 2787//AsAp. 1987. V. 175. P. 4–8.
800. Simkin S.M., Su H.J., Schwartz M.P. Nearby seyfert galaxies//ApJ. 1980. V. 237. P. 404–413.
801. Shu F.H. Models of partially relaxed stellar disks//ApJ. 1969. V. 158. P. 505–518.
802. Shu F.H. On the density wave theory of galactic spirals. II. The propagation of the density wave action//ApJ. 1970. V. 160. P. 99–112.
803. Shu F.H., Stachnik R.W., Yost J.C. On the density-wave theory of galactic spirals. III. Comparison with external galaxies//ApJ. 1971. V. 166. V. 465–479.
804. Shu F., Milione V., Roberts W.W. Nonlinear gaseous density waves and galactic shocks//ApJ. 1973. V. 183. P. 819–841.
805. Shu F.H. Mass transfer in semi-detached binaries. IAU Symp. № 73// Structure and Evolution of close binary systems/Eds. P. Eggleton et. al. Reidel, Dordrecht, Holland, 1976. P. 253–264.
806. Sil'chenko O.K. A Chemically Decoupled Nucleus and Inner Polar Ring of the SBb Galaxy NGC 4548//Astr. Letter. 2002. T. 28. C. 207–216.

807. The Leo I cloud: secular nuclear evolution of NGC 3379, NGC 3384, and NGC 3368?/O.K. Sil'chenko, A.V. Moiseev, V.L. Afanasiev et al.//ApJ. 2003. V. 591. P. 185–203.
808. Simien F., Prugniel Ph. Kinematical data on early-type galaxies. V.// AASS. 2000. V. 145. P. 263–267.
809. Simien F., Prugniel Ph. Kinematical data on early-type galaxies. VI.// AsAp. 2002. V. 384. P. 371–382.
810. Simpson J.S. Numerical techniques for tree-dimensional smoothed particle hydrodynamics simulation: applications to accretion disks//ApJ. 1995. V. 448. P. 822–831.
811. Singh K.P., Rao A.R., Vahia M.N. X-ray observations of the bright Seyfert galaxy IC 4329 A//ApJ. 1991. V. 377. P. 417–425.
812. Sinha R.P. A reexamination of the rotation curve for the Galaxy//AsAp. 1978. V. 69. P. 227–233.
813. Smak J. Accretion in cataclismic binaries. I.//AcAs. 1982. V. 32. P. 199.
814. Smak J. Accretion in cataclysmic binaries. IV. Accretion disks in dwarf novae//AcAs. 1984. V. 34. P. 161–189.
815. Smak J. Dwarf nova outbursts. IVI. The viscosity parameter  $\alpha$ //AcAs. 1999. V. 49. P. 391–401.
816. Sofue Y., Nakai N. CO observations of edge-on galaxies. III. NGC 891: Threshold radius for a star-formation disk//PASJ. 1993. V. 45. P. 139–151.
817. Sofue Y. The most completely sampled rotation curves for galaxies//ApJ. 1996. V. 458. P. 120–131.
818. Sofue Y. Dark bulge, exponential disk, and massive halo in the Large Magellanic Cloud//PASJ. 1999. V. 51. P. 445–448.
819. Central rotation curves of spiral galaxies/Y. Sofue, Y. Tutui, M. Honma et al.//ApJ. 1999. V. 523. P. 136–146.
820. Sofue Y. The most completely sampled rotation curves for galaxies//ApJ. 1996. V. 458. P. 120–131L.
821. Solomon P.M., Sunders D.B. Giant molecular clouds as a dominant component of interstellar matter in the Galaxy. Giant Mol. Clouds Galaxy, 3rd Gregynog. Astrophys. Workshop. Oxford e.a., 1980. P. 41–73.
822. Masses, luminosities and dynamics of galactic molecular clouds/P.M. Solomon, A.R. Rivolo, T.J. Mooney et al.//Star formation in Galaxies/Ed. C. Persson. 1986.
823. Sommer-Larsen J., Vedel H., Hellsten U. On the global structure of self-gravitating discs for softened gravity//MN. 1988. V. 294. P. 485–488.
824. Sorensen S.A., Matsuda T., Sakurai T. Computer simulations of gas flow around close binary systems//ASS. 1975. V. 33. P. 465–480.
825. Sotnikova N.Ya., Rodionov S.A. Bending instability of stellar disks: the stabilizing effect of a compact bulge//Astr. Letter. 2005. T. 31. C. 15–29.
826. Sparke L.S., Sellwood J.A. Dissection of an N-body bar//MN. 1987. V. 225. P. 653–675.
827. Spitzer L., Schwarzschild M. The possible influence of interstellar clouds on stellar velocities//ApJ. 1951. V. 114. P. 385.
828. Spitzer L., Schwarzschild M. The possible influence of interstellar clouds on stellar velocities. II.//ApJ. 1953. V. 118. P. 106–112.

829. Spruit H.C. Stationary shocks in accretion disks//AsAp. 1987. V. 184. P. 173–184.
830. Spiral shocks and accretion discs/H.C. Spruit, T. Matsuda, M. Inoue, K. Sawasa//MN. 1987. V. 229. P. 517–527.
831. Splinter R.J. A nested-grid particle-mesh code for high-resolution simulations of gravitational instability in cosmology//MN. 1996. V. 281. P. 281–293.
832. Spruit H.C. Stationary shocks in accretion disks//AsAp. 1987. V. 184. P. 173–184.
833. Stark A.A. Kinematics of molecular clouds. I. Velocity dispersion in the Solar neighborhood//ApJ. 1984. V. 281. P. 624–633.
834. Staveley-Smith L., Kim S., Stanimirovic S. Neutral hydrogen in the Magellanic Clouds. New views of the Magellanic Clouds//IAU Symposium #190/Edited by Y.-H. Chu, N. Suntzeff, J. Hesser, D. Bohlender. 1999. 37p.
835. Modeling the Galactic bar using Red Clump Giants/K.Z. Stanek, A. Udalski, M. Szymaski et al.//ApJ. 1997. V. 477. P. 163–175.
836. Simultaneous observations of the X-ray and optical eclipses of SS 433 and their implication/G.C. Stewart, M.G. Watson, M. Matsuoka et al.//MN. 1987. V. 228. P. 293–303.
837. Stone J.M., Pringle J.E., Begelman M.C. Hydrodynamical non-radiative accretion flows in two-dimensions//MN. 1999. V. 310. P. 1002–1016.
838. Su H.J., Simkin S.M. Disk structure and nuclear activity in Seyfert galaxies//ApJ. 1981. V. 238. P. 1–5.
839. A special purpose computer for gravitational many-body problems/D. Sugimoto, Y. Chikada, J. Makino, T. Ito et al.//Nature. 1990. V. 345. N 6270. P. 33–35.
840. Tidal spiral arms in two-component galaxies. Density waves and swing amplification/B. Sundelius, M. Thomasson, M.J. Valtonen, G.G. Byrd//AsAp. 1987. V. 174. P. 67–77.
841. Szuszkiewicz E. Slim accretion discs with different viscosity prescriptions//MN. 1990. V. 244. P. 377–383.
842. Szuszkiewicz E., Miller J.C. On the thermal stability of transonic accretion discs//MN. 1997. 287. P. 165–179.
843. Taam R.E., Lin D.N.C. The evolution of the inner regions of viscous accretion disks surrounding neutron stars//ApJ. 1984. V. 287. P. 761–768.
844. Rapid X-ray variability in the Seyfert galaxy NGC 6814/A.F. Tennant, R.F. Mushotzky, E.A. Boldt, J.H. Swank//ApJ. 1982. 251. P. 15–25.
845. On hydrodynamic shear turbulence in stratified Keplerian disks: Transient growth of small-scale 3D vortex mode perturbations/A.G. Tevzadze, G.D. Chagelishvili, J.-P. Zahn et al.//AsAp. 2003. V. 407. P. 779–786.
846. Tiurina A.V., Khoperskov A.V., Zasov A.V. Estimation of masses of components of galaxies by the simulations N-body//AATr. 2001. V. 20. P. 155–159.
847. Tyurina N.V., Khoperskov A.V., Bizyaev D. Bending instability in galaxies: the stellar disk thickness and the mass of spheroidal component. "Progress in Study of Astrophysical Disks: Collective and Stochastic Phenomena and Computational Tools". Kluwer Academic Publishers (astro-ph/0405142).
848. Formation of leading spiral arms in retrograde galaxy encounters/M. Thomasson, K.J. Donner, B. Sundelius et al.//AsAp. 1989. V. 211. P. 25–36.
849. Thompson L.A. Bar instabilities in Coma cluster galaxies//ApJ. 1981. V. 244. P. 43–45L.

850. Thorne K.S., Price R.H. Cygnus X-1: An interpretation of the spectrum and its variability//ApJ. 1975. V. 195. P. 101.
851. Toomre A. On the gravitational stability of a disk of stars//ApJ. 1964. V. 139. P. 1217–1238.
852. Toomre A. Notes on the Summer Study Program in Geophysical Fluid Dynamics at the Woods Hole Oceanographic Institution//Geophys. Fluid Dyn. 1966. V. 66-46. P. 111.
853. Toomre A. Group velocity of spiral waves in galactic discs//ApJ. 1969. V. 158. P. 899–913.
854. Toomre A., Toomre J. Galactic bridges and tails//ApJ. 1972. V. 178. P. 623–666.
855. The slope of the black hole mass versus velocity dispersion correlation/S. Tremaine, K. Gerhard et al.//ApJ. 2002. V. 574. P. 740–753.
856. Evidence for strong cyclotron line emission in the hard X-ray spectrum of Hercules X-1/J. Trumper, W. Peitsch, C. Reppin et al. //ApJ. 1978. V. 219. V. 105–110.
857. Local three-dimensional simulations of magnetorotational instability in radiation-dominated accretion disks/N.J. Turner, J.M. Stone, J.H. Krolik, T. Sano// ApJ. 2003. V. 593. P. 992–1006.
858. Unwin S.C. Neutral hydrogen in the Andromeda nebula. III. The velocity field//MN. 1983. V. 205. P. 773–786.
859. Urpin V. Instability of relativistic sheared jets and distinction between FRI and FRII sources//AsAp. 2002. V. 385. P. 14–20.
860. Valenzuela O., Klypin A. Secular bar formation in galaxies with a significant amount of dark matter//MN. 2003. V. 345. P. 406–422.
861. Vallenari A., Bertelli G., Schmidtobreick L. The Galactic disk: study of four low latitude Galactic fields//AsAp, 2000. V. 361. P. 73–84.
862. Valluri M. A model for the declining rotation curves of cluster spiral galaxies//ApJ. 1994. V. 430. P. 101–106.
863. Dynamical friction on a satellite of a disk galaxy: the curcular orbit/M.J. Valtonen, L. Valtaoja, B. Sundelius et al.//Celest. Mech. 1990. V. 48. P. 95–113.
864. van den Bosch F.C., Robertson B.E., Dalcanton J.J. Constraints on the structure of dark matter halos from the rotation curves of Low Surface Brightness Galaxies//AsJ. 2000. V. 119. P. 1579–1591.
865. Vandervoort P.O. The equilibria of highly flattened, rapidly rotating galaxy//ApJ. 1970. V. 161. P. 67–86.
866. Vandervoort O.P. Density waves in a highly flattened, rapidly rotating galaxy//ApJ. 1970. V. 161. P. 87–102.
867. Vandervoort P.O. New applications of the equations of stellar hydrodynamics//ApJ. 1975. V. 195. P. 333–341.
868. Vandervoort P.O. Modes of oscillation of a uniformly rotating, homogeneous spheroid of stars//ApJ. 1991. V. 377. P. 49–71.
869. Vandervoort P.O. On the effects of interstellar gas on the oscillations and the stability of galaxies//ApJ. 1991. V. 383. P. 498–510.
870. Vaucouleurs de G. Southern galaxies. VII. The remarkable lenticular barred galaxy NGC 1291//ApJSS. 1975. V. 29. P. 193–218.
871. Vaukoupleurs de G. On the scale length of the exponential disk of the Galaxy//Observatory. 1979. V. 99. P. 128–129.

872. Vaucouleurs de G., Freeman K. Structure and dynamics of barred spiral galaxies, in particular of the Magellanic type//*Vistas Astron.* 1972. V. 14. P. 163–294.
873. Vaucouleurs de G. Southern galaxies. VII. The remarkable lenticular barred galaxy NGC 1291//*ApJSS.* 1975. V. 29. P. 193–218.
874. Vaucouleurs de G., Vaucouleurs de A., Corwin H., et al. Third Reference Catalogue of Galaxies. N.Y.: Springer-Verlag, 1991
875. Velazquez H., White S.D.M. Sinking satellites and the heating of galaxy discs//*MN.* 1999. V. 304. P. 254–270.
876. Verbunt F. Theory and observations of time-dependent accretion disks//*The physics of accretion onto compact objects*/Ed. K.O. Mason, M.G. Watson, N.E. White. Berlin: Springer, 1986. P. 59–75.
877. Vila S.C. Convection as a source of viscosity for accretion disks of cataclysmic binaries//*ApJ.* 1978. V. 223. P. 979–981.
878. Vila S.C. Disk models with convective viscosity//*ApJ.* 1981. V. 247. P. 499–502.
879. Villumsen J.V. The vertical growth and structure of galactic disks//*ApJ.* 1983. V. 274. P. 632–645.
880. Villumsen J.V. Evolution of the velocity distribution in galactic disks//*ApJ.* 1985. V. 290. P. 75–85.
881. Vorobyov E.I., Bizyaev D. Radial B–V/V–K color gradients, extinction-free  $Q_{BVK}$  combined color indices, and the history of star formation of the Cartwheel ring galaxy//*AA.* 2001. V. 377. P. 835–844.
882. Ultraviolet signposts of resonant dynamics in the starburst-ringed Sab Galaxy, M94 (NGC 4736)/W.H. Waller et. al.//*AsJ.* 2001. V. 121. P. 1395–1412.
883. Wallin J.F., Stuart B.V. Mass transfer and loss in interacting disk galaxies//*ApJ.* 1992. V. 399. P. 29–37.
884. Wallinder F.H. Stability properties of an isothermal accretion disk//*AsAp.* 1990. V. 237. P. 270–274.
885. Wallinder F.H. The stability of slim accretion disks// *AsAp.* 1991. V. 249. P. 107–117.
886. Wang B., Silk J. Gravitational instability and disk star formation//*ApJ.* 1994. V. 427. P. 759–769.
887. Wang Y.M., Welter G.L. Plasma-magnetospheric interaction in X-ray sources – an analysis of the linear Kelvin-Helmholtz instability//*AsAp.* 1982. V. 113. P. 113–117.
888. Wasserman I. Leading between the lines//*Nature.* 1990. V. 346. 6281. P. 222–223.
889. Weinberg M.D. Detection of a large-scale stellar bar in the Milky Way//*ApJ.* 1992. V. 384. P. 81–94.
890. Weinberg M.D. Dynamics of an interacting luminous disc, dark halo and satellite companion//*MN.* 1998. V. 299. P. 499–514.
891. Weiner B.J., Sellwood J.A. The properties of the galactic bar implied by gas kinematics in the inner Milky Way//*ApJ.* 1999. V. 524. P. 112–128.
892. von Weizsacker C.F. Rotation kosmischer Gasmassen//*Z. Naturforsch.* 1948. V. 3a. P. 524.
893. An absorption feature in the spectrum of the pulsed hard X-ray flux from 4U 0115+63/W.A. Wheaton et. al.//*Nature.* 1979. V. 282. P. 240.
894. Whitehurst R. Numerical simulations of accretion discs. I. Superhumps: a tidal phenomenon of accretion discs//*MN.* 1988. V. 232. P. 35–51.

895. Whitmore B.C., Rubin V.C., Ford W.K. Stellar and gas kinematics in disk galaxies//ApJ. 1984. V. 287. P. 66–79.
896. Whitmore B.C., McElroy D.B., Schweizer F. The shape of the dark halo in polar-ring galaxies//ApJ. 1987. V. 314. P. 439–456.
897. Wielen R. The kinematics and ages of stars in Gliese's catalogue//Highlights of astronomy. 1974. V. 3. P. 395–408.
898. Wielen R. The diffusion of stellar orbits derived from the observed age-dependent of the velocity dispersion//AsAp. 1977. V. 60. P. 263–275.
899. Wilkerson M.S. Neutral-hydrogen observations of smooth-arm spiral galaxies//ApJ. 1980. V. 240. P. 115–119L.
900. Wilson J.R. Numerical study of fluid flow in a Kerr Space//ApJ. 1972. V. 173. P. 431–438.
901. Winter L., Sion E.M. Composite accretion disk and white dwarf model analyses of the quiescence of dwarf novae: EM Cygni, CZ Orionis, and WW Ceti//ApJ. 2003. V. 582. P. 352–357.
902. Woltjer L. The galactic halo: globular clusters//AsAp. 1975. V. 42. P. 109–118.
903. Wood J.H., Marsh T.R. The ephemeris and variations of the accretion disc radius in IP Pegasi//MN. 1989. V. 239. P. 809–824.
904. The radial-azimuthal instability of accretion disk. I. radiation pressure domination/X.-B. Wu, Q.-B. Li, Y.-H. Zhao, L.-T. Yang //ApJ. 1995. V. 442. P. 736–742.
905. Are spiral galaxies optically thin or thick?//E.M. Xilouris, Y.I. Byun, N.D. Kylafis et al.//AsAp. 1999. V. 344. P. 868–878.
906. Yasumomu M., Fujimoto M. Dynamical evolution of galactic disk stars due to giant molecular clouds and spiral density waves//PASJ. 1989. V. 41. P. 823–840.
907. Young J.S., Scoville N.Z. Molecular gas in galaxies//Ann. Rev. AsAp. 1991. V. 29. P. 581–625.
908. Yuan C. Application of the density-wave theory to the spiral structure of the Milky-Way system. II. Migration of stars//ApJ. 1969. V. 158. P. 889–898.
909. Zang T.A. The stability of a model Galaxy. Ph.D. Thesis, 1976, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 26.
910. Zaritsky D., Sheckman S.A., Thompson I. et.al Constraints on intervening stellar populations toward the LMO//ApJ. 1999. V. 117. P. 2268–2285.
911. Zasov A.V., Khoperskov A.V., Tiurina A.V. The determination of mass of stellar disks of galaxies from the kinematic data. // Stellar dynamics: from classic to modern /Edited by L.P. Ossipkov, I.I. Nikiforov. Saint Petersburg, 2001. P. 95–102.
912. Zhao H.S., Evans N.W. The so-called “bar” in the Large Magellanic Cloud//ApJ. 2000. V. 545. P. 35–38L.