РОССИЙСКАЯ ОТКРЫТАЯ ЗАОЧНАЯ ШКОЛЬНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА – 2006

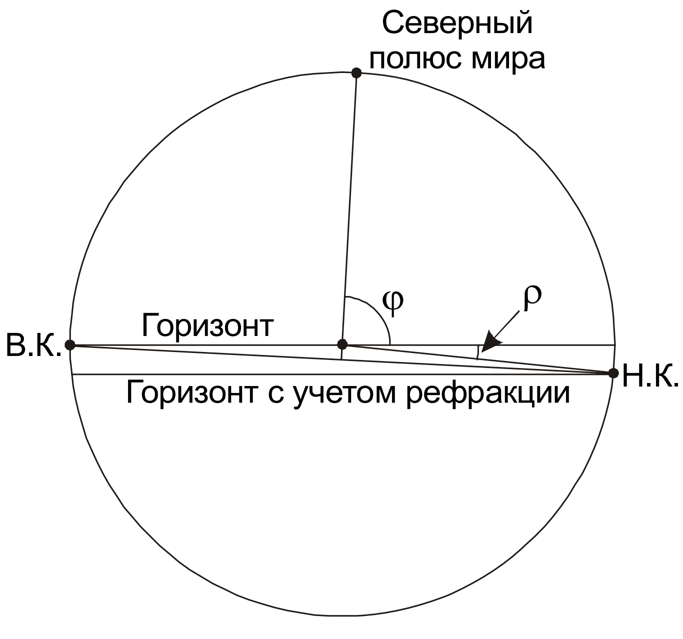
ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ

1. Условие. Благодаря атмосферной рефракции, составляющей у горизонта 34′, небесное светило, которое должно было быть невосходящим в некотором пункте Земли, напротив, стало незаходящим за горизонт. На каких широтах Земли может произойти такое?

1. Решение. Такая необычная ситуация вполне может иметь место, если весь суточный путь небесного светила располагается на небольшой глубине (не более 34′) под горизонтом. Это может быть в двух случаях: или суточный путь небесного светила имеет небольшие угловые размеры, или он располагается практически параллельно горизонту. Рассмотрим эти два случая отдельно.

Небольшие угловые размеры суточного пути светила означают, что оно находится вблизи Северного или Южного полюса мира. Раз суточный путь (имеющий вид окружности с малым радиусом) располагается вблизи горизонта, то наблюдения должны проводиться из окрестностей экватора. На самом экваторе условия задачи формально не выполняются, так как там не бывает невосходящих светил даже в отсутствие рефракции. Но вот при незначительном удалении от экватора, например, к северу, Южный полюс мира должен опуститься под горизонт, но до широты +0°34′ он будет постоянно виден над горизонтом благодаря рефракции. Светило (например, какая-нибудь слабая звезда), находящееся в этой точке неба, отвечает условию задачи. Аналогично, светило, находящееся очень близко от Северного полюса мира, окажется незаходящим вплоть до широты –0°34′. Итак, в первом случае условие задачи выполняется в узкой полосе по обе стороны от экватора, исключая сам экватор.

Вторая ситуация – суточный путь светила практически параллелен горизонту – может наблюдаться около Северного или Южного полюса Земли. Очевидно, что сам Северный полюс удовлетворяет условию задачи, благодаря рефракции там все время над горизонтом будут находиться светила со склонением от 0° до –0°34′. Однако, условие задачи может выполняться и на некотором удалении от полюса. Рассмотрим предельную для этого условия ситуацию – светило находится на высоте 0° в верхней кульминации и на высоте –0°34′ в нижней кульминации (см. рисунок в проекции на плоскость небесного меридиана).



Точки верхней и нижней кульминации светила равноудалены от Северного полюса мира. Обозначив широту места через φ, а величину рефракции через ρ, запишем равенство:

$$180° - \varphi = \varphi + \rho,$$

Из этого равенства получаем значение широты φ:

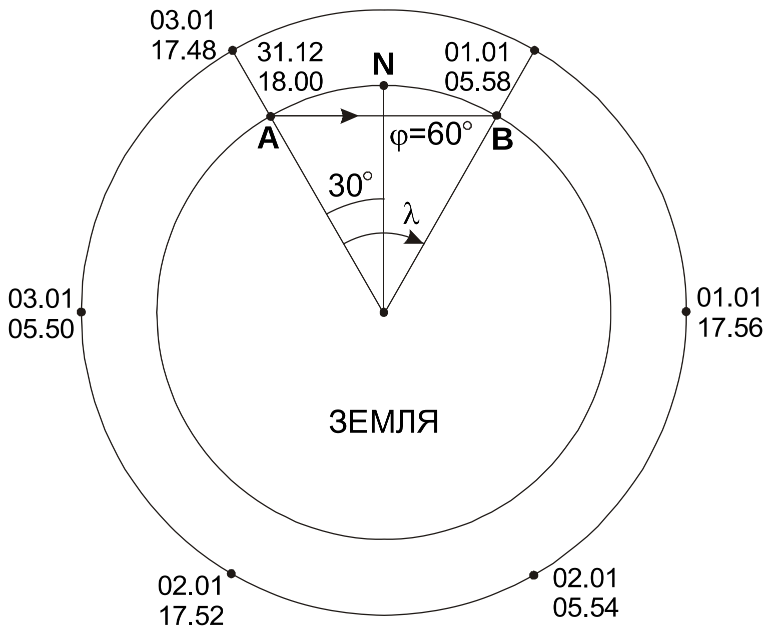
$$\varphi = 90° - (\rho/2) = 89°43'.$$

Склонение светила будет равно –0°17′. При дальнейшем удалении от полюса разность высот светила в верхней и нижней кульминации будет больше 34′, и условие задачи выполняться не будет. Аналогичные рассуждения можно провести для окрестности Южного полюса Земли.

Окончательный ответ в задаче следующий: описанная в условии задачи ситуация может наблюдаться на широтах [–90°, –89°43′), (–0°34′, 0°), (0°, +0°34′), (+89°43′, +90°].

2. Условие. Любители астрономии наблюдают искусственный спутник Земли в Санкт-Петербурге. Дважды за новогоднюю ночь – 31 декабря в 18ч00м и 1 января в 5ч58м по петербургскому времени – он прошел через зенит. Когда этот спутник вновь окажется в зените на петербургском небе? Широта Санкт-Петербурга равна +60°, орбита спутника круговая.

2. Решение. Между двумя моментами прохождения искусственного спутника Земли через зенит в Санкт-Петербурге прошло 11 часов 58 минут – половина звездных суток. Плоскость орбиты спутника проходит через центр Земли и положения Санкт-Петербурга в моменты прохождения спутника через зенит (точки **A** и **B** на рисунке). Эта плоскость пройдет через полюсы Земли.



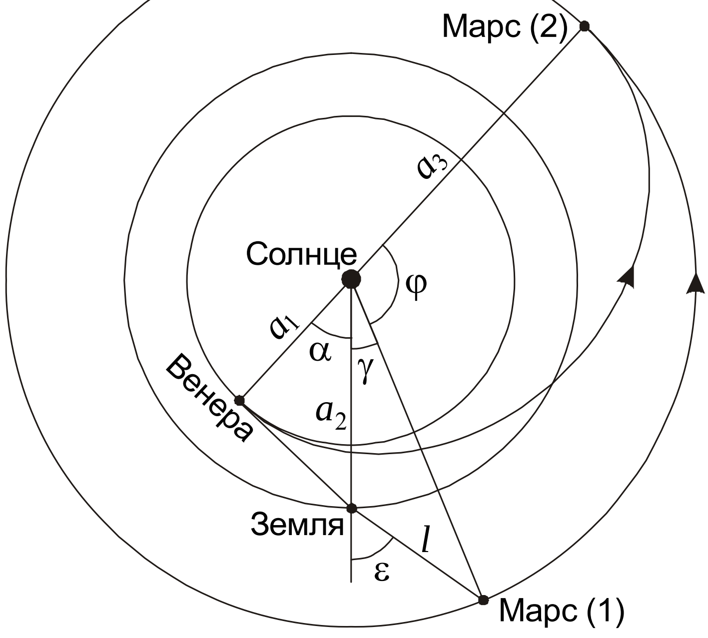
Параллель +60°, на которой находится Санкт-Петербург (его движение указано на рисунке стрелкой), пересекает плоскость орбиты спутника в точках **A** и **B**, и наблюдать спутник в зените можно будет только из этих точек. Таким образом, орбита спутника будет проходить через зенит в Санкт-Петербурге дважды за звездные сутки, через 11 часов и 58 минут после предыдущего прохождения.

В 5 часов 58 минут 1 января, как видно на рисунке, спутник сместился на угол λ, равный 60°, относительно своего положения в 18 часов 31 декабря. Совершенно не обязательно, что спутник за это время сделал ровно 1/6 своего оборота, пролетев над Северным полюсом Земли. Он вполне мог сделать 5/6 оборотов, пролетев над Южным полюсом, а также (n+1/6) или (n+5/6) оборотов, где n – натуральное число. Но в любом из этих случаев за половину звездных суток он сместился по своей круговой орбите на 60°. Еще через половину звездных суток, в 17 часов 56 минут 1 января, когда Санкт-Петербург вновь окажется в точке **A** и при наблюдении оттуда орбита спутника пройдет через зенит, угол λ составит 120°, и спутник окажется в плоскости земного экватора. В этот момент в Санкт-Петербурге он не будет находиться в зените (да и вообще не будет виден на небе).

В следующие два момента пересечения Санкт-Петербургом плоскости орбиты спутника (2 января в 05.54 и 17.52 по петербургскому времени, точки **B** и **A** соответственно) спутник будет находиться в южном небесном полушарии, а 3 января в 05 часов 50 минут (Санкт-Петербург в точке **B**) вновь пересечет плоскость земного экватора. Наконец, 3 января в 17 часов 48 минут по петербургскому времени спутник окажется в той же точке орбиты, что и в 18 часов 31 декабря, а Санкт-Петербург расположится в точке **A**. Его жители вновь увидят данный искусственный спутник Земли в зените.

3. Условие. В канун Нового Года на Земле планета Венера для земных наблюдателей находится в точке наибольшей восточной элонгации. В это же время с Венеры запускается межпланетный аппарат на Марс, выходящий на орбиту, касающуюся орбит Венеры и Марса. Какая яркая звезда была видна на земном небе рядом с Марсом в эту новогоднюю ночь? Орбиты Венеры, Земли и Марса считать круговыми.

3. Решение. На рисунке показано положение Венеры и Земли в канун Нового Года, когда на Венере осуществлялся запуск межпланетного корабля на Марс.



Обозначим через a_1, a_2 и a_3 радиусы орбит Венеры, Земли и Марса соответственно (равные 0.723, 1 и 1.524 а.е.). Так как Венера находится в наибольшей восточной элонгации, то линия, соединяющая Венеру и Землю, будет касательной к орбите Венеры. Гелиоцентрический угол α, образованный направлениями на Венеру и Землю, равен

$$\alpha = \arccos\frac{a_1}{a_2} = 43.7^\circ.$$

Точка на орбите Марса, в которой межпланетный аппарат прибудет на эту планету, находится в направлении, противоположном радиус-вектору Венеры. Для того, чтобы вычислить, где находится Марс в момент запуска, нужно определить время перелета аппарата от Венеры до Марса. Большая полуось орбиты аппарата равна

$$d = \frac{a_1 + a_3}{2}.$$

Время перелета есть половина орбитального периода, соответствующего данной орбите. Выражая его в годах, из III закона Кеплера получаем:

$$T = \frac{1}{2}\left(\frac{a_1 + a_3}{2}\right)^{3/2}.$$

За это время Марс сместится по своей орбите на угол

$$\varphi = 360^\circ \cdot \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{a_1 + a_3}{2}\right)^{3/2}}{a_3^{3/2}} = 113.9^\circ.$$

Получается, что в момент запуска межпланетного аппарата с Венеры Марс обгонял Землю в своем движении по орбите на угол γ, равный

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \varphi = 22.4^\circ.$$

Расстояние между Марсом и Землей в этот момент составляло

$$l = (a_2^2 + a_3^2 - 2a_2 a_3 \cos\gamma)^{1/2} = 0.710 \text{ а.е.}$$

Геоцентрический угол ε между направлением на Марс и анти-солнечную точку находится из теоремы синусов:

$$\varepsilon = \arcsin\left(\frac{a_3}{l}\sin\gamma\right) = 54.9^\circ.$$

Итак, в новогоднюю ночь Марс располагался примерно в 55° к востоку от анти-солнечной точки, находящейся в это время в западной части созвездия Близнецов. Данная область эклиптики находится в западной части созвездия Льва, и рядом с Марсом светила ярчайшая звезда этого созвездия Регул.

4. Условие. Укажите, какие из перечисленных ярких звезд можно будет увидеть в Москве (широта +56°) через 13 000 лет: Сириус, Канопус, Вега, Капелла, Арктур, Ригель, Процион, Альтаир, Спика, Антарес.

4. Решение. 13 000 лет есть половина периода прецессии земной оси, с которым Северный полюс мира обращается на небе вокруг Северного полюса эклиптики, координаты которого составляют α=18ч, δ=+66.6°. Через 13 000 лет Северный полюс мира будет располагаться в созвездии Геркулеса, в точке неба, координаты которой в настоящий момент равны α=18ч, δ=+43.2°.

Так как прецессионное вращение оси Земли происходит вокруг полюса эклиптики, то области неба, находящиеся вблизи линии эклиптики, все время остаются вблизи нее и восходят над горизонтом на широте Москвы. Поэтому через 13 000 лет на московском небе будут видны Спика и Антарес, причем условия их видимости будут лучше, чем в настоящее время.

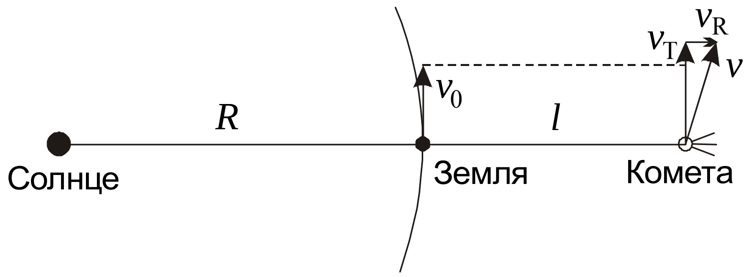
Звезды, находящиеся существенно севернее эклиптики, также останутся в северном эклиптическом полушарии и будут видны в Москве. К таким звездам относятся Вега, Капелла, Арктур и Альтаир, причем Вега будет располагаться недалеко от Северного полюса мира.

Остальные четыре звезды в Москве видны не будут. Канопус располагается на небе недалеко от Южного полюса эклиптики, оставаясь там и через 13 000 лет. Сириус, Ригель и Процион в настоящее время имеют прямое восхождение около 6 часов, и через 13 000 лет Северный полюс мира удалится от них еще на 47°, примерно настолько же уменьшится их склонение. Процион удастся увидеть только в самых южных районах России, а Сириус и Ригель не будут видны и там.

Учет собственного движения звезд не изменяет ответа. Из перечисленных десяти звезд собственное движение, большее 1″ в год, имеют только Арктур (2.3″ в год), Сириус и Процион (оба – 1.3″ в год). Даже эти, сравнительно близкие звезды, за 13 000 лет сместятся относительно более далеких светил всего на 8.3° и 4.7° соответственно, причем Сириус и Процион движутся в южном направлении, что еще более усугубит условия их видимости из северного полушария Земли.

5. Условие. Яркая комета вступает в противостояние с Солнцем, двигаясь на небе относительно звезд по эклиптике в прямом направлении (с запада на восток). Оцените максимально возможное расстояние кометы от Земли в этот момент.

5. Решение. Комета вступила в противостояние с Солнцем, значит, она находится дальше от Солнца, чем Земля. В это время она движется на небе по эклиптике, следовательно, в пространстве она также перемещается в плоскости эклиптики.



При наблюдении с Земли комета движется относительно звезд с запада на восток, в ту же сторону, что и Земля вокруг Солнца. Такое может быть, только если тангенциальная скорость кометы v_T превышает орбитальную скорость Земли v_0. Вне зависимости от величины лучевой скорости кометы v_R, ее полная пространственная скорость v также превосходит скорость Земли.

Вспомним, что орбиты комет бывают сильно вытянутыми эллипсами или параболами. Встречаются и кометы с гиперболическими орбитами, однако они всегда очень близки к параболическим (отличие эксцентриситета от единицы не превосходит нескольких тысячных долей). Поэтому мы можем принять, что пространственная скорость кометы v не превосходит вторую космическую скорость для данного расстояния от Солнца. С учетом того, что орбита Земли близка к круговой, мы получаем следующее неравенство:

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}} < v \leq \sqrt{\frac{2GM}{R+l}}.$$

Здесь M – масса Солнца, R – радиус орбиты Земли и l – расстояние от Земли до кометы в противостоянии. В результате мы получаем, что искомое расстояние l меньше R, то есть меньше одной астрономической единицы.

6. Условие. Белый карлик, имеющий радиус 6000 км, температуру поверхности 10000 К и массу, равную массе Солнца, пролетает через межзвездное скопление кометных ядер, каждое из которых имеет радиус 1 км и плотность 1 г/см^3. Сколько комет должно ежедневно падать на белый карлик, чтобы его средняя светимость удвоилась?

6. Решение. Определим светимость белого карлика, то есть количество энергии, излучаемой им за одну секунду:

$$L = 4\pi\sigma R^2 T^4 = 2.56 \cdot 10^{23} \text{ Вт}$$

или $6.6 \cdot 10^{-4}$ светимости Солнца. Здесь R и T – радиус и температура поверхности белого карлика, σ – постоянная Стефана-Больцмана. За сутки (86400 секунд) белый карлик излучает количество энергии E_0, равное $2.21 \cdot 10^{28}$ Дж.

Масса одного кометного ядра составляет

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho r^3 = 4.19 \cdot 10^{12} \text{ кг.}$$

При падении такого ядра на поверхность белого карлика освобождается энергия

$$E = \frac{GMm}{R} = 9.2 \cdot 10^{25} \text{ Дж.}$$

Здесь M – масса белого карлика. Чтобы кометы обеспечивали энерговыделение, равное светимости белого карлика, они должны ежедневно падать на него в количестве $(E_0/E) \sim 240$ штук. Этот ответ достаточно близко к действительности, на светимость белого карлика будут влиять также два противоположных фактора. С одной стороны, не вся энергия падающего ядра кометы будет переходить в видимое излучение, а с другой стороны, обильное выпадение вещества на поверхность белого карлика будет вызывать его дальнейшее сжатие и дополнительное выделение энергии. При достижении массы 1.4 массы Солнца белый карлик вообще взорвется как сверхновая звезда I типа.

7. Условие. Каким должен быть размер гипотетического молекулярного водородного облака с плотностью, равной плотности приземного воздуха, и температурой 1000 K, чтобы из него через некоторое время образовалась звезда?

7. Решение. Подавляющее большинство водорода в природе представлено его самым легким изотопом ^{1}H, ядро которого состоит только из одного протона. Электрон имеет значительно меньшую массу, поэтому массу m молекулы водорода H_2 можно считать равной удвоенной массе протона, т.е. $3.3 \cdot 10^{-27}$ кг.

Рассмотрим шарообразное облако из молекулярного водорода с радиусом R, температурой T и плотностью ρ. Чтобы это облако не развеялось в пространстве, а начало сжиматься под действием собственного тяготения, тепловая скорость его частиц не должна превышать вторую космическую скорость на краю облака:

$$\frac{3kT}{m} < \frac{2GM}{R} = \frac{8\pi G\rho R^2}{3}.$$

Здесь k – постоянная Больцмана, M – масса облака. Из этой формулы получаем выражение для радиуса облака:

$$R > \sqrt{\frac{9kT}{8\pi Gm\rho}}.$$

Подстав значение температуры (1000 K) и плотности (1.23 кг/м^3), получаем, что минимальный радиус облака составляет 135 тысяч километров.

Казалось бы, ответ в задаче найден. Однако, если мы определим массу M облака с минимальным радиусом R, то мы получим $1.27\cdot10^{25}$ кг, что всего вдвое превышает массу Земли. Таким образом, при данном радиусе наше гипотетическое облако сможет сжиматься под действием самогравитации, но образует планету, а не звезду. Более точные расчеты дают несколько большее значение минимального радиуса (260 000 км) и массы ($9\cdot10^{25}$ кг) облака, но и этих значений недостаточно, чтобы данный объект стал звездой.

Для того чтобы ответить на вопрос, поставленный в условии задачи, нужно определить, при каком радиусе облака его масса достигнет значения M_*, равного 0.08 массы Солнца или $1.6\cdot10^{29}$ кг. Это есть минимальная масса нормальной звезды, в недрах которой могут начаться реакции протон-протонного цикла. Минимальный радиус облака – будущей звезды составит

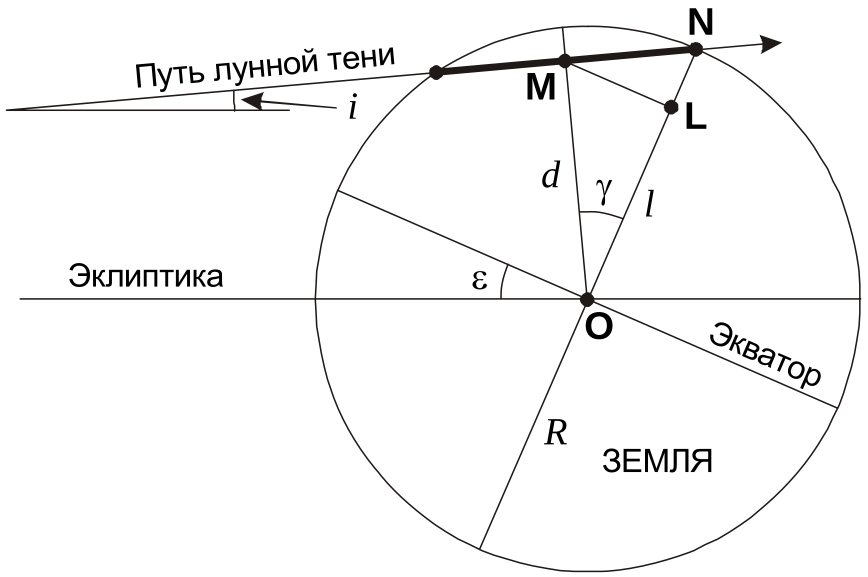
$$R_* = \left(\frac{3M_*}{4\pi\rho}\right)^{1/3} = 3.14 \text{ млн км.}$$

Очевидно, что требование гравитационной связанности облака при таких размерах и массе будет уверенно выполняться.

Задачи о полных солнечных затмениях

8. (*Задача о весеннем затмении*). Условие. Полное солнечное затмение наблюдается в день весеннего равноденствия. В полосу видимости полной фазы попадает северный полюс Земли. На какой широте на Земле удастся увидеть центральное затмение на максимальной высоте над горизонтом? Чему будет равна эта высота? Луна в день затмения находится вблизи восходящего узла своей орбиты.

8. Решение. Изобразим Землю и путь лунной тени по ней при наблюдении со стороны Солнца.



В день весеннего равноденствия земной экватор в этой проекции будет выглядеть как отрезок, наклоненный к плоскости эклиптики на угол ε, равный 23.4°, как показано на рисунке. Система Земля-Луна движется как единое целое на этом рисунке влево вдоль эклиптики, но для решения данной задачи это движение не имеет значения. Нас будет интересовать движение Луны и центра ее тени относительно Земли, направленное вправо и показанное на рисунке стрелкой. В том, что направление движения именно такое, можно убедиться, вспомнив, что Луна обращается вокруг Земли против часовой стрелки, если смотреть с северной стороны.

Однако, по условию задачи, Луна находится вблизи восходящего узла своей орбиты, поэтому она, как и центр тени, движется не параллельно эклиптике, а под углом i к ней. Угол i есть ни что иное, как наклон орбиты Луны к эклиптике, равный 5.2°.

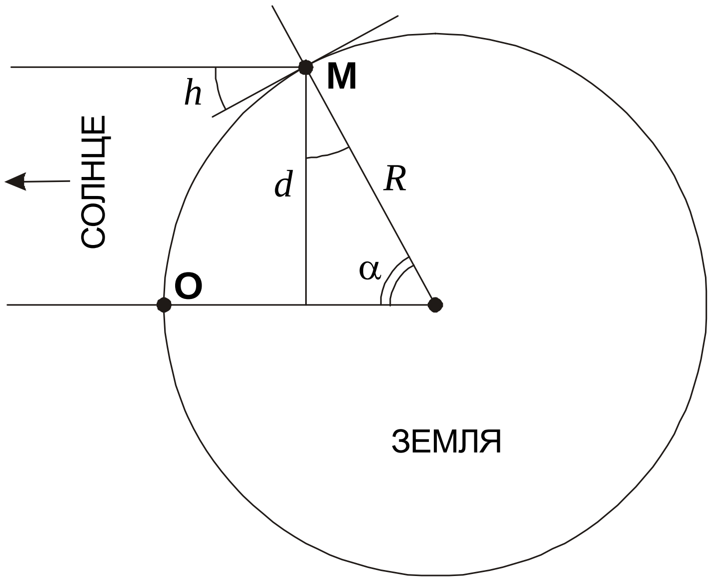
В условии задачи также сказано, что в полосу видимости полной фазы затмения попал северный полюс Земли (точка **N** на рисунке). Угол γ, равный наклону пути центра тени к плоскости земного экватора, как видно из рисунка, равен

$$\gamma = \varepsilon + i = 28.6°.$$

Центральное солнечное затмение на максимальной высоте над горизонтом будет видно в точке **M**, ближайшей на пути тени к точке **O**, где Солнце располагается в зените. Длина проекции отрезка **MO** на картинную плоскость будет равна

$$d = R\cos\gamma,$$

где R – радиус Земли. Чтобы определить высоту Солнца в точке **M**, обратимся к другому рисунку, сделанному в боковой проекции относительно направления Солнце-Земля.



Искомая высота Солнца h, как видно из геометрических соображений, составит

$$h = \arccos\frac{d}{R} = \gamma = 28.6^\circ.$$

Найдем теперь широту точки **M**. Проведем на первом рисунке из этой точки линию, параллельную экватору (фактически это будет проекция географической параллели на картинную плоскость). Эта линия пересечет проекцию отрезка **ON** (меридиана) в некоторой точке **L**, широта которой будет такой же, как и у точки **M**. Найдем длину проекции отрезка **OL** на картинную плоскость:

$$l = d\cos\gamma = R\cos^2\gamma.$$

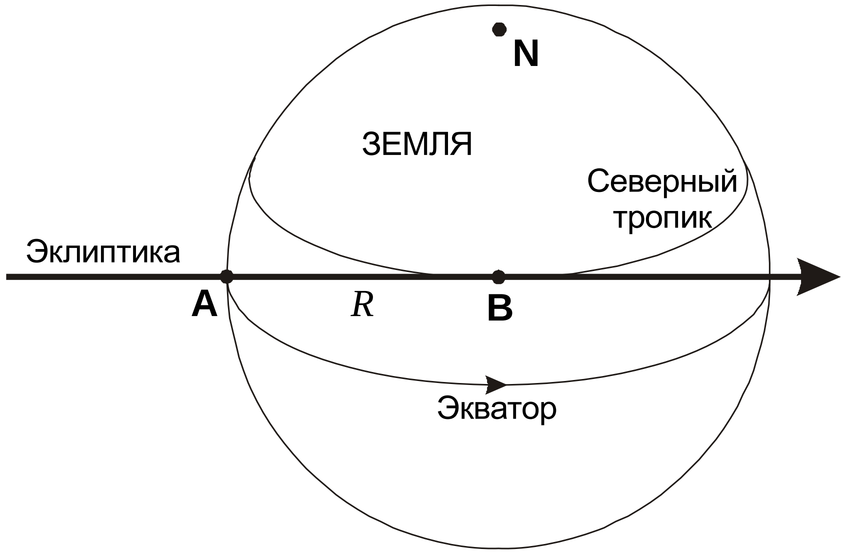
Из этого расстояния можно получить значение широты места аналогично тому, как вычислялась высота Солнца над горизонтом, с тем исключением, что широта φ аналогична углу α на последнем рисунке. Ее значение равно

$$\varphi = \arcsin \frac{l}{R} = \arcsin(\cos^2 \gamma) = 50.4°.$$

Стоит отметить, что получившаяся высота наблюдения наибольшей фазы затмения (28.6°) не равна высоте Солнца в верхней кульминации на широте 50.4°. Это объясняется тем, что полное затмение будет видно в точке **M** не в полдень, а несколько раньше. Вращение Земли вокруг своей оси влияет только на долготу точки **M**, не изменяя ответы на задачу.

9. (*Задача о летнем затмении*). Условие. Полное солнечное затмение наблюдается в день летнего солнцестояния. Лунная тень вступает на Землю в точке с координатами 0° ш., 0° д., полная фаза солнечного затмения в этой точке длится ровно одну минуту. Определите максимальную продолжительность этого полного солнечного затмения для неподвижного наблюдателя на Земле, географические координаты точки наблюдения и всемирное время середины полного солнечного затмения максимальной продолжительности. Наклоном орбиты Луны к плоскости эклиптики, рефракцией и уравнением времени пренебречь.

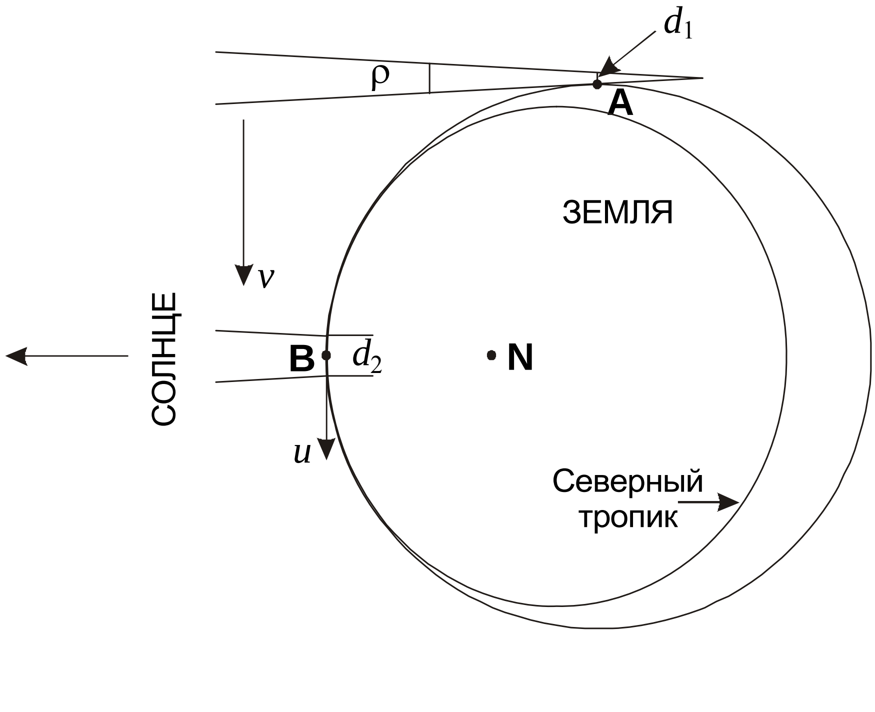
9. Решение. Как и в задаче 8, изобразим вначале вид Земли и пути лунной тени со стороны Солнца.



Затмение наблюдается в день летнего солнцестояния, и земной экватор будет виден со стороны Солнца как эллипс, касающийся лимба Земли в двух диаметрально противоположных точках, лежащих в плоскости эклиптики. В одной из них, точке **A**, лунная тень вступит на Землю. Так как по условию задачи мы пренебрегаем наклоном лунной орбиты к плоскости эклиптики, тень будет двигаться в плоскости эклиптики, пересекая диск Земли по диаметру. Максимальная фаза солнечного затмения будет видна в точке **B** – центре видимого с Солнца диска Земли. Середина полной фазы там будет видна в зените, следовательно, широта этой точки φ равна склонению Солнца в день летнего солнцестояния (+23°26′), а сама точка находится на северном тропике.

Рассмотрим ту же картину со стороны северного полюса эклиптики (второй рисунок). Для решения данной задачи можно считать, что Солнце находится значительно дальше от Земли, чем Луна, и тень Луны является конусом с углом при вершине, равным видимому диаметру Солнца ρ (31.5′ в день летнего солнцестояния). Этот конус двигается относительно Земли с той же скоростью v, что и Луна по орбите (1.02 км/с). Ширина этого конуса вблизи точки **A** составляет

$$d_1 = vT_1 = 61.2 \text{ км}.$$



Здесь T_1 – продолжительность полной фазы в точке **A**. Когда лунная тень достигнет точки **B**, эта продолжительность увеличится сразу по двум причинам. Во-первых, эта точка располагается ближе к Луне, и диаметр тени составит

$$d_2 = d_1 + \rho R = 119.6 \text{ км}.$$

Здесь R – радиус Земли, а угловой диаметр Солнца ρ выражается в радианах. Во-вторых, наблюдатель, находящийся в точке **B**, сам движется за счет осевого вращения Земли со скоростью

$$u = \frac{2\pi R \cos\varphi}{T_0} = 0.43 \text{ км/с},$$

причем эта скорость направлена в ту же сторону, что и скорость движения тени (T_0 – продолжительность суток). В результате, продолжительность полной фазы достигнет величины

$$T_2 = \frac{d_2}{v - u} = 203 \text{ с}$$

или 3 минут и 23 секунд. Нам остается найти координаты точки **B** и всемирное время середины полной фазы в этой точке.

В момент вступления тени на Землю в точке (0°, 0°) на ней происходил восход Солнца. Так как мы пренебрегаем рефракцией и уравнением времени, восход произошел ровно за 6 часов до местного полудня, то есть в 6 часов по местному времени, совпадающим на данной долготе со Всемирным временем. Чтобы дойти до точки **B**, центру тени потребуется время

$$\tau = \frac{R + (d_1 / 2)}{v},$$

что составляет 1 час и 45 минут. Таким образом, наибольшая фаза полного солнечного затмения наблюдалась в 7 часов 45 минут по Всемирному времени и при этом совпала с верхней кульминацией Солнца. Пренебрегая уравнением времени, мы получаем, что долгота точки **B** составляет 4 часа 15 минут или 63°45′ восточной долготы. Широта этой точки, как уже говорилось, составляет +23°26′.

10. (*Задача о солнечной короне*). Условие. Известно, что свободные электроны рассеивают падающее на них излучение практически равномерно во все стороны как металлические шарики с радиусом $4.6*10^{-15}$ м, а более тяжелые частицы (атомы, ионы, протоны) рассеивают свет значительно хуже. Считая, что корона состоит из чистого водорода, атмосферное давление в нижних слоях солнечной короны равно 0.003 Па, а средняя температура короны 1 000 000 K, оцените звездную величину Солнца во время полной фазы солнечного затмения на Земле.

10. Решение. Значение температуры короны достаточно велико. При таких температурах составляющий корону газ будет полностью ионизован, все электроны будут свободными. Основной вклад в видимую яркость короны вносят ее внутренние области. Пренебрегая изменением ускорения свободного падения g с высотой в этих областях, мы можем записать выражение для атмосферного давления в нижних областях короны:

$$p = \mu\, g = \frac{GM\mu}{R^2}.$$

Здесь M и R – масса и радиус Солнца, μ – масса вещества солнечной короны, находящаяся в столбе над данной точкой с площадью основания, равной 1 квадратному метру. Масса вещества с высокой точностью равна массе ионов водорода (протонов), количество которых в этом же столбе будет равно

$$n = \frac{\mu}{m_\mathrm{P}} = \frac{pR^2}{GMm_\mathrm{P}}.$$

Здесь m_P – масса протона. Электронов в этом столбе будет ровно такое же количество, и каждый из них можно представить как шарик радиусом r, перехватывающий излучение и отражающий его в произвольном направлении. Доля солнечного излучения, которую перехватят все электроны в данном столбе, равна отношению суммарной площади сечений рассеяния всех его электронов к единичной площади столба:

$$\tau = n \cdot \pi\, r^2 = \frac{\pi\, pR^2 r^2}{GMm_\mathrm{P}} = 4 \cdot 10^{-7}.$$

Такая часть солнечного излучения наблюдается нами уже как свечение короны. Звездная величина короны равна

$$m = m_0 - 2.5 \lg \tau \approx -11.$$

Здесь m_0 – видимая звездная величина Солнца. Это неплохая оценка, близкая к действительности. На самом деле яркость короны, с одной стороны, уменьшается из-за того, что во время затмения ее часть закрыта Луной и самим Солнцем, хотя этот эффект не столь значителен, так как основной вклад в яркость вносят слои, касательные к линии визирования. С другой стороны, яркость короны увеличивается за счет дополнительных механизмов излучения (запрещенные линии ионов тяжелых элементов), а также вследствие уменьшения ускорения свободного падения и увеличения размеров внешней короны.